

## 积分型二向反射分布函数几何衰减因子分析改进

杨志勇, 张志伟\*, 蔡伟, 陆高翔

火箭军工程大学兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 陕西 西安 710025

**摘要** 有关二向反射分布函数(BRDF)的研究大多集中在模型的建立及应用层面上。模型中起重要作用的几何衰减因子(GAF)大多采用的是现有的模型,而现有模型有在实际应用中存在拐点、自身不能维持有界、模型考虑不完善等局限性。在详细分析了随机表面模型后,提出了修正后的积分型 GAF,并通过仿真验证该模型消除 BRDF 在大反射角时的不良行为,使其在 GAF 规定的范围内保持有界,所得结果与已有 BRDF 数据的拟合精度更高,可有效地解释后向反射现象。

**关键词** 散射; 二向反射分布函数; 阴影效应; 遮蔽效应; 几何衰减因子

中图分类号 TB133

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1029001

## Analysis and Improvement on Integral Geometrical Attenuation Factor of Bidirectional Reflection Distribution Function

Yang Zhiyong, Zhang Zhiwei\*, Cai Wei, Lu Gaoxiang

Armament Launch Theory and Technology Key Discipline Laboratory of PRC, Rocket Force Engineering University, Xi'an 710025, Shaanxi, China

**Abstract** Most of the researches on the bidirectional reflection distribution function (BRDF) are focused on the model establishment and application. The geometrical attenuation factor (GAF), which plays an important role in the model, is based on the existing model. However, there are some limitations in the existing model, such as turning point, inability to keep bounded, and imperfect consideration in practical application. Based on the detailed analysis of the random surface model, a modified integral GAF is put forward, and the simulation is conducted to verify that the model can eliminate the bad behavior of BRDF when the reflection angle is large and keep the bounds within the range specified by GAF. The data obtained by the proposed model fit the existing BRDF data better through simulation, and this model explains the backward reflection phenomenon effectively.

**Key words** scattering; bidirectional reflection distribution function; shadowing effect; masking effect; geometrical attenuation factor

### 1 引言

地物大多为非朗伯体,在与电磁波相互作用时具有明显的各向异性。因此用一个精确的函数来表达这样的各向异性是非常重要的。1970 年 Nicodemus 等<sup>[1]</sup>提出二向反射分布函数(BRDF)的概念,用来研究目标表面的散射特性,并得到了大量研究<sup>[2-6]</sup>。目前 BRDF 已经在目标的探测、识别、特

性分析与地物遥感等领域得到了广泛应用,并且其应用逐渐扩展到计算机视觉等新兴领域<sup>[7-10]</sup>。

几何衰减因子(GAF)是指光在物体表面发生反射时物体表面的光阴影效应和遮蔽效应,是决定 BRDF 精度的重要因素,且 GAF 与物体表面模型、粗糙度、材料复折射率等因素相关<sup>[11]</sup>。1977 年, Blinn<sup>[12]</sup>依据随机表面微元理论在 T-S 模型基础上提出 GAF,有效消除了大反射角时 BRDF 趋于发散

收稿日期: 2021-10-08; 修回日期: 2021-11-29; 录用日期: 2021-12-06

基金项目: 国家自然科学基金(61505254)

通信作者: \*1084665868@qq.com

的行为。2015 年, Liu 等<sup>[13-14]</sup> 提出三分量 BRDF 模型中的积分型 GAF, 分析了遮蔽效应和阴影效应, 并进行了合理性解释。2019 年, Sun 等<sup>[15-16]</sup> 基于高度、斜率与微表面自遮蔽或自阴影效应的相关性, 提出了三维高斯随机粗糙表面的三维 GAF 公式, 并在 2021 年分析了入射光波长的影响。

本文针对目前基于几何光学微面元理论的 GAF 存在的局限性, 讨论分析了随机微面元模型的多样性, 提出一个更为完善的 GAF 模型, 对不同模型进行了仿真分析与对比, 结果表明新的 GAF 模型具有更好的合理性和有效性。

## 2 T-S 模型和 Blinn GAF

BRDF 可表征物体表面上半球空间的光的定向散射与能量分布并量化物体表面上半球任何方向被光源照射时表面散射至所有方向的辐射。BRDF 可定义为反射辐射亮度  $dL_r(\theta_r, \phi_r)$  与入射辐照度  $dE_i(\theta_i, \phi_i)$  的比值:

$$f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r; \lambda) = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_r)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)}, \quad (1)$$

式中:  $dL_r(\theta_r, \phi_r)$  为反射辐射亮度, 为反射方向单位面积、单位立体角出射的辐射通量 [单位:  $W/(m^2 \cdot sr)$ ];  $dE_i(\theta_i, \phi_i)$  为入射辐照度, 为入射方向到达单位面积的辐射通量 (单位:  $W/m^2$ );  $\theta_i$  为入射天顶角;  $\theta_r$  为反射天顶角;  $\phi_i$  为入射方位角;  $\phi_r$  为反射方位角;  $\lambda$  为入射光波长。

Torrance Sparrow 认为物体表面是由大量随机的微面元构成, 所有微面元遵循镜面反射且所有微面元的表面法向量服从高斯分布  $P(\alpha)$ :

$$P(\alpha) = \frac{C}{2\pi\sigma^2 \cos^3 \alpha} \exp\left(\frac{-\tan^2 \alpha}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{|\theta_i - \theta_r|}{2}, \quad (3)$$

式中:  $\alpha$  为微面元的微观法向量与物体表面宏观法向量之间的夹角;  $C$  为使函数  $P(\alpha)$  在整个空间积分为 1 的归一化系数;  $\sigma$  为表面粗糙度。微面元几何模型如图 1 所示。图 1 中,  $\mathbf{I}$  为入射方向的单位向量,  $\mathbf{R}$  为反射方向的单位向量,  $\mathbf{N}$  为物体宏观表面的法向量,  $\mathbf{L}$  为微观表面的法向量,  $P(\alpha)$  分布如图 2 所示。

