

## 立体 Scheimpflug 相机标定及极线校正方法

孙聪<sup>1,2\*</sup>, 贾萌娜<sup>3</sup>, 于起峰<sup>4</sup><sup>1</sup>宇航动力学国家重点实验室, 陕西 西安 710043;<sup>2</sup>西安卫星测控中心, 陕西 西安 710043;<sup>3</sup>中国空间技术研究院西安分院, 陕西 西安 710000;<sup>4</sup>国防科技大学空天科学学院, 湖南 长沙 410073

**摘要** 针对立体 Scheimpflug 相机成像系统,研究了内外参数标定及极线校正方法。在立体 Scheimpflug 相机成像的对极几何基础上,提出了一种鲁棒的逐级标定方法,并根据内外参数标定结果构建了立体 Scheimpflug 相机极线校正模型。进一步建立了基于立体 Scheimpflug 相机的三维数字图像相关(DIC)变形测量系统。实际测量实验结果显示,三维 DIC 变形测量系统的精度优于 10  $\mu\text{m}$ ,说明提出的立体 Scheimpflug 相机逐级标定及极线校正方法正确有效,精度可靠。

**关键词** 测量; Scheimpflug 相机; 相机标定; 极线校正; 立体数字图像相关

中图分类号 TP391.4 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1412002

## Calibration and Epipolar Rectification Methods for Stereo Scheimpflug Cameras

Sun Cong<sup>1,2\*</sup>, Jia Mengna<sup>3</sup>, Yu Qifeng<sup>4</sup><sup>1</sup>State Key Laboratory of Astronautic Dynamics, Xi'an 710043, Shaanxi, China;<sup>2</sup>Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710043, Shaanxi, China;<sup>3</sup>China Academy of Space Technology (Xi'an), Xi'an 710000, Shaanxi, China;<sup>4</sup>College of Aeronautics and Astronautics, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hunan, China

**Abstract** Aiming at the stereo imaging system with Scheimpflug cameras, the calibration and epipolar rectification methods are investigated in this paper. The epipolar geometry of stereo Scheimpflug cameras is described, on the basis of which a robust and effective stepwise calibration method is proposed. Based on the calibration results of intrinsic and extrinsic parameters, the epipolar rectification model of stereo Scheimpflug cameras is presented. Furthermore, a three-dimensional digital image correlation (DIC) deformation measurement system is developed based on Scheimpflug cameras. The experimental results show that the accuracy of the three-dimensional DIC deformation measurement system is superior to 10  $\mu\text{m}$ , which demonstrates the effectiveness and accuracy of the stepwise calibration and epipolar rectification of proposed stereo Scheimpflug cameras.

**Key words** measurement; Scheimpflug camera; camera calibration; epipolar rectification; stereo digital image correlation

## 1 引言

Scheimpflug 相机可相对于成像面倾斜透镜面,使其满足 Scheimpflug 条件,进而显著改善成像系统的景深分布<sup>[1]</sup>。Scheimpflug 相机以其独特的成像特性,广泛应用于粒子成像测速<sup>[2]</sup>、线结构光<sup>[3]</sup>、三维激光扫描仪<sup>[4]</sup>和眼科手术<sup>[5]</sup>等领域。而由于成像模型的不同,传

统的常规标定方法难以直接适用于 Scheimpflug 相机参数标定<sup>[6]</sup>。

因此,众多学者开展了相关研究,并针对不同应用环境提出了不同的 Scheimpflug 相机标定方法<sup>[7-14]</sup>。经深入分析后不难发现,现有标定思路殊途同归,即搭建一个平行于透镜面且满足中心透视投影模型的理想像面作为桥梁,以不同的表征方法建立 Scheimpflug 相机

收稿日期: 2021-11-18; 修回日期: 2021-12-16; 录用日期: 2022-02-18

基金项目: 国家自然科学基金重大科研仪器研制项目(11727804)、国家自然科学基金(11872070)

通信作者: \*suncong@whu.edu.cn

倾斜像面与理想像面间的联系,进而构建倾斜像面与标志物间的投影方程。根据描述透镜倾斜效应的不同,可将成像模型分为三类:1)扩展像差模型,即将倾斜Scheimpflug角作为额外畸变参数加入小孔成像像差畸变模型<sup>[10,12]</sup>;2)旋转矩阵模型,即以倾斜Scheimpflug角表征的旋转矩阵描述实际倾斜成像面与理想正视像面间的单应<sup>[11,13]</sup>;3)点线矢量模型,即利用光心与空间点连线交于倾斜成像面与理想成像面的交点建立两平面间转换关系<sup>[8-9]</sup>。文献[6]进一步指出,相较于另外两种Scheimpflug相机投影模型,旋转矩阵模型更加灵活、适用性更强。

