

# 黑碳与非吸收性气溶胶的不同混合方式对量子传输信道的影响

张秀再<sup>1,2\*</sup>, 翟梦思<sup>2</sup>, 董千恒<sup>2</sup>, 周丽娟<sup>2</sup>

<sup>1</sup>南京信息工程大学江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 江苏 南京 210044;

<sup>2</sup>南京信息工程大学电子与信息工程学院, 江苏 南京 210044

**摘要** 为了研究黑碳与非吸收性气溶胶的不同混合方式对量子信道参数的影响,根据黑碳与硫酸盐、有机碳气溶胶在 Core-shell 和 Maxwell-Garnett 两种混合模型下的消光系数,建立信道衰减模型并进行仿真分析,研究混合气溶胶粒子中黑碳体积分数和信道关联因子与双泡利信道、关联比特翻转信道参数的数据关系,分析黑碳体积分数与量子信号传输距离对密钥安全传输率的影响并进行数据仿真。仿真结果表明:在两种混合状态下,随着黑碳体积分数的增加,光量子能量的衰减均呈现逐渐增大的趋势,而量子安全密钥产生率则随着黑碳体积分数的增大而逐渐减小;在不同内容和模型下,信道关联因子的增大对信道隐形传态保真度有着积极的影响,而黑碳体积分数的增大则会降低信道隐形传态的保真度。

**关键词** 量子光学; 量子通信; 内混合气溶胶; 链路衰减; 信道保真度; 密钥产生率

中图分类号 TN929.1; O431.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1227001

## Effects of Different Mixing Modes of Black Carbon and Non-Absorbent Aerosol on Quantum Transmission Channel

Zhang Xiuzai<sup>1,2\*</sup>, Zhai Mengsi<sup>2</sup>, Dong Qianheng<sup>2</sup>, Zhou Lijuan<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Jiangsu Province Atmospheric Environment and Equipment Technology Collaborative Innovation Center, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, Jiangsu, China;

<sup>2</sup>School of Electronics and Information, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, Jiangsu, China

**Abstract** In order to study the influence of different mixing methods of black carbon and non-absorbent aerosol on quantum channel parameters, according to the extinction coefficient of black carbon and sulfate and organic carbon aerosols under the mixed models of Core-shell and Maxwell-Garnett, the channel attenuation model is established and simulated, and the data relationship between black carbon volume fraction/channel correlation factor in mixed aerosol particles and double Pauli channel/associated bit flip channel parameters is studied. The influence of black carbon volume fraction and quantum signal transmission distance on the key security transmission rate is analyzed and the data simulation is carried out. The simulation results show that in the two mixed states, the attenuation of light quantum energy increases gradually with the increase of black carbon volume fraction, while the quantum security key generation rate decreases with the increase of black carbon volume fraction. Under different contents and models, the increase of channel correlation factor has a positive impact on the fidelity of channel teleportation, while the increase of the volume fraction of black carbon will weaken the fidelity of channel teleportation.

**Key words** quantum optics; quantum communication; internal mixed aerosol; link attenuation; channel fidelity; key generation rate

收稿日期: 2021-10-28; 修回日期: 2021-12-20; 录用日期: 2022-01-06

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(11504176,61601230)、江苏省自然科学基金青年基金(BK20141004)

通信作者: \*zxzhering@163.com

## 1 引言

量子信息技术是由信息技术和量子物理学交叉形成的一门新兴学科,与许多学科有着密切联系。量子通信主要集中于量子密钥分发,通过对量子态的制备、传输和测量可在收发端形成对称密钥,再与经典加密技术结合可以实现信息的安全传输。与传统通信方式相比,量子通信在高效率和绝对安全性方面占有最大优势,且具有高隐蔽性、低噪声等特性。国内外在早些年就已展开对量子通信技术的研究,近年来量子通信技术逐渐成为热门研究项目并取得较大进展。中国量子计算原型机“九章”于 2020 年底横空出世,我国成为全球第二个实现“量子优越性”的国家<sup>[1]</sup>。中国科研团队于 2021 年 1 月 7 日成功实现了跨越 4600 km 的星地量子密钥分发,该实验成果为实现覆盖全球的量子保密通信网络奠定了科学与技术基础<sup>[2]</sup>。量子通信技术在军事、国防等领域具有较大的发展前景,使量子信号传输信息的高效性得到有力保障是目前量子通信亟待解决的问题之一。

在量子通信中,自由空间和光纤是两种典型的通信信道,光量子信号可以在自由空间和光纤中传输,本研究围绕光量子信号在自由空间中的传输展开。大气对量子信号的色散、吸收以及大气中的湍流等对量子信号的影响,造成量子信号的衰减和丢失。当光信号在大气层中传输时,大气湍流会对量子通信信道产生影响,人们已对湍流气象参数中的风速、相对湿度与信道各参数之间的关系开展研究。文献[3]研究了雨、雪及雾霾三种不同天气对自由空间量子通信系统安全密钥率的影响,所得结果为自由空间量子通信系统实际安全密钥率的提高提供了理论依据。

大气气溶胶一般由悬浮于大气中、粒径大小不一的液态和固态微粒组成,黑碳、有机碳、硫酸盐气溶胶是其主要组成成分。气溶胶粒子可以通过对量子信号的吸收和散射来衰减量子信道,黑碳气溶胶对可见光及红外波段起到强烈的吸收作用,而有机碳气溶胶以及硫酸盐气溶胶等非吸收性气溶胶对可见光有明显的高单次散射反照率和散射能力,这会导致光量子信号在传输过程中产生消光效应。有研究表明,大气中的气溶胶粒子大多是以混合态存在的,而混合态又分为外混合和内混合,内混合通常以多种形式存在。不同存在形态的粒子有不同的光学特性,许多学者已开展了研究并取得了一些进展。

聂敏团队<sup>[4]</sup>对混合状态下的灰霾粒子和水云粒子进行了研究,仿真分析了灰霾粒子与水云粒子在内、外两种混合方式下对量子信道的的影响。文献[5]分析并计算了包含灰尘、水和黑碳三种成分的包裹型气溶胶的光学性质,讨论了此类混合气溶胶等效复折射率的适用性。郝丽等<sup>[6]</sup>对比研究了黑碳与硫酸盐混合气溶胶在内、外两种混合状态下光学特性的差异,所得结果为研究光信号在混合气溶胶环境下的传输特性提供了参考。