粗糙表面的反射由镜面反射  $f_s(\theta_r, \phi_r)$  和漫反射  $f_d(\theta_i)$  两部分组成。镜面反射由表面一次反射形成, 且受相邻面的阴影和遮蔽的影响, 而漫反射由多次反射和内部反射形成。

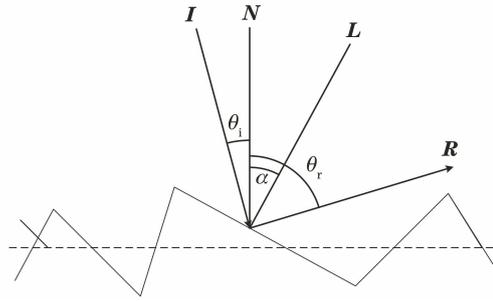


图 1 T-S 模型微面元反射示意图

Fig. 1 Diagram of microfacet reflection of T-S model

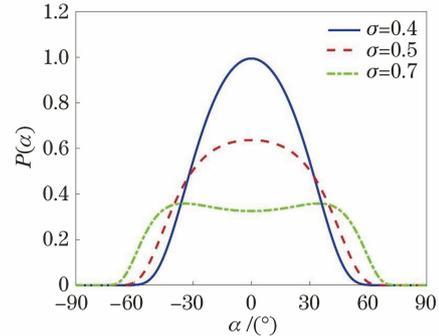


图 2  $P(\alpha)$  随不同粗糙度  $\sigma$  的分布

Fig. 2 Distribution of  $P(\alpha)$  for different roughness  $\sigma$

综上所述, T-S 模型的 BRDF 表达式为

$$f_r = f_s + f_d = \frac{FA_f GP(\alpha)}{4 \cos \theta_i \cos \theta_r} + \frac{a}{d\omega_i}, \quad (4)$$

式中:  $F$  为非涅耳反射率;  $A_f$  为微面元面积;  $G$  为几何衰减因子;  $a$  为待定系数;  $d\omega_i$  为单位立体角。

同样地, 基于几何光学理论的微面元假设, Blinn 模型以 T-S 模型为基础, 其 GAF 是由相邻微面元构成的阴影和遮蔽效应产生的, 综合考虑入射光角度、观测角度等因素, 将光的微面元总结为两种情况: 1) 遮蔽效应; 2) 阴影效应。图 3 所示为 Blinn 模型的阴影和遮蔽效应。

GAF 表示入射光在经物体表面衰减后所剩余的量, 即反射光与入射光总量的比值, 其有效取值范围为  $0 \sim 1$ , 因此 Blinn 模型的 GAF 表达式为

$$G = \min\left\{\frac{2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{L})(\mathbf{N} \cdot \mathbf{R})}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{R}}, \frac{2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{L})(\mathbf{N} \cdot \mathbf{I})}{\mathbf{L} \cdot \mathbf{I}}, 1\right\}. \quad (5)$$

不同入射角条件下 Blinn 模型的 GAF 仿真曲线如图 4(a) 所示; 不同入射角下引入 Blinn 的 GAF 前后的 BRDF 曲线如图 4(b) 所示。

由图 4(a) 可知, 观测角度相同时入射角越大, 衰减效应越强; 入射角相同时观测角度越大, 衰减效应越强, 即经物体表面反射后的出射光与入射至物体表面的光比值越小。由图 4(b) 可见, 大反射角时

Blinn 的 GAF 可以有效抑制 BRDF 曲线的发散,但是结合图 4(a)可知,大反射角时 Blinn 的 GAF 拐点会导致 BRDF 曲线出现拐点,这种突变现象是不合理的。由 Blinn 的 GAF 理论分析与仿真结果可知,GAF 的取值仅与入射角、反射角有关,未考虑物体

表面粗糙度的影响。但是物体表面粗糙度将会直接影响物体表面微面元的倾斜角度分布,粗糙度越大,微面元大倾斜角分布越多,从而造成阴影和遮蔽效应越强;粗糙度越小,物体表面越光滑,反射越趋向镜面反射,造成的衰减效应越弱。

