

# 光学学报

## 基于分数阶效应的饱和非线性介质中艾里高斯光束的传输与交互

张家宁, 陈卫军\*, 赵鹏

长春理工大学物理学院, 吉林 长春 130022

**摘要** 采用分步傅里叶法, 数值研究了分数阶效应下饱和非线性介质中艾里高斯光束的传输与交互特性。结果表明, 单艾里高斯光束传输时, 分数阶 Lévy 指数和饱和非线性强度参数决定了光场演化结构的变化。在聚焦非线性作用下, 光场演化时可形成呼吸孤子, 孤子的峰值强度和宽度等特征参数可通过调节 Lévy 指数、饱和非线性强度参数、入射光场分布因子和光场衰减系数进行操控。当双艾里高斯光束交互时, 两同相位艾里高斯光束相互吸引, 形成单呼吸孤子, 两反相位艾里高斯光束相互排斥, 形成呼吸孤子对。两光束间作用力的大小和孤子或孤子对的峰值强度可通过调节初始光束间隔、Lévy 指数、饱和非线性强度参数和入射光场分布因子进行操控。

**关键词** 非线性光学; 分数阶效应; 艾里高斯光束; 光场调控

中图分类号 O437 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1519001

### Propagation and Interaction of Airy-Gaussian Beams in Saturable Nonlinear Medium Based on Fractional Effect

Zhang Jianing, Chen Weijun\*, Zhao Peng

College of Physics, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, Jilin, China

**Abstract** The propagation and interaction properties of Airy-Gaussian beams in saturable nonlinear medium under fractional effect are investigated numerically by means of split-step Fourier transform method. It is shown that for the propagation of a single Airy-Gaussian beam, variation in the evolution structure of the light field is determined by the fractional Lévy index and the saturable nonlinear strength parameter. The breathing soliton can be formed when the light field evolves under the action of focusing nonlinearity, and the characteristic parameters of the soliton, such as the peak intensity and width, can be controlled by adjusting the Lévy index, the saturable nonlinear strength parameter, the incident light field distribution factor and the light field attenuation coefficient. For the interaction of double Airy-Gaussian beams, two in-phase Airy-Gaussian beams attract each other to generate a single breathing soliton, and two out-of-phase Airy-Gaussian beams repel each other to form a breathing soliton pair. The magnitude of the force between the two beams and the peak intensity of the soliton or soliton pair can be manipulated by adjusting the initial beam interval, Lévy index, the saturable nonlinear strength parameter and the incident light field distribution factor.

**Key words** nonlinear optics; fractional effect; Airy-Gaussian beam; light field regulation

## 1 引言

由于理想艾里光束是一种具有无衍射、横向自加速和自愈特性的无限能量光波, 故在实验中无法实现<sup>[1]</sup>。2007年, Siviloglou等<sup>[2-3]</sup>提出了有限能量艾里光束(FEAB)的概念, 并在实验中得到了验证。此后, 艾里光束引起了科研人员的广泛关注, 在微粒操控<sup>[4]</sup>、弯

曲的等离子体通道<sup>[5]</sup>、光子弹<sup>[6]</sup>、光路由<sup>[7]</sup>、光互连<sup>[8]</sup>、真空电子加速<sup>[9]</sup>、图像信号传输<sup>[10]</sup>和生物显微成像<sup>[11]</sup>等方面具有重要的应用前景。Bandres和Gutiérrez-Vega<sup>[12]</sup>提出用高斯光阑调制艾里光束可以得到一种广义的艾里光束, 即艾里高斯光束(AiGB), 其具有有限能量, 且在有限距离中进行近似无衍射传输, 与实际相符。

收稿日期: 2022-02-09; 修回日期: 2022-02-24; 录用日期: 2022-03-03

基金项目: 国家自然科学基金(U2141239, 61905026, U2031113)

通信作者: \*chenweijun@cust.edu.cn

由于光场在非线性介质中的传输调控一直以来都是人们关注的课题之一,故近 10 多年来,大量文献报道了 FEAB 或 AiGB 在不同非线性机制下的传输与交互特性<sup>[13-31]</sup>。在聚焦非线性作用下,当初始 FEAB 或 AiGB 能量超过一定阈值时,可以形成沿直线传输且强度和宽度都振荡的呼吸孤子<sup>[13-24]</sup>。在许多非线性介质中两同相位 FEABs 交互作用时相互吸引,可以形成单呼吸孤子,两反相位 FEABs 交互作用时相互排斥,产生呼吸孤子对<sup>[25-31]</sup>。然而,上述研究结果都是基于标准非线性薛定谔方程演化得到的。在量子力学中,分数阶薛定谔方程(FSE)是 Laskin<sup>[32-34]</sup>为用 Lévy 轨迹替代费曼路径积分中的布朗轨迹而提出的一种广义的空间分数阶理论模型。自 2015 年 Longhi<sup>[35]</sup>提出了一种基于非球面光学腔中横向光动力学的 FSE 的实验实现方案以来,利用分数阶效应对光束传输进行操控已成为光场调控技术的重要手段之一<sup>[36-40]</sup>。近来, Huang 等<sup>[41]</sup>分析了线性势场中分数阶效应对 FEAB 传输的影响。Zhang 等<sup>[42]</sup>讨论了分数阶非线性薛定谔方程中 FEABs 的反常交互作用。Chen 等<sup>[43-44]</sup>研究了线性势场中分数阶效应对 FEABs 交互动力学的影响和三五次非线性介质中分数阶效应对 FEABs 交互的操控。Xiao 等<sup>[45-46]</sup>基于光折变非线性和高斯势场结构探讨了分数阶效应下 AiGB 的传输控制。He 等<sup>[47]</sup>深入分析了 FSE 中径向偏振对称 FEAB 的传输动力学特性。饱和非线性作为一种可以产生稳定光孤子的非线性机制<sup>[48]</sup>,其对 FEAB 的传输和交互虽已有讨论<sup>[14, 24-25, 30]</sup>,但鲜有关于基于分数阶效应调控的饱和非线性介质中 AiGB 的传输与交互的报道。

