

## 水中气泡环境偏振光学矢量辐射传输特性研究

宋强<sup>1,2,3</sup>, 孙晓兵<sup>1,3,4\*</sup>, 刘晓<sup>1,3,4</sup>, 提汝芳<sup>1,3</sup>, 黄红莲<sup>1,3,4</sup><sup>1</sup>中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所, 安徽 合肥 230031;<sup>2</sup>中国科学技术大学, 安徽 合肥 230026;<sup>3</sup>中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室, 安徽 合肥 230031;<sup>4</sup>合肥市农业行业首席专家工作室, 安徽 合肥 230031

**摘要** 利用光学成像仪器进行水下资源勘测时, 成像质量常因水中气泡干扰而降低。研究水中气泡环境辐射传输特性并分析其对光学仪器成像的干扰, 对提升水下成像抗干扰能力具有重要指导意义。首先构建水中单气泡成像环境, 模拟光在单气泡传输过程中辐射强度和偏振状态的变化趋势, 得出单气泡界面处的传输相位函数; 在此基础上, 通过增加气泡数量, 模拟水中多气泡成像环境下光的辐射强度和偏振状态随气泡分布的变化情况; 最后基于几何光学近似理论进行蒙特卡洛模拟, 仿真并得出不同气泡半径大小、不同光线传输路径尺度对光线在气泡群中前向和后向传输的影响。气泡理论分析、仿真计算和实测实验表明: 光在气泡界面处产生的偏振态变化与观测几何具有强关联, 当入射角较小时, 光的穿透性较强, 辐射强度衰减缓慢; 随着传输距离路径增加, 前向传输和后向传输的偏振度呈现相反的变化趋势; 理论、仿真和实验结果三者基本保持一致。该研究可以为水下复杂环境目标偏振成像领域提供一定的参考。

**关键词** 几何光学; 单气泡; 多气泡; 蒙特卡洛; 偏振度

中图分类号 TN209

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1210001

## Study on Vector Radiative Transmission Characteristics of Polarization Optics in Underwater Bubble Environment

Song Qiang<sup>1,2,3</sup>, Sun Xiaobing<sup>1,3,4\*</sup>, Liu Xiao<sup>1,3,4</sup>, Ti Rufang<sup>1,3</sup>, Huang Honglian<sup>1,3,4</sup><sup>1</sup>Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China;<sup>2</sup>University of Science and Technology of China, Hefei 230026, Anhui, China;<sup>3</sup>Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China;<sup>4</sup>Hefei Chief Expert Studio of Agricultural Industry, Hefei 230031, Anhui, China

**Abstract** Using optical imaging equipment for survey of underwater resources often obtains lower quality of image because of underwater bubble's interference. Taking analysis of radiation transmission characteristics of bubble and interference characteristics on the optical imaging instrument in the water environment has important guiding significance for improving anti-jamming capability of underwater imaging. At first, the single bubble underwater imaging environment is built and the changing trends of radiation intensity and polarization state for light transmitting in single bubble are simulated, and the transmission phase function on the interface of single bubble is obtained. Then, the changing trends of radiation intensity and polarization state of light with bubble distribution under multi-bubble imaging environment are simulated when increasing the number of bubbles on the basis of

收稿日期: 2021-08-23; 修回日期: 2021-08-27; 录用日期: 2021-11-15

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFE0201400)、中国科学院合肥研究院重点项目(Y73H9P1801)

通信作者: \*xbsun@aiofm.ac.cn

research on single bubble. Finally, the effects on forward transmission and backward transmission characteristics with different radius of bubble sizes and different distances of light transmission are simulated with Monte Carlo method based on theory of geometrical optics approximation. The study of bubble theory, simulation and experiment shows that the changing trend of produced light's polarization at surface of bubble has strong correlation with observation geometry, when the angle of incidence is small, light has strong penetrability and the attenuation of radiation intensity is slow. The degrees of polarization of forward transmission and backward transmission show significantly opposite trend with increase of transmission distance. The theory, simulation and experimental results are basically consistent. The research can provide a certain reference value in target polarization imaging field under complex underwater environment.

**Key words** geometrical optics; single bubble; bubble group; Monte Carlo; degree of polarization

## 1 引言

由于海底科考、深海能源开采、船舶尾流、海洋动物呼吸以及海浪等原因,海水中会产生大量的气泡<sup>[1]</sup>。当光在水中气泡里传输时,散射效应会导致光的基本属性发生变化,其中偏振特性变化尤为剧烈,利用这些特性能够表征气泡的形态、尺寸、密度和运动等特征<sup>[2]</sup>,并且可以对气泡干扰下的光学成像进行有效的研究。

关于水中气泡的光学传输特性,国内外研究机构已开展了广泛的理论研究。Davis<sup>[3]</sup>用几何光学理论对大气泡的散射特性作近似的推导与现象解释;Desai<sup>[4]</sup>利用基于气泡群的光学特性设计出多种识别气泡尺寸分布的实验方案;吕且妮等<sup>[5]</sup>采用几何光学近似模型(GOM)分析和计算了理想球形大气泡粒子的总散射光强分布以及不同距离处的散射相位分布;秦刚等<sup>[6]</sup>利用偏振光传输的蒙特卡罗(Monte Carlo)模型模拟了不同偏振态的入射光穿过气泡时偏振度(DOP)的径向分布与气泡散射系数、气泡半径大小以及气泡群厚度之间的关系;Kokhanovsky<sup>[7]</sup>用 Monte Carlo 光线追迹法研究了气泡群散射光的强度和偏振特性;夏珉等<sup>[8]</sup>采取几何光学方法和 Monte Carlo 模拟方法分别研究了水中单气泡体散射函数和气泡群的后向散射光特性;周宁等<sup>[9]</sup>基于矢量 Monte Carlo 方法模拟研究了气泡群的存在对后向散射光强以及 DOP 的影响规律,通过仿真实验验证了采用激光偏振探测法应用于复杂水下环境激光通信探测的可行性。

在散射模型研究领域,引用无量纲尺度数  $c = 2\pi r / \lambda$  (其中,  $r$  为粒子半径,  $\lambda$  为入射光波长) 作为模型应用评判标准,尺度数  $c \ll 0.1$  属于瑞利散射范畴,尺度数  $c \geq 0.1$  属于米散射范畴,尺度数  $c > 50$  属于几何散射范畴,由于实际中的气泡尺寸往往会远远大于瑞利散射和米散射的应用范畴,显然米散射模型不适合解释大尺寸气泡的光线传输现

象<sup>[10-11]</sup>。本文中研究的气泡尺度数  $c \gg 50$ , 并以 GOM 和 Monte Carlo 模型为基础<sup>[12-13]</sup>, 研究了单气泡外界面强度与偏振信息随光线入射角的分布特性,拓展研究了入射光线穿透两个及以上气泡后的光强信息和偏振信息的变化趋势,仿真模拟气泡尺寸、气泡群厚度对光的前向传输、后向传输性能的影响,同时进行了实验验证。

## 2 基于几何光学理论的水中单气泡矢量辐射传输特性分析

分析水中单气泡的光线传输过程是研究水中气泡环境光学特性的基础。本文所研究的气泡被设定为介质均匀并且几何形状完全对称的理想空心球体;根据几何光学理论,当气泡的直径远远大于入射光的波长时,入射光在气泡-水体的交界面处主要发生反射和折射现象。设  $\alpha$  和  $\beta$  分别为光线的入射角和折射角,一束光线的具体光路图如图 1 所示。

由图 1 推导得出入射光线  $I$  经过气泡后的出射光  $I_n$  由入射角  $\alpha$  和在气泡内外界面处的进出次数  $n$  唯一决定,其偏向角  $\theta_n(\alpha)$ <sup>[7]</sup> 表示为

$$\theta_n(\alpha) = 2(n-1)\beta - 2\alpha - (n-2)\pi. \quad (1)$$

由图 1 可知,  $\sin \alpha = m \sin \beta$ ,  $m = n_2 / n_1$  为气泡内部折射率与水体折射率的比值,  $n_1$  为水体折射率,  $n_2$  为气泡内部介质折射率。气泡界面偏向角  $\theta_n$  与散射角  $\theta$  的关系表示为

$$\theta_n(\alpha) = 2\pi t + q\theta, \quad (2)$$

式中:  $q$  为入射位置调节变量,取值分为 1 或者 -1,  $q = 1$  表示入射光线在气泡截面图中的上半轴,  $q = -1$  表示入射光线在下半轴;  $t$  为相位调节变量,取整数;  $\theta \in (0, \pi)$ 。

