

## 基于傅里叶变换的改进圆形条纹投影轮廓术

王邺, 陈文静\*, 韩梦奇

四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065

**摘要** 圆形正弦条纹在条纹圆心处具有恒定相位(常编码为零相位),其圆心可以作为相位展开的参考点,据此得到的绝对相位用于计算被测物体的高度信息。由于圆形条纹的载波相位为非线性函数,已有的圆形条纹投影傅里叶变换法需要求解一元二次方程,进行判根操作,再使用拟合来得到对应物面高度信息的像素位移量,鲁棒性差。提出并研究了一种基于傅里叶变换的改进圆形条纹投影轮廓术,该技术通过多投影一帧具有水平移动量的条纹,简化了圆形条纹投影方式的像素位移量的计算,将像素位移量的计算从解一元二次方程降维为解一元一次方程,提高了基于傅里叶变换圆形条纹投影轮廓术的鲁棒性和面形重建精度。计算机仿真和实验验证了所提方法重建物体三维面形的有效性,特别适合全平面离面测量。

**关键词** 测量; 三维面形测量; 圆形条纹投影; 傅里叶变换轮廓术; 坐标变换; Gerchberg 迭代

中图分类号 O438

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1312003

## Improved Circular Fringe Projection Profilometry Based on Fourier Transform

Wang Ye, Chen Wenjing\*, Han Mengqi

College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, Sichuan, China

**Abstract** The circular sinusoidal fringe has a constant phase (encoded as zero phase) at the circular center, and its center can be used as a reference point for phase unwrapping to obtain absolute phase for calculating the height information of the measured object. As the carrier phase of the circular fringe is a non-linear function, the existing Fourier transform method based on circular fringe projection needs to solve a quadratic equation, judge roots, and fit to obtain the pixel displacement corresponding to height information of object surface. The robustness of the algorithm is not good in fact. In this paper, an improved circular fringe projection profilometry based on Fourier transform is proposed and investigated. By projecting another fringe with horizontal movement, the calculation of pixel displacement in circular fringe profilometry is simplified, and the calculation of pixel displacement is changed from solving a first-order equation to solving a quadratic equation. The robustness and surface reconstruction accuracy of circular fringe profilometry based on Fourier transform are improved. Computer simulation and experiments validate the effectiveness of proposed method in 3D measurement, which is especially suitable for out-of-plane measurement of the whole plane.

**Key words** measurement; three dimensional surface measurement; circular fringe projection; Fourier transform profilometry; coordinate translation; Gerchberg iteration

## 1 引言

条纹投影轮廓术具有无损、全场和高分辨率等优点,广泛应用于漫反射表面的测量,在多领域具有广泛的应用前景。目前最常用的条纹投影轮廓术包括基于三角测量原理的傅里叶变换轮廓术<sup>[1]</sup>、小波变换

轮廓术<sup>[2-3]</sup>和相移测量轮廓术<sup>[4-5]</sup>,以及基于垂直测量原理的调制度测量轮廓术<sup>[6]</sup>等。其中傅里叶变换轮廓术基于全局分析处理,通过采集一帧(或两帧)条纹图就能重建物体的面形数据。小波变换轮廓术具有多分辨率、局部分析能力,用于复杂物体的面形测量时,具有比傅里叶变换轮廓术更高的测量精度。相移

收稿日期: 2021-12-16; 修回日期: 2022-01-04; 录用日期: 2022-01-13

基金项目: 国家自然科学基金(U20A20215, 62075143)、四川省重点研发项目(2020YFG0077)、教育部“春晖计划”合作科研项目(2020703-8)

通信作者: \*chenwj0409@scu.edu.cn

测量轮廓术采用点对点的算法重建物体面形,精度高,但至少需要采集 3 帧条纹图。调制度测量轮廓术避免了前面所述方法均存在的阴影和遮挡问题,通过计算条纹的调制度信息来实现“可见即可测”。但是调制度测量轮廓术的面形重建精度低于相移测量轮廓术。

当前结构光投影轮廓术主要采用直条纹投影方式<sup>[7-9]</sup>,这种线性载频条纹结构简单,求解方便,但也存在一些不足:在不附加标记点的情况下,直条纹投影轮廓术很难识别采集的参考条纹与变形条纹之间存在的级次错位,导致展开相位存在  $2\pi$  倍数的不确定性,其在测量移动物体或平面时存在局限性<sup>[10]</sup>。近年来,基于圆形条纹投影的结构光投影轮廓术逐渐得到应用。由于圆心处相位始终为恒定值(零相位),因此只要相机端(CCD)采集到的条纹包含圆心,就能避免展开过程中的相位级次错位。但目前大多数采用圆形条纹投影的三维面形测量方法通常将物体放在远离圆心的位置,使得物体高度分布引起的条纹变形可以当作径向上物体对线性载频的调制,这简化了重建算法,但是没有充分利用圆形条纹视场,降低了图像的分辨率。例如,赵文川等<sup>[11]</sup>利用傅里叶分析方法来求解闭合条纹图中携带的相位时,未考虑参考条纹和变形条纹之间存在的圆心偏移量对面形计算的影响。种晴等<sup>[12]</sup>利用圆形条纹投影实现旋转台上物体的相位测量轮廓术(PMP)测量,将物体放在远离圆心处,其中未涉及圆心偏移相关的处理方法。Ma等<sup>[13]</sup>将圆心置于图像左上角的圆形条纹投影到被测物面,利用径向载波空间相移算法实现三维面形重建。近年来,人们针对圆条纹中心对称特点,提出了一些新的基于圆形条纹投影的结构光三维重建方法。例如,2016年,Zhao等<sup>[14]</sup>提出了一种圆形条纹投影轮廓术(CFPP),利用圆形条纹投影系统与成像系统的几何关系来得到被测物体的高度分布。为了解决基于圆形条纹投影的傅里叶变换轮廓术中参考条纹和变形条纹之间的圆心偏移问题,2019年Ratnam等<sup>[10,15]</sup>提出了一种基于坐标变换的圆形条纹傅里叶变换轮廓术(CFFTP)。不同于传统基于直条纹投影的方式,Ratnam利用圆形条纹的编码特点,借助笛卡儿坐标系与极坐标系之间的对应关系,将物体的高度转化为图像点的像素移动量,通过求解与参考相位和变形相位相关联的一元二次方程获得位移量,进而计算物面高度分布。该方法的优势是离面测量时,圆心特征明显,易于检测,提供了计算绝对相位的参考点,不会产生  $2\pi$  整数倍的相位误差。但是该方法对噪声和相位计算误差敏感,重建面形的中间区域存在大量虚根,因此对应区域的位移量需要通过拟合算法得到。此外,为了减小位移量计算误差,采用远心光路,这使得该方法的测量范围受限。

为了利用圆形条纹的优势、解决基于傅里叶变换

的圆形条纹投影轮廓术在三维面形重建中存在的问题,本文提出一种新的计算参考条纹像素和变形条纹像素之间位移量的方法。通过多投影一帧所有图像点均水平移动一定像素的圆形条纹,将CFFTP方法中位移量的计算从一元二次方程求根的问题简化为求解一元一次方程,从而避免了虚根问题和大量的拟合计算,提高了CFFTP的鲁棒性和对应物面高度变化的像素位移量的计算精度。推导了所提新方法的像素位移量的计算公式,搭建了非远心光路的实验系统,通过位移量与高度的查找表实现了离面物体的三维面形重建。计算机仿真和实验均验证了所提方法可以更可靠地获得对应物面高度变化的像素位移量,提高重建物体三维面形的精度。