本文研究分数阶效应下饱和非线性介质中单 AiGB 传输和双 AiGBs 交互作用,通过数值方法探究光场演化过程中系统参数对呼吸孤子特征参数的影响,观察新颖物理现象,为全光信息处理和光学网络器件的制备打好理论基础。

## 2 理论模型

以一维情况为例,在傍轴近似条件下,光波在饱和非线性介质中演化满足的 FSE<sup>[30]</sup>为

$$i \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{2} \left( -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)^{\alpha/2} u + \frac{\beta |u|^2}{1 + |u|^2} u = 0, \quad (1)$$

式中: $u(x, z)$ 是光场慢变复振幅包络; $x$ 和 $z$ 分别是被入射光束宽度和瑞利距离归一化后的横向和纵向无量纲坐标; $\alpha(1 < \alpha \leq 2)$ 是 Lévy 指数,当 $\alpha=2$ 时,式(1)即为标准的饱和非线性薛定谔方程。式(1)左侧第三项表示的是饱和非线性项,其中 $\beta$ 是饱和非线性强度参数, $\beta < 0$ 表示散焦作用, $\beta > 0$ 表示聚焦作用。

在上述模型中,给定单 AiGB 的入射光场表达式,即

$$u(x, z=0) = u_0 A(x) \exp(bx) \exp(-gx^2), \quad (2)$$

式中:无量纲参量 $u_0$ 是入射光的初始振幅; $A(\cdot)$ 是艾里函数; $b$ 是衰减系数; $g$ 是入射光场分布因子, $g$ 越小,光场越趋近于艾里函数分布, $g$ 越大,光场越趋近于高斯函数分布。一般情况下,当 $g=1$ 时,入射光场结构即可被认为是高斯分布<sup>[30]</sup>。

为研究双 AiGBs 的交互作用,构造入射光束为两相互平行且加速方向相反的 AiGBs,其形式可以表示为

$$u(x, z=0) = u_1 A(x-d) \exp[b(x-d)] \exp[-g(x-d)^2] + u_2 A(-x-d) \exp[-b(x+d)] \exp[-g(x+d)^2] \exp(iQ\pi), \quad (3)$$

式中: $u_1$ 和 $u_2$ 是两 AiGBs 的初始振幅; $d$ 是调节两光束初始间隔大小的参量,两光束间距为 $2|d|$ ;  $Q$ 是调节两光束间相位差的变量, $Q=0$ 表示两光束为同相位, $Q=1$ 表示两光束为反相位。

## 3 结果与讨论

### 3.1 单 AiGB 的传输

一般情况下,非线性薛定谔方程无法求得解析解。为分析分数阶效应和饱和非线性效应对单 AiGB 传输动力学的影响,采用分步傅里叶法,以式(2)为初始条件,对式(1)进行数值求解,以研究光场演化随系统参数的变化。数值模拟过程中光束演化步长为 $0.1z_0$  ( $z_0$ 为衍射长度),横向范围采样点数为 $2^{12}$ 个。

图 1 给出了单 AiGB 在不同系统参数下的演化结果。从图 1(a)可以看出,自由空间( $\beta=0$ )中普通衍射( $\alpha=2$ )的单 AiGB 在传输有限距离后,光场能量逐渐发散,直至损耗殆尽。图 1(b)考虑介质的非线性效应( $\alpha=2, \beta=2$ ),发现单 AiGB 的光场演化会受介质非线

性聚焦效应影响,部分能量脱落形成具有一定振荡特性且沿直线传输的呼吸孤子,这与文献[30]中报道的结果相符。当不考虑介质的非线性效应,仅考虑分数阶衍射效应( $\alpha=1$ )时,从图 1(c)中可以看出,光场结构中出现分裂现象,与高斯光束分裂不同的是,无啁啾高斯光束的分裂是对称的<sup>[36]</sup>。单 AiGB 的分裂现象呈现出光瓣能量在初始传输时会聚,随后无衍射传输的特点,且两分裂光束强度不对称。当在分数阶效应下引入非线性效应时,从图 1(d)可以看出,光瓣能量在非线性聚焦作用下形成峰值强度较大且平均宽度较小的呼吸孤子。伪彩图中采用统一的颜色图表示光波强度的大小,颜色越深,光波强度越大,下文亦是如此。