根据 Fresnel 定律,任一偏振态的光可以分解为一个振动方向平行于入射面的分量(用 p 表示)和一个振动方向垂直于入射面的分量(用 s 表示)。在图 1 中 A 点处第 1 次反射的 p 分量振幅  $A_{op}^{(R)}$ 、透射的振幅  $A_{1p}^{(T)}$  与入射光振幅  $A_{0p}$  之间的关系由

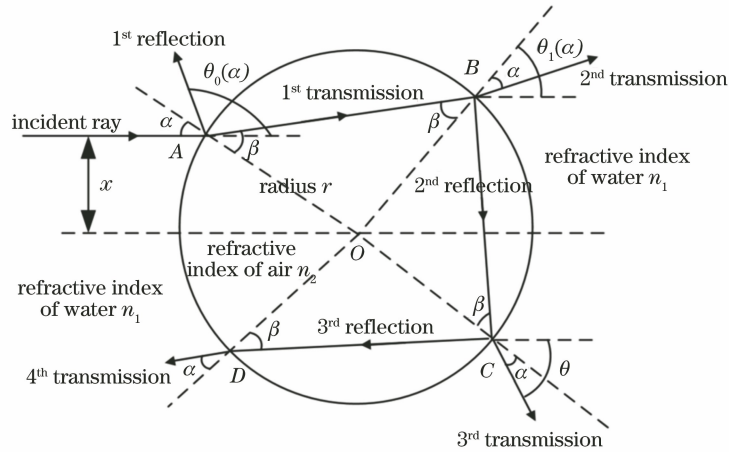


图 1 GOM 理论模型与入射光源在气泡界面的传输路径

Fig. 1 GOM theory model and the transmission path of light on the interface of bubble

Fresnel 公式<sup>[14]</sup>可得

$$\begin{cases} \frac{A_{0p}^{(R)}}{A_{0p}} = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \\ \frac{A_{1p}^{(T)}}{A_{0p}} = \frac{2\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta)} \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)得出在 A 点处反射到气泡外界面的光强公式为

$$I_{1p}^{(R)} = I_{0p} \frac{\tan^2(\beta - \alpha)}{\tan^2(\beta + \alpha)}, \quad (4)$$

式中:  $I_{0p} = A_{0p}^2$  为入射光强的 p 分量。在 A 点处透射进入气泡内表面的光强为

$$I_{1p}^{(T)} = I_{0p} \frac{4\sin^2\beta\cos^2\alpha}{\sin^2(\alpha + \beta)\cos^2(\alpha - \beta)}. \quad (5)$$

从 A 点处透射进入的光线在 B 点处气泡内外界面发生第 2 次透射和反射的光强表示为

$$\begin{cases} I_{2p}^{(T)} = A_{1p}^2 \frac{4\sin^2\alpha\cos^2\beta}{\sin^2(\alpha + \beta)\cos^2(\alpha - \beta)} \\ I_{2p}^{(R)} = A_{1p}^2 \frac{\tan^2(\beta - \alpha)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \end{cases}, \quad (6)$$

式中:  $A_{1p}$  为在 A 点处透射的 p 分量振幅。经推导, 在单气泡的外界面处, 光线发生连续两次反射的 p 分量光强之比表示为  $I_{4p}^{(R)}/I_{3p}^{(R)} = I_{3p}^{(R)}/I_{2p}^{(R)} = \tan^2(\beta - \alpha)/\tan^2(\beta + \alpha) = q_p$ ,  $q_p = \tan^2(\beta - \alpha)/\tan^2(\beta + \alpha)$ , 连续两次透射的光强之比为  $I_{4p}^{(T)}/I_{3p}^{(T)} = I_{3p}^{(T)}/I_{2p}^{(T)} = q_p$ 。在单气泡界面处的第 n 次内表面反射光强  $I_{np}^{(R)}$ 、第 n 次外表面透射光强  $I_{np}^{(T)}$  与  $I_{2p}^{(R)}$ ,  $I_{2p}^{(T)}$  之间的关系表示为

$$\begin{cases} I_{np}^{(R)} = I_{2p}^{(R)} q_p^{n-2} \\ I_{np}^{(T)} = I_{2p}^{(T)} q_p^{n-2}, n \geq 2. \end{cases} \quad (7)$$

当入射光在 A 点以振幅  $A_0$  入射时, 则透射光的振幅  $A_1^{(T)}$ 、反射光的振幅  $A_0^{(R)}$  的 s 分量也由

Fresnel 公式可得

$$\begin{cases} \frac{A_{0s}^{(R)}}{A_{0s}} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \\ \frac{A_{1s}^{(T)}}{A_{0s}} = \frac{2\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)} \end{cases}, \quad (8)$$

式中:  $A_{0s}$  为入射光振幅的 s 分量。

类似 p 分量的理论推导, A 点处入射光的 s 分量在气泡外表面反射光强  $I_{1s}^{(R)}$ 、内表面的透射光强  $I_{1s}^{(T)}$ <sup>[14]</sup> 分别表示为

$$\begin{cases} I_{1s}^{(R)} = I_{0s} \frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \\ I_{1s}^{(T)} = I_{0s} \frac{4\sin^2\beta\cos^2\alpha}{\sin^2(\alpha + \beta)} \end{cases}, \quad (9)$$

式中:  $I_{0s} = A_{0s}^2$  为入射光强的 s 分量。在图 1 中的 B 点处, 入射光发生第 2 次透射光强  $I_{2s}^{(T)}$  和反射光强  $I_{2s}^{(R)}$  的 s 分量分别表示为

$$\begin{cases} I_{2s}^{(T)} = A_{1s}^2 \frac{4\sin^2\alpha\cos^2\beta}{\sin^2(\alpha + \beta)} \\ I_{2s}^{(R)} = A_{1s}^2 \frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \end{cases}, \quad (10)$$

式中:  $A_{1s}$  为在 A 点处透射的 s 分量振幅。

与 p 分量推导同理, 得出在气泡界面上的 s 分量第 n 次内表面反射光强  $I_{ns}^{(R)}$ 、第 n 次外表面透射光强  $I_{ns}^{(T)}$  光强分别表示为

$$\begin{cases} I_{ns}^{(R)} = I_{2s}^{(R)} q_s^{n-2} \\ I_{ns}^{(T)} = I_{2s}^{(T)} q_s^{n-2}, n \geq 2, \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $q_s = \sin^2(\beta - \alpha)/\sin^2(\beta + \alpha)$ 。由于 p、s 分量之和表示总光强, 所以第 n 次(其中  $n \geq 2$ )透射出气泡外界面的光强与第 2 次透射光强之间的关系表示为

$$I_n^{(T)} = I_{2s}^{(T)} q_s^{n-2} + I_{2p}^{(T)} q_p^{n-2}. \quad (12)$$

当入射光线以小于临界角度的方向入射至气泡

外界面时,第 1 次反射光线和第  $n$  次 ( $n \geq 2$ ) 透射光线的 DOP 表示为

$$P = \frac{|I_{np} - I_{ns}|}{I_{np} + I_{ns}} \quad (13)$$

设入射光源强度初始值为 1, 利用式(12)可以

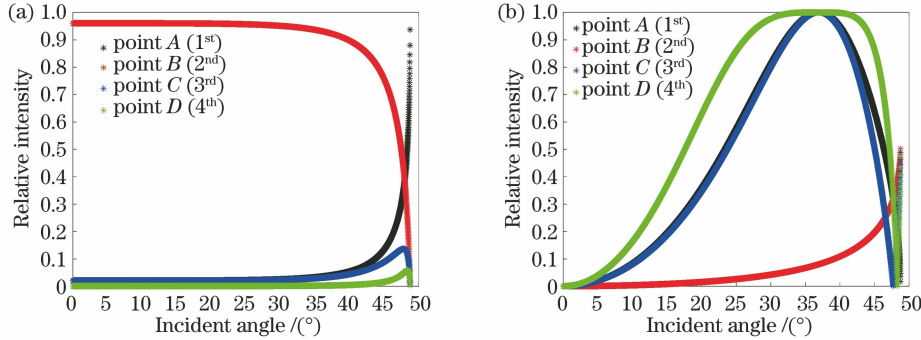


图 2 入射光线经多次反射、透射后在气泡外界面处的强度和 DOP 变化。(a) 光线传输强度变化趋势; (b) 光线传输 DOP 变化趋势

Fig. 2 The changing trend of intensity and DOP on the surface of single bubble after multiple reflection and transmission of incident light. (a) Variation trend of light transmission intensity; (b) variation trend of light transmission DOP