大量研究表明,大气中的含碳粒子多是以与硫酸盐、有机碳等非吸收性气溶胶混合的形式存在的,内混合模型通常是一种以黑碳为核、非吸收性气溶胶为壳的核-壳结构<sup>[7]</sup>。大气成分对量子通信链路性能的影响以单一分子为主,目前鲜有关于黑碳与非吸收性气溶胶成分在不同混合方式下对量子通信信道影响的研究。因此,本文以黑碳气溶胶与硫酸盐这一非吸收性气溶胶为例,根据内混合模型中 Core-shell 和 Maxwell-Garnett 两种混合模型的不同混合体积比,对比不同混合方式下的混合气溶胶粒子对量子通信链路衰减、信道隐形传态保真度及安全密钥产生率的影响。

## 2 黑碳与非吸收性气溶胶的不同混合方式对光量子能量的影响

黑碳颗粒排入大气中后会经历复杂的物理及化学变化,不可避免地会与硫酸盐、有机碳等非吸收性气溶胶颗粒发生反应而逐渐形成包层,气溶胶的折射指数、形状等参数均受不同混合方式的影响,进而导致气溶胶的光学特性随之变化。初期排入空气中的黑碳颗粒以团聚形态存在,其与硫酸盐等非吸收性气溶胶发生反应后先处于外混合状态,即各气溶胶粒子独立地存在于整个气溶胶系统。随着大气分子的不断碰撞、演化,气溶胶粒子逐渐形成包层结构,即内混合状态,此时气溶胶粒子的内部会发生散射。图 1 为不同混合方式下的混合气溶胶粒子模型。图 1(a)为内混合的 Core-shell 模型,该模型是由硫酸盐、有机碳等成分包裹黑碳颗粒而形成的同心球结构;图 1(b)为内混合的 Maxwell-Garnett 模型,该模型通常以硫酸盐、有机碳气溶胶为壳,黑碳粒子为核且核心随机分布。

当光信号在星地间传输时,光子与混合气溶胶粒子碰撞会导致其能量发生衰减,消光系数通常用来衡量粒子的衰减情况,即混合粒子的吸收系数与散射系数之和。复折射率是计算气溶胶光学参数的

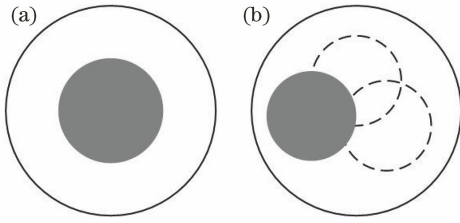


图 1 黑碳与非吸收性气溶胶在不同混合方式下的混合气溶胶粒子模型。(a)内混合的 Core-shell 模型; (b)内混合的 Maxwell-Garnett 模型

Fig. 1 Mixed aerosol particle models of black carbon and non-absorbent aerosol under different mixing modes. (a) Internal mixing Core-shell model; (b) internal mixing Maxwell-Garnett model

重要参数,实部代表气溶胶粒子的散射能力,虚部代表气溶胶粒子的吸收能力。黑碳粒子的吸水能力较弱,本文取其复折射率  $m_c = 1.75 - 0.44i$ ,而硫酸盐与有机碳气溶胶具有亲水性,易在潮解过程中与空气中的水汽混合,引起介电常数的变化<sup>[8]</sup>,因此其复折射率也随空气中相对湿度的变化而变化。气溶胶在不同相对湿度下的复折射率计算公式为

$$m = m_w + \frac{r_m^3 - r_d^3}{r_m^3} (m_d - m_w), \quad (1)$$

式中: $m$  为潮解后气溶胶粒子的复折射率; $m_w$  为水汽的复折射率; $m_d$  为潮解前气溶胶粒子的复折射率; $r_m$  为潮解后气溶胶的有效半径; $r_d$  为潮解前气溶胶粒子的有效半径。

本文取硫酸盐与有机碳气溶胶在  $0.55 \mu\text{m}$  的波长下相对湿度为 35% 时的复折射率,其中硫酸盐气溶胶的复折射率  $m_{s1} = 1.43 - 1.0i \times 10^{-8}$ ,有机碳气溶胶的复折射率  $m_{s2} = 1.53 - 5.9i \times 10^{-3}$ 。

当黑碳与非吸收性气溶胶粒子处于内混合的 Maxwell-Garnett 模型时,混合气溶胶粒子的光学特性由米氏散射定理计算,该模型下内混气溶胶粒子的等效复折射率<sup>[9]</sup>为

$$m = \sqrt{m_s^2 \frac{m_c^2 + m_s^2 + 2f_c(m_c^2 - m_s^2)}{m_c^2 + 2m_s^2 - f_c(m_c^2 - m_s^2)}}, \quad (2)$$

式中: $m_c$  为黑碳气溶胶粒子的复折射率; $m_s$  为非吸收性气溶胶粒子的复折射率; $f_c = b/a$  为核心黑碳粒子的体积比,其中  $b$  为黑碳粒子的半径, $a$  为非吸收性气溶胶粒子的半径, $f_c$  的取值范围为  $0 \leq f_c \leq 1$ 。

由米氏散射理论可得,Maxwell-Garnett 模型下气溶胶粒子的消光系数为

$$k_{\text{ext}1} = \pi \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r^2 Q_{\text{el}}(r, \lambda, m) n(r) dr, \quad (3)$$

式中: $r_{\max} = 1.00 \mu\text{m}$ 、 $r_{\min} = 0.05 \mu\text{m}$  分别为内混气

溶胶粒子半径的最大、最小值; $r$  为内混气溶胶的半径; $\lambda$  为波长; $n(r)$  为 Maxwell-Garnett 模型下内混气溶胶粒子数浓度,通常服从正态分布; $Q_{\text{el}}$  为消光效率因子,可表示为

$$Q_{\text{el}}(r) = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} \{(2n+1) \text{Re}[a_n + b_n]\}, \quad (4)$$

