

相位测量轮廓术中时空结合的三频相位展开

侯艳丽, 梁瀚钢, 李付谦, 陈文静*

四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065

摘要 提出了一种时空结合的三频时间相位展开方法, 提高了三频时间相位展开方法的抑噪能力和相位展开的可靠度。在所提方法中, 用灵敏度大于 1 的条纹代替传统三频时间相位展开方法中灵敏度为 1 的条纹。通过计算这些条纹的截断相位, 对其进行空间相位展开, 并利用这些展开相位来指导其他两帧高灵敏度截断相位图的展开。与传统三频时间相位展开方法相比, 在最高灵敏度条纹空间频率相同的情况下, 所提方法缩小了三套条纹之间的频率倍数差, 进而减小了噪声对相位展开的影响, 提高了三频时间相位展开的可靠度和精度。

关键词 测量; 三维面形测量; 相位测量轮廓术; 三频相位展开; 时空相位展开

中图分类号 O438

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0112006

Spatial-Temporal Combined Phase Unwrapping in Phase Measurement Profilometry

Hou Yanli, Liang Hangang, Li Fuqian, Chen Wenjing*

College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

Abstract A spatial-temporal combined phase unwrapping method is proposed, which improves the noise suppression ability and phase unwrapping reliability of the three-frequency temporal phase unwrapping method. The fringes with sensitivity greater than 1 are used to replace the fringes with sensitivity of 1 in the traditional three-frequency temporal phase unwrapping method. By calculating the wrapped phases of these fringes, the spatial phase unwrapping of them is carried out, and the unwrapped phases are used to guide the unwrapping of the other two high sensitivity wrapped phase images. Compared with the traditional three-frequency temporal phase unwrapping method, the proposed method reduces the frequency multiple difference between the three sets of fringes when the spatial frequencies of the highest sensitivity fringes of them are the same, thus reducing the influence of noise on phase unwrapping and improving the reliability and accuracy of three-frequency temporal phase unwrapping.

Key words measurement; three-dimensional surface measurement; phase measurement profilometry; three-frequency phase unwrapping; temporal-spatial phase unwrapping

1 引言

基于结构光投影的相位测量轮廓术(PMP)^[1-2]采用点对点的算法来求解变形条纹中携带的相位信息, 避免了相邻点之间相位计算的影响, 具有很高的相位计算精度。随着数字投影设备的发展, 基于 PMP 的测量系统能以较低的成本获取被测物体的高精度三维面形数据, 故其被广泛应用于工业检测、

医学检测等领域中^[3-7]。在相位计算中, 反三角函数会引起相位截断, 此时需要通过相位展开^[8-9]的方式将截断的相位恢复成原来的连续相位。相位展开是 PMP 中的重要步骤之一, 可以分为空间相位展开^[10-14]和时间相位展开^[15-22]。

空间相位展开是指沿着选择好的空间路径对一帧截断相位图进行展开。空间相位展开方法可以分为全局展开法与局部展开法。其中, 全局展开法中最

收稿日期: 2021-06-16; 修回日期: 2021-07-01; 录用日期: 2021-07-19

基金项目: 国家自然科学基金(62075143, U20A20215)、国家重大仪器设备开发专项(2013YQ490879)

通信作者: *chenwj0409@scu.edu.cn

常见的是最小二乘法^[10]和 L_p 范数算法^[11]。局部展开法可分为基于可靠度的路径导向法^[12]和基于极点的路径导向法^[13-14]。在非理想情况下,截断相位图会受到噪声、阴影和条纹断裂等因素的影响,此时误差会沿着展开路径传递,即使采用基于可靠性导向的展开方法,也只能将误差传递限制在一定区域内。

