

## 基于杂化纠缠量子信号的导航测角方案

任钊恒, 苗强\*, 吴德伟, 魏天丽, 赵露涵, 刘勇飞

空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077

**摘要** 传统的无线电导航技术将无法满足高精度测角需求, 而量子纠缠信号优越的特性可以突破传统无线电导航所面临的技术壁垒, 由此提出了一种基于腔电光力转换器制备的杂化纠缠量子信号的测角方案, 通过理论分析和仿真, 相比于传统测角方法充分利用了纠缠特性对测角信号进行判别, 能有效区分有用信号与无关信号, 精度上优于经典方案, 且具有经典方案不具备的极强的抗干扰能力。

**关键词** 测量; 无线电导航; 量子杂化纠缠; 腔电光力; 测角精度; 抗干扰

**中图分类号** O431.2

**文献标志码** A

**doi:** 10.3788/AOS202242.0127001

## Navigation Angle Measurement Scheme Based on Hybrid Entangled Quantum Signal

Ren Zhaoheng, Miao Qiang\*, Wu Dewei, Wei Tianli, Zhao Luhan, Liu Yongfei  
*Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China*

**Abstract** The traditional radio navigation technology does not meet the requirements of high-precision angle measurement, whereas the superior characteristics of entangled quantum signals can break through the technical barriers faced by traditional radio navigation. Therefore, this paper proposes a navigation angle measurement scheme based on hybrid entangled quantum signals prepared by a cavity electro-opto-mechanical converter. According to the theoretical analysis and simulation, compared with traditional angle measurement methods, this scheme makes full use of the entanglement characteristics in discriminating angle measurement signals and thereby effectively differentiates useful signals from irrelevant signals. Its accuracy is better than that of the classic scheme, and it also has a strong anti-interference ability that the classic scheme does not have.

**Key words** measurement; radio navigation; quantum hybrid entanglement; cavity electro-opto-mechanical; angle measurement accuracy; anti-interference

## 1 引言

导航自产生以来便对人类的生活产生了巨大的影响, 无线电导航至今仍是军民航空导航领域运用的主要手段。而角度测量是导航中的关键任务之一。目前, 基于声、光、电、磁、力等物理基础的各种导航测角方法层出不穷, 其中基于无线电导航技术的测角系统最为普遍。基于波动信号的导航测角方法有很多, 按导航测角所用的信号参数可分为振幅式、相位式、时间式和频率式导航测

角。时至今日, 传统的测角方法仍是导航领域应用的主流, 但其存在测角精度有限, 容易受干扰, 远距离测角弱信号检测能力不强以及安全性能无法有效保障的弊端, 随着社会的发展, 将逐渐无法满足人类对导航的需求, 由此人类需要更加有效的导航技术。

非经典量子微波信号具有独特的性质, 例如量子不可克隆定理<sup>[1]</sup>、量子纠缠<sup>[2]</sup>、量子随机性<sup>[3]</sup>等, 其对突破传统无线电导航所受的束缚具有得天独厚的优势。近年来, 基于腔量子电动力学、电

**收稿日期:** 2021-06-01; **修回日期:** 2021-07-05; **录用日期:** 2021-07-19

**基金项目:** 国家自然科学基金(62073338)

**通信作者:** \*75541650@qq.com

路量子电动力学及腔光力学的非经典量子微波信号得以制备,微波非经典量子特性在导航活动中的应用随之广泛展开,并取得了许多重要突破与成果<sup>[4-6]</sup>。目前,量子导航的研究主要集中于对光波波段的研究,而对微波波段少有涉猎,二者各有优劣,结合两者各自的优势应用于导航对于突破传统导航技术所受的束缚,实现无线电量子导航具有重要的意义。腔电光力转换器由于其具有特殊的微波光子-机械声子-光波光子相互作用形式,成为连接微波和光波量子行为的跨频段量子接口,是实现微波-光波纠缠制备、量子态转移等混杂量子现象的绝佳平台,从而得到了相关领域的广泛关注和深入研究。

目前,腔电光力系统在量子微波照明<sup>[7-8]</sup>、量子高精度测量<sup>[9]</sup>等领域有着广阔的应用前景,对于腔光力系统及腔电光力转换器的应用研究能够为传统无线电导航所面临的问题提供解决办法。基于两个处于不同量子特性下的腔电光力转换器分别作为发射端和接收端,本研究提出了一种基于杂化纠缠量子信号的测角方案。首先,介绍了腔电光力转换器及杂化纠缠信号制备原理,并对制备的杂化纠缠信号表达形式进行了分析;其次,提出了衡量杂化纠缠信号纠缠度的杂化二阶矩比值并构建数理模型;进一步地,提出利用杂化纠缠信号进行导航测角的方案,分析了分束器模型,并在所设参数下对量子测角方案进行性能分析,获取了测角精度,并讨论了测角性能所受的影响;最后,从多径信号干扰方面对采用纠缠特性的量子测角方案抗干扰性能进行了详细分析。

## 2 杂化纠缠信号及其制备基本原理

### 2.1 腔光力理论

机械谐振模声子同不同腔模光子之间的非线性相互作用称为腔光力系统中的光-声相互作用,其在腔泵浦的驱动下表现为机械谐振模与不同腔模之间的整体性相互作用。对于单个腔模与机械振子模耦合的腔光力系统,其光-声相互作用可分为两类,分别是参量下转换型相互作用和分束器型相互作用<sup>[10]</sup>,腔光力系统处于何种相互作用由腔的频率失谐量  $\Delta$  决定,且  $\Delta$  可表示为

$$\Delta = \omega_c - \omega_{c,d}, \quad (1)$$

式中,  $\omega_c$  为未耦合情况下的腔谐振频率,  $\omega_{c,d}$  为腔泵浦场频率。用  $\omega_m$  表示机械振子的谐振频率,则当频率失谐量为  $\Delta = -\omega_m$  及  $\Delta = \omega_m$  时,分别对应

