

## 外电场作用下飞秒激光成丝辐射太赫兹波的全电流模型

惠雨晨, 赵佳宇\*

上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093

**摘要** 针对外加横、纵直流电场作用下的单色飞秒激光成丝辐射太赫兹波现象, 提出了一种将微观等离子体电流振荡与宏观电流传输线辐射相结合的全电流模型, 旨在解释外电场作用下太赫兹波增强、空间分布演变等辐射特征。与现有渡越-切连科夫辐射理论相比, 所提出的全电流模型在等光速条件下可实现相位匹配, 物理图像清晰、公式简洁, 且能很好地复现实验结果。

**关键词** 激光光学; 太赫兹辐射; 飞秒激光成丝; 全电流模型; 外加静电场

中图分类号 O437

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0114002

## Full Current Model for Terahertz Wave Generation from Femtosecond Laser Filament Under External Electric Fields

Hui Yuchen, Zhao Jiayu\*

School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

**Abstract** In this work, we propose a full current model in order to interpret the mechanism of terahertz (THz) wave generation from single-color femtosecond laser filamentation under transverse and longitudinal direct current fields. The model consists of two processes, i.e., oscillation of the microscopic plasma current and radiation of the macro current transmission line. Both processes are combined to describe the terahertz (THz) radiation characteristics such as terahertz wave enhancement and spatial distribution evolution. Compared with the well-known transition-Cherenkov radiation theory, the proposed full current model can achieve phase matching under the condition of equal light speed, and has a clearer physical picture and simpler formulas. Moreover, it can reproduce the experimental results well.

**Key words** laser optics; terahertz radiation; femtosecond laser filamentation; full current model; external static electric field

## 1 引言

太赫兹 (THz) 波通常被定义为振动频率介于 0.1~10 THz 之间、对应波长为 30~3 mm 的电磁辐射, 拥有频谱信息丰富、选择透过性强、单光子能量低等特点, 因而在生物医学、材料科学、安检反恐等诸多领域具有广阔的应用前景<sup>[1-4]</sup>。近二十年来, 太赫兹科技受到广泛关注, 获得高速发展<sup>[5-7]</sup>。以太赫兹源为例, 包括量子级联激光器<sup>[8-9]</sup>、光电导天

线<sup>[10]</sup>、晶体非线性效应<sup>[11-12]</sup>、激光电离固体<sup>[13]</sup>、激光电离透明介质<sup>[14-21]</sup>在内的多个研究方向被关注。

激光电离透明介质指飞秒激光在自由空间被聚焦后, 在其焦点附近电离透明介质 (如空气), 从而形成一段等离子体通道 (又称光丝或成丝) 并定向辐射太赫兹波的过程。激光等离子体是一种兼具宽频带和高强度特性的太赫兹源<sup>[22-24]</sup>, 其物理机制研究成为太赫兹科学的重要分支, 一直是国际前沿热点课题。

收稿日期: 2021-05-12; 修回日期: 2021-06-22; 录用日期: 2021-07-13

基金项目: 上海市晨光计划 (18CG53)

通信作者: \*zhaojiayu@usst.edu.cn

目前,单色飞秒激光(指具有 800 nm 单一中心波长的基频激光)成丝辐射太赫兹波的主流物理模型基于渡越-切连科夫辐射<sup>[25]</sup>。此理论描绘的物理图像是:单色激光成丝过程中发生了类似切连科夫辐射的动力学过程,即电离产生的类偶极子电荷,在激光脉冲波前的推动下,以接近光速的速度在等离子体中穿行,并向前辐射太赫兹波,太赫兹波的包络形状类似空心圆锥形。实际情况下,偶极子电荷的传输路径有限(约为光丝长度),因此在路径两端的电荷加速度(类似渡越辐射效应)同样会促进太赫兹辐射,渡越-切连科夫辐射因此得名。