式中: $x = 2\pi a/\lambda$  为内混气溶胶粒子的粒径; $n$  为气溶胶粒子数; $a_n$  和  $b_n$  为单一球形气溶胶粒子的米氏散射系数。 $n(r)$  可表示为

$$n(r) = \frac{N}{\sqrt{2\pi} r} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{\ln r - \ln r_0}{\ln \sigma_0}\right), \quad (5)$$

式中: $N$  为大气中单位体积内气溶胶粒子的个数; $r_0 = 0.13 \mu\text{m}$  为众数半径; $\sigma_0 = 1.8$  为标准差。

根据式(3)分别对黑碳与硫酸盐、有机碳两种非吸收性混合气溶胶粒子的消光系数  $k_{\text{ext}i}$  ( $i=1,2$ ) 进行仿真计算,如图 2 所示。由图 2 可知:当黑碳与非吸收性气溶胶处于内混合的 Maxwell-Garnett 模型时,混合气溶胶粒子的消光系数随着黑碳体积分数的增加呈现平稳增大的趋势;当  $f_c = 0$  时,混合气溶胶粒子只含包裹层成分,即非吸收性气溶胶粒子,其具有一定的消光能力,因黑碳粒子对光有较强的吸收,故混合气溶胶的消光特性随着  $f_c$  的增大而增大的趋势逐渐明显,在  $f_c = 1$  时混合气溶胶粒子的消光系数达到最大值。

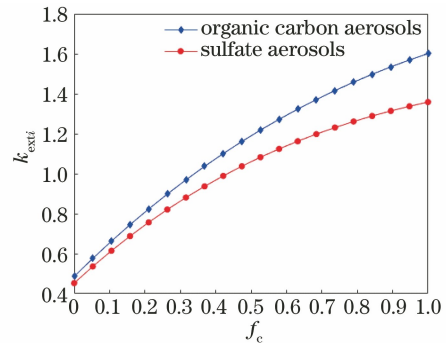


图 2 黑碳与非吸收性气溶胶在 Maxwell-Garnett 混合模型下的消光系数与黑碳体积比的关系

Fig. 2 Relationship between extinction coefficient and volume ratio of black carbon and non-absorbent aerosols under Maxwell-Garnett mixing model

当黑碳与非吸收性气溶胶粒子处于内混合的 Core-shell 模型时,由分层球米氏散射方法<sup>[10]</sup>可得到混合气溶胶粒子的消光系数,表达式为

$$k_{\text{ext}2} = \frac{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} Q_{\text{e}2}(r) C(r) n_m(r) dr}{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} C(r) n_m(r) dr}, \quad (6)$$

式中： $C(r) = \pi a^2$  为同心球模型下气溶胶粒子的投影面积； $n_m(r)$  为同心球模型下气溶胶粒子的谱分布函数； $Q_{e2}(r)$  为同心球模型下气溶胶粒子的消光效率因子。 $n_m(r)$  和  $Q_{e2}(r)$  分别可表示为

$$n_m(r) = f_c^3 n_1(r) + (1 - f_c^3) n_2(r), \quad (7)$$

$$Q_{e2}(r) = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} \{(2n + 1) \text{Re}[a'_n + b'_n]\}, \quad (8)$$

式中： $n_1(r)$  和  $n_2(r)$  分别为非吸收性气溶胶和黑碳粒子在正态分布下的谱分布函数； $a'_n$  和  $b'_n$  为内混合同心球模型下气溶胶粒子的米氏散射系数。

根据式(6)分别对黑碳与硫酸盐、有机碳两种非吸收性混合气溶胶粒子的消光系数进行仿真计算，结果如图 3 所示。

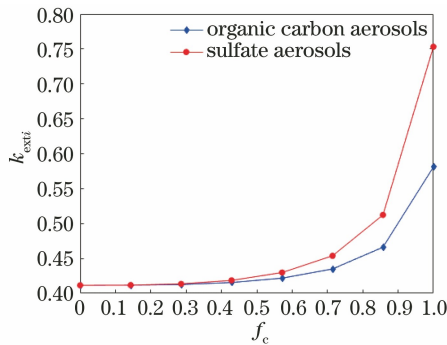


图 3 黑碳与非吸收性气溶胶在 Core-shell 混合模型下消光系数与黑碳体积比的关系

Fig. 3 Relationship between extinction coefficient and volume ratio of black carbon and non-absorbent aerosols under Core-shell mixing model

由图 3 可知，黑碳与非吸收性混合气溶胶在 Core-shell 混合模型下的消光系数随着黑碳体积分数的增大呈先缓慢增大后急剧增大的趋势，这与 Maxwell-Garnett 混合模型的整体变化趋势相同。外层包裹物质的不同会导致混合气溶胶粒子的消光性能有略微差别，但整体特性不变，在黑碳的体积分数为 1 时混合气溶胶粒子的消光性能达到最好。

根据各混合模型的光学特性，光量子信号在大气层中传输时因与混合气溶胶粒子碰撞而导致光量子能量的衰减，衰减因子  $L_{att}^{[1]}$  可表示为

$$L_{att} = 10dk_{exti} \lg e, \quad (9)$$

式中： $d$  为量子信号在自由空间中的传输距离。

自由空间中的非吸收性气溶胶主要包括硫酸盐、有机碳气溶胶，以下仿真分析均以硫酸盐气溶胶为例。结合各混合模型下气溶胶粒子的消光特性，对黑碳与硫酸盐气溶胶在两种不同内混合方式下的光子能量衰减情况进行仿真计算，结果如图 4 和

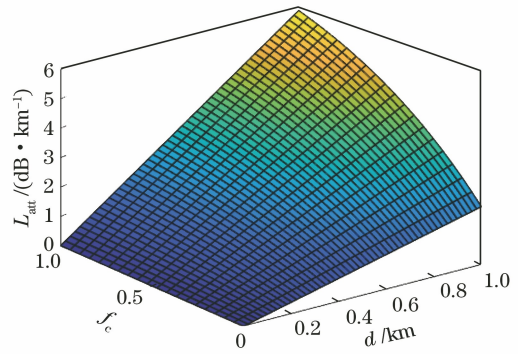


图 4 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Maxwell-Garnett 混合模型下链路衰减与黑碳体积比、传输距离的关系