腔光力系统中的两种光-声相互作用,腔中的量子特性取决于相互作用的类型。

当腔的频率失谐量满足  $\Delta = -\omega_m$  时,此时机械振子受光压产生振动,同时腔内一个入射泵浦光子被分解为一个机械声子和一个腔光子,声子进一步加热机械振子模,而腔光子则构成稳定的腔模,即斯托克斯过程<sup>[11]</sup>。

该变换产生了相互纠缠的腔模和机械谐振模,纠缠态类型为双模压缩态。因此,当腔的频率失谐量为  $\Delta = -\omega_m$  时,腔光力系统受参量下转换型相互作用的支配,可实现对于腔模与机械谐振模的双模压缩态纠缠信号的制备。

当腔的频率失谐量满足  $\Delta = \omega_m$  时,此时机械振子受光压产生振动,同时腔内发生反斯托克斯过程,一个入射泵浦光子吸收一个机械声子后产生一个腔光子,相当于机械声子在泵浦的作用下上转换成腔光子,泵浦提供了这个过程所需的能量。

### 2.2 腔内量子电动力学过程及腔电光力系统输入-输出关系

分析腔光力系统中的量子电动力学过程首先要考虑的是系统哈密顿量。腔光力系统的哈密顿量由三个主要部分构成,并可表示为<sup>[12]</sup>

$$H = H_f + H_{int} + H_{dr}, \quad (2)$$

式中,  $H_f$  是自由哈密顿量,  $H_{int}$  是相互作用哈密顿量,而  $H_{dr}$  是泵浦场引入的哈密顿量。考虑单腔与机械振子耦合的单模腔光力系统,设腔模为  $\hat{C}$ ,其频率为  $\omega_c$ ,机械谐振模为  $\hat{m}$ ,其频率为  $\omega_m$ ,腔内单个光子与单个声子间的耦合速率为  $g$ ,泵浦场的频率为  $\omega_{c,d}$ 、振幅为  $E$ ,功率为  $P$ ,腔的频率失谐量为  $\Delta$ ,则上述三种哈密顿量又可进一步表示为

$$H_f = \hbar\omega_c \hat{C}^\dagger \hat{C} + \hbar\omega_m \hat{m}^\dagger \hat{m}, \quad (3)$$

$$H_{int} = \hbar g (\hat{m}^\dagger + \hat{m}) \hat{C}^\dagger \hat{C}, \quad (4)$$

$$H_{dr} = i\hbar E [\hat{C}^\dagger \exp(-i\omega_{c,d}t) - \hat{C} \exp(-i\omega_{c,d}t)]. \quad (5)$$

将其扩展到双腔电光力系统,在相应的算符中,微波腔与光波腔分别用下标 M、O 表示,从而可类比(3)~(5)式写出构成腔电光力转换器系统哈密顿量的三个部分

$$H_f = \hbar\omega_M \hat{C}_M^\dagger \hat{C}_M + \hbar\omega_O \hat{C}_O^\dagger \hat{C}_O + \hbar\omega_m \hat{m}^\dagger \hat{m}, \quad (6)$$

$$H_{int} = \hbar g_M (\hat{m}^\dagger + \hat{m}) \hat{C}_M^\dagger \hat{C}_M + \hbar g_O (\hat{m}^\dagger + \hat{m}) \hat{C}_O^\dagger \hat{C}_O, \quad (7)$$

$$H_{\text{dr}} = i\hbar E_M [\hat{C}_M^\dagger \exp(-i\omega_{d,M}t) - \hat{C}_M \exp(-i\omega_{d,M}t)] + i\hbar E_O [\hat{C}_O^\dagger \exp(-i\omega_{d,O}t) - \hat{C}_O \exp(-i\omega_{d,O}t)]. \quad (8)$$

在获得系统的哈密顿量后,理想情况下系统演化情况可由哈密顿量完全描述。但是,实际上系统因与环境相互作用,从而存在耗散及噪声。

则系统中各算符的运动量子朗之万-海森堡方程<sup>[13]</sup>可表示为

$$\dot{\hat{C}}_M = -\kappa_M \hat{C}_M - iG_M \hat{m} + \sqrt{2\kappa_M^{\text{in}}} \delta\hat{C}_{M,\text{in}} + \sqrt{2\kappa_M^{\text{int}}} \delta\hat{C}_{M,\text{int}}, \quad (9)$$

$$\dot{\hat{C}}_O = -\kappa_O \hat{C}_O - iG_O \hat{m}^\dagger + \sqrt{2\kappa_O^{\text{in}}} \delta\hat{C}_{O,\text{in}} + \sqrt{2\kappa_O^{\text{int}}} \delta\hat{C}_{O,\text{int}}, \quad (10)$$

$$\dot{\hat{m}} = -\gamma \hat{m} - iG_O \hat{C}_O^\dagger - iG_M \hat{C}_M + \sqrt{2\gamma} \delta\hat{m}_{\text{int}}, \quad (11)$$