在给定其他系统参数条件下,图 2 给出了分数阶效应下饱和非线性强度参数 $\beta$ 对 AiGB 传输的影响。当 $\beta < 0$ 时,介质的非线性机制为散焦特性,从图 2(a)中可以看出,光场演化结构中虽然出现明显分裂现象,但是没有光束会聚现象出现。当 $\beta > 0$ 且较小( $\beta=1$ )时,从图 2(b)中可以看出,在聚焦非线性作用下,

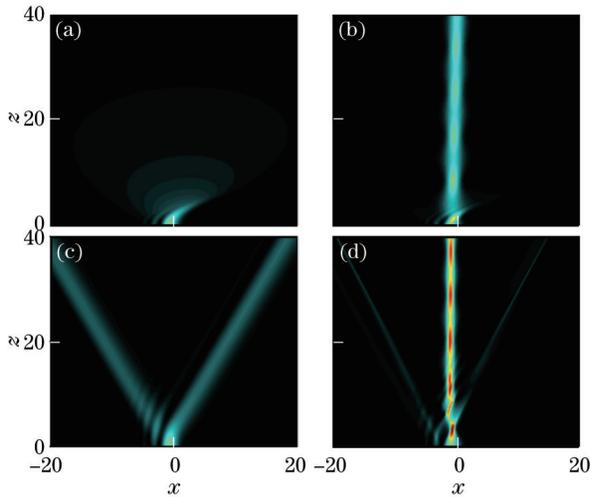


图 1 当  $u_0=3, g=0.01, b=0.2$  时, 分数阶效应下饱和非线性介质中单 AiGB 的传播。(a)  $\alpha=2, \beta=0$ ; (b)  $\alpha=2, \beta=2$ ; (c)  $\alpha=1, \beta=0$ ; (d)  $\alpha=1, \beta=2$

Fig. 1 Propagation of single AiGB in saturable nonlinear medium under fractional effect when  $u_0=3, g=0.01, b=0.2$ . (a)  $\alpha=2, \beta=0$ ; (b)  $\alpha=2, \beta=2$ ; (c)  $\alpha=1, \beta=0$ ; (d)  $\alpha=1, \beta=2$

AiGB 分裂后左侧主瓣可以会聚能量, 形成聚焦光束。当  $\beta$  增大时, 从图 1(d) 中已经可知, 聚焦效应与衍射效应相当且不完全平衡, 形成呼吸孤子。当  $\beta$  进一步增大时, 从图 2(c)、(d) 中可以看出, 呼吸孤子的平均宽度逐渐减小, 振荡强度增加。在图 2(c)、(d) 中左侧产生的弱光束是由 AiGB 旁瓣能量脱落形成的, 当  $\beta$  足够大时, 该光束也可以会聚形成呼吸孤子。

为详细验证分数阶效应对艾里孤子特征参数的影响, 图 3(a) 给出了三种典型 Lévy 指数下孤子的峰值强

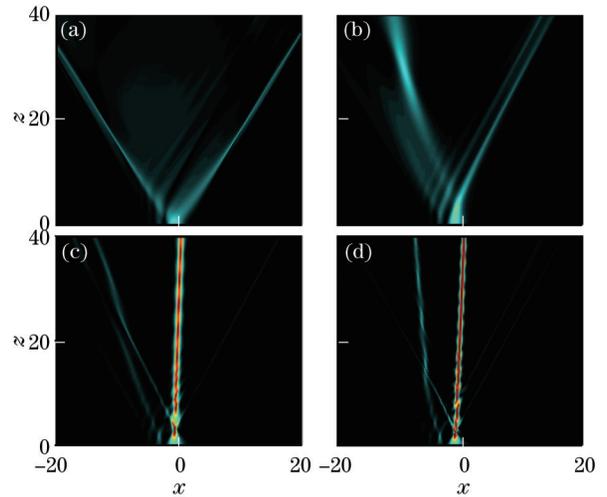


图 2 当  $u_0=3, g=0.01, \alpha=1, b=0.2$  时, 不同  $\beta$  下单 AiGB 的演化。(a)  $\beta=-2$ ; (b)  $\beta=1$ ; (c)  $\beta=3$ ; (d)  $\beta=5$

Fig. 2 Evolution of single AiGB under different  $\beta$  when  $u_0=3, g=0.01, \alpha=1, b=0.2$ . (a)  $\beta=-2$ ; (b)  $\beta=1$ ; (c)  $\beta=3$ ; (d)  $\beta=5$