Fig. 4 Relationship among link attenuation, black carbon volume ratio, and transmission distance of black carbon and sulfate aerosol under Maxwell-Garnett mixing model

图 5 所示。由图 4 和图 5 可知：当黑碳的体积分数  $f_c = 0$  时，包裹层气溶胶粒子的消光特性随着量子信号传输距离的增大而增大，故此时混合气溶胶粒子在两种不同混合方式下都会导致光量子信号衰减得越来越快。当传输距离  $d = 0.6122$  km、黑碳的体积分数由 0.1579 增加到 0.8421 时，混合气溶胶粒子在内混合 Maxwell-Garnett 和 Core-shell 模型下的量子通信链路衰减均随着  $f_c$  的增大呈逐渐增大的趋势，其中 Maxwell-Garnett 模型下链路衰减由 1.829 dB/km 增加到 3.427 dB/km，Core-shell 模型下链路衰减由 1.095 dB/km 增加到 1.337 dB/km，由此可知混合气溶胶粒子与光量子信号之间的相互作用会导致光量子能量的衰减。由整体趋势可见，黑碳与非吸收性气溶胶粒子对光量子能量的影响在

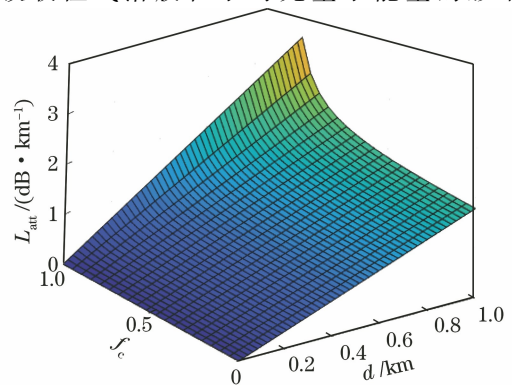


图 5 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Core-shell 混合模型下的链路衰减与黑碳体积比、传输距离的关系

Fig. 5 Relationship among link attenuation, black carbon volume ratio, and transmission distance of black carbon and sulfate aerosol under Core-shell mixing model

Maxwell-Garnett 混合模型下更大。

### 3 黑碳与非吸收性气溶胶的不同混合方式对量子信道隐形传态保真度的影响

#### 3.1 对双泡利信道隐形传态保真度的影响

实际系统中,量子隐形传态在大气环境的影响下会导致其保真度有一定程度的衰减。基于 Bell 态隐形传态过程,发送方与接收方的量子比特在一定环境下均独立地受泡利噪声的影响。泡利信道是一个酉信道,表示无能量耗散的量子比特信息会丢失,量子态经泡利信道传输后演化<sup>[12]</sup>为

$$\varepsilon(\rho) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 (1-\mu) p_i p_j \sigma_{ij} \rho \sigma_{ij} + \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \mu p_i \delta_{ij} \sigma_{ij} \rho \sigma_{ij}, \quad (10)$$

式中: $\rho$  为量子态的密度算子; $\mu$  为公共信道的关联因子,取值范围为  $0 \leq \mu \leq 1$ ;  $\delta_{ij}$  为选择函数, $i$  和  $j$  的取值均为  $0, 1, 2, 3$ ,当  $i=j$  时  $\delta_{ij}=1$ ,当  $i \neq j$  时  $\delta_{ij}=0$ ;  $p_0$  为量子态未发生旋转的概率;  $p_1$  为量子态绕  $x$  轴旋转的概率;  $p_2$  为量子态绕  $y$  轴旋转的概率;  $p_3$  为量子态绕  $z$  轴旋转的概率;  $\sigma_{ij}$  为泡利算子,  $\sigma_{ij} = \sigma_i \otimes \sigma_j$ ,  $\otimes$  表示张量积运算,  $\sigma_i$  与  $\sigma_j$  分别为两量子比特所收到的泡利噪声,分别表示为

$$\sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

量子比特经过泡利信道后,受噪声环境的影响待传量子态由纯态变为混合态,最终获得的输出量子态<sup>[13]</sup>可以表示为

$$\rho_{\text{out}} = \text{tr}[U |\varphi_{\text{in}}\rangle \langle \varphi_{\text{in}}| \otimes \varepsilon(\rho_{\text{en}}) U^\dagger], \quad (12)$$

式中: $\varepsilon(\rho_{\text{en}})$  为经过噪声环境后量子系统的状态;  $U = C_{12}^{(z)} C_{23}^{(x)} H_1 C_{12}^{(x)}$  为幺正操作,  $H_1$  为对量子态进行 Hadamard 操作,  $C_{mn}^{(\alpha)}$  ( $\alpha = x, z$ ) 为受控  $\alpha$  门操作,  $m$  为控制量子比特,  $n'$  为目标量子比特;  $U^\dagger$  为  $U$  的共轭转置;  $|\varphi_{\text{in}}\rangle$  为待传量子态,可表示为

$$|\varphi_{\text{in}}\rangle = \cos \frac{\theta}{2} \exp(i \frac{\phi}{2}) |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} \exp(-i \frac{\phi}{2}) |1\rangle, \quad (13)$$

式中: $\theta$  为极化因子,取值范围为  $0 \leq \theta \leq \pi$ ;  $\phi$  为方位因子,取值范围为  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ 。

通常采用保真度来评估量子隐形传态过程的传输质量,保真度  $F$  可量化目标状态与输出状态间的

差异<sup>[14]</sup>,表示为

$$F(\theta, \varphi) = \langle \varphi_{\text{in}} | \rho_{\text{out}} | \varphi_{\text{in}} \rangle, \quad (14)$$

式中: $\varphi$  为量子系统的一个状态向量。

一般情况下,任意量子态均可利用平均保真度  $F_{\text{av}}$  来表示统计特性,结合式(10)和式(14)可得泡利噪声影响下的平均保真度,即

$$F_{\text{av}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\phi = \frac{2a(1-\mu)}{3} + b\mu + c(1-\mu), \quad (15)$$