渡越-切连科夫辐射涉及渡越辐射和切连科夫辐射两个物理过程。然而,这两个过程并没有明确界线,其物理图像不如双色场领域的四波混频与光电流组合模型<sup>[26]</sup>那样清晰。尤其是类偶极子电荷并无显著超光速输运,使得切连科夫辐射的效率并不高<sup>[27]</sup>。鉴于此,本文提出一种物理过程单一的全电流模型,在尝试简化理论公式、复现实验结果的同时,加深对单色激光成丝辐射太赫兹波物理本质的理解。

本文首先在微观上分析了激光成丝过程中等离子体电流的产生;接着将其纳入宏观电流传输线的电流基元中;最后利用全电流模型对两种外电场作用下的太赫兹波辐射特征进行了计算,并与文献报道的实验结果进行了对比。

## 2 单色激光电离空气辐射太赫兹波的全电流模型

激光经聚焦后电离空气,形成等离子体,产生的自由电子受到多种作用力的影响。当自由电子脱离平衡位置发生振动,其运动行为可由洛伦兹模型描述为

$$m_e \frac{\partial v_e}{\partial t} = -eE_p - m_e v_e v_e + F_{\text{laser}}, \quad (1)$$

式中: $m_e$  代表电子质量; $\partial v_e / \partial t$  为电子加速度, $v_e$  为电子运动速度, $t$  为时间; $v_e$  为电子碰撞频率; $eE_p$  代表相对静止的离子对自由电子的吸引力,即回复力; $e$  为电子电荷, $E_p$  为电子-离子分离产生的极化电场; $m_e v_e v_e$  为阻尼力,其正比于电子运动速度  $v_e$  和电子碰撞频率  $v_e$ ;  $F_{\text{laser}}$  为激光力。 $F_{\text{laser}}$  可由文献<sup>[28]</sup>推导为

$$F_{\text{laser}} = \frac{e^2}{4c^2 m_e \epsilon_0 (v_e^2 + \omega_0^2)} \left[ \frac{\partial I}{\partial t} + 2v_e I \right], \quad (2)$$

式中: $\epsilon_0$  为真空电导率; $\omega_0$  为激光中心频率; $I$  为激

光强度; $c$  为光速。可见,激光力  $F_{\text{laser}}$  主要包含两个要素:第一个要素涉及激光强度梯度  $\partial I / \partial t$ , 与有质动力相关;第二个要素正比于电子碰撞频率  $v_e$  和激光强度  $I$  (辐射压)。

根据电荷守恒定律,可将连续性方程在单位体积下表述为  $\partial N_e / \partial t + \partial N_e v_e / \partial z = 0$ ,  $N_e$  为自由电子密度, $z$  为光轴方向。对上述方程进行时间积分,并将  $N_{e0} = \delta N_e + N_e$  ( $\delta$  为微分标志)和  $v_e / c \rightarrow 0$  代入,可以得到  $\delta N_e = N_{e0} v_e / c$  (当  $t=0$  时,  $\delta N_e = 0$ ,  $v_e = 0$ )。同时考虑高斯定律  $\text{div} D = e \delta N_e$ , 可以进一步推导得到  $v_e = (\epsilon_0 / e N_{e0}) \times (\partial E_p / \partial t)$ ,  $D$  为电位移量, $\delta N_e$  为自由电子密度的变化量, $E_p$  为极化电场。将此电子速度表达式、等离子体频率  $\omega_{pe} = (N_{e0} e^2 / m_e \epsilon_0)^{1/2}$  和(2)式代入运动方程[(1)式],可以得到

$$\frac{\partial^2 E_p}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 E_p + v_e \frac{\partial E_p}{\partial t} = \frac{e \omega_{pe}^2}{4c^2 m_e \epsilon_0 (v_e^2 + \omega_0^2)} \left( \frac{\partial I}{\partial t} + 2v_e I \right), \quad (3)$$

式中: $\omega$  为太赫兹角频率。经傅里叶变换( $\partial / \partial t \approx -i\omega$ ),将(3)式变换为

$$(-\omega^2 + \omega_{pe}^2 - i v_e \omega) E_p(\omega) = \frac{e \omega_{pe}^2}{4c^2 m_e \epsilon_0 (v_e^2 + \omega_0^2)} [-i\omega + 2v_e] I(\omega). \quad (4)$$