度随传输距离的振荡曲线。可以发现, 在极限分数阶效应 ( $\alpha=1$ ) 下, 孤子峰值强度的振幅最大。图 3(b) 中曲线表明, 孤子的平均峰值强度 (孤子峰值强度的平均值) 随  $\alpha$  的递增而单调递减。图 3(c) 给出的是  $\alpha$  对孤子宽度的影响情况。可以看出, 孤子宽度随着传输距离的增加也呈现阻尼振荡的特点, 且振荡的振幅差并不大。图 3(d) 中曲线表明, 孤子的平均宽度随  $\alpha$  的递增而单调递增, 这与图 1(b)、(d) 中的结果是相符的。

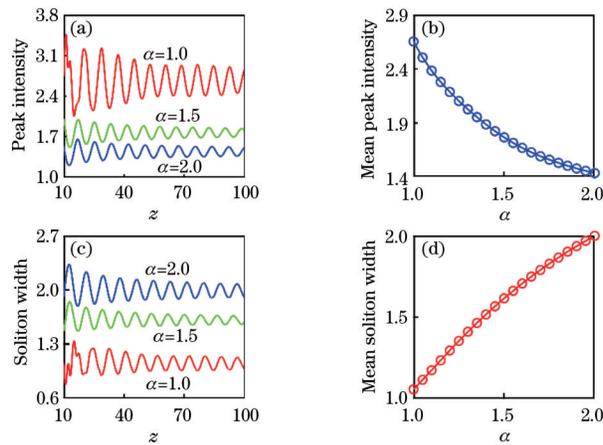


图 3 当  $u_0=3, g=0.01, \beta=2, b=0.2$  时, 孤子特征参数随  $\alpha$  的变化关系。(a) 不同  $\alpha$  下孤子峰值强度的振荡曲线; (b) 孤子的平均峰值强度随  $\alpha$  的变化曲线; (c) 不同  $\alpha$  下孤子宽度的振荡曲线; (d) 孤子的平均宽度随  $\alpha$  的变化曲线。

Fig. 3 Soliton characteristic parameters varying with  $\alpha$  when  $u_0=3, g=0.01, \beta=2, b=0.2$ . (a) Oscillation curve of soliton peak intensity under different  $\alpha$ ; (b) soliton mean peak intensity varying with  $\alpha$ ; (c) oscillation curve of soliton width under different  $\alpha$ ; (d) mean soliton width varying with  $\alpha$

接下来, 分析入射光场结构对艾里孤子强度振荡特性的影响。图 4(a) 给出的是光场分布因子  $g$  对孤子

峰值强度的影响情况。显然, 当  $g$  较小时, 光场分布趋近于艾里函数分布, 主瓣与旁瓣能量在同时聚焦作用

下形成的呼吸孤子峰值强度振幅较大。随着  $g$  的增大,光场分布越来越趋近于高斯函数分布,旁瓣能量减弱,所形成的呼吸孤子平均峰值强度减小,如图 4(b)所示。图 4(c)、(d)给出了衰减系数  $b$  对孤子峰值强度的影响。可以看出,随着  $b$  的增加,孤子的平均峰值强

度先减小后增大,极值点在  $b \approx 0.61$  处。产生这种情况的主要原因是在该极值点处初始 AiGB 的能量最小。因此,通过调节 Lévy 指数、饱和非线性强度参数、入射光场分布因子和衰减系数,可以控制艾里孤子的振荡强度和宽度。

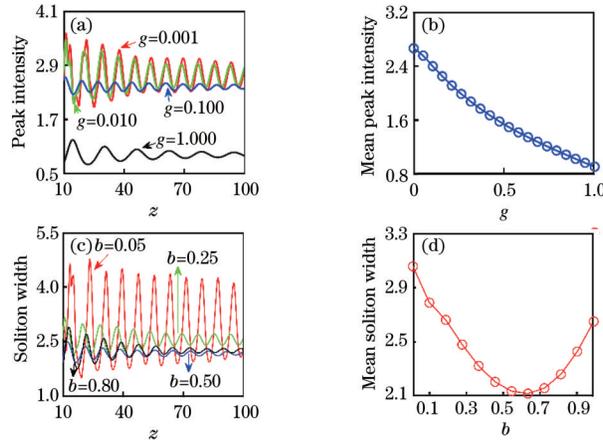


图 4 孤子特征参数随  $g$  和  $b$  的变化关系。(a) 当  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, b=0.2$  时,不同  $g$  下孤子峰值强度的振荡曲线;(b) 当  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, b=0.2$  时,孤子的平均峰值强度随  $g$  的变化曲线;(c) 当  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, g=0.01$  时,不同  $b$  下孤子峰值强度的振荡曲线;(d) 当  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, g=0.01$  时,孤子的平均峰值强度随  $b$  的变化曲线

Fig. 4 Soliton characteristic parameters varying with  $g$  and  $b$ . (a) Oscillation curve of soliton peak intensity under different  $g$  when  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, b=0.2$ ; (b) soliton mean peak intensity varying with  $g$  when  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, b=0.2$ ; (c) oscillation curve of soliton peak intensity under different  $b$  when  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, g=0.01$ ; (d) soliton mean peak intensity varying with  $b$  when  $u_0=3, \alpha=1, \beta=2, g=0.01$