时间相位展开利用多帧具有不同分辨率的截断相位图沿时间轴进行相位展开,避免了展开误差在像素间的传递,能对存在孤立区域的截断相位图进行展开。在高精度 PMP 测量中,时间相位展开引起了广泛的关注。常用的时间相位展开方法包括双频光栅法^[15-16]、线性展开法^[17]、负指数展开法^[18]、三频相位展开法^[19]以及三频外差法^[20]等。虽然负指数展开法具有很高的展开精度,但是所需投影和采集的条纹数较多,故展开过程较为复杂和耗时。三频时间相位展开法具有原理简单、展开速度快的优点。在三频时间相位展开法中,首先,将周期数为 $t=1, \sqrt{s}, s$ 的正弦条纹图投影到被测物体表面,其中 s 为条纹最大周期数。然后,从电荷耦合器件 (CCD) 采集的三组变形条纹中计算出相应的截断相位。 $t=1$ 时的截断相位即为展开的连续相位,可以用来指导其他两组截断相位的展开。然而,在噪声较大的地方,该方法存在相位展开级次错误的问题。此外,文献[21]对几种时间相位展开方法进行了详细比较。文献[22]对常用的时间相位展开方法进行了综述,包括多频展开法、多波长展开法等。

本文提出并详细研究了时空结合的三频时间相位展开方法,简称改进的三频展开法,并对该方法的可靠性和展开效率进行了研究。在所提方法的第一套投影条纹中,用周期数大于 1 的条纹图代替周期数为 1 的条纹图。设第一套条纹的周期数为 s_0 , 第二套条纹图周期数为 s_1 , 第三套条纹的周期数为 s , 且三者需要符合三频时间相位展开的要求。当改进前后的方法中最高灵敏度条纹周期相同时,由于在所提方法中三套条纹之间的频率倍数差减小,故相位展开过程中噪声对展开的影响减小,三频时间相位展开的可靠性和精度得到了提高。

2 基本原理

2.1 三频时间相位展开原理

三频时间相位展开法投影三组不同频率 ($t=1, \sqrt{s}, s$) 的相移条纹图到被测物体表面时,通过相移算法来得到三组不同分辨率的截断相位图。在一定相位误差范围内,对三幅截断相位图中的同名像素点沿着时间轴方向进行展开,以得到正确的展开相位。

以 N 步相移算法为例,投影三套不同频率的条纹图到被测物体表面上,CCD 采集的变形条纹图可表示为

$$I_{k,i}(m,n) = A(m,n) + B(m,n) \times \cos \left[2\pi f_k m + \varphi_k(m,n) + 2\pi \frac{i-1}{N} \right], \quad (1)$$

式中: (m,n) 表示 CCD 中的像素坐标; $A(m,n)$ 表示背景强度; $B(m,n)$ 表示条纹对比度; f_k 表示不同的条纹频率; $k=0,1,2$ 表示条纹套数序号,用于标记周期数为 $t=1, \sqrt{s}, s$ 的条纹; 相位函数 $\varphi_k(m,n)$ 表示条纹的变形; i 表示条纹相移次数。

获得的截断相位公式可表示为

$$\varphi_{w,t}(m,n) = \arctan \frac{\sum_{i=1}^N I_{k,i}(m,n) \sin [2\pi(i-1)/N]}{\sum_{i=1}^N I_{k,i}(m,n) \cos [2\pi(i-1)/N]}, \quad (2)$$

当 $t=1$ 时,条纹相应的截断相位 $\varphi_{w,1}(m,n)$ 就是连续相位,用 $\varphi_u(1)$ 表示。当 $t=\sqrt{s}$ 时,条纹相应的截断相位可简写成 $\varphi_w(\sqrt{s})$, 展开相位用 $\varphi_u(\sqrt{s})$ 表示。当 $t=s$ 时,条纹相应的截断相位可简写为 $\varphi_w(s)$, 展开相位用 $\varphi_u(s)$ 表示。图 1 给出了 $t=1, \sqrt{s}, s$ ($s=16$) 时的条纹图 and 对应截断相位图的某一行剖面。

从获取的条纹中,也可以得到条纹图的调制函数 $M(m,n)$ 。调制函数的作用是评价相位计算结果的可靠度,若某一点的调制函数越大,则相位计算结果越可靠。对于 N 步相移算法,其截断相位图中点 (m,n) 处的调制函数定义为

$$M(m,n) = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N I_{k,i}(m,n) \sin(2\pi i/N) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N I_{k,i}(m,n) \cos(2\pi i/N) \right]^2}, \quad (3)$$