式中,  $\hat{C}_M$  为微波腔模,其耗散速率为  $\kappa_M$ ,  $\hat{C}_O$  为光波腔模,其耗散速率为  $\kappa_O$ ,  $\hat{m}$  为机械谐振模,其耗散速率为  $\gamma$ ,同时以  $\kappa_j^{\text{int}}$ 、 $\kappa_j^{\text{in}}$  分别代表腔  $j$  对应的内在耗散与外泄耗散,且有  $\kappa_j = \kappa_j^{\text{int}} + \kappa_j^{\text{in}}$ ,  $\delta\hat{C}_{j,\text{in}}$ 、 $\delta\hat{C}_{j,\text{int}}$  分别代表输入噪声及腔固有噪声,  $\delta\hat{m}_{\text{int}}$  为激发热声子,  $G_j$  为腔模与机械谐振模间的整体耦合速率。

对于腔电光力系统而言,除了腔内量子电动力学过程外,分析其输入-输出关系对于研究其特性也具有重要意义。在量子朗之万-海森堡方程的基础上,考虑腔电光力系统的输入-输出关系,并获得其频域表达式。对于任意时变算符  $\hat{S}(t)$ ,其频域对应可由傅里叶变换得到,即

$$\hat{S}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{S}(t) \exp(i\omega t). \quad (12)$$

根据标准输入-输出关系式  $\hat{C}_{S,\text{out}} = \sqrt{2\kappa_S^{\text{in}}} \hat{C}_S - \hat{C}_{S,\text{in}}$ ,可得腔电光力系统在频域中的输入-输出关系式。

忽略不计腔的固有损耗,则腔电光力系统在频域中的输入-输出关系式可进一步简化为

$$\hat{C}_{M,\text{out}} = A_M \delta\hat{C}_{M,\text{intra}} - B \delta\hat{C}_{O,\text{intra}}^\dagger - C_M \delta\hat{C}_m, \quad (13)$$

$$\hat{C}_{O,\text{out}} = B \delta\hat{C}_{M,\text{intra}}^\dagger + A_O \delta\hat{C}_{O,\text{intra}} - C_O \delta\hat{C}_m^\dagger. \quad (14)$$

其中各因数可由协同参数  $\Gamma_j = G_j^2 / \kappa_j \gamma$  表示为

$$A_M = \frac{1 - (\Gamma_M + \Gamma_O)}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}, \quad (15)$$

$$A_O = \frac{1 + (\Gamma_M + \Gamma_O)}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}, \quad (16)$$

$$B = \frac{2\sqrt{\Gamma_M \Gamma_O}}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}, \quad (17)$$

$$C_M = \frac{2i\sqrt{\Gamma_M}}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}, \quad (18)$$

$$C_O = \frac{2i\sqrt{\Gamma_O}}{1 + (\Gamma_M - \Gamma_O)}. \quad (19)$$

### 2.3 杂化纠缠信号的制备及纠缠判据

腔电光力转换器属于双模腔光力系统的一种,两腔的工作频率分别处于微波和光所在频段,当其工作于双模压缩模式时,其典型结构图如图 1 所示。其主要由三部分组成:超导微波电感电容(LC)电路谐振腔、机械振子以及光学法布里-珀罗(F-P)谐振腔。其中机械振子既是微波腔电路中电容的一个可移动极板,又是光学 F-P 谐振腔的一个可移动腔镜,通过这种特殊的结构使得微波腔的谐振过程、光腔的谐振过程同时与机械振子的谐振过程相互作用,微波光子、光波光子均与机械声子相耦合,当转换器内部达到平衡时,腔模与机械振子谐振模式间的相互作用亦达到平衡,光子与声子间的能量交换稳定进行<sup>[14]</sup>。

当两腔的光力作用速率均大于机械振子退相干速率时( $G_O^2 / \kappa_O > R_d$  及  $G_M^2 / \kappa_M > R_d$ ),两腔模之间的纠缠特性将转移到两个输出模式上,使得  $\hat{O}$  与  $\hat{M}$  相互纠缠。根据量子朗之万方程,两个输出模式可以表示为<sup>[15]</sup>

$$\hat{M} = A_M \delta\hat{C}_{M,\text{intra}} - B \delta\hat{C}_{O,\text{intra}}^\dagger - C_M \delta\hat{C}_m, \quad (20)$$

$$\hat{O} = B \delta\hat{C}_{M,\text{intra}}^\dagger + A_O \delta\hat{C}_{O,\text{intra}} - C_O \delta\hat{C}_m^\dagger, \quad (21)$$

式中,  $\delta\hat{C}_{j,\text{intra}}$  是腔内模量子起伏,  $\delta\hat{C}_m$  是机械振子谐振模对应的量子噪声,  $A_j$ 、 $B$ 、 $C_j$  均为与协同参数  $\Gamma_j = G_j^2 / \kappa_j \gamma$  有关的系数,其具体表达式如(15)~(19)式所示。

若设腔电光力转换器的工作温度为  $T_E$ ,则基于腔光力制备出的两路纠缠信号的量子起伏的平均光子、声子数可由普朗克定律<sup>[7]</sup>得到

$$\begin{cases} \bar{n}_M = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_M/k_B T_E) - 1} \\ \bar{n}_O = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_O/k_B T_E) - 1} \\ \bar{n}_m = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_m/k_B T_E) - 1} \end{cases}. \quad (22)$$