由图 2(a)可知,在一定的入射角度范围内, B 点处的透射光能量在初始入射的总能量中始终占据较大比例,且光强为最大;本文研究的气泡是干净的气泡,气泡表面无相关的附着物,当入射光线从光密介质传输到光疏介质,并在接近临界角(即入射光线在水-气界面中的折射角为  $90^\circ$  的条件下,设置水体折射率为 1.33,气泡内部折射率为 1.00,计算临界角为  $48.75^\circ$ )时,气泡外界面各处的光强发生突变。由图 2(b)可知,在低于临界角的范围内, B 点处的 DOP 数值一直缓慢提升;由于气-水界面(即入射光线从光疏介质传输到光密介质)的布儒斯特角约为  $37^\circ$ ,对应的 DOP 为 1,除 B 点外的其他各处,当入射角小于布儒斯特角时,随入射角增大, DOP 增大,大于布儒斯特角后,随入射角增大, DOP 下降;在临界角附近处所有位置的 DOP 也将出现数值突变。

入射光与气泡发生作用后在界面处的能量分布可以用对应的相位函数来描述,它表示了气泡外界面处光能量的角分布范围。根据文献[15],推导出单气泡不同位置处的微分传输截面函数表达式为

$$C^d(\theta_n) = \frac{1}{8} \sum_{n,\alpha} d^2 (|I_{np}|^2 + |I_{ns}|^2) D^{(n)}, \quad (14)$$

式中:  $d$  为单个气泡的尺寸大小,即单气泡直径;  $n$  表示光线在气泡内外界面的第  $n$  次传输;  $D^{(n)} = \sin 2\alpha / (2 \sin \theta |d\theta_n/d\alpha|)$  为波前扩展因子,  $d\theta_n/d\alpha = 2(n-1)[\cos \alpha / (m \cos \beta)] - 2$ 。由式(14)可得单气泡界面处不同位置(不同传输次数)的光线传输相位函数为

计算出在不同入射角度下气泡外界面中各处能量所占入射光源比例,如图 2(a)所示。联立式(7)、(11)、(13)可以依次计算出入射光源在气泡外界面各点处的出射光 DOP 大小及其变化趋势,如图 2(b)所示。

$$p(\theta_n) = \frac{2 \sum_{n,\alpha} (|I_{np}|^2 + |I_{ns}|^2) D^{(n)}}{\int_0^\pi \sum_{n,\alpha} (|I_{np}|^2 + |I_{ns}|^2) D^{(n)} \sin \theta d\theta} \quad (15)$$

通过以上分析可知,光线在气泡内外界面传输后的 DOP 数值对初始入射角度有一定的敏感性,入射角  $\alpha$  是影响气泡偏振特性的重要影响因素;单个气泡界面处光线传输相位函数与气泡的尺寸无关,仅与单气泡界面处的光线入射角  $\alpha$  有关。利用单个气泡界面各处光强、偏振的变化规律推导出单气泡界面处不同位置的光线传输相位函数将为多气泡的光学特性分析奠定基础。

### 3 基于几何光学理论的水中多气泡矢量辐射传输特性分析

由图 2 可知,入射光线的能量主要集中在外界面 B 点处(即光线从气泡内部第 2 次折射出外界面的能量占原始入射能量的比值远远高于气泡其他各处的能量比值),为了简化光线在气泡群中传输过程以及出入射强度信息变化趋势的几何光学理论分析,在微观条件下,假设光线在多气泡间传输只存在以下三种情况:第一种是理想情况下只存在气泡外界面反射,不存在进入气泡内部的光线传输;第二种是理想情况下光线进入气泡内部并且只考虑第二次(即 B 点)透射出气泡外界面的情况,外界面其他位置的传输情况忽略不计;第三种是指气泡外的反射

以及气泡内的传输只考虑两次(即到  $B$  点为止),第三种传输情况与前两种相比更为复杂。

### 3.1 多气泡传输路径中的矢量辐射特性表征方法

由第 2 节理论推导可知,光线在气泡外表面的入射角大于临界角时,光线将发生全反射,当只存在上述第一种传输情况时,理论上可以认为光线在水中传播的距离只由水体的衰减系数决定,而与气泡的大小和数目无关。

由式(6)、(10)、(12)可以计算出在气泡外表面  $B$  点处出射光强大小为

$$I_2^{(T)} = I_2 = 8I_0 \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^4(\alpha + \beta)} \left[ 1 + \frac{1}{\cos^4(\beta - \alpha)} \right], \quad (16)$$

式中: $I_0$  为入射至气泡界面的初始光强, $I_0 = I_{0p} + I_{0s}$ 。当考虑气泡外表面只存在第二种传输情况时,入射光线分别穿过两个气泡后光强变为

$$S_2 = I_2^2 = 64I_0 \frac{\sin^2 \alpha_1 \cos^2 \beta_1 \sin^2 \beta_1 \cos^2 \alpha_1}{\sin^4(\alpha_1 + \beta_1)} \left[ 1 + \frac{1}{\cos^4(\beta_1 - \alpha_1)} \right] \cdot \frac{\sin^2 \alpha_2 \cos^2 \beta_2 \sin^2 \beta_2 \cos^2 \alpha_2}{\sin^4(\alpha_2 + \beta_2)} \left[ 1 + \frac{1}{\cos^4(\beta_2 - \alpha_2)} \right], \quad (17)$$

式中: $\alpha_1$  与  $\beta_1$  分别为入射至第 1 个气泡外表面处的入射角和折射角; $\alpha_2$  和  $\beta_2$  分别为光线穿过第 1 个气泡后入射至第 2 个气泡外表面处的入射角和折射角,并且第 1 个气泡和第 2 个气泡的光线入射角和折射角属于随机独立分布。

同理,为了简化传输过程,假设光线在传输过程中不存在气泡外表面反射的情况,入射光线都以同一角度  $\alpha$  入射至气泡外表面并进入气泡内部,然后在气泡界面  $B$  点处出射,当光线穿过多个气泡后,气泡外表面出射光强变为

$$S_k = I_2^k = I_0 \cdot 8^k \cdot \left\{ \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^4(\alpha + \beta)} \left[ 1 + \frac{1}{\cos^4(\beta - \alpha)} \right] \right\}^k, \quad (18)$$

式中: $k$  为光线在气泡群中穿过的气泡个数; $S_k$  为穿过  $k$  个气泡后的出射光强。

根据图 2(b)可知,光线在气泡外表面  $B$  点处出射,当入射角度  $\alpha$  较小时,DOP 数值偏小;当入射角度  $\alpha$  较大时,出射光线的 DOP 数值缓慢增长,变为部分偏振光。与入射光线穿透水中多个气泡后光强信息的推导类似,当光线在穿透第一个气泡后并进

入第二个气泡中传输时,其出射光线的偏振特性亦可由几何理论进行推导。

根据偏振的定义<sup>[16]</sup>,偏振实现电磁波观测切平面二维矢量量子辨识度。在传播过程中, $p$  分量和  $s$  分量的衰减程度不同,会导致偏振信息的不同;当光束照向目标表面发生反射时,能量在  $p$  方向和  $s$  方向实现了重新分配,且目标物不同,能量分配规律也不同。利用 Fresnel 定律,可以得到光线的  $p$  分量和  $s$  分量在气泡表面处的反射率和折射率,对  $p$  分量和  $s$  分量各自进行理论推导,可得出光线在多气泡间传输后的偏振信息变化趋势。