## 2 基本原理

### 2.1 正弦圆形条纹投影的优点

相比直条纹投影轮廓术,圆形条纹的圆心具有恒定相位,可直接用作绝对相位计算的参考点,不需要通过添加额外标记来建立参考条纹和变形条纹之间的级次对应关系。以一个垂直于测量系统光轴的平面为例,将它沿着光轴方向平移,分别投影和采集直条纹和圆条纹,计算条纹的连续相位分布图,测量不同位置的平面高度。图1(a)表示不同位置圆条纹的水平 and 垂直绝对相位分布,体现了平面的高度差异,使用虚线标出其中一行和一列。图1(b)表示不同位置处的直条纹,没有体现出不同位置平面的高度差异,并使用虚线标出其中一行和一列。由于没有用固定标记点约束条纹级次,当这些条纹正好错开整数倍周期时,通过从相同起始点进行空间相位展开得到的连续相位相同,导致离面测量错误。

### 2.2 改进的圆形条纹投影方法

测量原理示意图如图2所示,设参考面条纹和变形面条纹的圆心移动只在水平方向。其中  $d$  为投影仪光心与相机光心的连线的距离,该连线平行于参考面。 $L$  是投影系统光心到参考面的垂线的距离,这两条线构成的平面垂直于参考面。 $H$  表示投影仪的一条出射光线与参考平面的交点,当参考平面移动到  $plane1$  位置,过  $H$  点光线与  $plane1$  交于  $C$  点, $H$  点与  $C$  点具有相同的相位。从摄像机的一个像素点可以分别看到  $reference\ plane$  上的  $H$  点和  $plane1$  的  $D$  点, $h$  表示它们之间的高度差。可见物面的高度分布引起了参考面和测量面的相同相位点在相机靶面上移动,这个移动量携带了物体的高度信息。

圆形条纹投影傅里叶变换轮廓术<sup>[10,15]</sup>在快速离面测量中体现出优势。但是由于圆形条纹的载波相位为非线性函数,参考文献[10,15]中所提方法需要求解一元二次方程,进行判根操作和拟合计算以得到物面高度信息引起的像素位移量。该方法对噪声敏感,容易出现虚根,鲁棒性差。因此本文提出一种改进的圆形条纹傅里叶变换轮廓术。为了计算移动量,投影两帧圆条纹,二者分别表示为

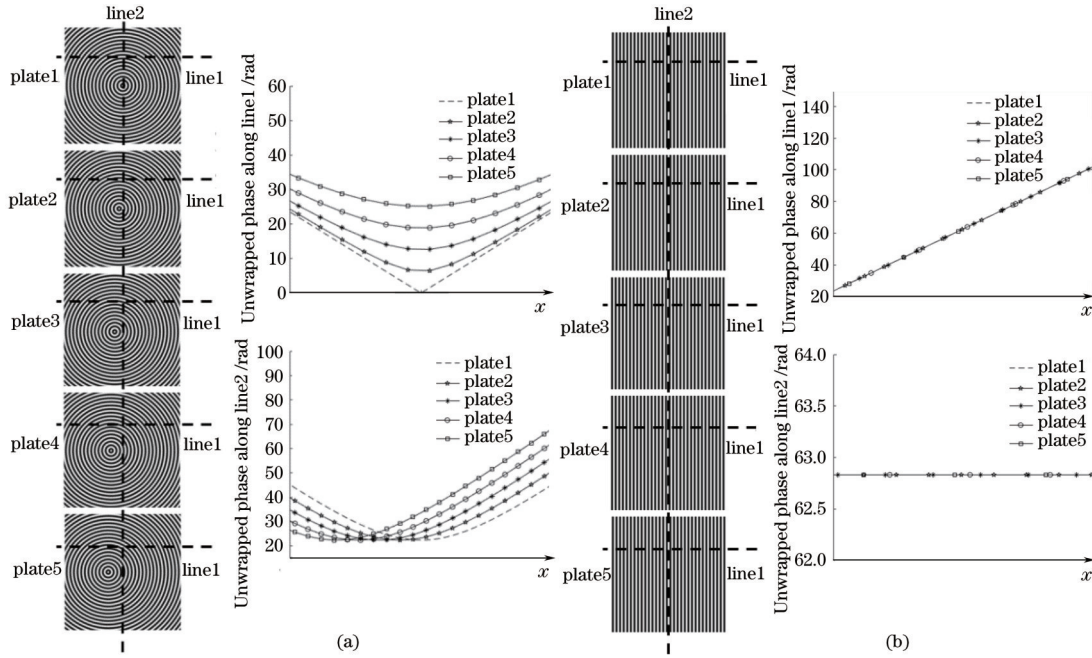


图 1 测量得到的不同位置平面的相位剖面图。(a)圆形条纹;(b)直线条纹

Fig. 1 Measured phase profiles of planes at different positions. (a) Circular fringes; (b) straight fringes

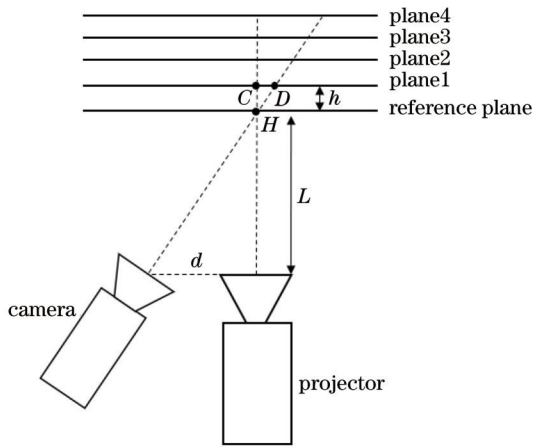


图 2 测量原理图

Fig. 2 Diagram of measurement principle

$$I_1(x, y) = a + b \cos\left(\frac{2\pi\sqrt{x^2 + y^2}}{p}\right), \quad (1)$$

$$I_2(x, y) = a + b \cos\left[\frac{2\pi\sqrt{(x+k)^2 + y^2}}{p}\right], \quad (2)$$

式中:  $(x, y)$  表示笛卡儿坐标系下的位置参数;  $a$  和  $b$  分别表示编码条纹的背景强度和对比度;  $p$  为条纹周期;  $k$  为引入的圆心水平移动量。投影的两帧条纹图受到待测物体调制, 变形圆条纹被摄像机采集, 其强度分别表示为

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos\left[\frac{2\pi\sqrt{(x+x_m)^2 + y^2}}{p}\right] + n(x, y), \quad (3)$$

$$I_4(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos\left[\frac{2\pi\sqrt{(x+x_m+k)^2 + y^2}}{p}\right] + n(x, y), \quad (4)$$

式中:  $a(x, y)$  与  $b(x, y)$  分别表示采集条纹的背景强度与对比度;  $x_m$  表示待测物体面形引起的圆形条纹像素在水平方向的移动量;  $n(x, y)$  表示条纹的噪声分量。

原有的 CFFTP 方法计算式(1)、(3)中相位信息的平方后, 再通过减运算得到关于  $x_m$  的一元二次方程<sup>[10, 15]</sup>:

$$x_m^2 + 2x_mx = \frac{p^2}{(2\pi)^2} (\phi_3^2 - \phi_1^2), \quad (5)$$

式中:  $\phi_3, \phi_1$  分别表示式(3)、(1)计算得到的相位分布。由于测量过程中噪声的影响, 此一元二次方程的根可能出现虚根, 影响物体恢复精度。

利用附加投影的一帧圆心移动条纹[编码形式如式(2)所示]以及采集到的条纹[编码形式如式(4)所示]能将像素位移量的计算从求解二次方程降维为求解一次方程。分别求出式(1)~(4)中的 cos 项中包含的相位信息:

$$\begin{cases} \phi_1(x, y) = \frac{2\pi r_1}{p}, \\ r_1 = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} \phi_2(x, y) = \frac{2\pi r_2}{p}, \\ r_2 = \sqrt{(x+k)^2 + y^2} \end{cases}, \quad (7)$$



$$\begin{cases} \phi_3(x, y) = \frac{2\pi r_3}{\rho} \\ r_3 = \sqrt{(x + x_m)^2 + y^2} \end{cases}, \quad (8)$$

$$\begin{cases} \phi_4(x, y) = \frac{2\pi r_4}{\rho} \\ r_4 = \sqrt{(x + x_m + k)^2 + y^2} \end{cases}. \quad (9)$$