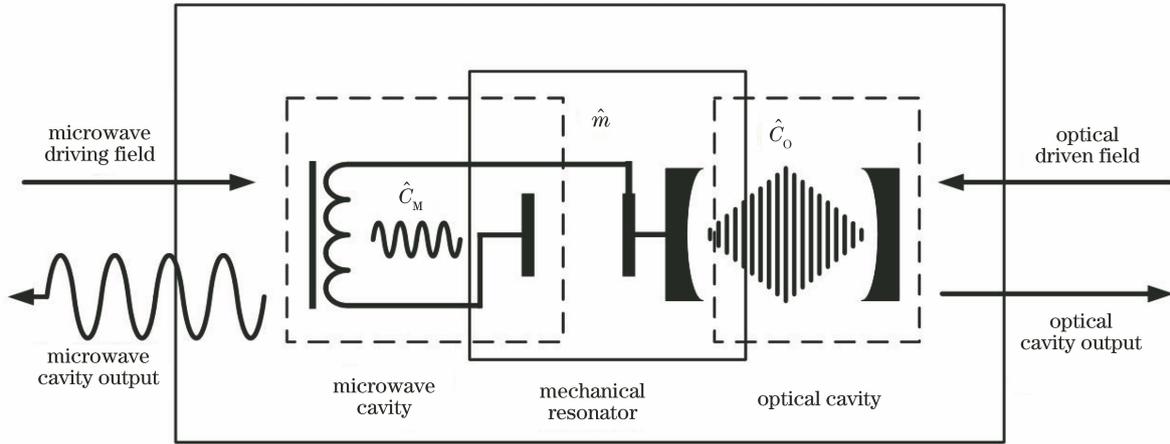


图 1 腔电光力转换器制备杂化纠缠原理图

Fig. 1 Schematic diagram of hybrid entanglement prepared by cavity electro-optical force converter

进一步地,两输出模式的平均光子数及两者的关联均可由二阶矩均值得到,即

$$\bar{N}_M = \langle \hat{M}^\dagger \hat{M} \rangle = |A_M|^2 \bar{n}_{m, T_E} + |B|^2 (\bar{n}_{o, T_E} + 1) + |C_M|^2 \bar{n}_{m, T_E}, \quad (23)$$

$$\bar{N}_O = \langle \hat{O}^\dagger \hat{O} \rangle = |B|^2 (\bar{n}_{m, T_E} + 1) + |A_O|^2 \bar{n}_{o, T_E} + |C_O|^2 (\bar{n}_{m, T_E} + 1), \quad (24)$$

$$\langle \hat{M} \hat{O} \rangle = A_M B (\bar{n}_{m, T_E} + 1) - B A_O \bar{n}_{o, T_E} + C_M C_O (\bar{n}_{m, T_E} + 1), \quad (25)$$

一个联合高斯态可以由(25)式完整表示。如果  $M$  和  $O$  只是两个经典的随机复变量,则当且仅当该联合高斯态为经典态时,其二阶矩满足以下关系

$$\langle |M O^*| \rangle \leq \langle |M| \rangle \langle |O^*| \rangle = \sqrt{\bar{N}_M} \sqrt{\bar{N}_O}. \quad (26)$$

当其被违反时,该联合高斯态无经典对应,说明输出的微波和光构成的联合高斯态是量子态,腔电光力转换器生成杂化纠缠,此时对(26)式的违反就成为了杂化纠缠的判据

$$\langle |\hat{M} \hat{O}| \rangle = \langle |\hat{M} \hat{O}| \rangle > \sqrt{\bar{N}_M} \sqrt{\bar{N}_O}, \quad (27)$$

将其重写为更简便的比值形式,并以杂化二阶矩比值  $\epsilon$  表示该比值,则有

$$\epsilon = \frac{\langle |\hat{M} \hat{O}| \rangle}{\sqrt{\bar{N}_M} \sqrt{\bar{N}_O}} > 1. \quad (28)$$

使用杂化二阶矩比值  $\epsilon$  对杂化纠缠进行度量时,其门限值为 1,当  $\epsilon > 1$  时,则两路信号纠缠,且其值越大,两者的量子关联越强,纠缠程度越高;当  $\epsilon \leq 1$  时,两者的关联为经典关联,不存在纠缠。

### 3 测角方案及其模型分析

#### 3.1 信号传输分束器模型

本文所研究的信号将在自由空间中传播,因此,希望得到一个相对普适性的微波信号在自由空间中的传输模型。通过将部分条件进行理想化收缩,同时模糊部分细节而研究整体效应,则可以抽象得到一个简便有效、相对普适的微波信号大气传输模型,即分束器模型<sup>[16]</sup>。

如图 2 所示,  $\hat{M}$  为发射端发射的微波信号,  $\eta$  为该分束器模型的透射系数,微波信号  $\hat{M}$  和噪声信号  $\delta \hat{C}_B$  为分束器模型的两个输入,透射信号为微波回波信号  $\hat{M}_R$ , 散射信号  $\hat{M}_{\text{loss}}$  代表微波传输过程中因吸收、散射而损耗的信号,整个模型具有统一气温  $T_B$ 。

其中,传输过程中的热噪声  $\delta \hat{C}_B$  平均光子数可

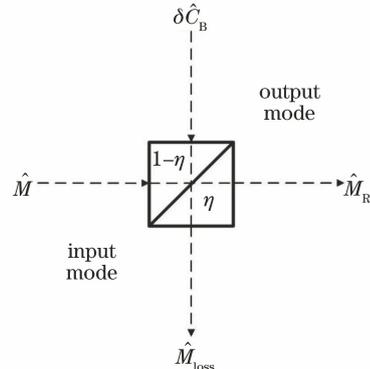


图 2 微波信号大气传输分束器模型

Fig. 2 Microwave signal atmospheric transmission beam splitter model

由普朗克定律得出,可表示为  $\bar{n}_{B,T_B} = \frac{1}{\exp(h\omega_M/k_B T_B) - 1}$ 。则量子分束器模型的输入-输出关系为

$$\hat{M}_R = \sqrt{\eta}\hat{M} + \sqrt{1-\eta}\delta\hat{C}_B, \quad (29)$$

$$\hat{M}_{\text{loss}} = \sqrt{1-\eta}\hat{M} - \sqrt{\eta}\delta\hat{C}_B. \quad (30)$$