尽管标定新方法仍不断涌现<sup>[15]</sup>,Scheimpflug相机标定仍旧是一个尚未妥善解决的问题,尤其是针对立体Scheimpflug相机的鲁棒标定及极线校正方法涉及较少。因此,本文提出了基于旋转矩阵模型的立体Scheimpflug相机逐级标定和极线校正方法,并在此基础上建立了基于Scheimpflug相机的三维DIC变形测量系统,实际标定和DIC测量实验进一步检验了提出方法的正确性和有效性。

## 2 基本原理

### 2.1 Scheimpflug 相机成像模型

Scheimpflug条件最早由奥地利Scheimpflug提出,即当拍摄主体平面、镜头平面(镜头中心点垂直于光轴所延伸出来的平面)和成像平面(相机的感光媒介平面)三者相交于一线(Scheimpflug线)时,拍摄主体平面上的全部景物都会呈现清晰的状态<sup>[1]</sup>。虽然,对于实际光学成像系统,成像畸变与光圈随着物距的变化而变化,使得拍摄主体平面难以达到完全清晰的效果,但相机标定过程通常忽略这一影响<sup>[16]</sup>。Scheimpflug成像模型可由中心透视成像模型引出,如图1所示的旋转矩阵模型<sup>[11,13]</sup>,其以二维Scheimpflug角表征的旋转矩阵描述倾斜成像面与理想正视像面间的单应性变换矩阵。

如图1所示, $O_c-X_c Y_c Z_c$ 为原点位于光心的摄像机坐标系、光轴 $Z_c$ 与理想图像平面 $I_0$ 交于主点 $O(C_x, C_y)$ , $O-x_t y_t$ , $O-x y$ 分别表示倾斜Scheimpflug像面和理想图像平面 $I_0$ 的像平面坐标系,且两坐标系的原点相同。三维世界点 $P_w=(X_w, Y_w, Z_w)$ 投影到 $I_0$ 上点 $p_i=(x, y)$ ,光线与像面 $I_s$ 相交于点 $p_t=(x_t, y_t)$ 。理想像面与倾斜像面可由一个关于光轴的旋转矩阵建模, $\alpha, \beta$ 分别表示像面绕 $X_c$ 轴和 $Y_c$ 轴的旋转角,并将其作为Scheimpflug相机内参数集的一部分。

传统的透视投影可以表示为

$$\lambda \begin{bmatrix} p_i \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: $R, T$ 分别为相机坐标系相对于世界坐标系的旋转矩阵和平移向量。通常,外参数 $\{\gamma, \kappa, \theta, t_x, t_y, t_z\}$ 是指围绕 $R=R_x(\gamma)R_y(\kappa)R_z(\theta)$ [其中 $R_x(\gamma), R_y(\kappa), R_z(\theta)$ 分别为绕坐标轴 $X, Y, Z$ 三轴旋转角度 $\gamma, \kappa, \theta$ 的旋转矩阵]三轴连续旋转的三个角度分量以及三个平

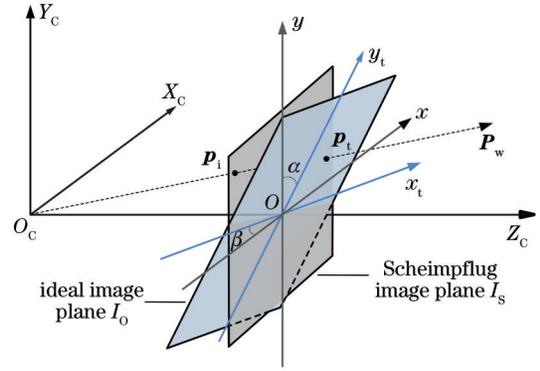


图1 Scheimpflug相机旋转矩阵模型成像示意图

Fig. 1 Diagram of rotation matrix model imaging of Scheimpflug camera

移分量; $\lambda$ 为投影深度, $K$ 为相对于理想图像平面的摄像机内参数矩阵,通常定义为

$$K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & C_x \\ 0 & f_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: $f_x, f_y$ 分别为水平和垂直方向上的等效焦距。

考虑到Scheimpflug条件的倾斜效应,将平面 $I_0$ 映射到平面 $I_s$ 上的旋转矩阵 $R_s$ 可以分为绕 $X_c$ 和 $Y_c$ 轴的连续旋转,旋转角度为 $\alpha$ 和 $\beta$ 。

$$R_s = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (3)$$

世界点 $P_w$ 在倾斜Scheimpflug图像平面中的投影点 $p_t$ 的关系<sup>[13]</sup>满足:

$$\lambda_1 \begin{bmatrix} p_t \\ 1 \end{bmatrix} = K \Lambda R_s^T \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中: $\lambda_1$ 为任意比例因子; $\Lambda$ 为Scheimpflug矩阵,其表达式为