由第 2 节可知,当光线入射至第 1 个气泡时其外表面各处的  $p$  分量为  $I_{np1}^{(T)} = I_{2p1}^{(T)} q_p^{n-2}$  ( $n \geq 2$ ),入射至第 1 个气泡外表面时各处的  $s$  分量表示为  $I_{ns1}^{(T)} = I_{2s1}^{(T)} q_s^{n-2}$  ( $n \geq 2$ ),其中  $p$  分量强度表示为

$$I_{2p1}^{(T)} = I_{0p} \left[ \frac{4 \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \sin \beta_1 \cos \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 + \beta_1) \cos^2(\alpha_1 - \beta_1)} \right]^2,$$

$s$  分量强度为

$$I_{2s1}^{(T)} = I_{0s} \left[ \frac{4 \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \sin \beta_1 \cos \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 + \beta_1)} \right]^2,$$

且  $q_{p1} = \tan^2(\beta_1 - \alpha_1) / \tan^2(\beta_1 + \alpha_1)$ ,  $q_{s1} = \sin^2(\beta_1 - \alpha_1) / \sin^2(\beta_1 + \alpha_1)$ 。

当光线从第 1 个气泡  $B$  点处出射并进入第 2 个气泡时,其外表面各处的  $p$  分量表示为  $I_{np2}^{(T)} = I_{2p2}^{(T)} q_{p2}^{n-2}$  ( $n \geq 2$ ),第 2 个气泡外表面各处的  $s$  分量表示为  $I_{ns2}^{(T)} = I_{2s2}^{(T)} q_{s2}^{n-2}$  ( $n \geq 2$ ),其中,  $q_{p2} = \tan^2(\beta_2 - \alpha_2) / \tan^2(\beta_2 + \alpha_2)$ ,  $q_{s2} = \sin^2(\beta_2 - \alpha_2) / \sin^2(\beta_2 + \alpha_2)$ ,且

$$I_{2p2}^{(T)} = I_{0p} \left[ \frac{4 \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \sin \beta_1 \cos \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 + \beta_1) \cos^2(\alpha_1 - \beta_1)} \cdot \frac{4 \sin \alpha_2 \cos \beta_2 \sin \beta_2 \cos \alpha_2}{\sin^2(\alpha_2 + \beta_2) \cos^2(\alpha_2 - \beta_2)} \right]^2, \\ I_{2s2}^{(T)} = I_{0s} \left[ \frac{4 \sin \alpha_1 \cdot \cos \beta_1 \sin \beta_1 \cdot \cos \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 + \beta_1)} \cdot \frac{4 \sin \alpha_2 \cdot \cos \beta_2 \sin \beta_2 \cdot \cos \alpha_2}{\sin^2(\alpha_2 + \beta_2)} \right]^2,$$

则在第 2 个气泡  $B$  点处的 DOP 为

$$P_2 = \left| \frac{I_{2p2}^{(T)} - I_{2s2}^{(T)}}{I_{2p2}^{(T)} + I_{2s2}^{(T)}} \right|. \quad (19)$$

以上述推导分析为基础,当光线穿透至第  $k$  个气泡时,其外表面各处的  $p$  分量强度可以表示为  $I_{npk}^{(T)} = I_{2pk}^{(T)} q_{pk}^{n-2}$  ( $n \geq 2$ ),第  $k$  个气泡外表面各处的  $s$  分量为  $I_{nsk}^{(T)} = I_{2sk}^{(T)} q_{sk}^{n-2}$  ( $n \geq 2$ ),其中,  $I_{npk}^{(T)}$  和  $I_{nsk}^{(T)}$  为第  $k$  个气泡出来的  $p$  分量光强和  $s$  分量光强, $n$  表

示气泡外界面的各个位置。得出在  $B$  点处,  $p$  分量和  $s$  分量强度分别表示为

$$I_{2pk}^{(T)} = I_{op} \left[ \frac{4 \sin \alpha_k \cos \beta_k \sin \beta_k \cos \alpha_k}{\sin^2(\alpha_k + \beta_k) \cos^2(\alpha_k - \beta_k)} \right]^{2k}, \quad (20)$$

$$I_{2sk}^{(T)} = I_{os} \left[ \frac{4 \sin \alpha_k \cos \beta_k \sin \beta_k \cos \alpha_k}{\sin^2(\alpha_k + \beta_k)} \right]^{2k}, \quad (21)$$

式中:  $\alpha_k$  和  $\beta_k$  分别为光线进入第  $k$  个气泡界面处的入射角和折射角。

由此, 当光线以一定的角度入射并连续穿透多个气泡后, 在第  $k$  个气泡外界面  $B$  点处折射出的光线 DOP 变为<sup>[16]</sup>

$$P_k = \left| \frac{I_{2pk}^{(T)} - I_{2sk}^{(T)}}{I_{2pk}^{(T)} + I_{2sk}^{(T)}} \right|. \quad (22)$$

当光线在多气泡间发生后向传输时, 其理论推导过程与前向传输相比更为复杂, 相对于前向传输的路径, 光线发生的后向传输属于共光路反向传播。多气泡间光线后向传输路线图如图 3 所示, 可以看出, 成像探测器接收到的光源包含气泡外界面反射

光和气泡内部折射光, 后向传输光线经过多次折射与反射后, 其辐射强度和 DOP 的变化趋势可以基于式(18)和式(22)进行分析。

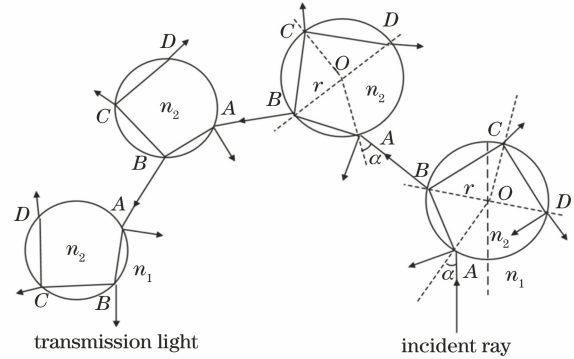


图 3 光线在气泡群中发生后向传输路线图  
Fig. 3 Road map of backward transmission of light in bubble group

### 3.2 前后向传输路径中的矢量辐射信息对比分析

以上理论推导为基础, 根据式(17), 得出在不同入射角条件下, 前向传输光线穿透 2 个气泡后的强度信息变化趋势, 结果如表 1 所示。

表 1 在不同入射角下, 前向传输光线穿透 2 个气泡后的强度信息变化趋势

Table 1 Under different incident angles, the changing trend of intensity information after the forward transmission light penetrates into two bubbles

$\alpha_1 / (^\circ)$	Intensity /arb. units							
	$\alpha_2 = 10^\circ$	$\alpha_2 = 15^\circ$	$\alpha_2 = 20^\circ$	$\alpha_2 = 25^\circ$	$\alpha_2 = 30^\circ$	$\alpha_2 = 35^\circ$	$\alpha_2 = 40^\circ$	$\alpha_2 = 45^\circ$
10	0.9220	0.9217	0.9209	0.9186	0.9130	0.8992	0.8614	0.7269
15	0.9217	0.9215	0.9206	0.9183	0.9128	0.8989	0.8612	0.7267
20	0.9209	0.9206	0.9198	0.9175	0.9119	0.8981	0.8604	0.7260
25	0.9186	0.9183	0.9175	0.9152	0.9097	0.8959	0.8582	0.7242
30	0.9130	0.9128	0.9119	0.9097	0.9041	0.8904	0.8530	0.7198
35	0.8992	0.8989	0.8981	0.8959	0.8904	0.8769	0.8401	0.7089
40	0.8614	0.8612	0.8604	0.8582	0.8530	0.8401	0.8048	0.6791
45	0.7269	0.7267	0.7260	0.7242	0.7198	0.7089	0.6791	0.5730

由表 1 可以看出, 光线在两个气泡间传输, 入射角不同, 气泡外界面出射的光强值也各不相同。当第 1 个气泡入射角  $\alpha_1$  和第 2 个气泡入射角  $\alpha_2$  都同为小角度时, 从第 2 个气泡外界面出射的光线光强占原始入射光强比例值为最高, 达到 0.9220; 当  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  都同为大角度时, 光强比例值降为最低; 在入射角小于  $40^\circ$  时, 随着入射角的增大, 第 2 个气泡外界面光强值下降趋势较为缓慢, 在入射角在  $40^\circ$  至临界角  $48.75^\circ$  这一区间, 可以看出气泡外界面出射的光强值下降趋势明显加快。