### 3.2 双 AiGBs 的交互作用

为分析分数阶效应下双 AiGBs 的交互作用,以式 (3) 为初始条件,代入式 (1) 进行演化,令  $u_1=u_2=3, \alpha=1, \beta=2, b=0.2$ , 两同相位 ( $Q=0$ ) AiGBs 的交互作用如图 5(a1)~(e2) 所示。当  $g=0.01$  时,入射光场趋近于艾里函数分布,从图 5(a1)~(e1) 中可以看出:当光束间隔  $d$  较大时,光束间表现出弱吸引作用,可形成近似平行的呼吸孤子对;当光束间隔  $d$  较小时,光场间的相长干涉增强,使其间折射率增加,吸引力变大,逐渐形成沿直线传输的单呼吸孤子,且光束间隔越小,孤子的峰值强度越大。当  $g=1$  时,入射光场趋近于高斯函数分布,从图 5(a2)~(e2) 中可以看出,与图 5(a1)~(e1) 相比,虽然光束交互作用时吸引力增强,但是交互后的光强变小。这主要是因为入射光场越趋近于高斯函数分布,入射光场的强度就越小,导致光场交叠时相长叠加的能量较低,从而使得光束交互作用后孤子的能量较小。两反相位 ( $Q=1$ ) AiGBs 的交互作用如图 5(a3)~(e4) 所示。可以看出,当光场叠加时,由于相消干涉,使二者间折射率减小,故光束间表现出相互排斥现象,可以产生对称的呼吸孤子对。光束间隔越小,排斥力越大。值得注意的是,当  $d=0$  时,光束间虽然排斥力最大,但是并无孤子对产生,甚至出现光场湮灭现象,这主要是因为光束间距太小,相消干涉会造成光场能量相互抵消。此外,当  $d < 0$  时,对比图 5(a3)、(b3) 和图 5(a4)、(b4) 可知,入射光场越趋近于艾里函数分布,孤子间排斥力越小,孤子对的峰值强度越大。当  $d >$

0 时,对比图 5(d3)、(e3) 和图 5(d4)、(e4) 可知,入射光场越趋近于艾里函数分布,孤子间排斥力越大,孤子对的峰值强度越大。

在给定其他系统参数情况下,讨论调节参数  $\beta, \alpha$  和  $Q$  对双 AiGBs 交互作用的影响,演化结果如图 6 所示。以  $d=2$  为例,图 6(a1)~(e2) 给出了同相位 ( $Q=0$ ) AiGBs 相互作用情况。从图 6(a1)、(a2) 中可以看出,当  $\beta < 0$  时,在散焦非线性作用下光束交互碰撞后光场能量迅速衰减,且  $\alpha$  越大,衰减速度越快。从图 6(b1)、(b2) 中可以看出,当  $\beta=0$  时,在极限分数阶效应 ( $\alpha=1$ ) 下,光束交互可以形成分裂的无衍射光束对,类似现象在文献 [43] 中已经报道,随着  $\alpha$  的增加, AiGBs 相互作用仍然呈现光场能量迅速衰减的特点。当  $\beta > 0$  时,在聚焦非线性作用下光场叠加,此时能量会聚。从图 6(c1)~(e1) 和图 6(c2)~(e2) 中可以看出,随着  $\beta$  的增加,聚焦效应在增强,光束会聚后形成单呼吸孤子,且孤子的峰值强度越来越大。此外,当  $\beta$  较小时,  $\alpha$  越大,光束会聚时越容易形成单呼吸孤子,即光束间吸引力越大,如图 6(c1)、(c2) 所示。当  $\beta$  较大时,  $\alpha$  越大,孤子的峰值强度越小,平均宽度越大,如图 6(e1)、(e2) 所示。图 6(a3)~(e4) 给出了反相位 ( $Q=1$ ) AiGBs 相互作用情况。从图 6(a3)、(a4) 中可以看出,当  $\beta < 0$  时,光束间相互排斥,在光场中心位置处出现逐渐衍射的暗迹。从图 6(b3)、(b4) 中可以看出,当  $\beta=0$  时,在极限分数阶效应 ( $\alpha=1$ ) 下,光束交互可以形成对称的孤子对,随着  $\alpha$  的增大,光束间相互排斥后逐渐产生衍