式中: $a, b$  和  $c$  均为概率参量,具体可表示为

$$a = p_0 p_1 + p_0 p_2 + p_0 p_3 + p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3, \quad (16)$$

$$b = p_0 + p_1 + p_2 + p_3, \quad (17)$$

$$c = p_0^2 + p_1^2 + p_2^2 + p_3^2. \quad (18)$$

当式(16)~(18)中的  $p_0, p_1, p_2, p_3$  分别取  $p_0 = 1-p, p_1 = p/2, p_2 = 0, p_3 = p/2$  时,泡利噪声表现为双泡利噪声,量子态只受  $\sigma_0, \sigma_1$  和  $\sigma_3$  的影响,其中  $p = 1 - \exp(-k_{\text{ext}} d)$  为在双泡利信道中量子态发生变化的概率,结合式(15)可得在双泡利信道中受黑碳与非吸收性混合气溶胶影响的量子隐形传态保真度的表达式为

$$F_1 = \frac{4p(\mu-1)}{3} + p^2(1-\mu) + 1. \quad (19)$$

取传输距离  $d = 0.1 \text{ km}$ ,对黑碳与硫酸盐气溶胶在两种不同内混合方式下的黑碳体积分数与信道关联因子变化对量子隐形传态保真度的影响情况进行仿真计算,结果如图 6 和图 7 所示。

当信道关联因子  $\mu$  一定时,两种不同混合方式下双泡利信道的保真度均随着黑碳体积分数的增大

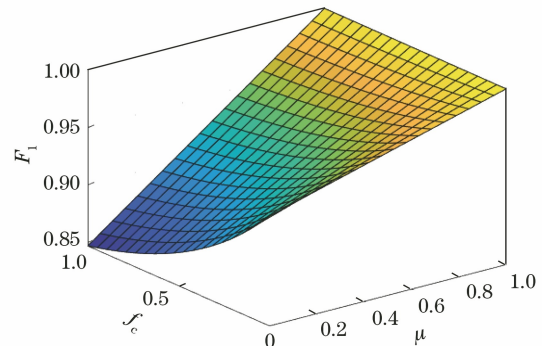


图 6 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Maxwell-Garnett 混合模型下的双泡利信道保真度与黑碳体积比、信道关联因子的关系  
Fig. 6 Relationship among double Pauli channel fidelity, black carbon volume ratio, and channel correlation factor of black carbon and sulfate aerosol under Maxwell-Garnett mixing model

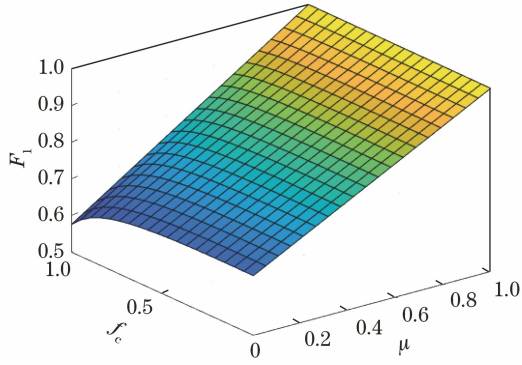


图 7 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Core-shell 混合模型下的双泡利信道保真度与黑碳体积比、信道关联因子的关系  
Fig. 7 Relationship among double Pauli channel fidelity, black carbon volume ratio, and channel correlation factor of black carbon and sulfate aerosol under Core-shell mixing model

呈现不同程度的减小。当黑碳的体积分数  $f_c = 0.3158$  不变、信道关联因子  $\mu$  从 0.2105 增加到 0.8947 时, Maxwell-Garnett 混合模型下气溶胶粒子在双泡利信道中的隐形传态保真度由 0.9169 增加到 0.9889, Core-shell 混合模型下气溶胶粒子的隐形传态保真度由 0.7338 增加到 0.9645, 即在黑

碳体积分数一定的情况下, 混合气溶胶粒子不论处于何种混合模型, 双泡利信道的保真度均随着关联因子的增大而增加, 相比之下 Core-shell 混合模型下双泡利信道隐形传态保真度的增大趋势更加明显。由此可知, 关联因子可克服无关噪声的影响, 减小噪声对量子隐形传态保真度的影响。

### 3.2 对关联比特翻转信道隐形传态保真度的影响

量子信道一般指量子系统与环境相互作用的环境, 可以反映量子态从初态到终态的物理变化。经研究发现, 当在信道中传输的粒子速度过快时, 粒子所遭受的噪声大多处于关联状态<sup>[15]</sup>。以泡利信道传递隐形传态中的共享纠缠态为研究对象, 当发送方 A 与接收方 B 之间的共享纠缠态在量子传输过程中被第三方 C 所制备, 根据式(10)可得共享纠缠态经过关联泡利信道后的状态, 其表达式为

$$\mathbf{\epsilon}_p(\rho) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & m_2 \\ 0 & m_3 & m_4 & 0 \\ 0 & m'_4 & m_5 & 0 \\ m'_2 & 0 & 0 & m_6 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

其中

$$m_1 = m_6 = \frac{1}{2}\bar{\mu}(p_{00} + p_{11} + p_{22} + p_{33} + p_{03} + p_{12} + p_{21} + p_{30}) + \frac{1}{2}\mu(p_0 + p_1 + p_2 + p_3), \quad (21)$$

$$m_2 = m'_2 = \frac{1}{2}\bar{\mu}(p_{00} + p_{11} + p_{22} + p_{33} - p_{03} - p_{12} - p_{21} - p_{30}) + \frac{1}{2}\mu(p_0 + p_1 + p_2 + p_3), \quad (22)$$

$$m_3 = m_5 = \frac{1}{2}\bar{\mu}(p_{01} + p_{10} + p_{23} + p_{32} + p_{02} + p_{13} + p_{20} + p_{31}), \quad (23)$$

$$m_4 = m'_4 = \frac{1}{2}\bar{\mu}(p_{01} + p_{10} + p_{23} + p_{32} - p_{02} - p_{13} - p_{20} - p_{31}), \quad (24)$$