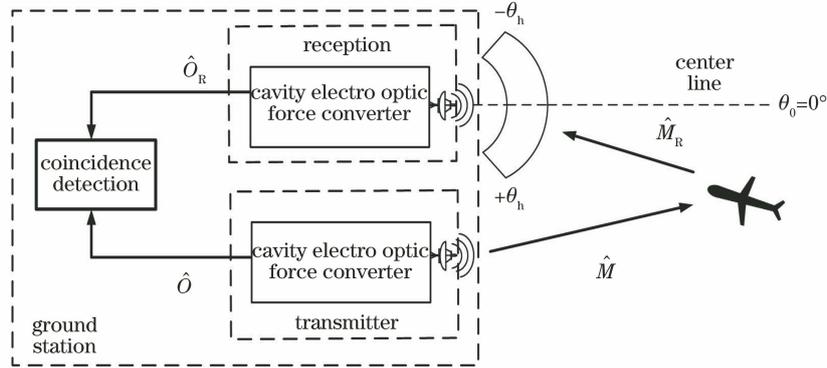


图 3 基于腔光力制备的杂化纠缠量子测角方案

Fig. 3 Hybrid entangled quantum angle measurement scheme based on cavity optical force preparation

如图 3 所示,位于地面站的发射端制备纠缠信号并向自由空间发射微波信号、将光波信号保留在本地。当微波信号遭遇飞机(目标)后,部分微波信号将被反射。

第一种测角方案中接收端使用方向性天线。工作时接收端的方向性天线以固定速度在该区域往返扫描,当返回的微波信号进入方向性天线波瓣内时,将被相共轭并上转换为光波输出,并与发射端中保留的光信号进行符合关联检测。量子测角只需要得到关联点与参考点间的时间差来解算方位角,因此直接选择杂化二阶矩比值确定最大关联点,进而求得飞机(目标)的方位角。杂化二阶矩比值最大时,即返回的微波信号方向与天线指向完全重合时,所得的纠缠程度最高,此时可由天线扫描时间及扫描速度解算出飞机(目标)方位角。

第二种测角方案中接收端采用微波雷达定向天线。如图 4 所示:由于该天线具有高度的定向性,只有天线的主波束对准飞机(目标)时,才能探测到该目标,将接收到的量子微波信号转换为光波与保留在本地光信号进行符合关联检测,确定杂化二阶矩比值最大的点即为天线的方向也就是飞机(目标)的方向,不同于前一种方案,由于雷达的显示器扫描线与定向天线是同步旋转的,所以该飞机(目标)的回波就会在相应的方位上显示出来,即可在雷达上直接得到目标的初始观测值: $\theta$ 。

### 3.2 基于杂化纠缠信号的导航测角方案

本研究设计的测角方案中包含一个地面站,由两个腔电光力转换器构成,分别作为发射端和接收端,工作在不同模式下,其位于跑道中心线延长线上,其工作区域以跑道中心线为基准、两侧各张开相同角度所构成。方案原理如图 3 所示。

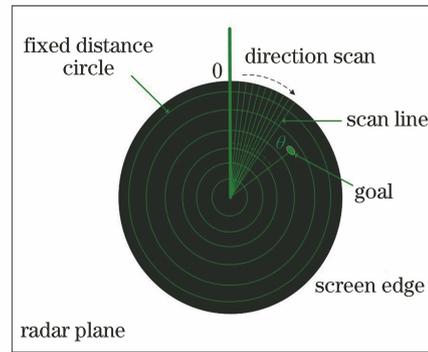


图 4 量子纠缠测角方案雷达测角图

Fig. 4 Radar direction finding diagram of quantum entanglement angle measurement scheme

### 3.3 基于杂化纠缠信号的导航测角原理

方案原理及数理模型可具体阐述如下:

1) 杂化纠缠信号由发射端完成制备,然后将发射微波信号,保留光波信号在本地。微波信号在自由空间中传播遭遇飞机(目标)后,部分被飞机(目标)表面吸收,部分则被反射;

2) 接收端方向性天线接收返回的量子微波信号,由腔电光力转换器相共轭并上转换为光波输出,与发射端中保留的光波信号进行符合关联检测,得到相应的杂化二阶矩比值。发射端中的信号已由(21)式给出,接收端的信号表达式如下

$$\hat{O}_R = B\hat{M}_R^\dagger + A_O\delta\hat{C}_{OR,intra} - C_O\delta\hat{C}_{mR}^\dagger, \quad (31)$$

式中  $\delta\hat{C}_{j,\text{intra}}$  和  $\delta\hat{C}_m$  分别是腔内热噪声光子和机械振子的热激发声子。

符合关联检测后得到的杂化二阶矩比值为

$$\epsilon = \frac{|\langle \hat{O}_R^\dagger \hat{O} \rangle|}{\sqrt{N_{\text{OR}}} \sqrt{N_{\text{O}}}}, \quad (32)$$