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha \cos \beta & -\cos \beta \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

将式(1)代入式(4),并将 $I_0$ 中的归一化坐标表示为 $x_n=(x_n, y_n)^T$ ,从而可实现 $x_n$ 与像点 $p_t$ 的转换:

$$\lambda_2 \begin{bmatrix} p_t \\ 1 \end{bmatrix} = K \Lambda R_s^T \begin{bmatrix} x_n \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: $\lambda_2$ 为任意比例因子。考虑到不可避免的透镜畸变,在理想图像平面 $I_0$ 中加入径向和切向透镜畸变<sup>[17]</sup>。畸变后的像点坐标为

$$\begin{cases} x_d = (k_1 r^2 + k_2 r^4) x_n + 2p_1 x_n y_n + p_2 (r^2 + 2x_n^2) \\ y_d = (k_1 r^2 + k_2 r^4) y_n + 2p_2 x_n y_n + p_1 (r^2 + 2y_n^2) \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $r^2=x_n^2+y_n^2$ ;  $k_1, k_2$ 及 $p_1, p_2$ 分别为径向和切向畸变系数。因此,依赖于式(1)~(7)即可建立包含透镜畸变的Scheimpflug成像模型。

## 2.2 立体 Scheimpflug 相机逐级标定方法

立体 Scheimpflug 相机视觉系统如图 2 所示,  $O_L$  和  $O_R$  分别是左、右摄像机的光学中心。三维世界点  $P_w$  投影在像面  $I_O^{(L)}$  上于点  $p_i^{(L)}$ , 光线与左图像  $I_S^{(L)}$  中的点  $p_i^{(L)}$  相交, 相机基线分别与图像平面  $I_O^{(L)}$ 、 $I_S^{(L)}$  相交于  $e_i^{(L)}$ 、 $e_i^{(L)}$ , 右图像中同理。给定立体系统的所有内、外部参

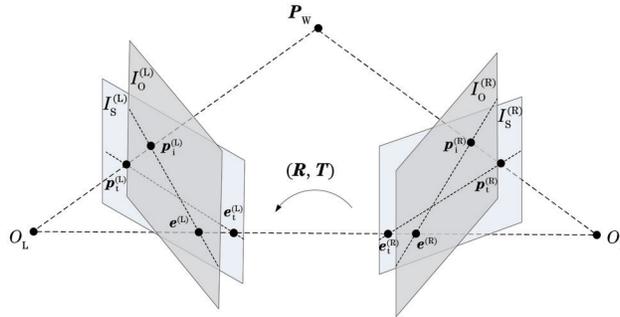


图 2 立体 Scheimpflug 相机对极几何示意图

Fig. 2 Epipolar geometry of stereo Scheimpflug cameras

给定一组图像对应关系, 则基于式(8)可计算出相应的三维世界点坐标。

立体相机同步观测多个不同位姿下的棋盘格标定板图像, 立体 Scheimpflug 相机逐级标定方法的步骤如下:

1) 初始化两个独立相机的内外参数。就内参数而言, Scheimpflug 角  $(\alpha, \beta)$  可根据文献[13]粗略估计, 或直接从数据表中获得。同时, 与常用的标定方法一样, 主点  $(C_x, C_y)$  初始化为图像平面的中心。此外, 假定镜头畸变系数为零。对于外部参数  $\Phi[\gamma^{(k)}, \kappa^{(k)}, \theta^{(k)}, t_x^{(k)}, t_y^{(k)}, t_z^{(k)}]$ , 可以使用 Zhang<sup>[18]</sup> 的方法从所有捕获图像的单元中计算, 而不考虑 Scheimpflug 条件和镜头畸变。

2) 估计两个独立相机的 Scheimpflug 角。依赖于式(1)~(7), 世界点  $P_w$  到 Scheimpflug 图像平面的投影可表示为  $\tilde{p}_i$ 。为了估计 Scheimpflug 倾斜角, 最小化如下目标函数  $\rho_i$ :

$$\rho_i = \min \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \left\| p_i^{(j,k)} - \tilde{p}_i^{(j,k)}(\xi_i) \right\|^2, \quad (9)$$

式中:  $j=1, 2, \dots, M$  为对应特征图像点号;  $k=1, 2, \dots, N$  为捕获图像数;  $\xi_i = (f_x, f_y, \alpha, \beta, \Phi)$  为待优化参数向量;  $p_i^{(j,k)}$  为位置  $k$  处标志点  $j$  的图像观测量;  $\tilde{p}_i^{(j,k)}$  为重投影点坐标。应该注意的是, 此处优化过程中固定主点于图像中心, 假定畸变参数为零。

3) 估计两个独立相机的主点。基于步骤 2) 估计得到的 Scheimpflug 角, 执行与步骤 2) 相同的目标函数, 优化参数设为  $\xi_2 = (f_x, f_y, C_x, C_y, \Phi)$ , 仍忽略畸变影响。