式中:  $p_{ij} = p_i p_j$ ;  $\bar{\mu} = 1 - \mu$ 。

经过量子隐形传态作用后, 接收方的最终输出状态为

$$\rho'_{\text{out}} = \begin{bmatrix} \cos^2 \frac{\theta}{2}(m_1 + m_6) + \sin^2 \frac{\theta}{2}(m_3 + m_5) & \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \exp(-i\varphi)(m_2 + m'_2) + \sin \frac{\theta}{2} \exp(i\varphi) \cos \frac{\theta}{2}(m_4 + m'_4) \\ \sin \frac{\theta}{2} \exp(i\varphi) \cos \frac{\theta}{2}(m_2 + m'_2) + \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \exp(-i\varphi)(m_4 + m'_4) & \sin^2 \frac{\theta}{2}(m_1 + m_6) + \cos^2 \frac{\theta}{2}(m_3 + m_5) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

当量子态的旋转概率  $p_0 = p, p_1 = p_2 = 0, p_3 = 1 - p$  时, 量子传输信道表现为关联比特翻转噪声信道, 量子信号在黑碳与非吸收性混合气溶胶的环境下经过关联比特翻转信道后的共享态为

$$m_1 = m_6 = m_2 = m'_2 = \frac{1}{2}\bar{\mu}(p^2 + p^2) + \frac{1}{2}\mu, \quad (26)$$

$$m_3 = m_5 = m_4 = m'_4 = p\bar{\mu}p, \quad (27)$$

式中:  $\bar{p}=1-p$ 。结合式(14)和式(25),在关联比特翻转噪声下信道隐形传态的平均保真度为

$$F_2 = \bar{\mu}(p^2 + \bar{p}^2) + \mu + \frac{2}{3}\bar{\mu}p\bar{p} \quad (28)$$

取传输距离  $d=0.05$  km,对黑碳与硫酸盐混合气溶胶在 Maxwell-Garnett 模型和 Core-shell 模型下的黑碳体积分数与信道关联因子对关联比特信道的影响情况进行仿真计算,结果如图 8 和图 9 所示。观察图 8 和图 9 可知,关联比特翻转信道的平均保真度随着黑碳体积分数与关联因子的变化而变化,该变化趋势与双泡利信道下隐形传态保真度的变化情况类似。关联噪声可增加量子互信息,故关联因子越大,信道的平均保真度就越大,尤其当

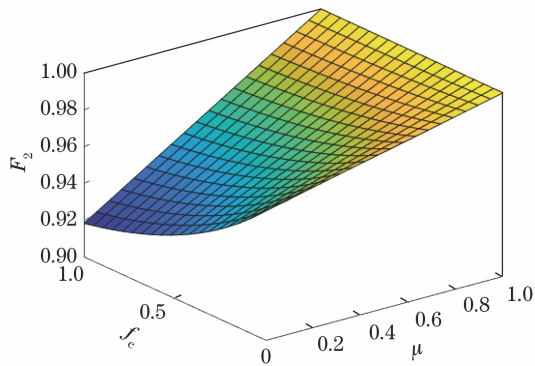


图 8 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Maxwell-Garnett 混合模型下关联比特翻转信道保真度与黑碳体积比、信道关联因子的关系

Fig. 8 Relationship among correlation bit reversal channel fidelity, black carbon volume ratio, and channel correlation factor of black carbon and sulfate aerosol under Maxwell-Garnett mixed model

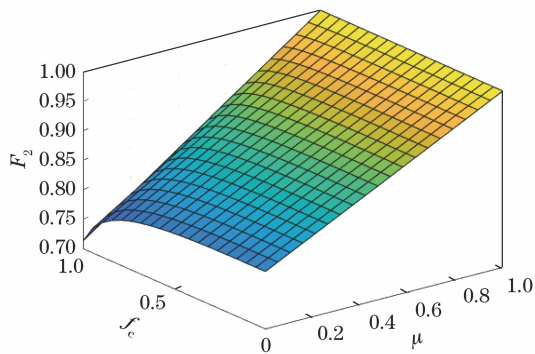


图 9 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Core-shell 混合模型下关联比特翻转信道保真度与黑碳体积比、信道关联因子的关系

Fig. 9 Relationship among correlation bit reversal channel fidelity, black carbon volume ratio, and channel correlation factor of black carbon and sulfate aerosol under Core-shell mixed model

$\mu=1$  时,两种混合状态下不论黑碳的体积分数为多少,关联信道隐形传态的平均保真度均可达到 1。当关联因子  $\mu=0.1579$ 、黑碳的体积分数  $f_c$  从 0.2105 增加到 0.9474 时,关联比特翻转信道的平均保真度在 Maxwell-Garnett 和 Core-shell 两种内混合模型下分别由 0.9599 及 0.8298 减小到 0.9321 及 0.7823,综合可知 Core-shell 混合模型下的相关信道性能对黑碳体积分数的变化更为敏感。

#### 4 黑碳与非吸收性气溶胶的不同混合方式对量子密钥分发系统的影响

量子密钥分发是量子密码学的核心技术,其利用量子力学特性来保证通信的安全性。经研究发现,对于量子密钥分发系统而言,在实际环境中该分发技术的安全性受到诸多考验。本文基于弱相干光源的有限长诱骗态密钥分配系统<sup>[16]</sup>,研究量子安全密钥的产生率在特定大气环境下的变化趋势。在该条件下,量子密钥分发系统中安全密钥的产生率可表示为

$$R_{\text{key}} \geq \eta_s \{Q_{\mu'} H_2(E_{\mu'}) f(E_{\mu'}) + Q_1 [1 - H_2(e_1)]\} \quad (29)$$

式中:  $\mu'$  为光源的平均光子数;  $\eta_s$  为系统效率;  $Q_{\mu'}$  为信号接收方的总接收率;  $E_{\mu'}$  为接收信号态的误码率;  $H_2(\cdot)$  为二元熵函数;  $f(E_{\mu'})$  为双边纠错率;  $e_1$  为单光子态的误码率;  $Q_1$  为单光子态的接收率。