式(6)~(9)中  $x, y$  均为整数, 是笛卡儿坐标系下的位置参数。在圆心与图像中心重合的情况下,  $x$  的范围是  $[-N/2, N/2 - 1]$ ,  $y$  的范围是  $[-M/2, M/2 - 1]$ ,  $N \times M$  为图像尺寸。本文后续将图中坐标范围离散化,  $(x, y)$  和  $(r_n, \theta_n)$  ( $n=1, 2, 3, 4$ ) 分别代表笛卡儿坐标系下图像和极坐标系下图像中每个像素点的横、纵坐标。采用傅里叶变换法可以获得  $\cos$  项中的相位信息  $\phi_1(x, y) \sim \phi_4(x, y)$ , 详细过程见 2.3 节。当然, 采用相移计算时, 通过采集更多的相移条纹, 也能计算得到  $\phi_1(x, y) \sim \phi_4(x, y)$ 。

计算式(6)~(9)的平方, 联立求解, 得到

$$x_m(x, y) = \frac{\rho^2}{8k\pi^2} [\phi_4^2(x, y) - \phi_2^2(x, y) - \phi_3^2(x, y) + \phi_1^2(x, y)]. \quad (10)$$

可见, 通过多投影一帧圆心平移的条纹, 便可直接利用所计算相位得到待测物体轮廓信息引起的像素位移量  $x_m$ 。

根据测量系统的光路结构, 在理想情况下, 放在参考面上的待测物体引起的 CCD 上像素位移量  $x_m(x, y)$  与  $h(x, y)$  之间的关系可以表示为

$$h(x, y) = Lx_m(x, y) / [d + x_m(x, y)]. \quad (11)$$

但在实验中, 投影仪光心与相机光心的连线很难精确平行于参考平面, 若直接利用式(11)计算物体高度, 很难重建物体的真实高度。因此需要进行系统标定<sup>[16]</sup>, 建立  $x_m(x, y)$  与  $h(x, y)$  之间的映射关系, 测量时查表得到物体表面高度分布  $h(x, y)$ 。利用标定技术可使系统误差得到抑制, 使得所提方法也适用于非远心系统。由于标定过程中使用的平面相位信息已经通过计算得到, 所以可以设定起始位置的平面作为参考面。因此, 采用所提方法实质上只需要采集 2 帧变形条纹图即可。

### 2.3 改进的圆形条纹投影傅里叶变换轮廓术

傅里叶变换轮廓术在高速实时三维面形测量中具有速度优势<sup>[17]</sup>。系统标定后前面所提的改进方法实质上只需要采集两帧条纹就能快速得到  $x_m$  的分布。随着高速投影和成像设备的出现, 采集两帧条纹的傅里叶变换轮廓术依然可以应用在动态测量中。

但傅里叶变换不能直接用于闭合条纹的处理<sup>[10-11]</sup>。为计算式(6)~(9)的相位信息, 需对式(1)~(4)中的圆形条纹进行预处理: 把条纹从笛卡儿坐标

系(各自的圆心为原点)转换至极坐标系, 在极坐标系下利用傅里叶变换轮廓术得到绝对相位分布, 再将绝对相位转换到笛卡儿坐标系, 用于计算  $x_m$ 。

在极坐标系下, 式(1)~(4)中的圆形条纹可改写为

$$I_1'(r_1, \theta_1) = a_1'(r_1, \theta_1) + b_1'(r_1, \theta_1) \cos\left(\frac{2\pi r_1}{\rho}\right), \quad (12)$$

$$I_2'(r_2, \theta_2) = a_2'(r_2, \theta_2) + b_2'(r_2, \theta_2) \cos\left(\frac{2\pi r_2}{\rho}\right), \quad (13)$$

$$I_3'(r_3, \theta_3) = a_3'(r_3, \theta_3) + b_3'(r_3, \theta_3) \cos\left(\frac{2\pi r_3}{\rho}\right), \quad (14)$$

$$I_4'(r_4, \theta_4) = a_4'(r_4, \theta_4) + b_4'(r_4, \theta_4) \cos\left(\frac{2\pi r_4}{\rho}\right), \quad (15)$$

式中: 上标'表示式(1)~(4)中等式左侧各个物理量在极坐标下的对应表示;  $r_n$  是极径,  $\theta_n$  是极角;  $n=1, 2, 3, 4$ ,  $\theta_n$  的取值范围是  $[0, 360)$ ,  $r_n$  的取值范围是

$$\left[0, \sqrt{\left(\frac{N}{2} + x_m + k\right)^2 + \left(\frac{M}{2}\right)^2}\right],$$

其中  $M$  为图像的宽,

$N$  为图像的长。可以根据需要, 为  $(r_n, \theta_n)$  建立网格坐标

$(r_n(i, j), \theta_n(i, j))$ , 其中  $i=1, 2, \dots, K_1$ ;  $j=1, 2, \dots,$

$K_2$ 。整数  $K_1$  和  $K_2$  的值越大, 坐标转换中的计算误差

越小。笛卡儿坐标系的各个像素点在转换到极坐标

后, 大部分像素点落在非网格点上, 需进行插值操作

将其映射到预先设定的网格点上。图 3 是插值过程

示意图, 空心点  $(x', y')$  表示笛卡儿坐标系的像素点在

极坐标系中的对应位置, 需要将其插值映射到网格点

(实心点)上。本文采用样条插值方法把笛卡儿坐标

系下的圆条纹转换到极坐标下的直条纹, 如图 4 所

示。图 4(a) 为笛卡儿坐标系下的圆形条纹, 图 4(b)

为极坐标系下图 4(a) 所对应的条纹。

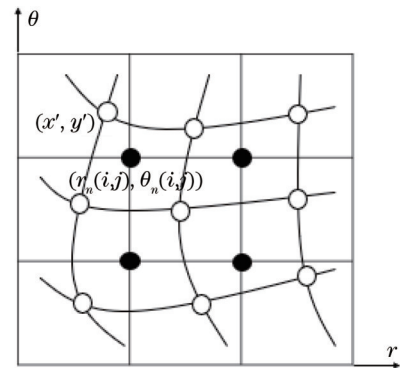


图 3 坐标转换示意图

Fig. 3 Diagram of coordinate conversion

在极坐标系下, 采用傅里叶变换轮廓术处理直条纹, 得到相位信息。在频域内, 对式(12)~(15)进行傅里叶变换后的结果可表示为



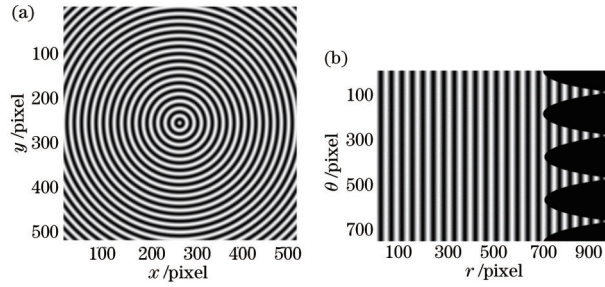


图 4 条纹图。(a)笛卡儿坐标系圆条纹;(b)极坐标系直条纹

Fig. 4 Fringes. (a) Circular fringes in Cartesian coordinate system; (b) straight fringes in polar coordinate system

$$F\{I_n'(r_n, \theta_n)\} = A_n(f_r, f_{\theta_n}) + \frac{1}{2}B_n(f_r - f_{0_n}, f_{\theta_n}) + \frac{1}{2}B_n(f_r + f_{0_n}, f_{\theta_n}), \quad (16)$$