图 4 为在不同入射角度下利用式(18)绘制的光线穿过多个气泡后的光强变化趋势图, 其中,

图 4(a)~4(i)中的入射角度间隔为  $5^\circ$ 。由图 4 可以看出, 在小角度(小于  $30^\circ$ )入射下, 光线穿透的气泡数目较多, 在气泡群中传输的相对路径较远, 并且随着穿透气泡数目的增多, 传输光线的光强表现为先快速降低后变化缓慢, 当穿透气泡数目增大至一定范围内, 传输光强趋近于 0; 当入射角  $\alpha$  较大时, 在气泡群中传输的光线光强下降趋势加快, 穿透的气泡数目也明显减少, 光线传输的相对距离较近, 在水下多气泡环境中光线远距离传输受限。

根据式(19), 得出在不同入射角条件下, 前向传输光线穿透 2 个气泡后的 DOP 信息变化趋势, 结果如表 2 所示。

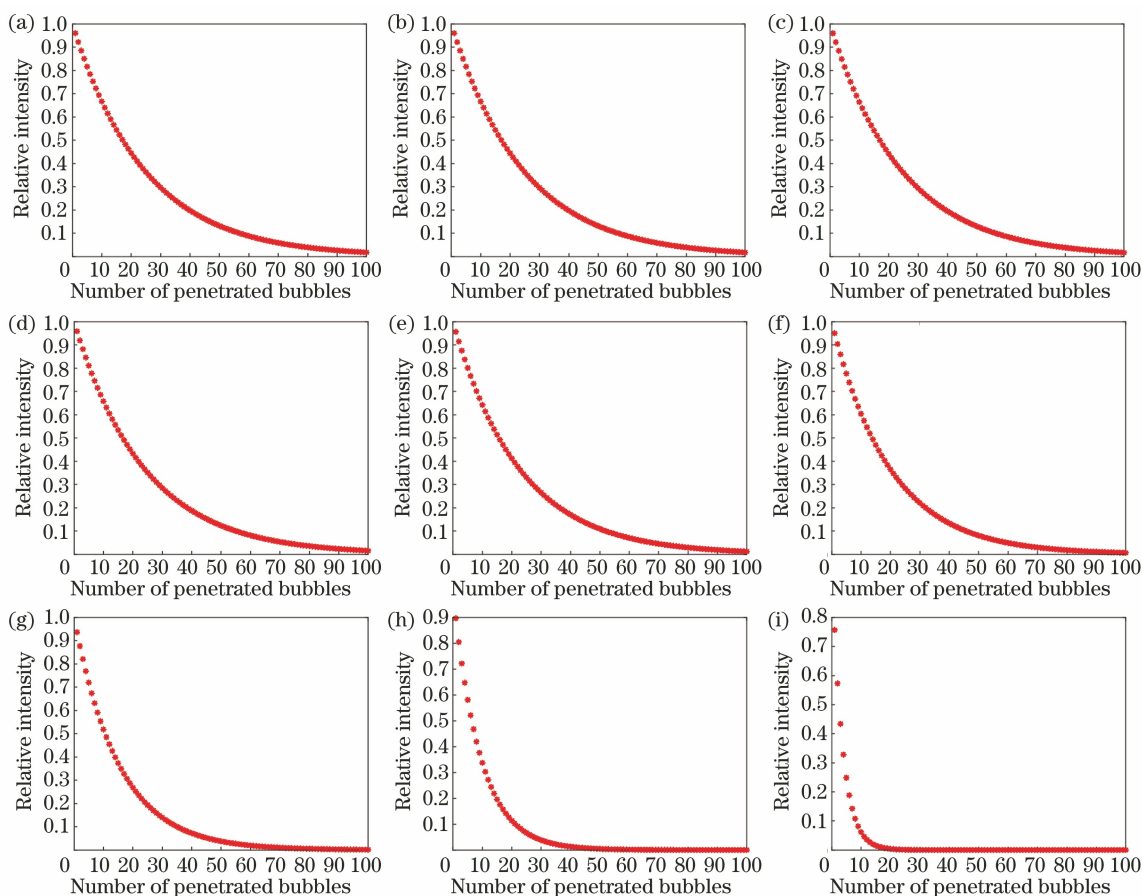


图 4 不同入射角度条件下,前向传输光线在气泡群中发生多次穿透后的光强变化趋势。(a)入射角为 5°;(b)入射角为 10°;(c)入射角为 15°;(d)入射角为 20°;(e)入射角为 25°;(f)入射角为 30°;(g)入射角为 35°;(h)入射角为 40°;(i)入射角为 45°

Fig. 4 Under different incident angles, the changing trend of intensity information after the forward transmission light penetrates bubble group many times. (a) Incident angle is 5°; (b) incident angle is 10°; (c) incident angle is 15°; (d) incident angle is 20°; (e) incident angle is 25°; (f) incident angle is 30°; (g) incident angle is 35°; (h) incident angle is 40°; (i) incident angle is 45°

表 2 在不同入射角条件下,前向传输光线穿透 2 个气泡后 DOP 信息变化趋势

Table 2 Under different incident angles, the changing trend of DOP's information after the forward transmission light penetrates into two bubbles

$\alpha_1 / (^\circ)$	Intensity /arb. units							
	$\alpha_2 = 10^\circ$	$\alpha_2 = 15^\circ$	$\alpha_2 = 20^\circ$	$\alpha_2 = 25^\circ$	$\alpha_2 = 30^\circ$	$\alpha_2 = 35^\circ$	$\alpha_2 = 40^\circ$	$\alpha_2 = 45^\circ$
10	0.69	1.15	1.86	2.93	4.53	7.00	11.20	19.95
15	1.15	1.61	2.32	3.39	4.99	7.46	11.66	20.40
20	1.86	2.32	3.04	4.11	5.70	8.17	12.36	21.08
25	2.93	3.39	4.11	5.17	6.77	9.23	13.41	22.10
30	4.53	4.99	5.70	6.77	8.35	10.82	14.98	23.62
35	7.00	7.46	8.17	9.23	10.82	13.26	17.40	25.95
40	11.20	11.66	12.36	13.41	14.98	17.40	21.47	29.85
45	19.95	20.40	21.08	22.10	23.62	25.95	29.85	37.80

由表 2 可知,当入射光线穿透 2 个气泡时,随着入射角度的增大,DOP 数值不断提高,并且在 35°左右,数值增加明显;与图 2(b)中单气泡外界面 B 点处 DOP 变化趋势相比,第 2 个气泡外表面 B 点处

的 DOP 数值比第 1 个气泡 DOP 数值有所提升,即在能量重新分配中,因为变化程度的不同,p 分量与 s 分量的差异性逐步增大。

图 5 表示为在不同入射角下利用式(22)绘制的

光线穿过多个气泡后的 DOP 变化趋势图,其中,图 5(a)~5(i)中的入射角间隔为 5°。当光线进行小角度传输时,随着穿透气泡数目的增多,DOP 数值呈现线性增加;当初始入射角较大时,光线穿透一定

数目气泡后,DOP 数值急剧增加至 1;与图 4 进行对比和综合分析可知,在 B 点处,当穿透的气泡数目到达理论极值后,即光强趋于 0 时,DOP 数值将保持不变,一直为 1。