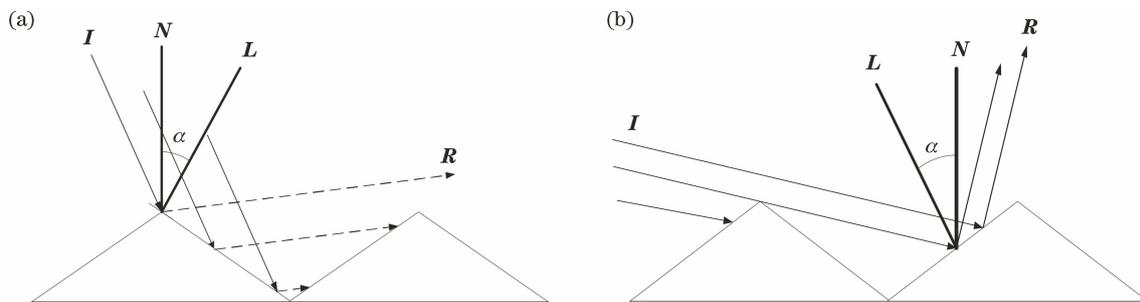


图 3 Blinn 模型。(a)遮蔽效应;(b)阴影效应

Fig. 3 Blinn model. (a) Masking effect; (b) shadowing effect

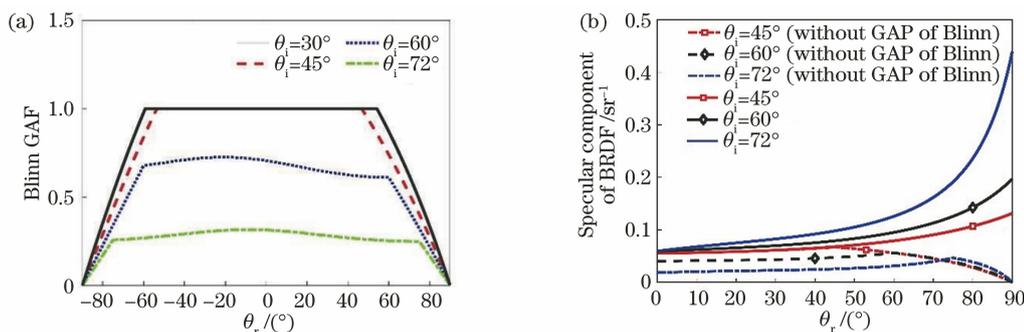


图 4 Blinn 的 GAF 曲线,以及引入 Blinn 的 GAF 前后的 BRDF 曲线。(a) Blinn 的 GAF 曲线;  
(b)引入 Blinn 的 GAF 前后的 BRDF 曲线

Fig. 4 GAF curves of Blinn, and BRDF curves before and after introducing Blinn's GAF. (a) GAF curves of Blinn;  
(b) BRDF curves before and after introducing Blinn's GAF

### 3 积分型 GAF

基于上述考虑,同样基于随机高斯分布微面元理论,西安交通大学提出了一种积分型 GAF。积分型 GAF 综合考虑入射光角度、观测角度和微面元倾斜角等因素,将光的微面元总结为大反射角条件

下的遮蔽模型和大入射角条件下的阴影模型。如图 5、6 所示,每种模型分为三种情况:1)完全通过;2)完全遮蔽/阴影;3)半通过半遮蔽/阴影。图 5 中 a 为右侧虚线部分长度;b 为 2 面高度,即实线部分长度;gamma 为 2 面倾斜角。

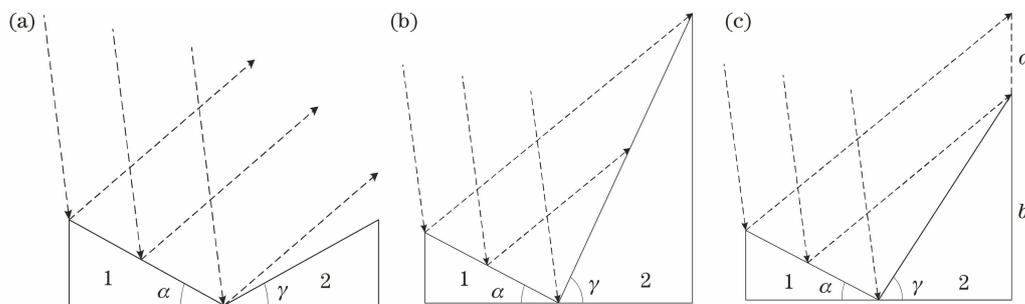


图 5 大反射角条件下的遮蔽模型。(a)完全通过模型;(b)完全遮蔽模型;(c)半通过半遮蔽模型

Fig. 5 Masking model in large reflection angle. (a) Complete passing model; (b) complete masking model;  
(c) semi-passing and semi-masking model

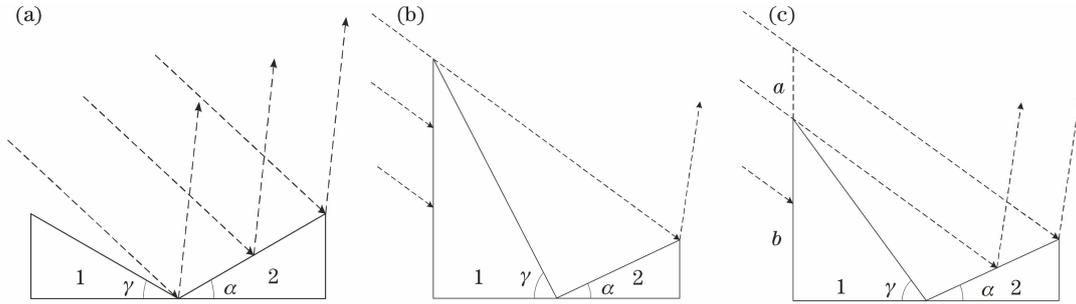


图 6 大入射角条件下的阴影模型。(a)完全通过模型;(b)完全阴影模型;(c)半通过半阴影模型

Fig. 6 Shadow model in large incidence angle. (a) Complete passing model; (b) complete shadow model; (c) semi-passing and semi-shadow model

### 3.1 大反射角条件下的遮蔽模型

$G_1$  为大反射角条件下遮蔽模型的遮蔽系数,可表示为

$$G_1 = G_{1.5(a)} + G_{1.5(b)} + G_{1.5(c)} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_r} P(\gamma) d\gamma + \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_r}^{\pi-2\theta_r+\alpha} P(\gamma) \times \frac{\sin \alpha \tan \theta_r + \cos \alpha + \cos \gamma - \sin \gamma \tan \theta_r}{\sin \alpha \tan \theta_r + \cos \alpha} d\gamma, \quad (6)$$

式中: $G_{1.5(a)}$ 、 $G_{1.5(b)}$ 、 $G_{1.5(c)}$  分别为图 5(a)~(c)中 3 种情况下的遮蔽系数; $P(\gamma)$  为 2 面不同倾斜角分布概率。

### 3.2 大入射角条件下的阴影模型

$G_2$  为大入射角条件下阴影模型的阴影系数,可表示为

$$G_2 = G_{2.6(a)} + G_{2.6(b)} + G_{2.6(c)} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_i} P(\gamma) d\gamma + \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_i}^{\pi-2\theta_i+\alpha} P(\gamma) \times \frac{\cos \alpha \cot \theta_i + \sin \alpha - \sin \gamma + \cos \gamma \cot \theta_i}{\cos \alpha \cot \theta_i + \sin \alpha} d\gamma, \quad (7)$$