式中： $I_n'(r_n, \theta_n)$ 代表  $I_1'(r_1, \theta_1) \sim I_4'(r_4, \theta_4)$  4 帧条纹图像， $n=1, 2, 3, 4$ ； $F\{\cdot\}$ 表示傅里叶变换操作； $f_r$ 和  $f_{\theta_n}$ 分别代表极坐标下 4 帧条纹对应的频域变量； $f_{0_n}$ 表示各条纹载频； $A_n(f_r, f_{\theta_n})$ 代表频域中的零频； $B_n(f_r - f_{0_n}, f_{\theta_n})$ 与  $B_n(f_r + f_{0_n}, f_{\theta_n})$ 分别代表频域中的两个基频。使用适合的带通滤波器得到基频  $\frac{1}{2}B_n(f_r + f_{0_n}, f_{\theta_n})$ ，对其进行傅里叶逆变换得到的结果是  $\frac{1}{2}b(r_n, \theta_n)\exp[i2\pi r_n/p]$  [其中  $b(r_n, \theta_n)$ 表示极坐标系下傅里叶逆变换后的基频分量]，取其复角得到截断在

$[-\pi, \pi)$ 间的包裹相位。选择合适的相位展开算法得到展开相位  $\phi_n(r_n, \theta_n)$ ，将展开相位转换回笛卡儿坐标系，即获得所求的相位信息  $\phi_n(x, y)$ 。利用式(10)可以计算  $x_m(x, y)$ ，利用设置的系统参数和式(11)或者预先建立的  $x_m(x, y) \sim h(x, y)$  的查找表，可以得到高度分布。

需要注意的是，笛卡儿坐标系下处于图像中心位置的圆心，转换到极坐标系后处于图像的左边界。因此极坐标下进行傅里叶变换处理时，条纹图像存在边缘效应，导致左边缘  $[r=0, \theta=[0^\circ, 360^\circ)]$ 处相位误差大，需要使用迭代算法对极坐标系条纹进行边缘延拓（特别是左边缘）处理，文中采用 Gerchberg 迭代来提高重建后的三维面形中心区域的精度。图 5 给出所提方法的处理流程。

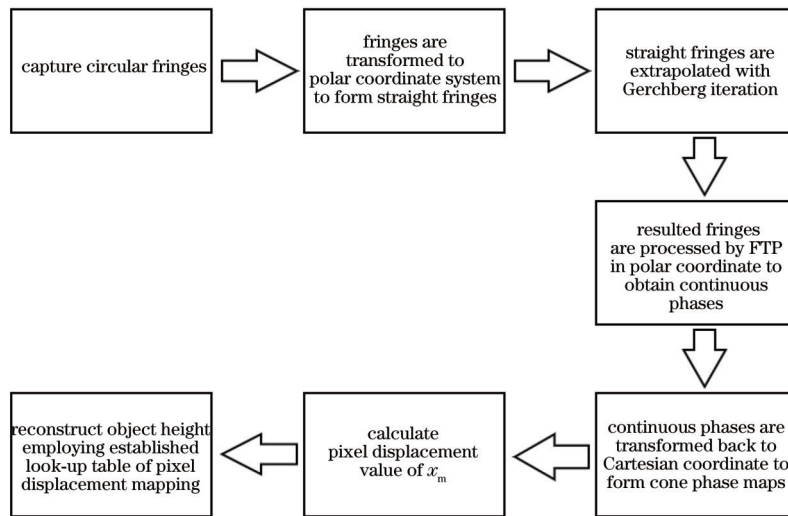


图 5 改进的圆条纹傅里叶变换轮廓术流程

Fig. 5 Improved Fourier transform profilometry process of circular fringe

### 3 计算机仿真

为验证原理的可行性，进行了计算机仿真。由 peaks 函数仿真待测复杂物体，如图 6(a)所示。仿真得到的圆形条纹图像的分辨率为  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ ，条纹周期  $p$  设置为 8。不考虑噪声影响时，分别将两帧圆心间存在平移量的圆条纹投影到物面上，用所提

方法重建面形。图 6(b)是其中一帧圆形参考条纹，图 6(c)是对应的变形圆条纹。图 6(d)是对应的极坐标系下参考条纹，图 6(e)是对应的极坐标系下的变形条纹。极坐标系下图像的分辨率设置为  $720 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 。图 6(f)和图 6(g)分别是极坐标系下使用 Gerchberg 算法迭代得到的参考条纹和变形条纹，图 6(h)和图 6(i)分别为对应图 6(b)和 6(c)的锥形参考

相位和锥形变形相位,图 6(j)是山峰物体面形的重建结果,图 6(k)是山峰物体面形的重建误差分布,标准

差为 0.0601 mm。

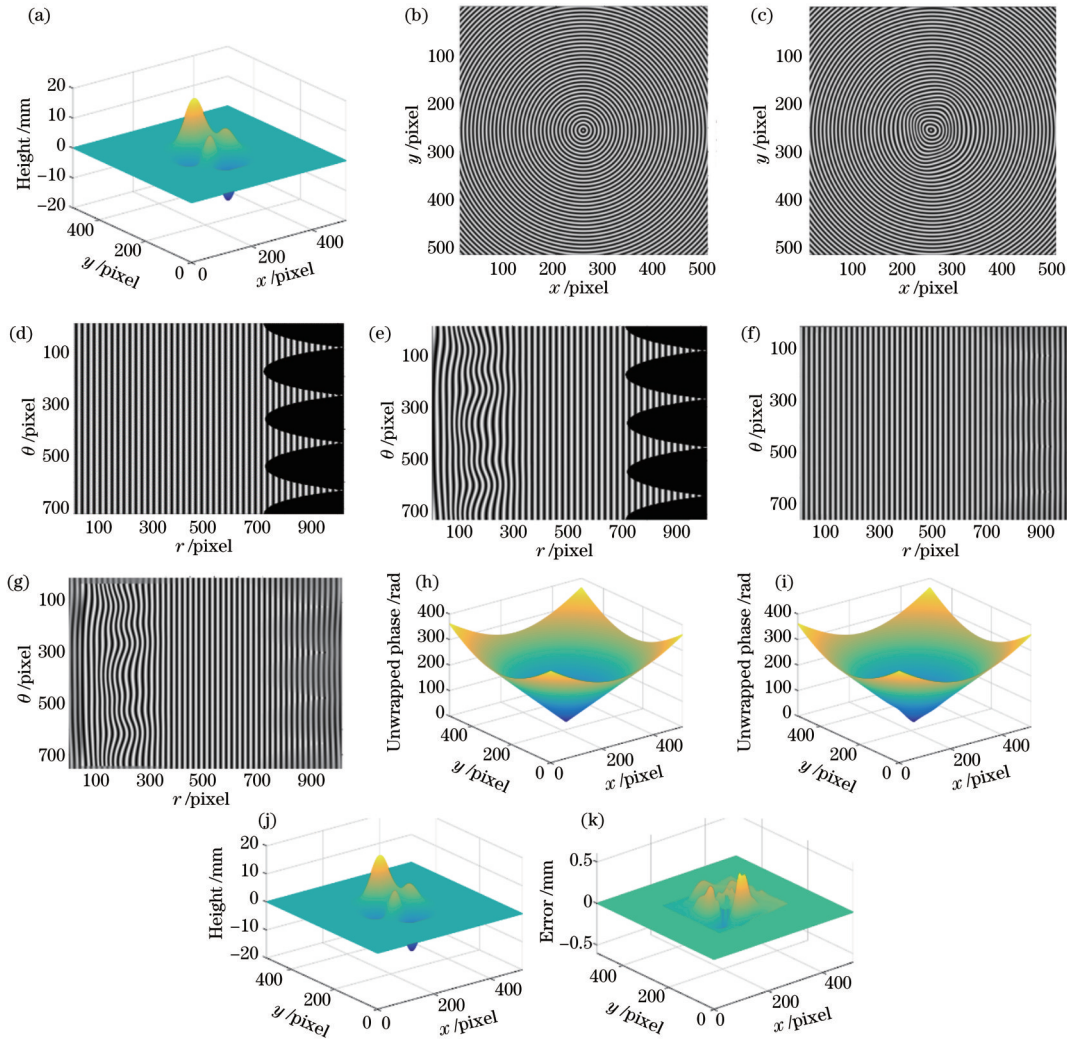


图 6 无噪声情况下的重建结果。(a)仿真物体;(b)参考圆条纹;(c)变形圆条纹;(d)极坐标系下的参考条纹;(e)极坐标系下的变形条纹;(f) Gerchberg 迭代后的参考条纹;(g) Gerchberg 迭代后的变形条纹;(h)计算得到的参考相位;(i)计算得到的变形相位;(j)重建的面形;(k)重建误差