根据位移电流  $j(\omega)$  和极化电场  $E_p(\omega)$  的关系  $j(\omega) = i\omega \epsilon_0 E_p(\omega)$ , 并且进一步假设具有脉冲宽度  $\tau_L$  的激光脉冲强度为  $I(\omega) = I_0 \sin(\omega \tau_L / 2) \times \exp(-i\omega \tau_L / 2) / \{\omega [(\omega \tau_L / 2\pi)^2 - 1]\}$ 。当  $\omega_0 \gg v_e$  时,位移电流可表示为

$$j(\omega) = \epsilon_0 E_L \omega_{pe} \frac{\omega + 2i v_e}{2(\omega^2 - \omega_{pe}^2 + i v_e \omega)} \times \frac{\sin(\omega \tau_L / 2)}{1 - (\omega \tau_L / 2\pi)^2} \exp(-i\omega \tau_L / 2), \quad (5)$$

式中: $E_L = e \omega_{pe} I_0 / (2m_e \epsilon_0 c^2 \omega_0^2)$  代表由激光驱动力形成的等离子体波振幅。

将该微观电流纳入宏观电流传输线中,太赫兹波辐射是沿等离子体光丝纵向分布的基元电流辐射的累加,所以太赫兹辐射的电场强度为

$$E_\theta = \int_{-l/2}^{l/2} dE_\theta = i\eta \frac{k \exp(-ikr)}{4\pi r} \sin \theta \cdot \int_{-l/2}^{l/2} j(x, y, z) \exp(ikz \cos \theta) dz, \quad (6)$$

式中: $E_\theta$  为方向角为  $\theta$  时太赫兹辐射的电场强度(激光传输方向  $\theta=0^\circ$ ); $r$  为光丝到探测器的距离; $l$

为等离子体光丝长度;  $\eta$  为真空阻抗;  $k$  为自由空间中电磁辐射的波数;  $j = j_0 \exp(-ik'z)$  是沿着光丝

且具有波数  $k'$  的传输线电流分布,  $j_0$  为初始电流常数。经过积分后, (6) 式可写为

$$E_\theta = i\eta \frac{kj_0 \exp(-ikr)}{4\pi r} \sin \theta \times \frac{1}{ik(\cos \theta - k'/k)} \left\{ \exp \left[ i \frac{lk}{2} \left( \cos \theta - \frac{k'}{k} \right) \right] - \exp \left[ -i \frac{lk}{2} \left( \cos \theta - \frac{k'}{k} \right) \right] \right\}, \quad (7)$$

将  $k'/k$  用  $K$  替换, 可以得到

$$E_\theta = 2\eta \frac{j_0 \exp(-ikr)}{4\pi r} \exp \left[ -i \frac{lk}{2} (\cos \theta - K) \right] \sin \theta \frac{\sin[(kl/2)(K - \cos \theta)]}{K - \cos \theta}. \quad (8)$$

此时, 考虑等光速相位匹配条件 ( $k' = k$ ), 即  $K = 1$ 。因此 (8) 式可以写为

$$E_\theta = 2\eta \frac{j_0 \exp(-ikr)}{4\pi r} \exp \left[ -i \frac{lk}{2} (\cos \theta - 1) \right] \sin \theta \frac{\sin[(kl/2)(1 - \cos \theta)]}{1 - \cos \theta}, \quad (9)$$

对应的功率表达式为

$$P_\theta = A \left| \sin \theta \frac{\sin[(kl/2)(1 - \cos \theta)]}{1 - \cos \theta} \right|^2, \quad (10)$$