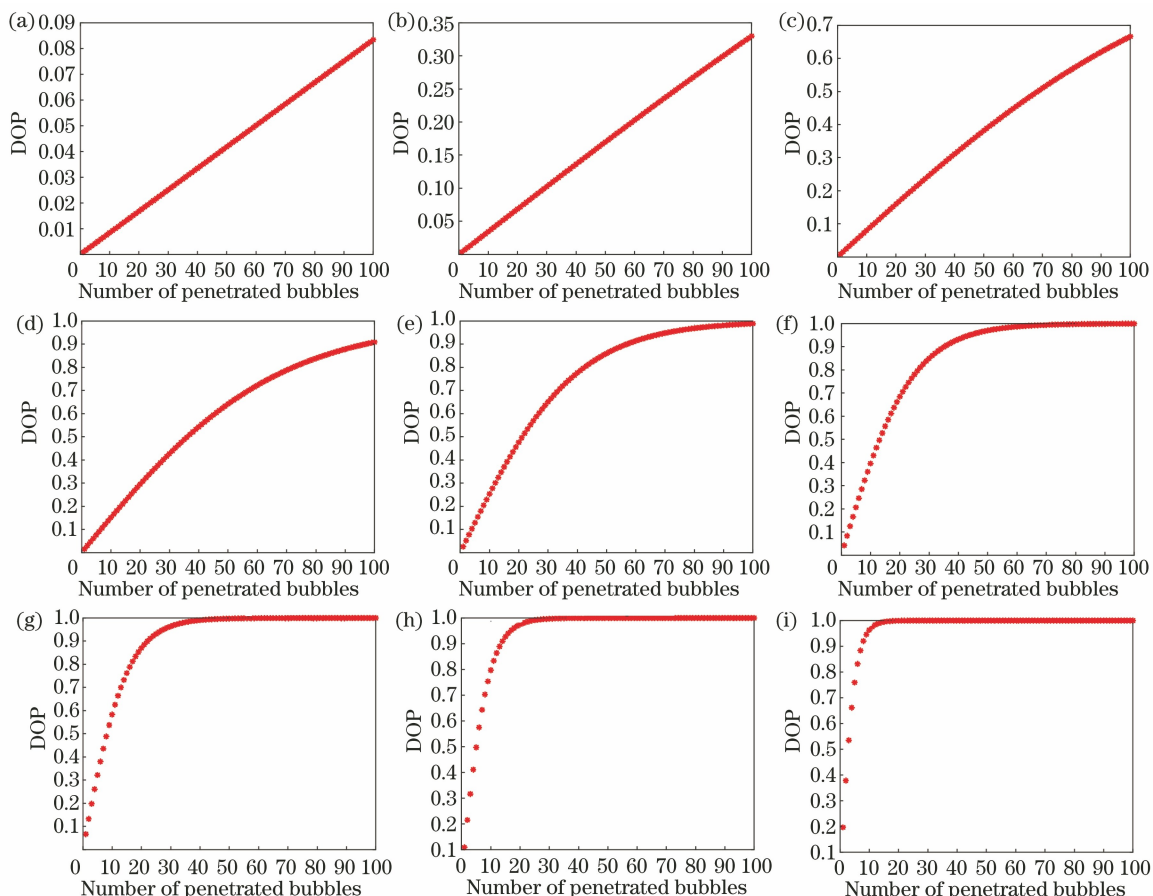


图 5 不同入射角下,前向传输光线在气泡群中发生多次穿透后的 DOP 变化趋势。(a)入射角为 5°;(b)入射角为 10°;(c)入射角为 15°;(d)入射角为 20°;(e)入射角为 25°;(f)入射角为 30°;(g)入射角为 35°;(h)入射角为 40°;(i)入射角为 45°  
 Fig. 5 Under different incident angles, the changing trend of DOP's information after the forward transmission light penetrates bubble group many times. (a) Incident angle is 5°; (b) incident angle is 10°; (c) incident angle is 15°; (d) incident angle is 20°; (e) incident angle is 25°; (f) incident angle is 30°; (g) incident angle is 35°; (h) incident angle is 40°; (i) incident angle is 45°

在光线后向传输方面,当气泡群密度较小时,后向传输的辐射强度偏小,DOP 因为入射光传输次数的增多而不断增大;当气泡群密度较大时,气泡相当于一定厚度的反射薄膜,光线在气泡群外表面的反射量大于从气泡内部折射出的辐射量,后向传输辐射强度逐渐增大;由于气泡密度的增加提高了光子在气泡层内部发生多次碰撞的概率,加强了光子进行多重传输的效果,使得气泡层的有效传输厚度减小,从而导致退偏效果增大,即 DOP 会不断减小。当在多气泡水下环境中进行目标成像时,探究光线辐射传输特性及其变化规律,可以为判断气泡幕的宽度大小提供一定的参考意义。

由于入射角度  $\alpha = \arcsin(x/r)$ , 可以将式(1)进行简单变换,并根据图 1,得

$$\theta_n(x, r) = 2(n - 1)\arcsin(mx/r) - 2\arcsin(x/r) - (n - 2)\pi, \quad (23)$$

式中: $x$  为入射光线与气泡圆截面直径线的相对距离; $r$  为单气泡圆截面的半径。综合式(1)、(2)、(18)、(23)可以看出,气泡的尺寸大小也会影响光线在多气泡中的传输情况,在相对距离  $x$  保持一定的条件下,气泡相对尺寸越大,入射角度将越小,光线在气泡群中传输的相对距离也会不断增大。根据上述推导和分析,与米散射理论相比可以看出,对于较大尺寸的气泡,可以利用基于几何光学理论对多气



泡间光线传输过程进行分析。

#### 4 水中气泡群光学特性分析与仿真

基于 Monte Carlo 模型方法的核心是描述光子在气泡群中不断折射、反射以及穿透的过程,并通过统计大量光子的传输特性来模拟现实光束传输及反射的效果<sup>[17]</sup>。在仿真中,可以采用修改入射光子的传输步长方式来表征气泡浓度系数,由于浓度系数的变化也可以表现为在宏观上入射光子在气泡群中传输距离的变化,因而传输距离和浓度系数存在正相关的对应关系;根据已知的单气泡外表面光线传输相位函数[式(15)]和拒绝法<sup>[17]</sup>,随机确定入射光线与出

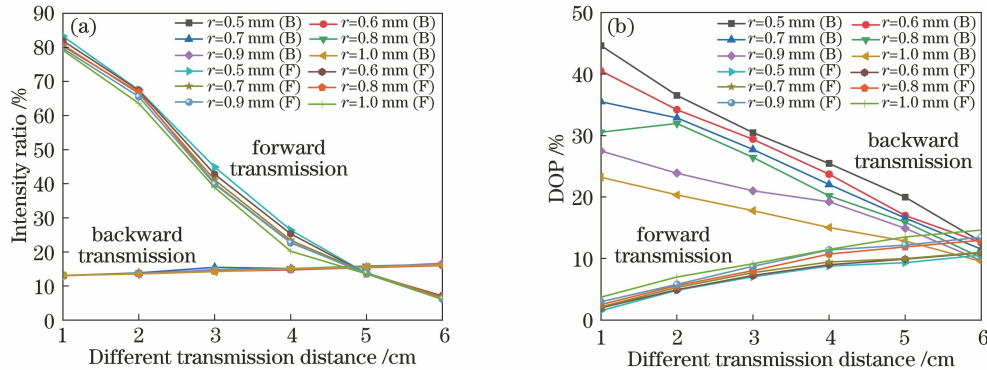


图 6 入射光为自然光时,不同条件下的前向传输和后向传输光强和 DOP 变化趋势。(a)前向传输和后向传输光强变化趋势;(b)前向传输和后向传输 DOP 变化趋势

Fig. 6 When incident light is natural light, the changing trends of intensity and DOP of forward and backward transmission lights under different conditions. (a) The changing trend of intensity; (b) the changing trend of DOP

由图 6(a)和图 6(b)可以看出,后向传输的偏振信息对气泡的尺寸大小存有一定的敏感性。由于本文研究的气泡尺寸远大于入射光波长,在多气泡环境中,气泡群最外层等效为一个反射平面,当入射光为无偏自然光时,在相同波长和传输距离条件下,随着气泡半径的增大,前向传输和后向传输的强度信息变化幅度不大,各个尺寸的气泡辐射强度值较为接近,但是 DOP 信息则表现出完全相反的变化趋势,即前向传输 DOP 逐步增大,后向传输逐步降低。对于不同气泡群浓度(即光线在气泡群中传输距离),当气泡浓度较小(即光线传输距离较小)时,光束进入气泡群层后,由于光线在气泡界面处发生反射或穿透,会产生部分偏振光,并且当气泡群浓度在一定范围内增大时,光线在气泡群传输时发生的反射或者穿透的次数增多,产生的偏振光也逐渐增强,即前向传输 DOP 处于缓慢上升的状态;当气泡群浓度增大至一定程度时,反射或者穿透的次数大量增加、各方向振动强度趋于均匀,因而出现了退偏现象,即随着气泡群浓度的增加、后向传输 DOP 表