Fig. 6 Reconstruction results without noise. (a) Simulated object; (b) reference circular fringes; (c) deformed circular fringes; (d) reference fringes in polar coordinate system; (e) deformed fringes in polar coordinate system; (f) reference fringes after Gerchberg iteration; (g) deformed fringes after Gerchberg iteration; (h) calculated reference phase; (i) calculated deformation phase; (j) reconstructed surface; (k) reconstructed error

为了贴近实际结果,在条纹中加入 40 dB 高斯白噪声,各图像尺寸与图 6 对应的图像一致。图 7 展示了含噪条纹图像以及重建结果。图 7(a)是受到噪声影响的变形圆条纹,图 7(b)是对应的极坐标系下的变形条纹,图 7(c)是极坐标系下经过 Gerchberg 迭代后的变形条纹,图 7(d)是山峰物体面形重建结果,图 7(e)是山峰物体面形重建误差,标准差为 0.0871 mm。

相比于传统的直条纹投影方式,圆形条纹投影傅里叶变换轮廓术在进行全场离面测量时具有优势。设计如下的仿真:在离参考平面 10 mm 的平面放置一个球缺物体,分别投影圆形条纹与直条纹,并加入 40 dB 高斯白噪声干扰。对比不同条纹投影方式的傅里叶变换轮廓术重建结果,如图 8 所示。图 8(a)是模拟的

10 mm 离面球缺,图 8(b)是参考圆条纹,图 8(c)是变形圆条纹,图 8(d)是极坐标系下的变形条纹,图 8(e)是极坐标系下进行 Gerchberg 迭代后的变形条纹,图 8(f)是使用圆形条纹投影重建的物体面形,图 8(g)是重建面形的误差,图 8(h)是参考直条纹,图 8(i)是变形直条纹,图 8(j)是使用直条纹投影重建的物体,图 8(k)是直条纹投影的离面球缺重建误差,图 8(l)是使用两种方法重建的物体面形的剖面截图。

## 4 实 验

实验验证了本文方法的有效性,实验装置如图 9 所示。

投影仪为巨维达投影仪(型号 PDC03),分辨率



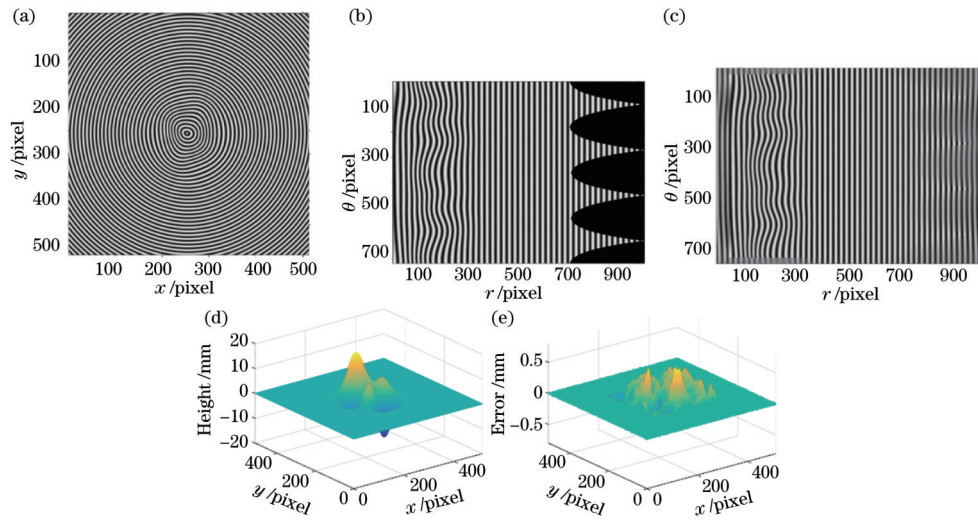


图7 有 40 dB 噪声情况下的重建情况。(a)变形圆条纹;(b)极坐标系下的变形条纹;(c) Gerchberg 迭代后的变形条纹;(d)重建结果;(e)重建误差

Fig. 7 Reconstruction results with 40 dB noise. (a) Deformed circular fringe; (b) deformed fringe in polar coordinate system; (c) deformed fringe after Gerchberg iteration; (d) reconstructed result; (e) reconstructed error

为 1024 pixel×1480 pixel;相机为 VIS 相机(型号 VQ-5MG2),分辨率为 2448 pixel×2048 pixel。截取 1024 pixel×1024 pixel 的条纹区域用于计算,该区域转换到极坐标系后分辨率为 1440 pixel×2048 pixel。使用大恒光电制造的电控平移台(型号 GCD-203300)控制平面移动,建立位置移动量  $x_m(x, y)$  与高度  $h(x, y)$  之间的对应表。

首先通过平面标定建立像素位移量  $x_m(x, y)$  与平面高度  $h(x, y)$  的关系。图 10(a)表示同一个投影系统下高度范围在 0~4 cm 且间隔为 1 cm 的 5 个平面上采集到的条纹。以 0 cm 高度平面作为参考平面,通过 CCD 分别采集参考平面和其他 4 个平面上的条纹,计算 4 个平面相对于参考平面的位置移动量  $x_m(x, y)$ ,在 0~4 cm 的高度范围内建立对应的位置移动量  $x_m(x, y)$  与平面高度  $h(x, y)$  的查找表。图 10(b)画出了距参考平面高度为 1, 2, 3, 4 cm 的 4 个平面相对于参考平面的像素位移量  $x_m(x, y)$  中心行的剖面图。建立查找表后,通过移动的平面测量来验证所提方法的可行性。

分别设置 1.5, 2.5, 3.5 cm 的高度平面作为待测平面 1、待测平面 2、待测平面 3,以验证原理的正确性。图 11(a)~(c)分别是在三个待测面上采集到的条纹(截取 1024 pixel×1024 pixel 区域),图 11(d)~(f)分别对应极坐标系下经过 Gerchberg 算法迭代后得到的条纹。通过建立的像素位移量  $x_m(x, y)$  与平面高度  $h(x, y)$  的查找表,得到如图 11(g)所示的待测平面,计算得到的平面高度与预设高度近似相等。图 11(h)是三个待测平面重建高度的剖面图。表 1 展示了三个待测平面的重建误差。

为了对比,设计直条纹投影来恢复平面高度。在 0~4 cm 范围内,以间隔为 1 cm 的步长移动平面,先

正确建立直条纹投影的相位高度表。在测量时,将未添加标记点的直条纹投影在置于 1.5, 2.5, 3.5 cm 处的三个待测平面上,采集到的条纹如图 12(a)~(c)所示,重建的三个平面如图 12(d)所示,可以看出其中存在级次错误导致的高度计算误差。图 12(e)给出了重建结果的剖面图。