4) 确定畸变系数。基于前面步骤获得的结果, 在这一步骤中考虑镜头畸变参数, 优化参数为  $\xi_3 = (f_x, f_y, k_1, k_2, p_1, p_2, \Phi)$ 。至此, 可以通过分离的逐级校准策略获得两个相机的内参数向量  $\eta = (f_x, f_y, \alpha, \beta, C_x, C_y, k_1, k_2, p_1, p_2)$ 。

数  $(\alpha_g, \beta_g, K_g, R_g, T_g)$  ( $g=L, R$ ), 可以得到

$$\begin{cases} \lambda_L \begin{bmatrix} p_i^{(L)} \\ 1 \end{bmatrix} = K_L A_L R_{LS}^T \begin{bmatrix} R_L & T_L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ \lambda_R \begin{bmatrix} p_i^{(R)} \\ 1 \end{bmatrix} = K_R A_R R_{RS}^T \begin{bmatrix} R_R & T_R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_w \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (8)$$

5) 计算两台摄像机之间的相对方位向量  $\hat{R}(\gamma, \kappa, \theta)$  和相对平移向量  $\hat{T}(t_x, t_y, t_z)$ 。将两台摄像机的待优化内、外参数集分别定义为  $\eta_l, \eta_r$  和  $\Phi_l, \Phi_r$ 。在不失一般性的情况下, 假定左摄像机为参考摄像机。因此, 相对于左侧的右相机姿势的初始化可以表示为

$$\begin{cases} \hat{R} = R_l^{(k)} [R_r^{(k)}]^{-1} \\ \hat{T} = T_l^{(k)} - R_l^{(k)} [R_r^{(k)}]^{-1} T_r^{(k)} \end{cases}, \quad (10)$$

式中:  $R_l^{(k)}$  为左相机的姿态矩阵;  $R_r^{(k)}$  为右相机的姿态矩阵;  $T_l^{(k)}$  为左相机的平移向量;  $T_r^{(k)}$  为右相机的平移向量。

这样便可以将之前标定结果合并到统一参考坐标系中, 并在此基础上施加进一步优化。

$$\rho'_i = \min \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \left\| p_i^{(j,k,l)} - \tilde{p}_i^{(j,k,l)}(\xi_i) \right\|^2, \quad (11)$$

式中:  $l$  为摄像机的数量。优化参数向量转化为  $\xi_4 = (\gamma, \kappa, \theta, t_x, t_y, t_z, \Phi_l, \Phi_r)$ , 即可得到立体 Scheimpflug 相机的所有内外参数。

## 2.3 立体 Scheimpflug 相机极线校正

极线校正指的是对左右视图各进行一次投影变换以消除垂直视差, 使得两视图对应的极线在同一扫描线上, 这样可将二维立体匹配搜索空间降至一维扫描线上, 进而大幅提高匹配效率并有效降低误匹配概率<sup>[19]</sup>。由于透镜倾斜效应的影响, 面向中心透视投影模型的极线校正方法不再适用于立体 Scheimpflug 相机。

一种常规的解决思路如图 3 所示, 图 3(a) 为待校正的立体 Scheimpflug 相机模型, 基于标定得到的立体 Scheimpflug 相机参数, 结合式(6)、(7)通过旋转矩阵模型可将左、右视图倾斜像面像点投影至理想像面  $(\tilde{p}_i^{(i)}, i=L, R)$ , 获得如图 3(b) 所示的常规立体相机模型, 而此时左右理想像面对应的内外参数为

$\{\tilde{K}_i, \tilde{R}_i, \tilde{T}_i, i=L, R\}$ 。至此便将立体 Scheimpflug 相机极线校正转化为常规两视图极线校正问题,依据现

有成熟的极线校正方法即可获得如图 3(c)所示的极线对齐的标准立体相机模型<sup>[20-21]</sup>。

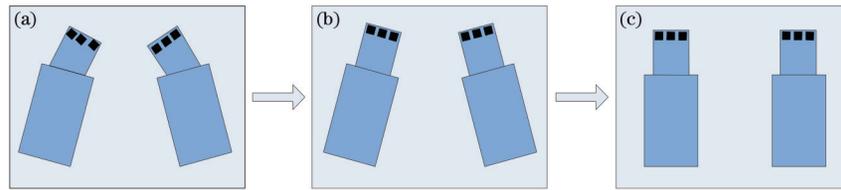


图 3 立体 Scheimpflug 相机极线校正策略。(a) 立体 Scheimpflug 相机; (b) 常规立体相机; (c) 已校正立体相机

Fig. 3 Epipolar rectification strategy of stereo Scheimpflug cameras. (a) Stereo Scheimpflug cameras; (b) ordinary stereo cameras; (c) rectified stereo cameras