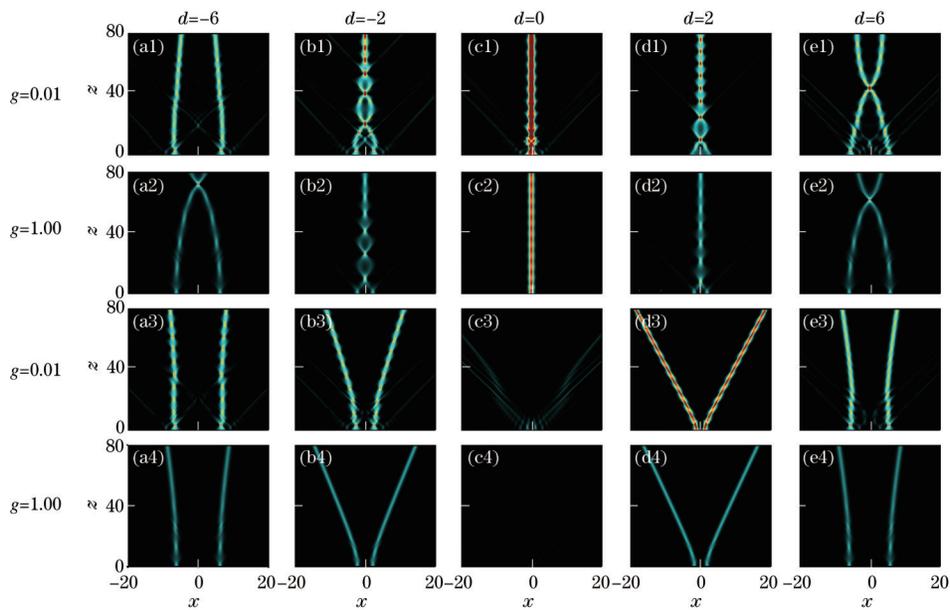


图 5 当  $u_1=u_2=3, \alpha=1, \beta=2, b=0.2$  时, 不同光束间隔和光场分布因子下双 AiGBs 的交互作用。(a1)~(e2) 同相位; (a3)~(e4) 反相位

Fig. 5 Interaction of two AiGBs with different beam intervals and light field distribution factors when  $u_1=u_2=3, \alpha=1, \beta=2, b=0.2$ . (a1)~(e2) In-phase; (a3)~(e4) out-of-phase

射现象, 无孤子对产生。当  $\beta > 0$  时, 从图 6(c3)~(e3) 和图 6(c4)~(e4) 中可以看出, 随着  $\beta$  的增加, 聚焦效应增强, 光束间的排斥力逐渐减小, 孤子对的峰值强度

单调递增。此外, 还可以发现,  $\alpha$  越大, 光束间的排斥力越大, 孤子对的峰值强度越小, 但平均宽度的变化并不明显。

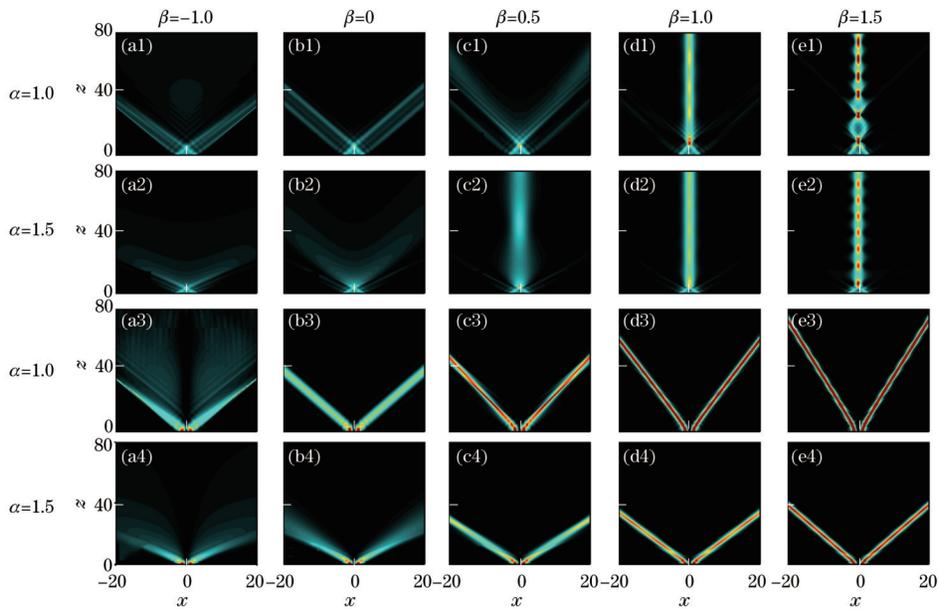


图 6 当  $u_1=u_2=3, g=0.01, d=2, b=0.2$  时, 不同饱和非线性强度参数和 Lévy 指数下双 AiGBs 的交互作用。(a1)~(e2) 同相位; (a3)~(e4) 反相位

Fig. 6 Interaction of two AiGBs with different saturable nonlinear strength parameters and Lévy indexes when  $u_1=u_2=3, g=0.01, d=2, b=0.2$ . (a1)~(e2) In-phase; (a3)~(e4) out-of-phase

## 4 结 论

数值研究了分数阶效应下饱和非线性介质中 AiGB 的传输与交互作用。结果表明, 在单 AiGB 传输情况下, 可以通过调节 Lévy 指数、饱和非线性强度参

数、入射光场分布因子和衰减系数来操控光场演化。当不考虑非线性效应时, 分数阶效应可以使得单 AiGB 出现分裂现象。当存在分数阶效应时, 单 AiGB 在散焦非线性作用下仅表现出明显的分裂现象, 在聚焦非线性作用下可以形成沿直线传输的呼吸孤子。随