若  $\epsilon_R > 1$ , 即两束光波信号是量子纠缠的, 且纠缠程度、回波方向与接收天线的方向重合程度与杂化二阶矩比值成正比。

通过符合关联检测不断获取扫描过程中的杂化二阶矩比值并进一步解算出目标的方位角  $\theta$ 。由于微波回波信号与接收端天线的波瓣均具有一定的宽度, 因此, 扫描过程中得到的杂化二阶矩比值将为一连续段的取值, 其中最大的杂化二阶矩比值对应的纠缠特性最强, 故以此时对应的方位角作为目标方位角最为准确。

对于方案一设杂化二阶矩比值的最大值出现时刻为  $t = t_{\text{max}}$ , 并记接收天线的波瓣宽度为  $\theta_b$ , 可得往扫与返扫过程中目标方位角的初始观测值为

$$\theta = \begin{cases} \omega[t_{\text{max}} - (N-1)T] - \theta_b, N = 1, 3, 5, \dots, n \\ \theta_b - \omega[(N-1)T - t_{\text{max}}], N = 2, 4, 6, \dots, n \end{cases} \quad (33)$$

对于方案二可直接在雷达上观测得到目标方位角的初始观测值  $\theta$ 。

当  $\theta > 0^\circ$  时, 目标位于跑道中心线右侧; 当  $\theta < 0^\circ$  时, 目标位于跑道中心线左侧; 当  $\theta = 0^\circ$  时, 说明目标恰好位于跑道中心线及其延长线上。

测角方案使用门限值  $\epsilon_R = 1$  与一个扫描周期内最大纠缠度  $\epsilon_{\text{max}}$  间的半峰全宽值 [即  $\epsilon_{\text{max}} - (\epsilon_{\text{max}} - \epsilon_R) / \sqrt{2}$  对应全宽值] 作为其精度。记  $t = t_{0.5}$  及  $t = t'_{0.5}$  为门限值  $\epsilon_R = 1$  与最大纠缠度  $\epsilon_{\text{max}}$  间的半峰全宽值对应的两个时间点, 则测时精度可以由半峰全宽值表示为

$$\Delta t = |t_{0.5} - t'_{0.5}|, \quad (34)$$

在此基础上可求得方案测角误差为

$$\Delta\theta = \omega\Delta t, \quad (35)$$

最终所得目标方位角为

$$\Theta = \theta \pm \frac{\Delta\theta}{2}. \quad (36)$$

从上述讨论可以看出, 方案充分利用了纠缠特性对目标回波进行判别, 能有效区分回波信号与无关信号, 相比于传统测角方法, 将有效降低背景噪声影响, 并规避可能存在的欺骗干扰。

## 4 仿真分析

### 4.1 基于杂化纠缠信号的导航测角方案精度的研究

对于方案一, 假设  $t = 0$  时刻目标在机场跑道中心线延长线上以  $\omega_i = 6^\circ/\text{s}$  的速度向右侧飞行, 此时对其方位角进行测量, 测角工作区半张角为  $\theta_h = 80^\circ$ , 则工作区域为  $[-80^\circ, +80^\circ]$ , 接收端天线波束的扫描速度为  $\omega = 10^\circ/\text{ms}$  ( $T = 16 \text{ ms}$ ), 天线波束宽度为  $\theta_b = 2^\circ$ 。令机械振子品质因数  $Q$  均为  $3 \times 10^4$ , 质量  $m$  设为  $10 \text{ ng}$ ; 光腔腔长  $l$  为  $1 \mu\text{m}$ ; 各微波腔泵浦、光腔泵浦的功率分别为  $P_M = 35 \text{ mW}$ 、 $P_O = 5 \text{ mW}$ ; 各腔模频率及机械振子谐振模频率分别为  $\frac{\omega_M}{2\pi} = 10 \text{ GHz}$ 、 $\frac{\omega_O}{2\pi} = 10 \text{ THz}$ 、 $\frac{\omega_m}{2\pi} = 1 \text{ GHz}$ , 对应的耗散速率为  $\kappa_M = 0.2\omega_m$ 、 $\kappa_O = 0.1\omega_m$ 、 $\gamma = \omega_m/Q$ ; 腔模光子与机械振动声子的耦合速率为  $\frac{g_M}{2\pi} =$

$10.14 \text{ Hz}$  和  $\frac{g_O}{2\pi} = 289.75 \text{ Hz}$ ; 腔电光力转换器工作温度为  $T_E = 30 \text{ mK}$ , 背景环境温度为  $T_B = 293 \text{ K}$ , 分束器模型的透射系数  $\eta = 0.5$ 。所选参数均处于相关研究中被广泛选取和应用的水平且已得到实验验证。

分析在一个扫描周期中, 回波信号被接收后纠缠程度的变化情况, 并假设该次扫描为往扫过程, 可得两束光信号在关键时间区间内的杂化二阶矩比值如图 5 所示。

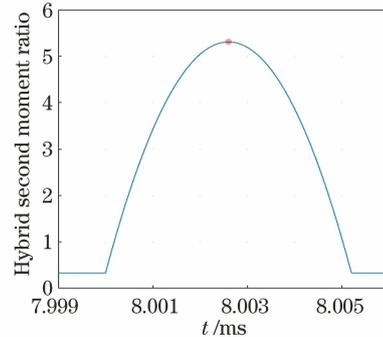


图 5 杂化二阶矩比值随时间变化情况

Fig. 5 Changes in the ratio of hybrid second-order moments over time

当返回的微波信号未进入接收天线的波瓣内时, 所测的杂化二阶矩为始终小于门限值, 此时测得是纯粹的噪声信号之间的经典关联, 其始终处于纠缠门限 ( $\epsilon_R = 1$ ) 之下。当返回的微波信号进入接收天线的波瓣内时, 其关联程度突然增大, 量子纠缠的