式中: $G_{2.6(a)}$ 、 $G_{2.6(b)}$ 、 $G_{2.6(c)}$  分别为图 6(a)~(c)中 3 种情况下的阴影系数。

积分型 GAF 的遮蔽效应、阴影效应分别是在大反射角、大入射角条件下出现的,且都会对入射到物体表面的光产生衰减,因此积分型 GAF 可表示为

$$G = \min(G_1, G_2). \quad (8)$$

不同入射角、不同粗糙度条件下的遮蔽系数  $G_1$ 、阴影系数  $G_2$  分别如图 7、8 所示。

由理论分析以及图 7、8 的仿真结果可知,积分型 GAF 很好地消除了 Blinn 模型中大反射角条件下的拐点问题,但存在以下几点缺陷:

1) 在完全遮蔽和完全阴影模型中,确定满足条件的  $\alpha$  和  $\gamma$  范围时进行了如下近似: $\tan \theta \approx \theta$ , 当  $\theta$

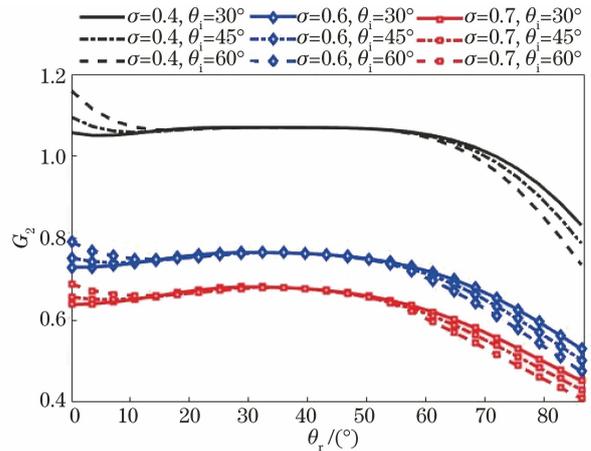


图 7 不同入射角、粗糙度条件下的遮蔽系数  $G_1$

Fig. 7 Masking coefficient  $G_1$  for different incident angle and roughness

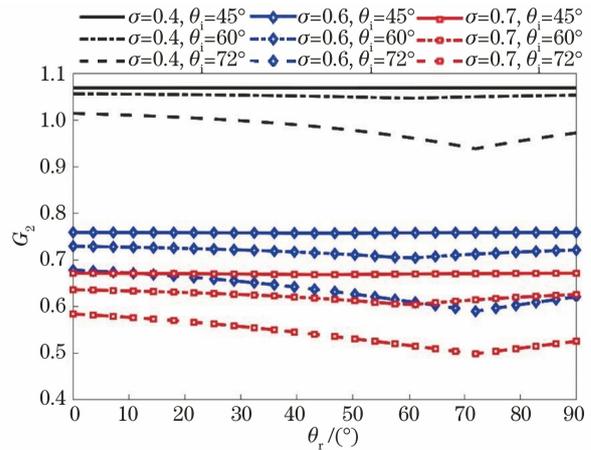


图 8 不同入射角、粗糙度条件下的阴影系数  $G_2$

Fig. 8 Shadow coefficient  $G_2$  for different incident angle and roughness

为小角度时,这种近似完全合理,但当微面元倾斜角在取值范围内满足条件  $\alpha + \theta_i \geq \pi/2$ 、 $\gamma \geq \theta_r$  时,才会发生完全阴影和完全遮蔽效应,如图 5(b)和图 6(b)所示,此时倾斜角取值在角度相对较大的范围内,采用这种近似会导致本身取值范围(在 0~1 之间)相

对较小的 GAF 产生较大误差。

2) 对于积分型 GAF, 大入射角条件下只考虑阴影效应, 大反射角条件下只考虑遮蔽效应, 大反射角条件下遮蔽效应和大入射角条件下阴影效应是不会同时出现的, 但是由不同粗糙度条件下微面元倾斜角  $\alpha$  分布图可知, 不同粗糙度条件下的  $\alpha$  在  $0^\circ$  附近的概率较大, 即微面元倾斜角较小, 说明大入射角条件下平行光照射到微面元上, 经 1 面反射后形成大反射角, 从而导致 2 面可能发生遮蔽效应, 即大入射角条件下也会发生遮蔽效应, 同理, 大入射角条件下平行光经 1 面的半阴影效应到达 2 面, 再经 2 面的反射后可能形成大反射角, 即大反射角条件下也会发生阴影效应, 所以这种假设是存在缺陷的。

由不同入射角、粗糙度条件下阴影系数  $G_1$  和遮蔽系数  $G_2$  的曲线仿真结果(图 7、8)可知, 上述两点缺陷会导致低粗糙度、小入射角条件下积分型 GAF 值大于 1, 并且结合模型理论分析过程和仿真曲线趋势可知, 随着粗糙度降低、入射角减小, 这种情况会更剧烈, 这与 GAF 实际的物理意义不符。引入 BRDF 后, 必然会导致粗糙度较低、入射角较

小条件下, 衰减效应偏强, 反射率偏小。

### 4 积分型 GAF 修正分析

基于上述两种模型假设, 针对积分型 GAF 中存在的不足, 提出新的模型假设:

- 1) 物体表面是由许多组微面元构成, 微面元的底边长相等, 设置为 1;
- 2) 相邻微面元的倾斜角是相互独立的, 且界定 1 面和 2 面的倾斜角范围为  $(-\pi/2, \pi/2)$ ;
- 3) 大入射角条件下会发生遮蔽效应且大反射角条件下也会发生阴影效应。

假设 1) 中, 设置微面元底边长为 1, 而不是设置微面元面积, 其目的是更好地反映微面元倾斜角, 即粗糙度对 GAF 的影响; 假设 2)、3) 是为了充分讨论 1 面和 2 面模型的多样性, 使模型适用于不同入射、反射条件, 增强模型的普遍适应性。