### 3 立体 Scheimpflug 相机极线校正实验

标定实验中采用两台 8 位 Imperx CCD 相机 (型号: IGV-B2520M-SC000, 分辨率: 2456 pixel × 2058 pixel), 焦距为 50 mm 的 Kowa 透镜和 Scheimpflug 调节器组成立体 Scheimpflug 相机, 选用一个间距为 5 mm 的 12 × 9 平面棋盘格, 共获取 30 幅不同位姿的棋盘标定板图像, 根据立体 Scheimpflug 摄像机逐级标定方法, 计算得到立体摄像机的所有内外参数和重投影误差结果如表 1 所示, 典型立体

Scheimpflug 相机成像极线校正结果如图 4 所示。

由图 4 可知, 极线校正后左右视图的极线均相互平行, 特征点对垂直视差被消除, 这表明极线校正方法正确有效。为进一步检验立体 Scheimpflug 相机的标定精度, 利用标定参数和同步获得的图像对, 重建了 20 个任意放置棋盘格的三维坐标和三维结构。将重建后的坐标拟合为理想平面, 并计算重建点与理想平面的距离误差, 典型重建结果如图 5 所示。

由图 5(a) 可知, 重建三维点与拟合平面间的离面位移较小, 吻合良好。此外, 从图 5(b) 中可看出, 重构

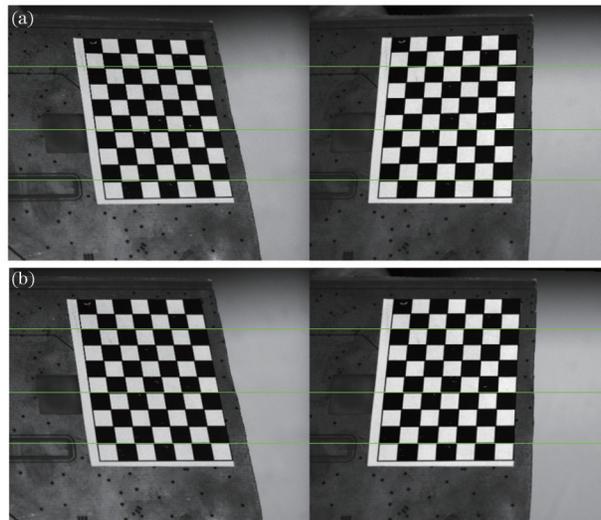


图 4 典型立体 Scheimpflug 相机极线校正结果。(a) 原始立体图像对; (b) 极线校正结果

Fig. 4 Epipolar rectification results of typical stereo Scheimpflug camera. (a) Original stereo image pair; (b) rectified image pair

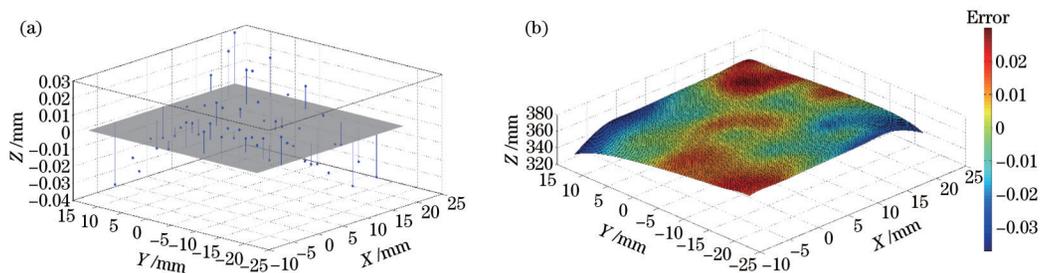


图 5 立体 Scheimpflug 相机平面目标重建结果。(a) 重建的三维点集及拟合平面; (b) 重建平面误差分布

Fig. 5 Reconstruction results of stereo Scheimpflug cameras for plane targets. (a) Reconstructed 3D checkerboard points and fitted plane; (b) error distribution of reconstructed plane

表1 立体 Scheimpflug 相机标定结果  
Table 1 Calibration results of stereo Scheimpflug cameras

Intrinsic parameter	Left camera	Right camera
$f_x$	10912.3651	10025.7085
$f_y$	10896.6062	10977.6092
$\alpha / (^\circ)$	0.6156	0.3511
$\beta / (^\circ)$	-4.5583	4.4574
$C_x$	868.9786	1503.2014
$C_y$	989.9657	1000.1329
$k_1$	-0.3621	-0.3208
$k_2$	0.8389	1.3490
$p_1$	-0.0013	-0.0022
$p_2$	-0.0108	-0.0104
Reprojection error / pixel	0.3479	0.3528
$R$ (in Rodriguez form)	(0.0037, 0.3948, -0.0115)	
$T$ (unit: mm)	(-144.8040, 1.3722, 27.9974)	