对比图 11、图 12 发现,因将圆形条纹投影自带的圆心点作为绝对相位计算参考点,重建结果正确。直条纹投影需要在条纹中额外添加标记点来建立各平面之间的级次对应关系,否则会由级次错乱导致重建结果错误。

选取一块放置在 0.5 cm 高度平面上的心形物体作为待测物体进行测量。利用前面平面标定时圆条纹投影建立的位置移动量  $x_m(x, y)$  与物体高度  $h(x, y)$  的查找表,恢复心形物体的高度。图 13(a)为参考圆条纹,图 13(b)为受到待测物体调制的变形圆条纹,图 13(c)为极坐标系下未进行背景均匀化的变形条纹,物面和参考面的反射率存在差异,导致极坐标下条纹有明显边界。可以利用背景均匀化的傅里叶变换轮廓术处理<sup>[18]</sup>消除背景不均匀,图 13(d)为极坐标系下背景均匀后的变形条纹,图 13(e)为使用 Gerchberg 算法迭代后的变形条纹。图 13(f)为使用圆条纹投影的重建结果,可见使用圆形条纹投影能够成功重建离面物体高度。作为对比,使用直条纹投影测量放置在 0.5 cm 高度平面的心形物体,使用前面建立的相位高度映射表恢复心形物体的高度。图 13(g)为参考直条纹,图 13(h)为受到待测物体调制的变形直条纹,图 13(i)为使用直条纹投影的重建结果。使用直条纹投影虽然可以重建物体表面轮廓,但是相位计算存在  $2\pi$  整数倍的误差,使得重建面形出现错误。

使用圆条纹投影得到的心形待测物体的物面最



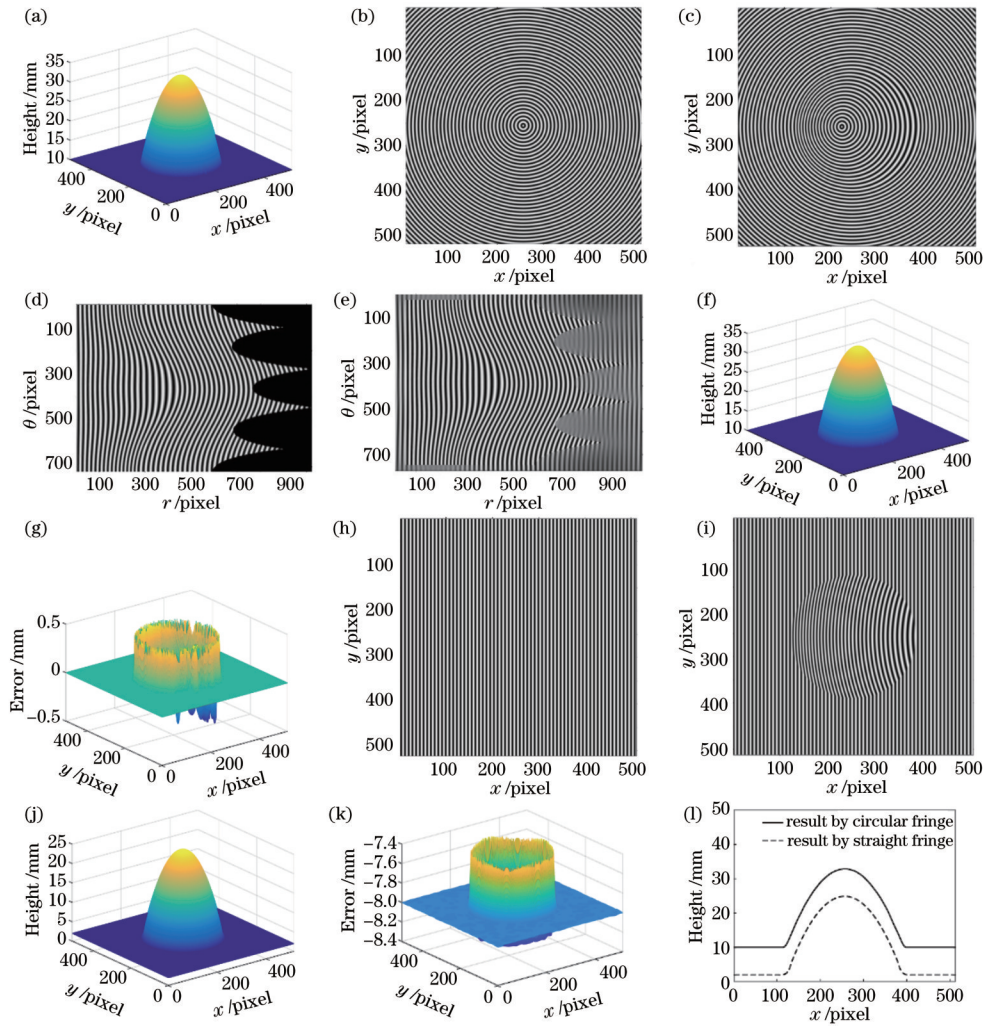


图 8 圆形条纹投影与直条纹投影的离面球缺重建结果对比。(a)球缺;(b)参考圆条纹;(c)变形圆条纹;(d)极坐标系下变形条纹;(e)使用Gerchberg算法迭代后的变形条纹;(f)圆形条纹投影的离面球缺重建结果;(g)圆形条纹投影的离面球缺重建误差;(h)参考直条纹;(i)变形直条纹;(j)直条纹投影的离面球缺重建结果;(k)直条纹投影的离面球缺重建误差;(l)两种方法得到的离面球缺重建结果剖面图

Fig. 8 Comparison of reconstruction results of out-of-plane spherical dome obtained by circular fringe projection and straight fringe projection. (a) Measured dome; (b) reference circular fringe; (c) deformed circular fringe; (d) deformed fringe in polar coordinate system; (e) deformed fringe after Gerchberg iteration; (f) reconstructed out-of-plane dome by circular fringe projection; (g) reconstructed error of out-of-plane dome by circular fringe projection; (h) reference straight fringe; (i) deformed straight fringe; (j) reconstructed out-of-plane dome by straight fringe projection; (k) reconstructed error of out-of-plane dome by straight fringe projection; (l) profile of reconstructed out-of-plane dome by circular fringe projection and straight fringe projection

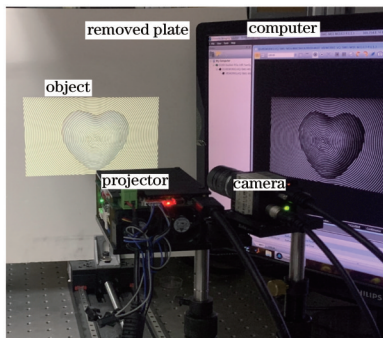


图 9 实验装置图

Fig. 9 Picture of experimental device

高处位于圆心位置附近。由于圆形条纹投影轮廓术的圆心附近的测量精度容易受到频谱泄漏的影响,相位计算精度有所降低,所以对应区域的面形轮廓没有直条纹重建结果平坦。而采用原有的CFFTP方法得到的在参考条纹和变形条纹两个圆心间区域的像素移动量 $x_m(x, y)$ 容易出现错误。

相比于传统的直条纹投影方式,圆形条纹投影的傅里叶变换轮廓术最重要的优势为进行离面测量。相比于传统的圆形条纹投影傅里叶变换轮廓术,本文方法对像素位移量的计算简单,避免了大量的判根和插值运算,鲁棒性强。