根据以上假设, 分别考虑 1 面和 2 面的倾斜角不同可能带来的影响。

根据 1 面倾斜角在  $(-\pi/2, \pi/2)$  内, 在 2 面任意倾斜条件下, 将 1 面的反射模型分为三种情况, 如图 9(a)~(c) 所示。

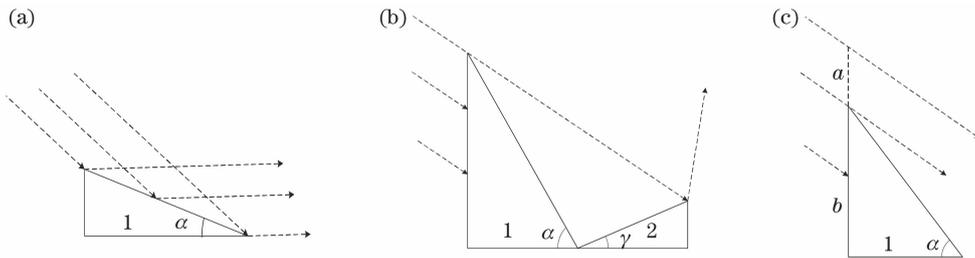


图 9 1 面的反射模型。(a)完全通过模型;(b)完全阴影模型;(c)半通过半阴影模型

Fig. 9 Reflection models of surface 1. (a) Complete passing model; (b) complete shadow model; (c) semi-passing and semi-shadow model

根据模型的几何关系, 三种模型的概率与入射角度  $\theta_i$  和 1 面的倾斜角  $\alpha$  有关:

$$P_{1-9(a)} = \int_0^{\frac{\pi}{2}-\theta_i} 1 \cdot P(\alpha) d\alpha, \quad (9)$$

$$P_{1-9(b)} = \int_{\arctan(\tan \gamma + 2 \cot \theta_i)}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot P(\alpha) d\alpha, \quad (10)$$

$$P_{1-9(c)} = \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_i}^{\arctan(\tan \gamma + 2 \cot \theta_i)} \frac{a}{a+b} P(\alpha) d\alpha. \quad (11)$$

满足完全阴影模型的极限条件是  $\tan \alpha = \tan \gamma + 2 \tan(\frac{\pi}{2} - \theta_i)$ , 但是当积分型 GAF 在满足条件的角度范围时, 该极限条件可以等价于  $\alpha = \pi - 2\theta_i + \gamma$ , 而由图 9 可以看出, 此时的  $\alpha$  属于大角度范围。因此, 这样的近似存在缺陷, 此时应直接

利用反三角函数进行计算, 以确定满足条件的角度范围。

对于 2 面, 根据经过 1 面反射或半通过 1 面的光状态的不同, 可以分成后续几种模型:

- 1) 当 1 面为完全通过模型时, 2 面可以分为完全遮蔽、半遮蔽和全通过三种模型, 具体如图 10(a)~(c) 所示。

$\gamma$  满足完全通过模型、完全遮蔽模型和半通过半遮蔽模型的概率分别为

$$P_{2-10(a)} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_r} 1 \cdot P(\gamma) d\gamma, \quad (12)$$

$$P_{2-10(b)} = \int_{\arctan(2 \cot \theta_r - \tan \gamma)}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot P(\gamma) d\gamma = 0, \quad (13)$$

$$P_{2,10(c)} = \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta_r}^{\arctan(2\cot\theta_r-\tan\gamma)} P(\gamma) \frac{2\cot\theta_r + \tan\alpha - \tan\gamma}{2\cot\theta_r + \tan\alpha} d\gamma. \quad (14)$$

在如图 10(c) 所示的半通过半遮蔽模型中, 由于假设微面元的底边长为 1, 反射光通过率的表达式为

$$\frac{a}{a+b} = \frac{2\cot\theta_r + \tan\alpha - \tan\gamma}{\cot\theta_r + \tan\alpha}. \quad (15)$$

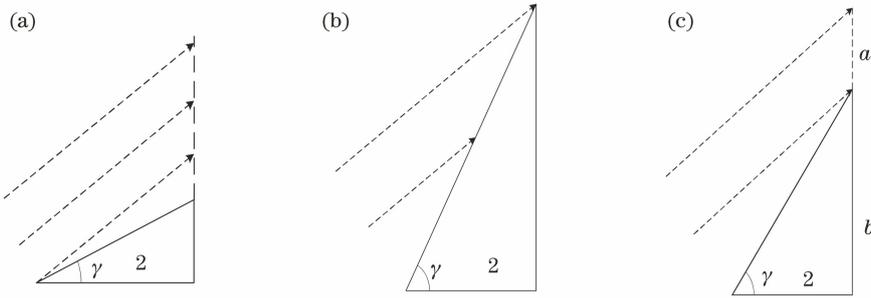


图 10 1 面为完全通过模型时 2 面的反射模型。(a) 完全通过模型; (b) 完全遮蔽模型; (c) 半通过半遮蔽模型  
Fig. 10 Reflection models of surface 2 when surface 1 is complete passing model. (a) Complete passing model; (b) complete masking model; (c) semi-passing and semi-masking model

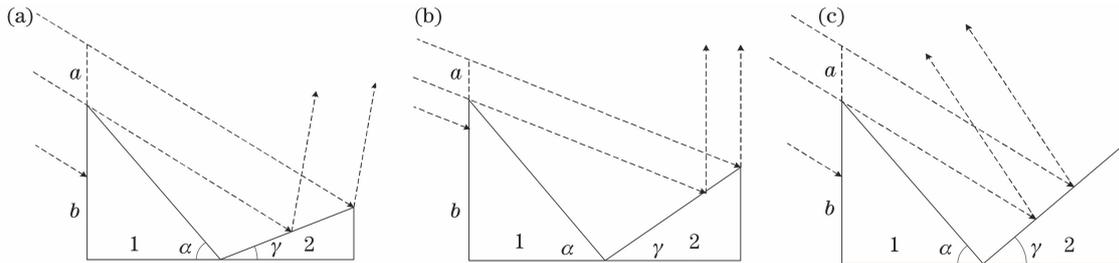


图 11 1 面为半通过半阴影模型时 2 面的反射模型。(a) 前向反射; (b) 垂向反射; (c) 后向反射  
Fig. 11 Reflection models of surface 2 when surface 1 is semi-shadow model. (a) Forward reflection; (b) vertical reflection; (c) backward reflection