式中:  $A = \left( \frac{\eta_0}{2\pi r} \right)^2$  是常量系数。

### 3 外加纵向直流电场对等离子体电流及太赫兹波辐射分布的影响

当在等离子体光丝纵向施加直流外电压  $E_{\text{ex}}^{(1)}$  时, 电子运动方程 [(1) 式] 可以改写为

$$m_e \frac{\partial v_e^{(1)}}{\partial t} = -eE_p^{(1)} - eE_{\text{ex}}^{(1)} - m_e v_e^{(1)} v_e + F_{\text{laser}}, \quad (11)$$

式中: 上标 (1) 表示纵向。经过傅里叶变换, 纵向的电子运动速度可以描述为  $v_e^{(1)} = [e(E_p^{(1)} + E_{\text{ex}}^{(1)}) - F_{\text{laser}}] / [m_e(i\omega - v_e)]$ , 因此电子将被外加纵向电场  $E_{\text{ex}}^{(1)}$  进一步加速。在此情况下, 仿照 (1)~(5) 式可以推导得到电流频谱为

$$j(\omega) = \epsilon_0 E_L \omega_{\text{pe}} \frac{\omega + 2iv_e}{2(\omega^2 - \omega_{\text{pe}}^2 + iv_e \omega)} \times \frac{\sin(\omega\tau_L/2)}{1 - (\omega\tau_L/2\pi)^2} \exp(-i\omega\tau_L/2) + \frac{\epsilon_0 E_{\text{ex}}^{(1)} \omega_{\text{pe}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{pe}}^2 + iv_e \omega}. \quad (12)$$

(12) 式分为两部分, 即  $j = j_w + j_{\text{ex}}^{(1)}$ 。其中: 第一项  $j_w$  表征激光驱动力诱导的尾场电流频谱, 即 (5) 式; 第二项  $j_{\text{ex}}^{(1)}$  表征外加纵向电场激发的电流频谱,

$$j_{\text{ex}}^{(1)}(\omega) = \frac{\epsilon_0 E_{\text{ex}}^{(1)} \omega_{\text{pe}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{pe}}^2 + iv_e \omega}. \quad (13)$$

为了对  $j_w$  和  $j_{\text{ex}}^{(1)}$  两种电流进行比较, 分别对 (5) 式和 (13) 式进行了计算, 如图 1 所示。可以看到, 当外加纵向电场  $E_{\text{ex}}^{(1)}$  为 1 kV/cm 时, 其诱导的

电流  $j_{\text{ex}}^{(1)}$  (图 1 中虚线) 已经可以与原始等离子体电流  $j_w$  (图 1 中实线) 相比拟甚至超出。这是因为  $j_w$  所对应的激光尾场振幅  $E_w$  ( $E_w = 2E_L v_e \tau_L \omega / \omega_{\text{pe}}$ ) 就在 1 kV/cm 附近, 约为几百 V/cm<sup>[29]</sup>。当施加更大的外部纵向电压 (如 5 kV/cm 或 10 kV/cm) 时,  $j_{\text{ex}}^{(1)}$  将得到进一步增大并占据主导地位。此时, (12) 式中的  $j_w$  甚至可以忽略不记, 因此总电流和太赫兹波辐射强度将不受外加纵向电场  $E_{\text{ex}}^{(1)}$  的影响<sup>[30]</sup>。

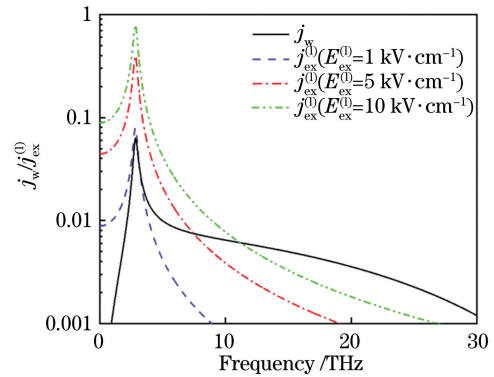


图 1 激光尾场电流频谱和不同外加电场  $E_{\text{ex}}^{(1)}$  产生的电流频谱  
Fig. 1 Current spectrum of laser wake field and current spectra induced by different external electric field  $E_{\text{ex}}^{(1)}$