着 Lévy 指数的增加,孤子的平均峰值强度单调递减,平均宽度单调递增。随着入射光场因子的增加,孤子的平均峰值强度单调递减。随着衰减系数的增加,孤子的平均峰值强度先减小后增大。此外,在间隔较小的情况下:两同相位 AiGBs 交互作用时相互吸引,可以形成单孤子;两反相位 AiGBs 交互作用时相互排斥,可以形成孤子对。通过调节入射光束间隔、入射光场分布形式、分数阶 Lévy 指数和饱和非线性强度参数可以控制孤子或孤子对的峰值强度和光束间相互作用力的大小。本研究中不仅可以观察到新颖物理现象,如呼吸孤子、孤子对和分裂光束等,还表明通过调节系统参数可实现新型光场操控,研究成果有望在全光信息处理和光学网络器件制备等领域中得到应用。

## 参 考 文 献

- [1] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. *American Journal of Physics*, 1979, 47(3): 264-267.
- [2] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(8): 979-981.
- [3] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.
- [4] Cheng H, Zang W P, Zhou W Y, et al. Analysis of optical trapping and propulsion of Rayleigh particles using Airy beam[J]. *Optics Express*, 2010, 18(19): 20384-20394.
- [5] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, et al. Curved plasma channel generation using ultraintense Airy beams [J]. *Science*, 2009, 324(5924): 229-232.
- [6] Abdollahpour D, Suntsov S, Papazoglou D G, et al. Spatiotemporal airy light bullets in the linear and nonlinear regimes[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(25): 253901.
- [7] Rose P, Diebel F, Boguslawski M, et al. Airy beam induced optical routing[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102(10): 101101.
- [8] Wiersma N, Marsal N, Sciamanna M, et al. All-optical interconnects using Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(20): 5997-6000.
- [9] Li J X, Fan X L, Zang W P, et al. Vacuum electron acceleration driven by two crossed Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(5): 648-650.
- [10] Liang Y, Hu Y, Song D H, et al. Image signal transmission with Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(23): 5686-5689.
- [11] Wang J, Hua X W, Guo C L, et al. Airy-beam tomographic microscopy[J]. *Optica*, 2020, 7(7): 790-793.
- [12] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems[J]. *Optics Express*, 2007, 15(25): 16719-16728.
- [13] Fattal Y, Rudnick A, Marom D M. Soliton shedding from Airy pulses in Kerr media[J]. *Optics Express*, 2011, 19(18): 17298-17307.
- [14] 陈卫军, 杨继凯, 刘春阳, 等. 饱和非线性介质中艾里孤子的产生与传输调控[J]. *光学学报*, 2018, 38(1): 0119001.
- [15] Chen W J, Yang J K, Liu C Y, et al. Generation and propagation regulation of Airy solitons in saturable nonlinear medium[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(1): 0119001.
- [16] Chen C D, Chen B, Peng X, et al. Propagation of Airy-Gaussian beam in Kerr medium[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(3): 035504.
- [17] Deng D M. Propagation of Airy-Gaussian beams in a quadratic-index medium[J]. *The European Physical Journal D*, 2011, 65(3): 553-556.
- [18] Deng D, Li H. Propagation properties of Airy-Gaussian beams[J]. *Applied Physics B*, 2012, 106(3): 677-681.
- [19] 张霞萍. 强非局域非线性介质中时空可控艾里-高斯光束的传输[J]. *光学学报*, 2022, 42(2): 0219001.
- [20] Zhang X P. Spatiotemporal controllable Airy-Ince-Gaussian beam in strongly nonlocal nonlinear media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(2): 0219001.
- [21] Shi Z W, Xue J, Zhu X, et al. Propagation of an Airy-Gaussian beam in defected photonic lattices[J]. *Applied Physics B*, 2017, 123(5): 159.
- [22] Jiang Q C, Su Y L, Ma Z W, et al. Propagation properties of Airy-Gaussian beams in centrosymmetric photorefractive media[J]. *Journal of Modern Optics*, 2018, 65(19): 2243-2249.
- [23] Wu Z K, Li P, Gu Y Z. Propagation dynamics of finite-energy Airy beams in nonlocal nonlinear media[J]. *Frontiers of Physics*, 2016, 12(5): 124203.
- [24] Zhan K Y, Yang Z D, Liu B, et al. Propagations of Airy beams and nonlinear accelerating optical beams in photorefractive crystals with asymmetric nonlocality[J]. *Annalen Der Physik*, 2018, 530(5): 1800033.
- [25] 白小琴, 王宇浩, 张静, 等. 艾里-高斯光束在光折变介质中的孤子脱落[J]. *中国激光*, 2019, 46(8): 0805001.
- [26] Bai X Q, Wang Y H, Zhang J, et al. Soliton shedding from Airy-Gaussian beams in photorefractive media[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(8): 0805001.
- [27] 王涛, 廉城, 王连锴, 等. 饱和非线性介质中艾里光束与孤子的交互作用[J]. *中国激光*, 2021, 48(13): 1308001.
- [28] Wang T, Lian C, Wang L K, et al. Interaction of airy beams and soliton in saturable nonlinear medium[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(13): 1308001.
- [29] Zhang Y Q, Belić M, Wu Z K, et al. Soliton pair generation in the interactions of Airy and nonlinear accelerating beams[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(22): 4585-4588.
- [30] Chen W J, Lu K Q, Yang J K, et al. Propagation dynamics of Airy beams and nonlinear accelerating beams in biased photorefractive media with quadratic electro-optic effect[J]. *Applied Physics B*, 2018, 124(11): 217.
- [31] Chen W J, Ju Y, Liu C Y, et al. Generation of breathing solitons in the propagation and interactions of Airy-Gaussian beams in a cubic-quintic nonlinear medium[J]. *Chinese Physics B*, 2018, 27(11): 114216.
- [32] Peng Y L, Peng X, Chen B, et al. Interaction of Airy-