射光线的夹角以及入射平面和传输平面的夹角。

为了能在数值上分析说明入射光的强度数值、DOP 数值与光束传输距离(即气泡群厚度)以及气泡半径的影响关系<sup>[18-20]</sup>,计算接收面上所有光子的强度均值以及 DOP 均值随传输距离以及气泡半径的变化趋势(入射光为自然光)。

图 6(a)和图 6(b)表示入射光为无偏自然光、入射光波长为 530 nm<sup>[21]</sup>时,光线在气泡群中发生后向传输后强度信息比率和 DOP 随不同传输距离(距离为 1~6 cm,间隔为 1 cm)和不同气泡半径(半径为 0.5~1.0 mm,间隔为 0.1 mm)的变化趋势,其中 B 代表后向传输,F 代表前向传输。

现为降低的趋势。当气泡尺寸较小或者气泡群浓度较小时,光线发生反射或者穿透的次数不断增加,起偏效应占据主要部分;当气泡尺寸较大和气泡群浓度增大(即传输距离增加)时,消偏效应占据主要部分,DOP 不断降低。

#### 5 实验验证

为了证明上述关于多气泡间光线辐射传输特性理论和仿真分析的正确性,用分焦平面偏振相机 PHX050S-P<sup>[22]</sup>采集不同气泡群密度条件下的原始数据。在使用前对相机进行辐射定标和偏振定标实验,其定标实验场景模拟图如图 7(a)所示。定标实验光源采用了带有平行光管的积分球和中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所自行研制的高精度大动态范围可调 DOP 参考光源(VPOLs-II)<sup>[23]</sup>。由偏振像元角度检偏实验并通过曲线拟合得出该相机内部像元的偏振方向检测终值分别为 0°、44.5°、91.6°、135.7°。由图 7(b)和图 7(c)可以看出,相机的 DOP 计算值与参考光源 DOP

差距较小,定标后的绝对精度基本满足误差不超过 2% 的实际应用要求。该相机的偏振测量较为精准,

其定标实验结果保证了水下气泡实验数据计算和处理的准确性。

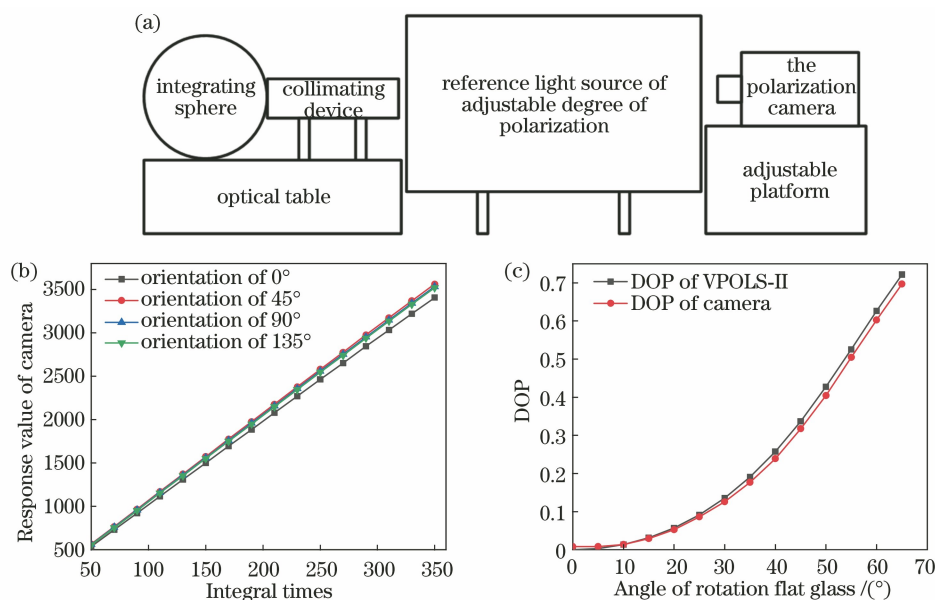


图 7 偏振相机定标实验与结果。(a)相机定标实验场景模拟图;(b)辐射定标结果;(c)偏振精度定标结果

Fig. 7 Calibration experiment and calibration results of polarization camera. (a) Scene simulation diagram of camera calibration experiment; (b) radiometric calibration results; (c) polarization precision calibration results

根据文献[19-20],入射光为自然光时,实际水质的能见度对光线传输特性的影响表现为:当介质浓度较小时,悬浮粒子的散射作用会形成部分偏振光;当介质浓度在一定范围内增大时,DOP 随之增大,当介质浓度增大到一定程度时发生退偏。在水下气泡环境数据采集实验中,偏振相机和光源分置

实验水箱两端,水箱内装有气泡发生器,通过增减气泡发生器数目以获得不同宽度的气泡群,且实验光源采用 LED 非偏光照明,光线在气泡环境中进行前向传输实验场景如图 8(a)所示。同理,将偏振相机与光源放置于水箱同一端<sup>[24]</sup>,且入射光为非偏光时,光线后向传输实验场景如图 8(b)所示。

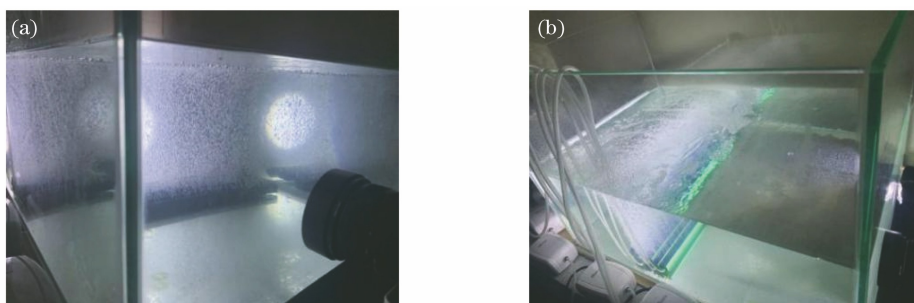


图 8 水中气泡环境光线前向传输和后向传输实验场景图。(a)前向传输实验场景;(b)后向传输实验场景

Fig. 8 Experimental scenes of forward and backward transmissions of light in underwater bubble environment.

(a) Experimental scene of forward transmission; (b) experimental scene of backward transmission

当光线在气泡群中进行前向传输时,利用相机采集原始数据,得到偏振化方向分别为  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  和  $135^\circ$  的强度图像,其次利用 Stokes 矢量计算公式和 DOP 计算公式分别得到原始合成强度图和 DOP 图,然后对图像进行多次区域截取操作并取均值,最后得出实测实验数据处理结果如图 9(a)和图 9(b)中方形实线所示。同理,后向传输实测实验数据处

理结果如图 9(a)和图 9(b)中圆形实线所示。

由于光线在水体中传输并返回至成像系统被接收时,该过程要穿透光学玻璃两次,会造成一定的能量损耗<sup>[19]</sup>,实测实验所得的结果要小于模拟仿真得到的数据,但是仿真数据和实验处理结果在整体上的变化趋势是保持相似的,即前后向传输强度和 DOP 变化趋势与第 4 节多气泡间光线传输特性仿

真分析基本一致,从而证明仿真结果的准确性和多气泡环境下光线传输实测实验的有效性。综合图 6 和图 9 可知,在无气泡或低密度气泡时,后向传输 DOP 远大于前向传输;在高密度气泡时,前向传输强度逐渐减少,后向传输强度逐步增大,直至趋于一致。若在气泡环境中进行目标成像,此时普通光强

成像技术将难以识别隐藏在气泡幕中的目标物。但是后向传输和前向传输 DOP 数值在高密度气泡条件下依旧存在一定的区别,且在传输过程中前向传输光线会携带目标的偏振特征信息,因而基于光线在气泡环境中前向和后向传输偏振信息的差异性可以为未来利用偏振成像手段识别水下目标提供理论依据。