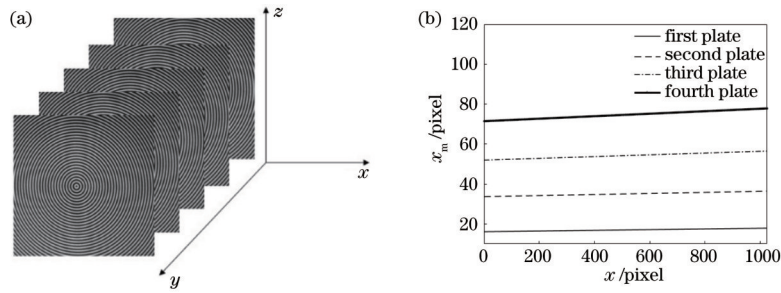


图 10 多平面标定过程。(a)多平面标定示意图;(b)相对参考面移动的4个平面的  $x_m$  值中心行剖面图

Fig. 10 Multi-plane calibration process. (a) Diagram of multi-plane calibration; (b)  $x_m$  in central row of four planes relative to reference plane

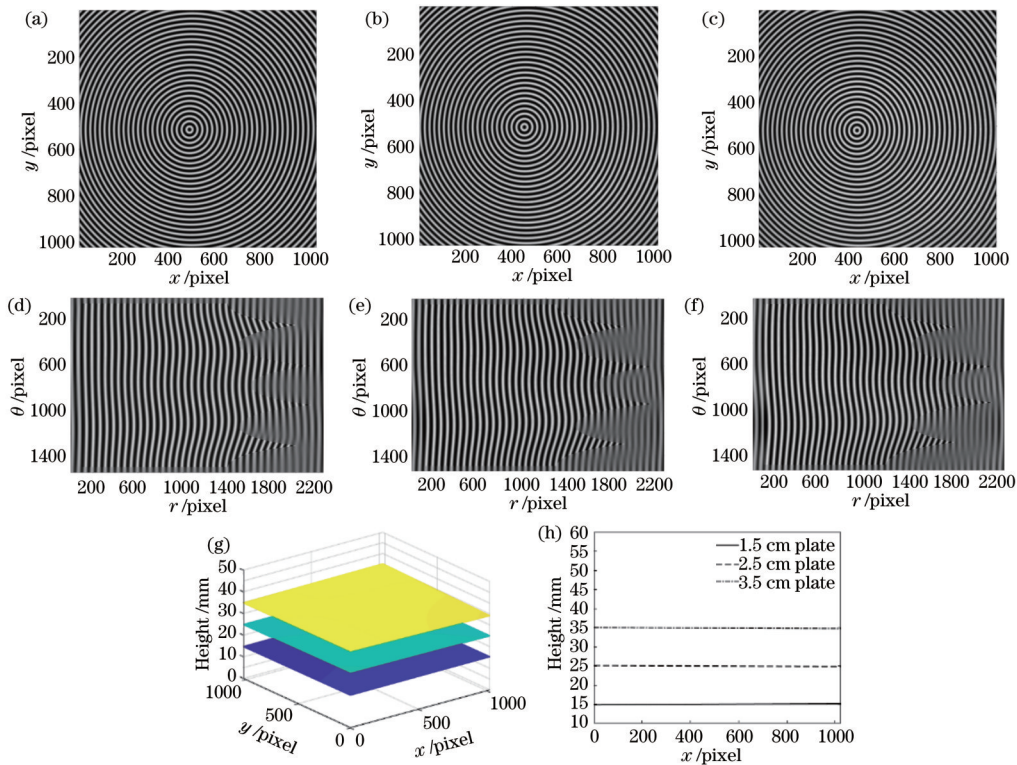


图 11 圆形条纹重建结果。(a)待测平面1的圆形条纹;(b)待测平面2的圆形条纹;(c)待测平面3的圆形条纹;(d) Gerchberg 迭代后的待测平面1的条纹;(e) Gerchberg 迭代后的待测平面2的条纹;(f) Gerchberg 迭代后的待测平面3的条纹;(g)待测平面重建高度;(h)重建平面高度的剖面图

Fig. 11 Reconstructed results of circular fringes. (a) Circular fringes of plane 1 to be tested; (b) circular fringes of plane 2 to be tested; (c) circular fringes of plane 3 to be tested; (d) fringes of plane 1 to be tested after Gerchberg iteration; (e) fringes of plane 2 to be tested after Gerchberg iteration; (f) fringe of plane 3 to be tested after Gerchberg iteration; (g) reconstructed height of measured planes; (h) height profiles of reconstructed planes

表 1 圆形条纹投影三个平面重建的标准差

Table 1 Standard deviation of reconstruction of three planes with circular fringe projection

Plane	Standard deviation /mm
Plane at 1.5 cm height	0.1369
Plane at 2.5 cm height	0.1343
Plane at 3.5 cm height	0.1347

## 5 结 论

圆形条纹投影傅里叶变换轮廓术中,圆心处相位始终为恒定值(常为零相位)。通过使用圆心点作为空间相位展开计算的起始点,可确保求解得到的相位不会有  $2\pi$  整数倍的相位误差,特别在进行离面测量时具有优势。针对传统圆条纹投影傅里叶变换轮廓术面形恢复过程中存在的困难,需要搭建远心光路并且需要求解一元二次方程,通过进行判根操作和拟合计算来得到对应物面高度信息的像素位移量,算法鲁



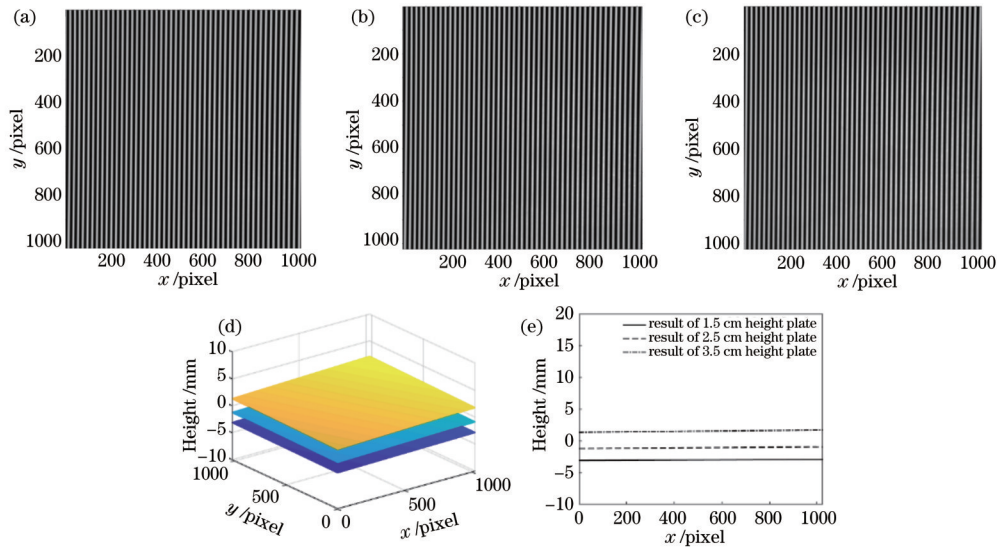


图 12 直条纹重建平面结果。(a)待测平面 1 的直条纹;(b)待测平面 2 的直条纹;(c)待测平面 3 的直条纹;(d)待测平面重建高度;(e)重建平面高度的剖面图

Fig. 12 Results of reconstructed plane with straight fringe. (a) Straight fringe of plane 1 to be tested; (b) straight fringe of plane 2 to be tested; (c) straight fringe of plane 3 to be tested; (d) reconstructed height of planes to be tested; (e) height profiles of reconstructed planes