以上讨论的外加纵向电场  $E_{\text{ex}}^{(1)}$  (kV/cm 量级或以上) 对等离子体电流的增强作用, 同样会导致基于电流辐射产生的太赫兹波的增强, 因此定义增益系数  $n = 1 + |E_{\text{ex}}^{(1)} / E_w|$ , 则 (10) 式可改写为

$$P_\theta = A \left| n \sin \theta \frac{\sin[(kl/2)(1 - \cos \theta)]}{1 - \cos \theta} \right|^2. \quad (14)$$

按照文献 [30] 的实验参数, 当外加纵向电场  $E_{\text{ex}}^{(1)}$  分别为 0, 5, 10 kV/cm 且  $E_w = 0.2$  kV/cm<sup>[29]</sup> 时, 以 0.1 THz、光丝长度为 10 mm<sup>[30]</sup> 为例, 根据 (14) 式计算了太赫兹波的远场分布, 如图 2(a)~(c) 所示。

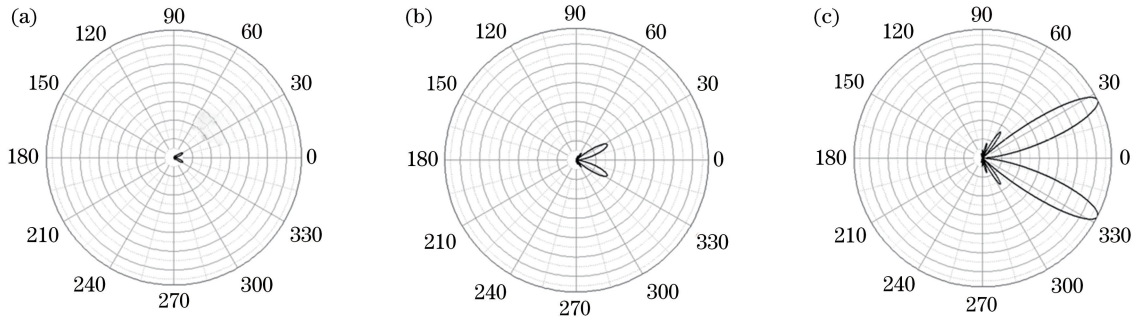


图 2 不同纵向电场  $E_{\text{ex}}^{(l)}$  下太赫兹波的远场辐射分布。(a) 0 kV/cm; (b) 5 kV/cm; (c) 10 kV/cm

Fig. 2 Far-field radiation distributions of terahertz wave under longitudinal electric field  $E_{\text{ex}}^{(l)}$ .

(a) 0 kV/cm; (b) 5 kV/cm; (c) 10 kV/cm

由图 2 可见,太赫兹信号随着外加纵向电场的增强而显著增强,图 2(b)、(c)相较于图 2(a)分别增强了 676 和 2601 倍[为便于观察,图 2(a)被放大了 200 倍],同时角分布形状保持不变。这些现象较好地复现了文献[30]中报道的实验结果变化趋势。本文计算结果与文献实验结果数值的差异可能源于:1)全电流模型将光丝等效为一根均匀的等离子体线进行处理,没有考虑光丝横向以及纵向自由电子密度差异对太赫兹辐射的影响;2)计算增益系数  $n$  时使用的激光尾波场振幅  $E_w = 0.2 \text{ kV/cm}$ <sup>[29]</sup> 是一个估值,其与真实值可能略有偏差。若改变  $E_w$  的数值为  $0.25 \text{ kV/cm}$  进行计算,得到的太赫兹强度增强倍率分别为 441 和 1681,这与文献实验结果更加接近。

#### 4 外加横向直流电场对等离子体电流及太赫兹波辐射分布的影响

对于在光丝两侧施加横向电场  $E_{\text{ex}}^{(t)}$  的情形,横向的电子运动方程可以写为

$$m_e \frac{\partial v_e^{(t)}}{\partial t} = -eE_p^{(t)} + eE_{\text{ex}}^{(t)} - m_e v_e^{(t)} \nu_e, \quad (15)$$