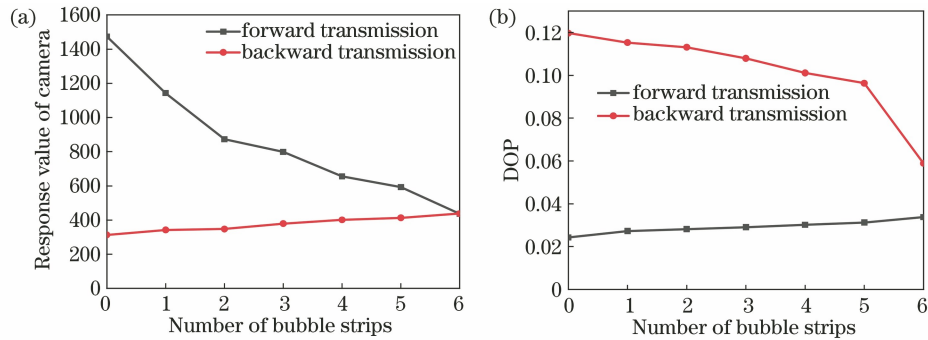


图 9 前向传输和后向传输变化趋势图。(a)光线传输强度变化趋势;(b)光线传输 DOP 变化趋势

Fig. 9 Changing trend of forward transmission and backward transmission. (a) Changing trend of intensity of light transmission; (b) changing trend of DOP of light transmission

## 6 结 论

以几何光学理论为基础,研究光线分别穿透单气泡、多气泡后的辐射强度和偏振信息的变化趋势,然后利用仿真方法模拟光线在多气泡中进行前向和后向传输过程,并分别探讨气泡半径、气泡群密度(用传输距离表示)对气泡光学传输特性的影响。通过理论推导分析、仿真模拟和实验数据处理得出以下结论:在多气泡中,当初始入射角度较小时,传输光线的光强下降缓慢、穿透的气泡数目较多;当入射角度较大时,传输光线的光强下降趋势加快,穿透的气泡数目明显减少,光线传输的相对距离较近;气泡的尺寸大小会影响光线在多气泡中的传输情况,在入射光线与气泡圆截面直径线的相对距离保持一定时,气泡相对尺寸越大,入射角度将越小,光线在气泡群中传输的相对距离也会不断增大(即穿透气泡数目越多);当光线进行小角度前向传输时,随着穿透气泡数目的增多,DOP 呈现线性增加;前向和后向传输光的 DOP 对气泡尺度较为敏感,且随着传输距离的改变,两种传输光的偏振信息呈现相反的变化趋势;随着光线在气泡群中传输距离的增加,前向传输光的 DOP 整体均值会逐步增大,后向传输光的 DOP 整体均值会逐步减小。文中的理论分析、模拟仿真和实验处理结果前后保持一致。后面将进一步细致研究在复杂水下环境中不同气泡尺寸、不同状态的入射光对水下目标偏振成像的影响。

## 参 考 文 献

- [1] Al-Lashi R S, Gunn S R, Webb E G, et al. A novel high-resolution optical instrument for imaging oceanic bubbles[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2017, 43(1): 72-82.
- [2] Miller S, Ding Y T, Jiang L N, et al. Observation of elliptically polarized light from total internal reflection in bubbles[J]. Scientific Reports, 2020, 10: 8725.
- [3] Davis G E. Scattering of light by an air bubble in water[J]. Journal of the Optical Society of America, 1955, 45(7): 572-581.
- [4] Desai P D, Ng W C, Hines M J, et al. Comparison of bubble size distributions inferred from acoustic, optical visualisation, and laser diffraction [J]. Colloids and Interfaces, 2019, 3(4): 65.
- [5] 吕且妮, 徐畅, 靳文华. 基于几何光学近似模型的大气泡粒子散射光场分布计算[J]. 天津大学学报, 2012, 45(12): 1089-1095.  
Lü Q N, Xu C, Jin W H. Calculation of scattering light distribution of large air bubbles by geometrical optics approximation model [J]. Journal of Tianjin University, 2012, 45(12): 1089-1095.
- [6] 秦刚, 杨郁, 张建生. 船舰远程尾流散射光偏振特性的蒙特卡罗模拟[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(7): 1730-1736.  
Qin G, Yang Y, Zhang J S. Monte Carlo simulation of polarization properties of scattered light from far ship wakes [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(7): 1730-1736.
- [7] Kokhanovsky A A. Optical properties of bubbles[J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2003,

- 5(1): 47-52.
- [8] Xia M, Yang K C, Zhang X H, et al. Monte Carlo simulation of backscattering signal from bubbles under water [J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2006, 8(3): 350-354.
- [9] 周宁, 王江安, 梁善勇, 等. 水下多粒子场激光偏振特性研究 [J]. *光学与光电技术*, 2014, 12(4): 21-25.  
Zhou N, Wang J G, Liang S Y, et al. Research on underwater multiparticle field polarization characteristics [J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2014, 12(4): 21-25.
- [10] Russell P, Venning J, Pearce B W, et al. Calibration of Mie scattering imaging for microbubble measurement in hydrodynamic test facilities [J]. *Experiments in Fluids*, 2020, 61(4): 1-17.
- [11] 徐捷, 葛宝臻. 单颗粒光散射偏振特性的模拟和分析 [J]. *光学学报*, 2019, 39(4): 0429001.  
Xu J, Ge B Z. Simulation and analysis of polarization properties of single particle light scattering [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(4): 0429001.
- [12] Xu F, Cai X S, Ren K F. Geometrical-optics approximation of forward scattering by coated particles [J]. *Applied Optics*, 2004, 43(9): 1870-1879.
- [13] Shishko V, Konoshonkin A, Kustova N, et al. Light scattering by particles with arbitrary shape in the vicinity of the backward scattering direction within geometrical optics approximation [J]. *EPJ Web of Conferences*, 2020, 237: 08012.
- [14] 唐远河, 解光勇, 刘汉臣, 等. 基于粒子成像测速技术的水中气泡界面的光学性质研究 [J]. *物理学报*, 2006, 55(5): 2257-2262.  
Tang Y H, Xie G Y, Liu H C, et al. Study of the interface optical property of bubbles in water based on PIV [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(5): 2257-2262.
- [15] Zhou X B, Li S S, Stamnes K. Geometrical-optics code for computing the optical properties of large dielectric spheres [J]. *Applied Optics*, 2003, 42(21): 4295-4306.
- [16] 廖延彪. 偏振光学 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.  
Liao Y B. *Polarization optics* [M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [17] Li P, Tariq A, He H, et al. Characteristic Mueller matrices for direct assessment of the breaking of symmetries [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(3): 706-709.
- [18] 唐勤, 张宇. 激光探测尾流微气泡的偏振特性研究 [J]. *红外与激光工程*, 2020, 49(1): 0105006.  
Tang M, Zhang Y. Research on polarization characteristics of micro-bubbles laser detection in wake [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(1): 0105006.
- [19] 贺敬航, 段锦, 战俊彤, 等. 水下介质浓度对激光偏振传输特性影响的分析 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(5): 0529002.  
He J H, Duan J, Zhan J T, et al. Analysis of influence of underwater medium concentration on laser polarization transmission characteristics [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(5): 0529002.
- [20] 王燕妮, 校曼. 偏振光在浑浊介质中的传输特性研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(14): 141101.  
Wang Y N, Xiao M. Study on transmission characteristics of polarized light in turbid media [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(14): 141101.
- [21] 李松朗, 毛忠阳, 刘传辉, 等. 黄海海水透明度对蓝绿激光通信的影响研究 [J]. *光通信技术*, 2020, 44(3): 6-9.  
Li S L, Mao Z Y, Liu C H, et al. Study of the effect of water transparency in the Yellow Sea on blue-green laser communication [J]. *Optical Communication Technology*, 2020, 44(3): 6-9.
- [22] 黎海育, 李抄, 李校博, 等. 基于偏振相机的全斯托克斯偏振仪优化研究 [J]. *光学学报*, 2020, 40(3): 0326001.  
Li H Y, Li C, Li X B, et al. Optimization of polarization-camera-based full stokes polarimeter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(3): 0326001.
- [23] 康晴, 李健军, 陈立刚, 等. 大动态范围可调线性偏振度参考光源检测与不确定度分析 [J]. *光学学报*, 2015, 35(4): 0412003.  
Kang Q, Li J J, Chen L G, et al. Test and uncertainty analysis of reference source with variable polarization degree and large dynamic range [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(4): 0412003.
- [24] 封斐, 吴国俊, 吴亚凤, 等. 基于全局估计的水下偏振成像算法 [J]. *光学学报*, 2020, 40(21): 2111002.  
Feng F, Wu G J, Wu Y F, et al. Algorithm for underwater polarization imaging based on global estimation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(21): 2111002.