点的误差以拟合平面的中心近似对称,边角处的误差

相对较大。重建点的最大偏差仅约为 0.0300 mm,与棋盘标定板的深度相比仍然很小,且在 20 个不同姿态下所有重建的三维点到相应的拟合平面的距离均方根误差仅为 0.0133 mm,实验结果说明标定方法正确有效。

#### 4 基于立体 Scheimpflug 相机的 DIC 测量系统

在前述工作基础上,本文建立了基于立体 Scheimpflug 相机的 DIC 三维变形测量系统,进一步拓展了立体 DIC 系统的测量范围。实验布置如图 6(a)所示,实验设备主要包括:1)两台 8 位 Imperx CCD 相机(型号:IGV-B2520M-SC000,分辨率:2456 pixel $\times$ 2058 pixel),焦距为 50 mm 的 Kowa 透镜和 Scheimpflug 调节器;2)2 kN 负载的静态加载架(CTLD-2);3)0.1  $\mu$ m 精度的高精度垂直线性位移台(Newport GTS30V);4)定制的铝合金三点弯曲试样,其几何尺寸如图 6(b)所示,实验选取感兴趣区域(ROI)如图 6(c)中矩形区域所示。

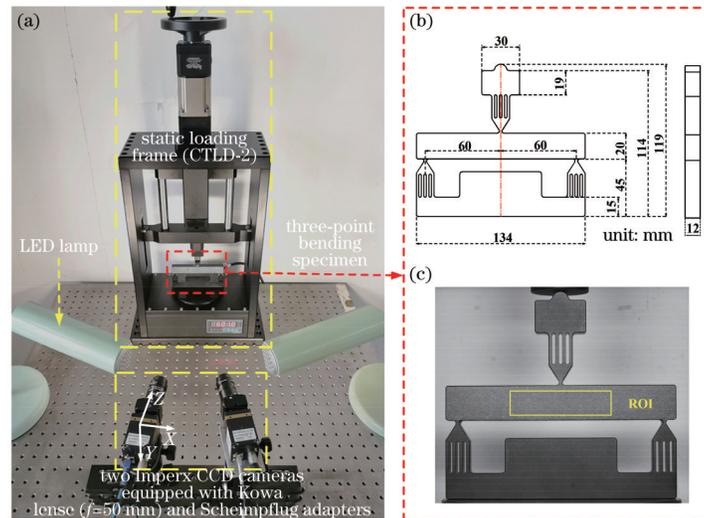


图6 立体 DIC 实验配置图。(a)三点弯曲实验配置;(b)试件尺寸;(c)试件表面 ROI(矩形区域)

Fig. 6 Experimental apparatus of stereo-DIC. (a) Setup for three-point bending test; (b) specimen geometry; (c) ROI on specimen surface (rectangle area)

实验设备均安装在 Newport 光学工作台上,在试样表面喷涂黑色/白色哑光漆,以产生适宜的随机散斑图案。在 Scheimpflug 条件指导下,调节相机、镜头和 Scheimpflug 调节器以获得尽可能聚焦且畸变小的试件图像。同时,在立体相机的两侧放置两个 LED 灯以保证试样表面的均匀照明。此外,在开源工具箱 Ncorr<sup>[22]</sup>和 MultiDIC<sup>[23]</sup>的基础上开发了定制的实验数据处理软件。

为比较相同配置下 Scheimpflug 相机和传统相机的成像性能,采用 Scheimpflug 相机和传统相机分别拍摄的待测试件表面图像进行定性和定量比较。此处的传统摄像机指的是图 6(a)中所示的相同摄像机,但不倾斜镜头。图 7(a)和图 7(b)分别给出了本文实验中基于 Scheimpflug 成像模型和基于传统小孔成像模型

获得的典型试件表面图像,同时在其右侧给出了局部的放大图像。

从图 7(b)中易观察到采用 Scheimpflug 相机在试件表面上获取了更大范围的清晰聚焦图像。此外,本文采用了一个有效的全局参数平均强度梯度(MIG)<sup>[24]</sup>来进一步定量地评估两种成像模式获得散斑图的整体质量,位移测量的标准偏差以及平均偏差误差均与 MIG 紧密相关。此处,对采用 Scheimpflug 相机和传统相机分别获得的 20 张图像进行比较,Scheimpflug 相机采集散斑图的 MIG(16.8765)明显高于传统相机(8.7836),这也意味着 Scheimpflug 相机在进一步 DIC 测量中的误差和标准差相对较小。由此可以推断,在本文实验配置下,Scheimpflug 相机的成像性能优于传统相机。