式中:上标(t)表示横向。同样地,按照(1)~(5)式

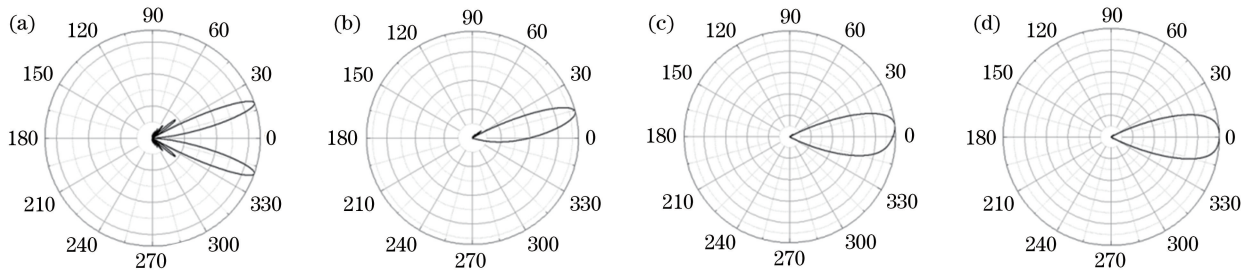


图 3 不同横向电场  $E_{\text{ex}}^{(t)}$  时的太赫兹波的远场辐射分布。(a) 0 kV/cm; (b) 0.1 kV/cm; (c) 1 kV/cm; (d) 10 kV/cm

Fig. 3 Far-field THz radiation distributions under different transverse electric field  $E_{\text{ex}}^{(t)}$ . (a) 0 kV/cm;

(b) 0.1 kV/cm; (c) 1 kV/cm; (d) 10 kV/cm

的推导流程,横向电流频谱可以写为

$$j_{\text{ex}}^{(t)}(\omega) = -\frac{\epsilon_0 E_{\text{ex}}^{(t)} \omega_{\text{pe}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{pe}}^2 + i\nu_e \omega}. \quad (16)$$

不难发现,横向外电场产生的电流[(16)式]与纵向外电场产生的电流[(13)式]有着相近的表现形式,这说明两种电流的产生机理和作用具有相似性。所以当  $E_{\text{ex}}^{(t)}$  接近(或大于)  $E_w$  时,  $j_{\text{ex}}^{(t)}$  对太赫兹辐射的影响也将变得显著。此时,横向电流  $j_{\text{ex}}^{(t)}$  和原始纵向电流  $j_w$  共同决定了太赫兹远场辐射分布,这一点也表现在  $E_{\text{ex}}^{(t)}$  和  $E_w$  的相对大小上。由于二者正交,所以定义  $\varphi = \arctan(E_{\text{ex}}^{(t)}/E_w)$  来描述合成电流偏离纵向方向的角度,用于考察太赫兹波的远场辐射分布。因此,(14)式可以改写为

$$P_\theta = A \left| \sin(\theta + \varphi) \frac{\sin[(kl/2)(1 - \cos \theta)]}{1 - \cos \theta} \right|^2. \quad (17)$$

按照文献[31]的实验参数,计算了 20 mm 长光丝在 0.1 THz 的远场辐射分布,如图 3 所示。可以发现:当施加大小与  $E_w$  相比拟的横向电场  $E_{\text{ex}}^{(t)} = 0.1 \text{ kV/cm}$  时[图 3(b)],原本对称的太赫兹波角分布[图 3(a)]被打破。当继续增大  $E_{\text{ex}}^{(t)}$  超过 1 kV/cm ( $\varphi$  趋于  $90^\circ$ ),如图 3(c)和(d)所示,  $j_{\text{ex}}^{(t)}$  极大地超过