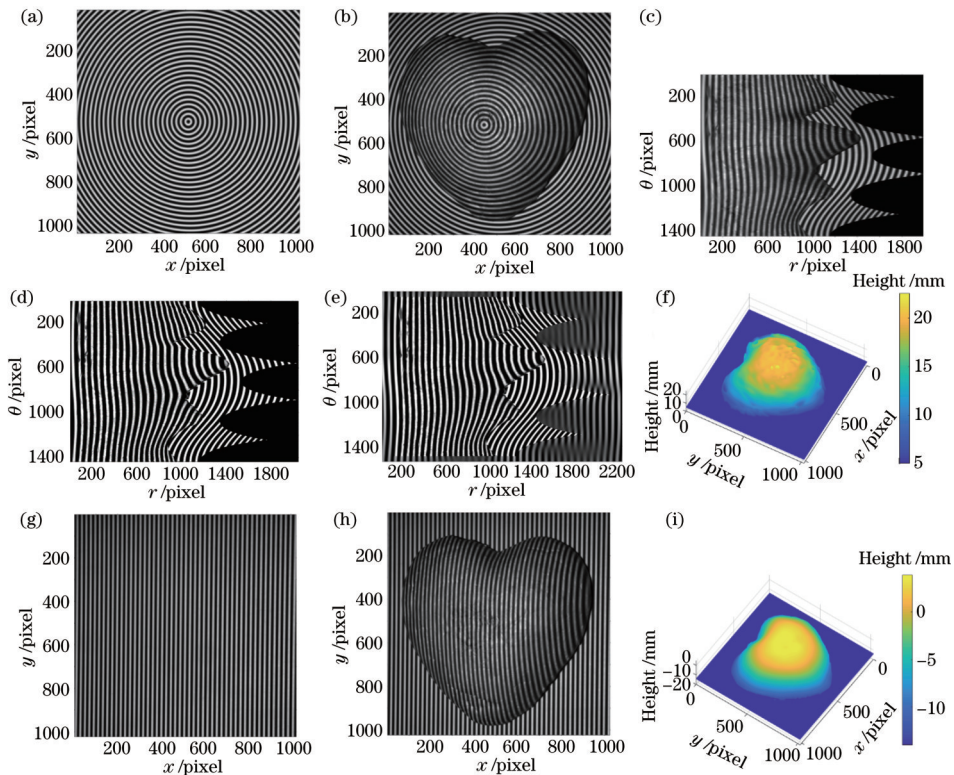


图 13 心形物体实验结果。(a)参考圆条纹;(b)变形圆条纹;(c)极坐标系下背景均匀化前变形条纹;(d)极坐标系下背景均匀化后变形条纹;(e) Gerchberg 算法迭代后的变形条纹;(f)圆条纹心形物体重建结果;(g)参考直条纹;(h)变形直条纹;(i)直条纹心形物体重建结果

Fig. 13 Experimental results of heart-shaped object. (a) Reference circular fringes; (b) deformed circular fringes; (c) deformed fringes before background normalization in polar coordinate system; (d) deformed fringes after background normalization in polar coordinate system; (e) deformed fringes after Gerchberg iteration; (f) reconstructed result of heart-shaped object by circular fringe; (g) reference straight fringes; (h) deformed straight fringes; (i) reconstructed result of heart-shaped object by straight fringe



棒性较差。提出并研究了改进的圆形条纹投影傅里叶变换轮廓术方法。通过多投影一帧具有水平移动量的条纹,将像素位移量的计算从求解一元二次方程降维为求解一元一次方程,进而提高圆形条纹投影傅里叶变换轮廓术的鲁棒性;通过引入 Gerchberg 算法提高基于圆形条纹投影的三维重建的精度;通过标定使得所提方法也能用于非远心系统,扩大了测量范围。完成所述方法的误差分析,计算机仿真和实验结果证明了所述方法的有效性与可靠性。

## 参 考 文 献

- [1] Mao X F, Chen W J, Su X Y. Improved Fourier-transform profilometry[J]. *Applied Optics*, 2007, 46(5): 664-668.
- [2] 张诚, 陈文静. 提高小波变换轮廓术测量精度的方法[J]. *光学学报*, 2018, 38(7): 0712002.  
Zhang C, Chen W J. Method for improving measurement accuracy of wavelet transform profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(7): 0712002.
- [3] 李思坤, 苏显渝, 陈文静. 二维实小波变换在空间载频条纹相位分析中的应用[J]. *光学学报*, 2010, 30(6): 1673-1679.  
Li S K, Su X Y, Chen W J. Applications of two-dimensional wavelet transform on phase analysis of spatial carrier-fringe patterns[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(6): 1673-1679.
- [4] 侯艳丽, 梁瀚钢, 李付谦, 等. 相位测量轮廓术中时空结合的三频相位展开[J]. *光学学报*, 2022, 42(1): 0112006.  
Hou Y L, Liang H G, Li F Q, et al. Spatial-temporal combined phase unwrapping in phase measurement profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(1): 0112006.
- [5] 毛翠丽, 卢荣胜, 董敬涛, 等. 相移条纹投影三维形貌测量技术综述[J]. *计量学报*, 2018, 39(5): 628-640.  
Mao C L, Lu R S, Dong J T, et al. Overview of the 3D profilometry of phase shifting fringe projection[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2018, 39(5): 628-640.
- [6] 卢明腾, 苏显渝. 基于相移与调制比的结构光三维面形垂直测量方法[J]. *中国激光*, 2019, 46(7): 0704003.  
Lu M T, Su X Y. Vertical measurement method for structured light three-dimensional profilometry based on phase-shifting and modulation ratio[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(7): 0704003.
- [7] 苏显渝, 张启灿, 陈文静. 结构光三维成像技术[J]. *中国激光*, 2014, 41(2): 0209001.  
Su X Y, Zhang Q C, Chen W J. Three-dimensional imaging based on structured illumination[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41(2): 0209001.
- [8] 郭文博, 张启灿, 吴周杰. 基于相移条纹分析的实时三维成像技术发展综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(8): 0800001.  
Guo W B, Zhang Q C, Wu Z J. Real-time three-dimensional imaging technique based on phase-shift fringe analysis: a review[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(8): 0800001.
- [9] 金晖, 张明, 周国鹏, 等. 条纹投影测量系统的相位误差抑制方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(14): 1412001.  
Jin H, Zhang M, Zhou G P, et al. Phase error restraint method for fringe projection measurement system[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(14): 1412001.
- [10] Ratnam M, Saxena M, Gorthi S S. Circular fringe projection technique for out-of-plane deformation measurements[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 121: 369-376.
- [11] 赵文川, 苏显渝. 闭合条纹图的傅立叶分析方法[J]. *激光杂志*, 2007, 28(1): 66-67.  
Zhao W C, Su X Y. Closed-fringe analysis based on Fourier-transform Method[J]. *Laser Journal*, 2007, 28(1): 66-67.
- [12] 种晴, 曹益平, 陈雨婷. 高速旋转物体频闪在线相位测量轮廓术[J]. *光学学报*, 2019, 39(8): 0812003.  
Chong Q, Cao Y P, Chen Y T. Stroboscopic online phase measurement profilometry for high-speed rotating objects[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(8): 0812003.
- [13] Ma Y, Yin D, Wei C, et al. Real-time 3-D shape measurement based on radial spatial carrier phase shifting from circular fringe pattern[J]. *Optics Communications*, 2019, 450: 6-13.
- [14] Zhao H, Zhang C W, Zhou C Q, et al. Circular fringe projection profilometry[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(21): 4951-4954.
- [15] Mandapalli J, Gorthi S, Gorthi R, et al. Circular fringe projection method for 3D profiling of high dynamic range objects[C]//Proceedings of the 14th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications, February 25-27, 2019. Prague, RepublicCzech. Setúbal: Science and Technology Publications, 2019: 849-856.
- [16] Zhao W J, Su X Y, Chen W J. Whole-field high precision point to point calibration method[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 111: 71-79.
- [17] 李勇, 张广汇, 马利红, 等. 条纹投影动态三维表面成像技术综述[J]. *红外与激光工程*, 2020, 49(3): 0303005.  
Li Y, Zhang G H, Ma L H, et al. Review of dynamic three-dimensional surface imaging based on fringe projection[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(3): 0303005.
- [18] Zuo C, Feng S J, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 109: 23-59.