- Gaussian beams in Kerr media[J]. Optics Communications, 2016, 359: 116-122.
- [29] Shi Z W, Xue J, Zhu X, et al. Interaction of Airy-Gaussian beams in photonic lattices with defects[J]. Physical Review E, 2017, 95(4): 042209.
- [30] 陈卫军, 卢克清, 惠娟利, 等. 饱和非线性介质中艾里-高斯光束的传输与交互作用[J]. 物理学报, 2016, 65(24): 244202.
- Chen W J, Lu K Q, Hui J L, et al. Propagation and interactions of Airy-Gaussian beams in saturable nonlinear medium[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(24): 244202.
- [31] Jiang Q C, Su Y L, Ma Z W, et al. Coherent interactions of multi-Airy-Gaussian beams in photorefractive media[J]. Journal of Optics, 2020, 49(2): 224-229.
- [32] Laskin N. Fractional quantum mechanics and Lévy path integrals[J]. Physics Letters A, 2000, 268(4/5/6): 298-305.
- [33] Laskin N. Fractional quantum mechanics[J]. Physical Review E, 2000, 62(3): 3135-3145.
- [34] Laskin N. Fractional Schrödinger equation[J]. Physical Review E, 2002, 66(5): 056108.
- [35] Longhi S. Fractional Schrödinger equation in optics[J]. Optics Letters, 2015, 40(6): 1117-1120.
- [36] Zhang Y Q, Zhong H, Belić M R, et al. Diffraction-free beams in fractional Schrödinger equation[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 23645.
- [37] Zhang Y Q, Liu X, Belić M R, et al. Propagation dynamics of a light beam in a fractional Schrödinger equation[J]. Physical Review Letters, 2015, 115(18): 180403.
- [38] Huang C M, Dong L W. Beam propagation management in a fractional Schrödinger equation[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 5442.
- [39] Yao X K, Liu X M. Solitons in the fractional Schrödinger equation with parity-time-symmetric lattice potential[J]. Photonics Research, 2018, 6(9): 875-879.
- [40] Zang F, Wang Y, Li L. Dynamics of Gaussian beam modeled by fractional Schrödinger equation with a variable coefficient[J]. Optics Express, 2018, 26(18): 23740-23750.
- [41] Huang X W, Deng Z X, Fu X Q. Dynamics of finite energy Airy beams modeled by the fractional Schrödinger equation with a linear potential[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2017, 34(5): 976-982.
- [42] Zhang L F, Zhang X, Wu H Z, et al. Anomalous interaction of Airy beams in the fractional nonlinear Schrödinger equation[J]. Optics Express, 2019, 27(20): 27936-27945.
- [43] Chen W J, Wang T, Wang J, et al. Dynamics of interacting Airy beams in the fractional Schrödinger equation with a linear potential[J]. Optics Communications, 2021, 496: 127136.
- [44] Chen W J, Lian C, Luo Y A. Interaction of Airy beams modeled by the fractional nonlinear cubic-quintic Schrödinger equation[J]. Physica Scripta, 2021, 96(12): 125256.
- [45] Xiao Y, Wang P X, Zhang J, et al. Controllable soliton propagation of Airy-Gaussian beams under the fractional effect[J]. Optik, 2021, 243: 167431.
- [46] 肖燕, 王鹏翔, 郭腾, 等. 分数效应下双艾里-高斯光束在高斯势中的传输[J]. 中国激光, 2021, 48(20): 2005002.
- Xiao Y, Wang P X, Guo T, et al. Propagation of dual Airy-Gaussian beams in Gaussian potential under fractional effect[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(20): 2005002.
- [47] He S L, Malomed B A, Mihalache D, et al. Propagation dynamics of radially polarized symmetric Airy beams in the fractional Schrödinger equation[J]. Physics Letters A, 2021, 404: 127403.
- [48] 薛瑞荣, 贾鹤萍, 杨荣草. 饱和非均匀光纤中啁啾孤子的频谱特性研究[J]. 光学学报, 2020, 40(22): 2219001.
- Xue R R, Jia H P, Yang R C. Spectral characteristics of chirped solitons in saturable inhomogeneous fiber[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(22): 2219001.