图 11(a) 中,  $\gamma$  较小时, 经过 2 面反射后的光完全通过。随着  $\gamma$  的增大, 反射光线会逐渐出现垂向反射、后向反射, 分别如图 11(b)、(c) 所示; 当  $\gamma$  继续增大时, 入射光经 2 面反射后可能又到达 1 面, 从而造成多次反射, 由于此种情况的概率极小, 且普遍认为多次反射为漫反射, 因此该情况的通过率为 0。以垂向反射为界, 根据模型的几何关系, 给出前向反射和后向反射发生的概率分别为

$$P_{2,11(a)} = \int_0^{\frac{\theta_i}{2}} 1 \cdot P(\gamma) d\gamma, \quad (17)$$

$$P_{2,11(c)} = \int_{\frac{\theta_i}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot P(\gamma) d\gamma. \quad (18)$$

4) 当 1 面为完全通过模型, 且不考虑第一次反

2) 当 1 面为完全阴影模型时, 2 面的  $\gamma$  满足要求的极限条件:  $\tan\gamma = \tan\alpha - 2\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right)$ , 因此  $\gamma$  满足完全阴影模型的概率为

$$P_{2b_1} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arctan(2\cot\theta_r-\tan\alpha)} P(\gamma) d\gamma. \quad (16)$$

3) 当 1 面为半通过半阴影模型时, 反射发生在 2 面, 2 面倾斜角的差异会造成不同方向的反射, 具体如图 11(a)~(c) 所示。

射发生在 1 面的情况,  $\alpha$  的范围为  $(-\pi/2, \pi/2 - \theta_i)$ , 入射光将直接照射至 2 面并进行第一次反射, 不同 2 面的  $\gamma$  下, 分别形成前向反射和后向反射, 如图 12(a)、(b) 所示。

$\gamma$  满足前向反射和后向反射的概率分别为

$$P_{12(a)} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\theta_i}{2}} 1 \cdot P(\alpha) d\alpha \cdot \int_0^{\frac{\theta_i}{2}} 1 \cdot P(\gamma) d\gamma, \quad (19)$$

$$P_{12(b)} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\theta_i}{2}} 1 \cdot P(\alpha) d\alpha \cdot \int_{\frac{\theta_i}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot P(\gamma) d\gamma. \quad (20)$$

综上分析, 得出修正后的 GAF 表达式应该为 1 面模型概率下入射光通过率、2 面模型概率下反射光通过率的乘积:

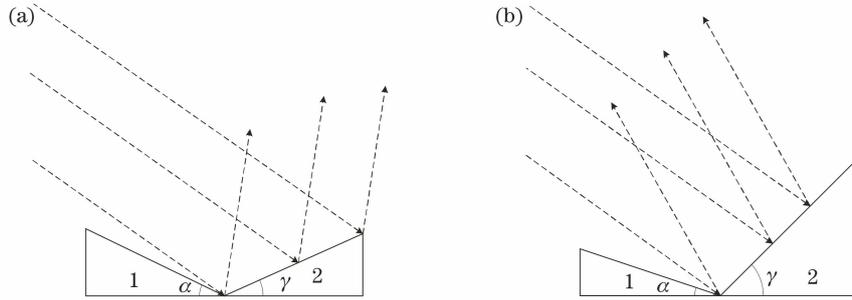


图 12 入射光直接照射在 2 面时的反射模型。(a)前向反射;(b)后向反射

Fig. 12 Reflection models of incident light shining directly on surface 2. (a) Forward reflection; (b) backward reflection

$$\begin{aligned}
 G = & P_{1\_9(a)} \sum_{i=a,b,c} P_{2\_10(i)} + P_{1\_9(b)} P_{2b1} + P_{1\_9(b)} \sum_{i=a,b,c} P_{2\_11(i)} + \sum_{i=a,b} P_{12(i)} = \\
 & \int_0^{\frac{\pi}{2}-\theta_i} 1 \cdot P(\alpha) d\alpha \cdot \left[ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_r} 1 \cdot P(\gamma) d\gamma + \int_{\arctan(2\cot\theta_r-\tan\alpha)}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot P(\gamma) d\gamma + \right. \\
 & \left. \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_r}^{\arctan(2\cot\theta_r-\tan\alpha)} \frac{2\cot\theta_r + \tan\alpha - \tan\gamma}{2\cot\theta_r + \tan\alpha} P(\gamma) d\gamma \right] + \\
 & \int_{\frac{\pi}{2}}^{\arctan(\tan\gamma+2\cot\theta_i)} 0 \cdot P(\alpha) d\alpha \cdot \left[ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arctan(\tan\alpha-2\cot\theta_r)} 0 \cdot P(\gamma) d\gamma + \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_i}^{\arctan(\tan\gamma+2\cot\theta_i)} \frac{2\cot\theta_i + \tan\gamma - \tan\alpha}{2\cot\theta_i + \tan\gamma} P(\alpha) d\alpha \cdot \right. \\
 & \left. \left[ \int_0^{\frac{\theta_i}{2}} 1 \cdot P(\gamma) d\gamma + \int_{\frac{\theta_i}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot P(\gamma) d\gamma \right] + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_i} 1 \cdot P(\alpha) d\alpha \cdot \int_0^{\frac{\theta_i}{2}} 1 \cdot P(\gamma) d\gamma + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_i} 1 \cdot P(\alpha) d\alpha \cdot \int_{\frac{\theta_i}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot P(\gamma) d\gamma \right.
 \end{aligned}$$