强关联性开始显现,而在天线波瓣宽度内及返回微波的波瓣内扫描过程中,其最大纠缠应出现在两者中心方向重合或最为靠近的时刻,这是因为此时接收天线波束中含有的量子信息最大、量子纠缠的关联性最强。

如图 5 所示,最大纠缠程度  $\epsilon_{\max} = 5.3073$  出现在扫描开始后  $t_m = 8.0026$  ms 时刻。据此,可以解算出目标方位角为  $\theta = 0.026^\circ$ ,同时由 (34) 式和 (35) 式可以进一步得到  $\Delta t = 0.0017$  ms、 $\Delta\theta = 0.017^\circ$ ,则目标方位角为  $\Theta = \theta \pm \Delta\theta/2 = 0.026^\circ \pm 0.0085^\circ$ 。

在经典测角方案中,测角精度等于接收天线的半功率波瓣宽度,此处约为  $1^\circ$ ,而本研究所提出的测角方案的精度取决于杂化二阶矩比值的半峰全宽值以及纠缠门限( $\epsilon_R = 1$ ),对比上述结果说明,基于量子纠缠特性的测角方案能取得优于经典方案的测角精度。若进一步提高门限值,方案还能得到更高的测角精度。由此可以得出基于量子纠缠特性的测角方案具有比经典测角方案更高的理论精度。

进一步考虑接收端天线波瓣扫描速度对测角性能的影响,分别取  $\omega = 10^\circ/\text{ms}$ 、 $\omega = 20^\circ/\text{ms}$ 、 $\omega = 30^\circ/\text{ms}$ ,其他参数不变,则不同速度取值下一个周期内的杂化二阶矩比值情况如图 6 所示。

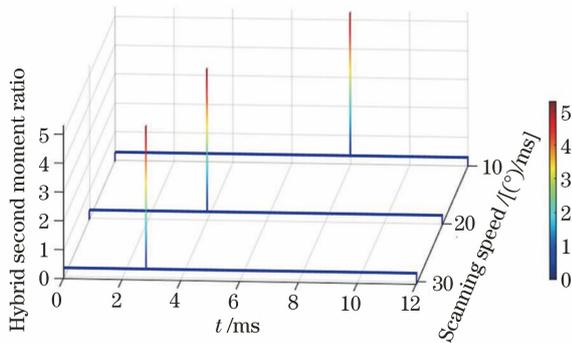


图 6 天线不同扫描速度对应的杂化二阶矩比值变化情况

Fig. 6 Changes in the ratio of hybrid second-order moments corresponding to different scanning speeds of the antenna

从图 6 中可以清楚看到,随着天线扫描速度  $\omega$  的增大,最大杂化二阶矩比值  $\epsilon_{\max}$  不变,只是其出现的时间点  $t_m$  提前了。同时,随着天线扫描速度  $\omega$  的增大, $\Delta t$  变小了,这意味着测角精度提高了。事实上,该过程相当于同样速度下改变接收波束宽度所得的结果。这一现象可解释如下:当探测器探测速度相对天线扫描速度可视为实时探测时,天线扫描速度越快,则完成对返回微波波束的完整探测时间越短,因此在同样的探测过程内,根据  $\Delta t$  可知其

误差越小,故而精度越高。但是,天线扫描速度受限于符合关联检测的探测速度。

## 4.2 测角方案抗干扰性能分析

对于使用纠缠特性实现的量子测角方案而言,还有一个特殊的优势,即极强的抗干扰能力。这种能力来源于杂化纠缠信号之间强烈的非经典关联,使得两信号具有高度关联的信号演化过程和量子起伏表现,从随机性的角度看,两个信号也表现出完全一致的随机特性。本研究从多径信号干扰对采用纠缠特性的量子测角方案抗干扰性能进行分析。

多径信号干扰是指同一微波信号散射后经过不同路径到达接收端并探测所造成的干扰<sup>[17]</sup>。根据量子态测量即塌缩的特性,接收端最终符合关联检测的是最早到达接收端的微波回波所产生的光信号与发射端留存光信号,且该次测量后留存光信号的量子态即塌缩至其某一确定的本征态上并随之演化,此时返回的多径信号却仍处于探测前量子态,其本征态不确定,由其转换而来的光信号与留存光信号探测将不再产生纠缠关联。如果从包含的量子信息的角度来看,可以理解为第一次探测后,纠缠所包含的量子信息已经完全被读取,此后的留存光信号塌缩到确定本征态进行演化意味着不再包含量子信息,故多径信号所转换的光信号与其之间不含有任何量子信息,它们之间的探测结果是经典关联。假设多径信号除了与正常回波信号存在时间延迟外没有其他区别,则可作出微波正常回波信号、微波多径信号所转换得到的光输出与保留在本地的光信号的时域波形图如图 7 所示。