$j_w$ , 太赫兹波辐射方向向  $z$  轴( $\theta=0^\circ$ )靠拢, 并最终又恢复对称性。类似的实验结果被报道于文献[31]中。

## 5 结 论

在微观层面推导了自由电子振荡产生的等离子体电流, 并将其纳入宏观电流传输线理论中, 进而提出了统一的全电流模型, 对单色飞秒激光成丝辐射太赫兹波的物理机制进行了新的解读。为验证全电流模型的适用性, 对纵、横向外加电场作用下太赫兹波辐射增强等特性进行了计算, 理论结果与文献报道的实验结果相一致。未来, 全电流模型还可能成为双色<sup>[32-33]</sup>或多色<sup>[34-38]</sup>激光泵浦太赫兹源的理论参考, 并对等离子体多丝相控阵太赫兹源研究起一定指导作用。

## 参 考 文 献

- [1] Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology[J]. *Nature Photonics*, 2007, 1(2): 97-105.
- [2] Xu J Z, Zhang X C. Terahertz science technology and applications[M]. Beijing: Peking University Press, 2007: 8-20.  
许景周, 张希成. 太赫兹科学技术和应用[M]. 北京: 北京大学出版社, 2007: 8-20.
- [3] Redo-Sanchez A, Zhang X C. Terahertz science and technology trends [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2008, 14(2): 260-269.
- [4] Lu D, Su Q, Qi P F, et al. Method for terahertz radiation enhancement using filament array [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(6): 0614021.  
鲁丹, 苏强, 齐鹏飞, 等. 基于光丝阵列的太赫兹辐射增强方法[J]. *中国激光*, 2019, 46(6): 0614021.
- [5] Dhillon S S, Vitiello M S, Linfield E H, et al. The 2017 terahertz science and technology roadmap [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2017, 50(4): 043001.
- [6] Fülöp J A, Tzortzakis S, Kampfrath T. Laser-driven strong-field terahertz sources [J]. *Advanced Optical Materials*, 2020, 8(3): 1900681.
- [7] Bergé L, Kaltenecker K, Engelbrecht S, et al. Terahertz spectroscopy from air plasmas created by two-color femtosecond laser pulses: the ALTESSE project[J]. *EPL*, 2019, 126(2): 24001.
- [8] Khalatpour A, Paulsen A K, Deimert C, et al. High-power portable terahertz laser systems [J]. *Nature Photonics*, 2021, 15(1): 16-20.
- [9] Luo J W, Wang X M, Shen C L, et al. Research progress on array coupling of terahertz quantum cascade lasers [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(1): 010004.  
罗佳文, 王雪敏, 沈昌乐, 等. 太赫兹量子级联激光器阵列耦合的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(1): 010004.
- [10] Ropagnol X, Kovács Z, Gilicze B, et al. Intense sub-terahertz radiation from wide-bandgap semiconductor based large-aperture photoconductive antennas pumped by UV lasers [J]. *New Journal of Physics*, 2019, 21(11): 113042.
- [11] Zhang B L, Ma Z Z, Ma J L, et al. 1.4-mJ high energy terahertz radiation from lithium niobates [J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2021, 15(3): 2000295.
- [12] Jolly S W, Matlis N H, Ahr F, et al. Spectral phase control of interfering chirped pulses for high-energy narrow band terahertz generation [J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 2591.
- [13] Liao G Q, Li Y T, Liu H, et al. Multimillijoule coherent terahertz bursts from picosecond laser-irradiated metal foils [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2019, 116(10): 3994-3999.
- [14] Zhang Z L, Chen Y P, Chen M, et al. Controllable terahertz radiation from a linear-dipole array formed by a two-color laser filament in air [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(24): 243901.
- [15] Zhang Z L, Chen Y P, Cui S, et al. Manipulation of polarizations for broadband terahertz waves emitted from laser plasma filaments [J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(9): 554-559.
- [16] Zhang L L, Wang W M, Wu T, et al. Observation of terahertz radiation via the two-color laser scheme with uncommon frequency ratios [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(23): 235001.
- [17] Zhao H, Tan Y, Zhang L L, et al. Ultrafast hydrogen bond dynamics of liquid water revealed by terahertz-induced transient birefringence [J]. *Light: Science & Applications*, 2020, 9: 136.
- [18] Zhang L L, Wang W M, Wu T, et al. Strong terahertz radiation from a liquid-water line [J]. *Physical Review Applied*, 2019, 12: 014005.
- [19] Koulouklidis A D, Gollner C, Shumakova V, et al. Observation of extremely efficient terahertz generation from mid-infrared two-color laser filaments [J]. *Nature Communications*, 2020, 11: 292.
- [20] Dey I, Jana K, Fedorov V Y, et al. Highly efficient broadband terahertz generation from ultrashort laser filamentation in liquids [J]. *Nature Communications*, 2017, 8(1): 1184.
- [21] Balakin A V, Coutaz J L, Makarov V A, et al.