(21)

### 5 仿真对比与结果分析

基于上述理论分析及公式推导结果,不同入射角以及不同粗糙度条件下修正后 GAF 曲线如图 13、14 所示。

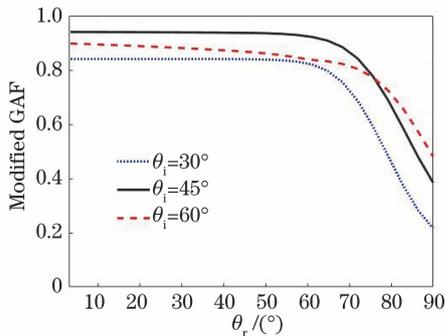


图 13 不同入射角条件下修正后 GAF 曲线(粗糙度为 0.4)

Fig. 13 Modified GAF curves at different incident angle (roughness is 0.4)

由图 13 可知,在相同粗糙度条件下,随着入射角的增大,GAF 整体的衰减效应并非一直增强。当入射角为 60°时,整体衰减效应强于 45°入射角情况下,却弱于 30°入射角情况,这与模型的理论分析一致,即入射角逐渐增大会造成更强的阴影效应,从而导致衰减效应增强;但当入射角减小时,入射光经 2

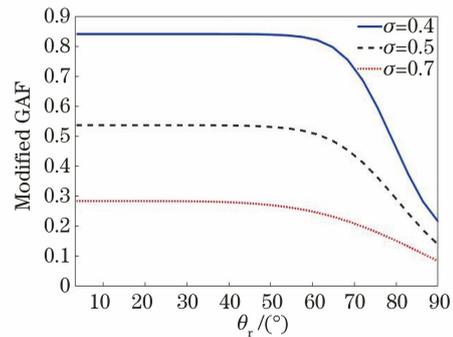


图 14 不同粗糙度条件下修正后 GAF 曲线(入射角为 30°)

Fig. 14 Modified GAF curves under different roughness (incident angle is 30°)

面反射后,会造成更多的后向反射,从而又导致衰减效应增强。上述分析与验证更能明确 GAF 与入射角单因素相关,是入射角、粗糙度、表面模型相互耦合共同作用的结果。

由图 14 可见,相同入射角条件下,随着粗糙度的增大,整体衰减效应随之增强,且粗糙度的影响明显大于入射角的影响,这与理论分析给出的结论一致,即粗糙度决定微面元的倾斜角分布,直接影响物体表面的模型。

图 15 为引入修正后 GAF 的 BRDF 曲线,由同等参数条件下 BRDF 曲线对比可见,修正后 GAF

拥有在整体上体现阴影和遮蔽效应、有效抑制大反射角条件下 BRDF 值的发散趋势等 GAF 基本功能。

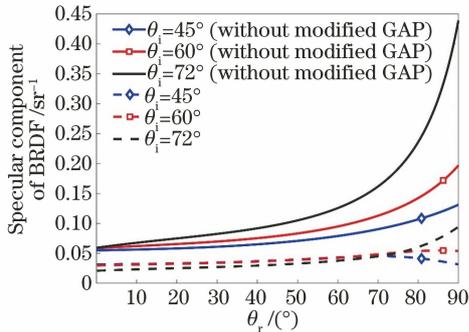


图 15 引入修正 GAF 前后的 BRDF 曲线

Fig. 15 BRDF curves with and without modified GAF

粗糙度为 0.5、入射角为 30°条件下 Blinn、积分型以及修正后 GAF 的仿真曲线如图 16 所示。

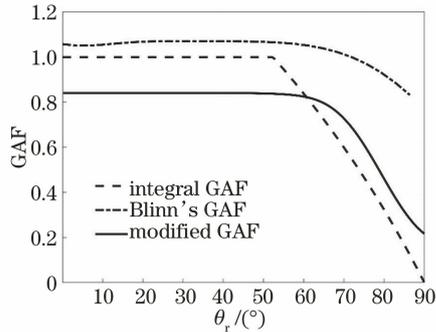


图 16 Blinn、积分型、修正后 GAF 曲线

Fig. 16 Blinn's, integral, and modified GAF curves

根据理论分析, Blinn 和积分型 GAF 没有充分考虑随机微面元模型的多样性, 所以由图 16 仿真结果可见, Blinn 和积分型 GAF 整体比修正后 GAF 大。积分型 GAF 有效地解决了 Blinn 模型存在拐点的问题, 但在小入射角度、小粗糙度条件下不能很好地维持在 0~1 的有效区间内。修正后的 GAF 不仅能够解决 Blinn GAF 没有考虑粗糙度而产生的拐点问题, 而且在大反射角条件下也能很好地保证 BRDF 有界, 始终保持在 0~1 范围内。

图 17 为入射角为 45°条件下, 不考虑 GAF、引入 Blinn、引入积分型、引入修正后 GAF 的 T-S 模型归一化的 BRDF 曲线和文献[17]中给出的 T-S 模型的 BRDF 实验测量数据对比结果。

由图 17 可知: 引入 Blinn 的 GAF 在小反射角条件下能正常起到衰减作用, 但在大反射角条件下, 引入 Blinn 的 GAF 后的整体数值与实验数据相差过大, 且存在拐点, 不符合实际情况。积分型和修正后的 GAF 都能有效解决这些问题, 但修正后的