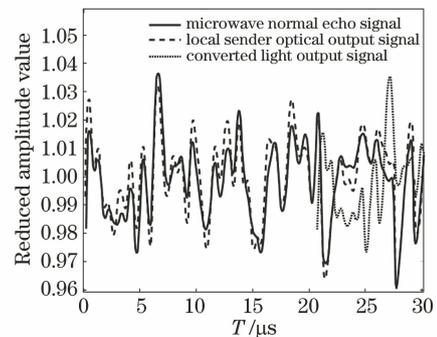


图 7 不同光信号的时域波形图

Fig. 7 Time-domain waveforms of different optical signals

如图 7 所示,纵轴表示信号约化振幅值,三条曲线分别代表由微波正常回波信号的时域波形、微波多径信号转换所得光输出信号的时域波形以及保存在本地的发送端光输出信号的时域波形。从图 7 中

可以清楚看到,由微波正常回波信号转换所得光输出信号与保留在本地的发送端光输出信号在振幅和相位上均表现出高度正关联,考虑到微波转换成光波时经历了相共轭过程,可以推断微波正常回波信号与保留在本地的发送端光输出信号应具有振幅正相关、相位反相关的双模压缩态纠缠特性。当多径信号到达探测端时,已经无法与保留在本地发射端光输出信号产生这样的纠缠关联,其与正常回波信号所得光输出的叠加也不会影响对于纠缠信息的提取和判断,这是因为在探测端解析结果时,符合关联检测以及杂化二阶矩比值均建立在量子关联基础上,最终所得亦为量子关联强度。对于本地保存的发送端光输出信号而言,多径信号转换而来的光信号等同于经典噪声,并不影响探测结果。

通过上述分析可知,量子测角信号由于其量子态测量即塌缩的特性所以对于多径信号干扰具有天然的抗性。

## 5 结 论

本研究依靠腔电光力转换器的双模压缩、频段转移和量子态转移两种量子特性,提出了一种新的基于杂化纠缠量子信号的测角方案,对测角方案的原理和模型进行了阐述,分析了微波信号在大气中的传输特性,并将各种损耗和噪声统一成一个整体的分束器模型进行描述,并将其用以分析方案中纠缠特性在传输过程中所受的影响。在此基础上,对测角方案设置共同参数进行量化分析,对其测角性能进行了测试,并研究了纠缠程度对方案性能的影响,最后从多径信号干扰方面详细分析了量子测角方案的抗干扰能力,理论结果表明,量子测角方案在精度上优于经典方案,且具有经典方案不具备的极强的抗干扰能力。

### 参 考 文 献

- [1] Wootters W K, Zurek W H. A single quantum cannot be cloned[J]. *Nature*, 1982, 299(5886): 802-803.
- [2] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?[J]. *Physical Review*, 1935, 47(10): 777-780.
- [3] Aaronson S. Quantum randomness [J]. *American Scientist*, 2014, 102(4): 266.
- [4] Berman P R, Eberly J H. Cavity quantum electrodynamics[J]. *American Journal of Physics*, 1996, 64(2): 189-190.
- [5] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, et al. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics [J]. *Nature*, 2004, 431(7005): 162-167.
- [6] Li P B, Gao S Y, Li F L. Robust continuous-variable entanglement of microwave photons with cavity electromechanics [J]. *Physical Review A*, 2013, 88(4): 043802.
- [7] Barzanjeh S, Guha S, Weedbrook C, et al. Microwave quantum illumination [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(8): 080503.
- [8] Xiong B, Li X, Wang X Y, et al. Improve microwave quantum illumination via optical parametric amplifier [J]. *Annals of Physics*, 2017, 385: 757-768.
- [9] Wei X R, Sheng J T, Wu Y L, et al. Twin-beam-enhanced displacement measurement of a membrane in a cavity [J]. *Applied Physics Letters*, 2019, 115(25): 251105.
- [10] He M Y, Liao C G, Lin X M. Entanglement research based on the multi-mode cavity optomechanical system [J]. *Journal of Fujian Normal University (Natural Science Edition)*, 2019, 35(2): 31-39.  
何梦英, 廖长庚, 林秀敏. 基于多模腔光力系统的纠缠研究 [J]. *福建师范大学学报: 自然科学版*, 2019, 35(2): 31-39.
- [11] Guimarães A V A, Santos M F, Jorio A, et al. Stokes-anti-Stokes light-scattering process: a photon-wave-function approach [J]. *Physical Review A*, 2020, 102(3): 033719.
- [12] Wang L P, Meng S, Tan F L, et al. Coherent control of population transfer in asymmetric double quantum wells [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(9): 0927002.  
汪利平, 孟硕, 谭凤玲, 等. 不对称双量子阱中电子布居转移的相干控制研究 [J]. *光学学报*, 2016, 36(9): 0927002.
- [13] Peřinová V, Lukš A. Continuous measurements in quantum optics [J]. *Progress in Optics*, 2000, 40: 115-269.
- [14] Rempe G, Thompson R J, Brecha R J, et al. Optical bistability and photon statistics in cavity quantum electrodynamics [J]. *Physical Review Letters*, 1991, 67(13): 1727-1730.
- [15] Luo J W, Wu D W, Miao Q, et al. Navigation ranging scheme based on microwave-optical entanglement prepared by electro-opto-mechanical converters [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2019, 12(2): 1-15.

- [16] Meystre P, Sargent M, Cook R J. Elements of Quantum Optics[J]. Physics Today, 1991, 44(1): 66-66.
- [17] Liu H C, Xu X Y, Wang F X. Analysis and mitigation of the code tracking error caused by multipath in spread-spectrum ranging systems [J]. GNSS World of China, 2005, 30(6): 34-38.
- 刘荟萃, 许晓勇, 王飞雪. 扩频测距系统中多径信号伪码跟踪误差分析及消除技术 [J]. 全球定位系统, 2005, 30(6): 34-38.