当发射端使用弱相干光源时,相位随机化的弱相干态光子数满足泊松分布<sup>[17]</sup>,表达式为

$$P_k(\mu') = \frac{\mu'^k}{k!} \exp(-\mu') \quad (30)$$

式中:  $k$  为光子数。由式(30)可知,当光源的平均光子数为  $\mu'$  时,弱相干态脉冲包含  $k$  个光子的概率为  $P_k(\mu')$ 。假设发射方以光子数  $k$  发射光子,接收方探测到的光子误码率  $e_k$  与光子的概率  $Y_k$  分别表示为

$$e_k = \frac{e_0 Y_0 + e_d (1 - \eta_k)}{Y_k} \quad (31)$$

$$Y_k = \eta_d (Y_0 + \eta_k - Y_0 \eta_k) \quad (32)$$

式中:  $e_0$  为背景光噪声引起的误码率;  $Y_0$  为发射光源只有背景光的计数率;  $e_d$  为探测器噪声引起的误码率;  $\eta_d$  为信号接收方的探测效率;  $\eta_k$  为  $k$  个光子在混合型黑碳气溶胶环境下传输时脉冲的通过率,表达式为

$$\eta_k = 1 - (1 - \eta_c)^k \quad (33)$$

式中:  $\eta_c$  为光信号在混合型黑碳气溶胶环境下传输时信道的传输效率,该参量取决于混合型黑碳气溶

胶环境下信道的参数  $L_{att}$ , 表达式为

$$\eta_c = 10^{-L_{att}d}. \quad (34)$$

光源信号接收方的总效率<sup>[18]</sup>可表示为

$$Q_{\mu'} = \sum_{k=0}^{\infty} Y_k P_k(\mu). \quad (35)$$

当发送端弱相干光源所产生的脉冲为单光子

态, 即  $m=1$  时, 接收端单光子态的接收率为

$$Q_1 = \eta_d(Y_0 + \eta_c - Y_0\eta_c)\mu \exp(-\mu). \quad (36)$$

本文取  $m=1$ , 结合式(23)可得单光子态信号在混合型黑碳气溶胶环境下传输时不同体积分数与传输距离对量子密钥分发系统中安全密钥产生率的影响, 部分参数取值如表 1 所示<sup>[19]</sup>。

表 1 安全密钥产生率的参数取值

Table 1 Parameter values of security key generation rate

$\mu'$	$\eta_d$	$Y_0 / 10^{-6}$	$\eta_s$	$e_0$	$e_d$	$E_{\mu'}$	$f(E_{\mu'})$
0.1	0.4	1.7	0.5	0.500	0.015	0.5	0.2

综上所述, 对黑碳与硫酸盐气溶胶在两种不同内混合方式下的黑碳体积分数、量子态传输距离及量子安全密钥产生率间的关系进行仿真计算, 结果如图 10 和图 11 所示。

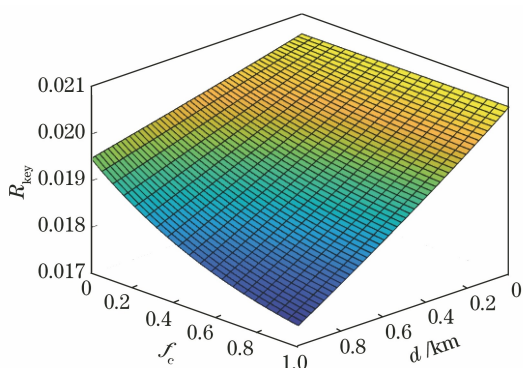


图 10 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Maxwell-Garnett 混合模型下的量子安全密钥产生率与黑碳体积比、传输距离的关系  
Fig. 10 Relationship among quantum security key generation rate, black carbon volume ratio, and transmission distance of black carbon and sulfate aerosol under Maxwell-Garnett mixed model

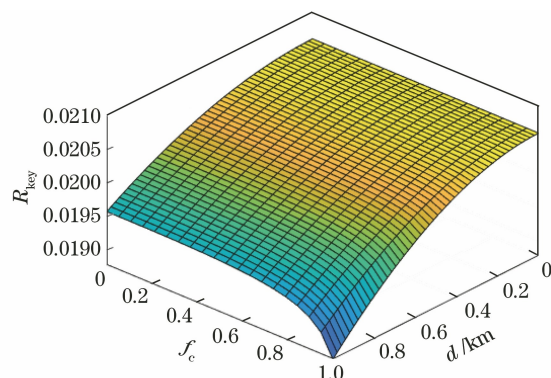


图 11 黑碳与硫酸盐气溶胶在 Core-shell 混合模型下量子安全密钥产生率与黑碳体积比、传输距离的关系  
Fig. 11 Relationship among quantum security key generation rate, black carbon volume ratio, and transmission distance of black carbon and sulfate aerosol under Core-shell mixing model

图 10 和图 11 中,  $d$  的取值范围为  $0 \sim 1$ 。从图 10 和图 11 可以看出, 在 Maxwell-Garnett 混合模型和 Core-shell 混合模型中, 当黑碳的体积分数已知时, 随着传输距离的增加, 量子信号会与更多的混合气溶胶粒子发生碰撞, 光量子的偏振态因实际大气中的混合气溶胶环境偏离量子密钥分发协议所需的理想状态, 从而发生劣化, 进而导致量子误码率的增加及密钥安全产生率的减小。当传输距离  $d = 0.8163$  km、黑碳的体积分数  $f_c$  由 0.01951 增加到 0.89470 时, 黑碳与硫酸盐混合气溶胶粒子在 Maxwell-Garnett 混合模型下的量子安全密钥产生率由 0.01951 减小到 0.01806, 在 Core-shell 混合模型下密钥产生率由 0.01990 减小到 0.01969。随着黑碳体积分数与量子态传输距离的增加, Core-shell 混合模型下密钥产生率急剧下降, 而 Maxwell-

Garnett 混合模型下的变化趋势整体相对平缓。由此可知, 在进行量子密钥分发时, 需根据气溶胶参数适时地对量子密钥分发系统进行相关调整, 以降低量子传输误码率, 保证安全密钥的生成。