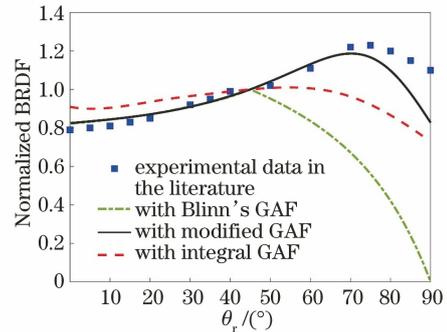


图 17 引入 Blinn、积分型、修正后 GAF 和文献中已有 BRDF 数据对比

Fig. 17 Comparison of BRDF curves obtained by introducing Blinn's, integral, and modified GAF and experimental BRDF data

GAF 从数值和整体趋势上都比积分型 GAF 更符合实验数据曲线。

## 6 结 论

以 T-S 模型为基础, 分析了 Blinn 的 GAF 以及西安交通大学提出的积分型 GAF, 针对积分型 GAF 在进行 Blinn 模型修正时没有充分讨论随机几何微面元模型的多样性, 从而导致修正后模型维持 BRDF 有界性的能力不足, 并针对模型自身不能保持在 0~1 的有效取值范围内的局限性, 充分分析了随机几何微面元的多样性, 给出了修正后的 GAF 模型。仿真结果表明修正后的模型有效解决了积分型模型中的局限性, 保证了 GAF 在物理意义上的合理性且新的模型独立考虑 1 面和 2 面, 不受入射条件和反射条件的限制, 使得模型具有更好的适应性, 同时引入 BRDF 也能更好地从数值和整体趋势上拟合实验数据曲线。

## 参 考 文 献

- [1] Nicodemus F E, Richmond J C, Hsia J J, et al. Geometrical considerations and nomenclature for reflectance[R]. Washington, D.C.: National Bureau of Standards, 1977.
- [2] 朱达荣, 冯康康, 汪方斌, 等. 粗糙表面六参量偏振双向反射分布函数模型[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(9): 092901.  
Zhu D R, Feng K K, Wang F B, et al. Six-parameter polarized bidirectional reflectance distribution function model for rough surfaces [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(9): 092901.
- [3] 章延隽, 王霞, 贺思. 基于偏振双向反射分布函数的粗糙表面偏振特性[J]. 光学学报, 2018, 38(3):

0329002.  
Zhang Y J, Wang X, He S. Polarization properties of rough surfaces based on polarized bi-directional reflectance distribution function [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(3): 0329002.
- [4] 冯巍巍, 魏庆农, 汪世美, 等. 涂层表面偏振双向反射分布函数的模型研究 [J]. *光学学报*, 2008, 28(2): 290-294.  
Feng W W, Wei Q N, Wang S M, et al. Study of polarized bidirectional reflectance distribution function model for painted surfaces [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(2): 290-294.
- [5] 杨玉峰, 吴振森, 曹运华. 一种实用型粗糙面六参数双向反射分布函数模型 [J]. *光学学报*, 2012, 32(2): 0229001.  
Yang Y F, Wu Z S, Cao Y H. Practical six-parameter bidirectional reflectance distribution function model for rough surface [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(2): 0229001.
- [6] 汪方斌, 伊龙, 王峰, 等. 基于漫反射优化的金属表面偏振双向反射分布函数 [J]. *光学学报*, 2021, 41(11): 1129002.  
Wang F B, Yi L, Wang F, et al. Polarization bidirectional reflection distribution function of metal surfaces based on diffuse reflection optimization [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(11): 1129002.
- [7] 王小龙, 王峰, 刘晓, 等. 荒漠背景下典型伪装目标的高光谱偏振特性 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(5): 051101.  
Wang X L, Wang F, Liu X, et al. Hyperspectral polarization characteristics of typical camouflage target under desert background [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(5): 051101.
- [8] 杨志勇, 陆高翔, 张志伟, 等. 热辐射环境下目标红外偏振特性分析 [J]. *光学学报*, 2022, 42(2): 0220001.  
Yang Z Y, Lu G X, Zhang Z W, et al. Analysis of infrared polarization characteristics of target in thermal radiation environment [J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(2): 0220001.
- [9] 陈宏毅, 李英超. 典型卫星表面材料近红外偏振特性分析 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(19): 1929001.  
Chen H Y, Li Y C. Analysis of near-infrared polarization characteristics of typical satellite surface materials [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(19): 1929001.
- [10] 刘飞, 闫明宇, 李轩, 等. 基于漫反射光偏振特性的三维成像技术研究进展 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(18): 1811015.  
Liu F, Yan M Y, Li X, et al. Advances in diffused polarization-based three-dimensional imaging technology [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(18): 1811015.
- [11] Priest R G, Meier S R. Polarimetric microfacet scattering theory with applications to absorptive and reflective surfaces [J]. *Optical Engineering*, 2002, 41: 988-993.
- [12] Blinn J F. Models of light reflection for computer synthesized pictures [C] // Proceedings of the 4th annual conference on Computer graphics and interactive techniques-SIGGRAPH' 77, July 20-22, 1977, San Jose, California. New York: ACM Press, 1977: 192-198.
- [13] Liu H, Zhu J P, Wang K, et al. Three-component model for bidirectional reflection distribution function of thermal coating surfaces [J]. *Chinese Physics Letters*, 2016, 33(6): 064204.
- [14] 刘宏, 朱京平, 王凯. 基于随机表面微面元理论的双向反射分布函数几何衰减因子修正 [J]. *物理学报*, 2015, 64(18): 184213.  
Liu H, Zhu J P, Wang K. Modification of geometrical attenuation factor of bidirectional reflection distribution function based on random surface microfacet theory [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(18): 184213.
- [15] Sun L L, Tang S J, Zhao F. An algorithm of computing 3D geometric attenuation factor [J]. *Optics Express*, 2019, 27(3): 2056-2073.
- [16] Sun L L, Zhao F. Geometric attenuation factor based on scattering theory from randomly rough surface [J]. *Applied Optics*, 2021, 60(2): 476-483.
- [17] Torrance K E, Sparrow E M. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1967, 57(9): 1105-1114.