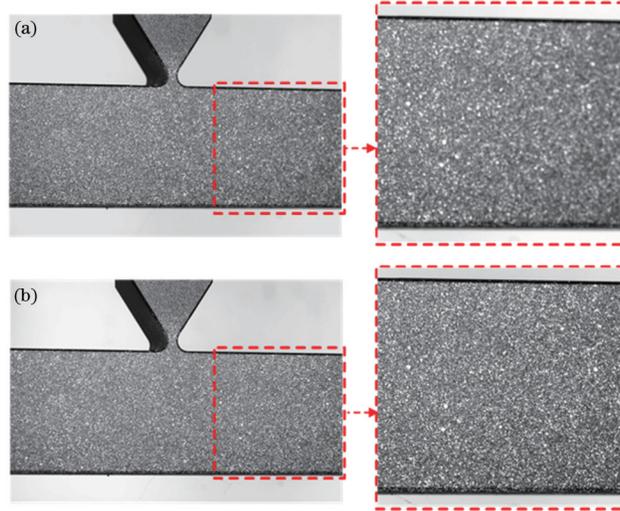


图 7 不同成像模式下获取的试件表面图像对比。(a)传统相机;(b)Scheimpflug相机

Fig. 7 Specimen surface images obtained by different imaging modes. (a) Traditional camera; (b) Scheimpflug camera

为定量评估基于 Scheimpflug 相机的立体 DIC 系统的测量性能,对施加刚体运动的试件进行零应变测试<sup>[25]</sup>。由于该变形场理论上等于零,因此可以得到位移测量的系统误差。将三点弯曲试件放置在高精度垂直位移台上,位移台沿垂直方向从 0 mm 到 10 mm 移动,并相对于基准位置以 1 mm 的步长返回至 0 mm,与此同时采集试件处于每个位置的立体像对。根据文献[26]中提出的计算准则,在立体 DIC 处理过程中,选择 64 pixel×64 pixel 的子集,移动步长为 5 pixel,进

而计算出试件表面的全场三维位移场和应变场。

考虑到垂直位移台的坐标系与实验中采用的立体 DIC 系统的参考坐标系不一致,此处将立体 DIC 测量数据与位移台读数的位移尺度  $D = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$  进行比较。

图 8 显示了基于 Scheimpflug 相机的立体 DIC 系统的测量性能。如图 8(a)所示,将试件的平均位移测量值与垂直位移台输出的参考值进行比较。相应的位移标准差如图 8(b)所示。

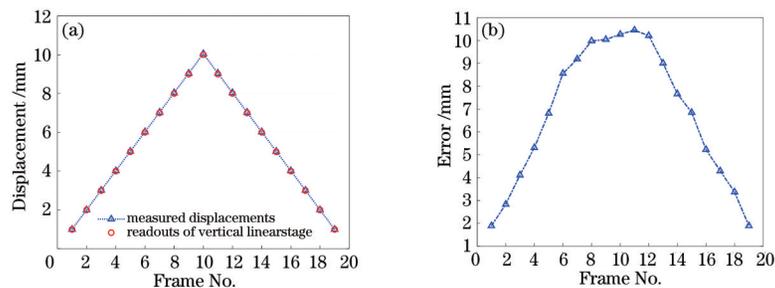


图 8 基于 Scheimpflug 相机的立体 DIC 测量性能。(a)位移测量值与位移台输出值比较;(b)位移测量中误差

Fig. 8 Performance of stereo-DIC based on Scheimpflug cameras. (a) Comparison of displacement measured value and displacement station output value; (b) error in displacement measurement

可以观察到,位移测量结果与垂直位移台输出的参考值的误差较小。此外,当施加于试件的垂直位移从 1 mm 增加至 10 mm 时,试件位移测量的误差有增大的趋势,究其原因可能的原因是立体相机视场中心聚焦于初始状态下的待测试件,随着位移台升高,待测试件成像逐渐趋近于成像视场上边缘,此时测量误差便随之上升<sup>[27]</sup>。尽管如此,位移测量的平均误差仅在 5.8~50.9  $\mu\text{m}$  范围内波动,而测量标准差在 1.9~10.3  $\mu\text{m}$  范围内变化。由此可见,位移测量的平均误差和标准差相对较低,表明基于 Scheimpflug 相机的立体 DIC 系统的位移测量精度准确可靠。

## 5 结 论

基于立体 Scheimpflug 相机成像的对极几何模型,提出了一种鲁棒有效的立体 Scheimpflug 相机逐级标定方法,并给出了立体 Scheimpflug 相机成像的极线校正策略。在此基础上,建立了基于 Scheimpflug 相机的立体 DIC 三维变形测量系统。实际标定实验和刚体位移实验结果显示,所提出的标定方法正确有效,立体 DIC 系统的测量精度优于 10  $\mu\text{m}$ ,为三维变形测量提供了新的解决途径,在立体 DIC 领域显示出较大的应用潜力。