## 5 结 论

本文根据黑碳与非吸收性气溶胶在大气中的两种不同内混合形态下粒子整体的消光特性, 对比分析了混合粒子对量子传输信道相关性能的影响。首先根据混合粒子中黑碳体积分数与量子信号传输距离, 建立了光子能量以及量子安全密钥产生率衰减模型。仿真结果表明, 在两种不同混合状态下, 随着黑碳体积分数的增加, 光子能量的衰减均呈现逐渐增大的趋势, 而量子安全密钥产生率则随着黑碳体积分数的增大而逐渐减小。本文针对双泡利信道和关联比特翻转信道, 分析了不同混合状态下黑碳体积比与信道关联因子对信道隐形传态保真度的影响。由仿真结果可知, 在不同内容和模型下, 信道关联因子的增大对信道隐形传态保真度有着积极的



影响,而黑碳体积分数的增大则会降低信道隐形传态的保真度。因此,在进行星地间量子通信时应根据大气中各气溶胶的情况适时调整相关参数。

### 参 考 文 献

- [1] 覃彦婷. 量子计算机驱动未来[J]. 科学启蒙, 2021(5): 1-3.  
Qin Y T. Quantum computer drives the future [J]. Science Initiation, 2021(5): 1-3.
- [2] 胡杨. 我国构建全球首个量子通信网[J]. 科学, 2021, 73(1): 62.  
Hu Y. Building the world's first quantum communication network in China[J]. Science, 2021, 73(1): 62.
- [3] 刘涛, 朱聪, 孙春阳, 等. 不同天气条件对自由空间量子通信系统性能的影响[J]. 光学学报, 2020, 40(2): 0227001.  
Liu T, Zhu C, Sun C Y, et al. Influences of different weather conditions on performance of free-space quantum communication system [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(2): 0227001.
- [4] 聂敏, 常乐, 杨光, 等. 灰霾粒子与水云粒子不同混合方式对量子卫星通信性能影响[J]. 光子学报, 2017, 46(7): 0701002.  
Nie M, Chang L, Yang G, et al. Influence of different mixing patterns of haze particles and water cloud particles on the performance of quantum satellite communication [J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(7): 0701002.
- [5] 张小林, 黄印博, 饶瑞中. 一种内混合气溶胶粒子模型光散射的等效性[J]. 光学学报, 2012, 32(6): 0629001.  
Zhang X L, Huang Y B, Rao R Z. Equivalence of light scattering by one internal-mixed model for aerosol particles [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(6): 0629001.
- [6] 郝丽, 杨文, 吴统文, 等. 黑碳-硫酸盐混合气溶胶的辐射特性分析[J]. 高原气象, 2010, 29(5): 1238-1245.  
Hao L, Yang W, Wu T W, et al. Study on radiative property of soot-sulfate mixed aerosol [J]. Plateau Meteorology, 2010, 29(5): 1238-1245.
- [7] 周晨, 张华, 王志立. 黑碳与非吸收性气溶胶的不同混合方式对其光学性质的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(8): 0829001.  
Zhou C, Zhang H, Wang Z L. Impact of different mixing ways of black carbon and non-absorbing aerosols on the optical properties [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(8): 0829001.
- [8] 张立盛, 石广玉. 相对湿度对气溶胶辐射特性和辐射强迫的影响[J]. 气象学报, 2002, 60(2): 230-237.  
Zhang L S, Shi G Y. The impact of relative humidity on the radiative property and radiative forcing of sulfate aerosol [J]. Acta Meteorologica Sinica, 2002, 60(2): 230-237.
- [9] 周晨. 气溶胶的不同混合状态对其光学性质和辐射强迫的影响[D]. 南京: 南京信息工程大学, 2013.  
Zhou C. Impact of different mixing ways of aerosols on their optical properties and radiative forcing [D]. Nanjing: Nanjing University of Information Science & Technology, 2013.
- [10] Ackerman T P, Toon O B. Absorption of visible radiation in atmosphere containing mixtures of absorbing and nonabsorbing particles [J]. Applied Optics, 1981, 20(20): 3661-3667.
- [11] 张秀再, 翟梦思, 周丽娟. 黑碳气溶胶对星地量子链路通信性能的影响[J]. 光学学报, 2021, 41(11): 1127001.  
Zhang X Z, Zhai M S, Zhou L J. Influence of black carbon aerosol on performance of satellite-ground quantum link communication [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(11): 1127001.
- [12] Zu C J. Study on quantum teleportation under correlated noise [D]. Ganzhou: Jiangxi University of Technology, 2019.  
祖传金. 关联噪声下的量子隐形传态研究 [D]. 赣州: 江西理工大学, 2019.
- [13] 武天雄, 李云霞, 蒙文, 等. 基于部分记忆信道的量子隐形传态保真度增强方法研究[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(5): 0527001.  
Wu T X, Li Y X, Meng W, et al. Enhancement of quantum teleportation fidelity based on partial memory channel [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(5): 0527001.
- [14] Pan J W, Daniell M, Gasparoni S, et al. Experimental demonstration of four-photon entanglement and high-fidelity teleportation [J]. Physical Review Letters, 2001, 86(20): 4435-4438.
- [15] Macchiavello C, Palma G M. Entanglement enhanced information transmission over a quantum channel with correlated noise [J]. Physical Review A, 2002, 65(5): 050301.
- [16] 吴承峰, 杜亚男, 王金东, 等. 弱相干光源测量设备无关量子密钥分发系统的性能优化分析[J]. 物理学报, 2016, 65(10): 100302.  
Wu C F, Du Y N, Wang J D, et al. Analysis on performance optimization in measurement-device-independent quantum key distribution using weak coherent states [J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(10): 100302.
- [17] 张梓平, 刘国军, 陆旭, 等. 基于退极化信道的量子

- 密钥分配协议安全性能分析[J]. 量子电子学报, 2019, 36(4): 464-470.
- Zhang Z P, Liu G J, Lu X, et al. Security performance analysis of quantum key distribution protocol based on depolarization channel[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2019, 36(4): 464-470.
- [18] 唐守荣. 空间多种等离子体环境对量子卫星通信性能影响的研究[D]. 西安: 西安邮电大学, 2018.
- Tang S R. Research on the effects of multiple plasma environments on the performance of quantum satellite communication[D]. Xi'an: Xi'an University of Posts and Telecommunications, 2018.
- [19] Ma X F, Fung C H F, Razavi M. Statistical fluctuation analysis for measurement-device-independent quantum key distribution[J]. Physical Review A, 2012, 86(5): 052305.