- Terahertz wave generation from liquid nitrogen [J]. *Photonics Research*, 2019, 7(6): 678-686.
- [22] Roskos H G, Thomson M D, Kreß M, et al. Broadband THz emission from gas plasmas induced by femtosecond optical pulses: from fundamentals to applications [J]. *Laser & Photonics Review*, 2007, 1(4): 349-368.
- [23] Clerici M, Peccianti M, Schmidt B E, et al. Wavelength scaling of terahertz generation by gas ionization [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(25): 253901.
- [24] Oh T I, Yoo Y J, You Y S, et al. Generation of strong terahertz fields exceeding 8 MV/cm at 1 kHz and real-time beam profiling [J]. *Applied Physics Letters*, 2014, 105(4): 041103.
- [25] D'Amico C, Houard A, Franco M, et al. Conical forward THz emission from femtosecond-laser-beam filamentation in air [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(23): 235002.
- [26] Andreeva V A, Kosareva O G, Panov N A, et al. Ultrabroad terahertz spectrum generation from an air-based filament plasma [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(6): 063902.
- [27] Zheng J, Yu C X, Zheng Z J, et al. Cherenkov radiation generated by a beam of electrons revisited [J]. *Physics of Plasmas*, 2005, 12(9): 093105.
- [28] Sprangle P, Peñano J R, Hafizi B, et al. Ultrashort laser pulses and electromagnetic pulse generation in air and on dielectric surfaces [J]. *Physical Review E*, 2004, 69(6): 066415.
- [29] Amico C D, Houard A, Akturk S, et al. Forward THz radiation emission by femtosecond filamentation in gases: theory and experiment [J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10(1): 013015.
- [30] Liu Y, Houard A, Prade B, et al. Amplification of transition-Cherenkov terahertz radiation of femtosecond filament in air [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 93(5): 051108.
- [31] Houard A, Liu Y, Prade B, et al. Strong enhancement of terahertz radiation from laser filaments in air by a static electric field [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(25): 255006.
- [32] Cook D J, Hochstrasser R M. Intense terahertz pulses by four-wave rectification in air [J]. *Optics Letters*, 2000, 25(16): 1210-1212.
- [33] Kim K Y, Glowacki J H, Taylor A J, et al. Terahertz emission from ultrafast ionizing air in symmetry-broken laser fields [J]. *Optics Express*, 2007, 15(8): 4577-4584.
- [34] Vaičiaitis V, Balachninaite O, Morgner U, et al. Terahertz radiation generation by three-color laser pulses in air filament [J]. *Journal of Applied Physics*, 2019, 125(17): 173103.
- [35] Bagley J D, Moss C D, Sorenson S A, et al. Laser-induced plasma generation of terahertz radiation using three incommensurate wavelengths [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2018, 51(14): 144004.
- [36] Petersen P B, Tokmakoff A. Source for ultrafast continuum infrared and terahertz radiation [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(12): 1962-1964.
- [37] Lu C H, Zhang C Y, Zhang L Q, et al. Modulation of terahertz-spectrum generation from an air plasma by tunable three-color laser pulses [J]. *Physical Review A*, 2017, 96(5): 053402.
- [38] Martínez P G D A, Babushkin I, Bergé L, et al. Boosting terahertz generation in laser-field ionized gases using a sawtooth wave shape [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(18): 183901.