## 参 考 文 献

- [1] Merklinger H M. Focusing the view camera: a scientific way to focus the view camera and estimate depth of field [M]. Canada: MacNab Print, 2010: 49-55.
- [2] Calluaud D, David L. Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the flow around a surface-mounted block[J]. *Experiments in Fluids*, 2004, 36(1): 53-61.
- [3] Li J F, Guo Y K, Zhu J H, et al. Large depth-of-view portable three-dimensional laser scanner and its segmental calibration for robot vision[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2007, 45(11): 1077-1087.
- [4] Yin Y K, Wang M, Gao B Z, et al. Fringe projection 3D microscopy with the general imaging model[J]. *Optics Express*, 2015, 23(5): 6846-6857.
- [5] Hon Y, Lam A K C. Corneal deformation measurement using Scheimpflug noncontact tonometry[J]. *Optometry and Vision Science: Official Publication of the American Academy of Optometry*, 2013, 90(1): e1-e8.
- [6] Sun C, Liu H B, Jia M N, et al. Review of calibration methods for Scheimpflug camera[J]. *Journal of Sensors*, 2018, 2018: 1-15.
- [7] Louhichi H, Fournel T, Lavest J M, et al. Self-calibration of Scheimpflug cameras: an easy protocol[J]. *Measurement Science and Technology*, 2007, 18(8): 2616-2622.
- [8] Legarda A, Izaguirre A, Arana N, et al. A new method for Scheimpflug camera calibration[C]//2011 10th International Workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals, June 1-3, 2011, Liberec, Czech Republic. New York: IEEE Press, 2011.
- [9] Hamrouni S, Louhichi H, Aissia H, et al. A new method for stereo-cameras self-calibration in Scheimpflug condition[C]//15th International Symposium on Flow Visualization, June 25-28, 2012, Minsk, Belarus. [S.l.: s.n.], 2012: 1-10.
- [10] Kumar A, Ahuja N. Generalized radial alignment constraint for camera calibration[C]//2014 22nd International Conference on Pattern Recognition, August 24-28, 2014, Stockholm, Sweden. New York: IEEE Press, 2014: 184-189.
- [11] Zhang X, Zhou T. Generic Scheimpflug camera model and its calibration[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, December 6-9, 2015, Zhuhai, China. New York: IEEE Press, 2015: 2264-2270.
- [12] Peng J Z, Wang M, Deng D N, et al. Distortion correction for microscopic fringe projection system with Scheimpflug telecentric lens[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(34): 10055-10062.
- [13] Cornic P, Illoul C, Cheminet A, et al. Another look at volume self-calibration: calibration and self-calibration within a pinhole model of Scheimpflug cameras[J]. *Measurement Science and Technology*, 2016, 27(9): 094004.
- [14] Steger C. A comprehensive and versatile camera model for cameras with tilt lenses[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2017, 123(2): 121-159.
- [15] Ramalingam S, Sturm P. A unifying model for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, 39(7): 1309-1319.
- [16] Miks A, Novak J, Novak P. Analysis of imaging for laser triangulation sensors under Scheimpflug rule[J]. *Optics Express*, 2013, 21(15): 18225-18235.
- [17] Brown D. Decentering distortion of lenses[J]. *Photometric Engineering*, 1966, 32(3): 444-462.
- [18] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [19] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [20] Fusiello A, Trucco E, Verri A. A compact algorithm for rectification of stereo pairs[J]. *Machine Vision and Applications*, 2000, 12(1): 16-22.
- [21] 束安, 裴浩东, 段慧仙. 空间非合作目标的三目立体视觉测量方法[J]. *光学学报*, 2021, 41(6): 0615001.
- Shu A, Pei H D, Duan H X. Trinocular stereo visual measurement method for spatial non-cooperative target [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(6): 0615001.
- [22] Blaber J, Adair B, Antoniou A. Ncorr: open-source 2D digital image correlation Matlab software[J]. *Experimental Mechanics*, 2015, 55(6): 1105-1122.
- [23] Solav D, Moerman K M, Jaeger A M, et al. MultiDIC: an open-source toolbox for multi-view 3D digital image correlation[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 30520-30535.
- [24] Pan B, Lu Z X, Xie H M. Mean intensity gradient: an effective global parameter for quality assessment of the speckle patterns used in digital image correlation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2010, 48(4): 469-477.
- [25] Haddadi H, Belhabib S. Use of rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2008, 46(2): 185-196.
- [26] Pan B, Xie H M, Wang Z Y, et al. Study on subset size selection in digital image correlation for speckle patterns [J]. *Optics Express*, 2008, 16(10): 7037-7048.
- [27] Ke X D, Schreier H W, Sutton M A, et al. Error assessment in stereo-based deformation measurements[J]. *Experimental Mechanics*, 2011, 51(4): 423-441.