由于条纹中阴影、欠采样或低信噪比区域处的截断相位数据是不可靠的,故需要用调制函数模板将这些

区域标识出来。

在实际的相位展开中, $\varphi_u(\sqrt{s})$ 和 $\varphi_u(s)$ 的计算

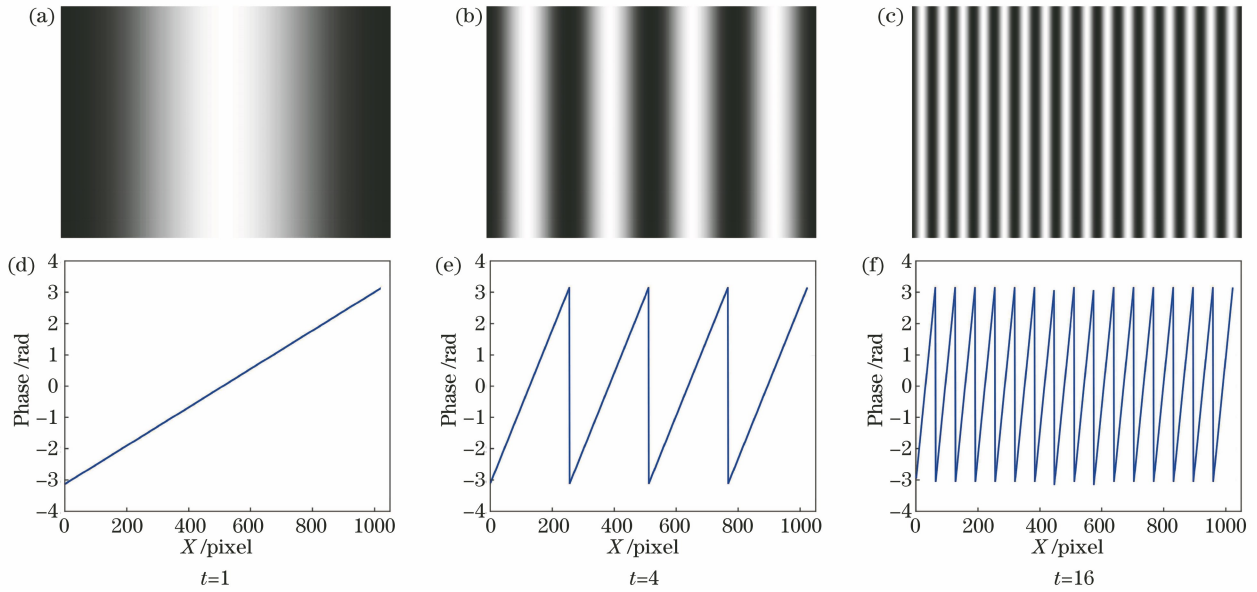


图 1 条纹图及其对应截断相位图中某一行的剖面。 (a)~(c) 条纹图; (d)~(f) 截断相位图中某一行的剖面
Fig. 1 Fringe pattern and profile of a line in corresponding wrapped phase pattern. (a)~(c) fringe pattern;

(d)~(f) profile of a line in wrapped phase pattern

公式为

$$\begin{cases} \varphi_u(\sqrt{s}) = \varphi_w(\sqrt{s}) + 2\pi \times \\ \quad \text{NINT} \left[\frac{\sqrt{s}\varphi_u(1) - \varphi_w(\sqrt{s})}{2\pi} \right] \\ \varphi_u(s) = \varphi_w(s) + 2\pi \times \\ \quad \text{NINT} \left[\frac{\sqrt{s}\varphi_u(\sqrt{s}) - \varphi_w(s)}{2\pi} \right], \end{cases} \quad (4)$$

式中: NINT(·) 表示取整函数。

对每个像素点沿时间轴进行最小二乘拟合, 可以得到拟合斜率^[18]

$$\hat{\omega} = \frac{\sum_{k=1}^3 v^{k-1} \varphi(v^{k-1})}{\sum_{k=1}^3 v^{2(k-1)}}, \quad (5)$$

式中: $v = \sqrt{s}$ 。拟合斜率的标准差^[18]为

$$\sigma_{\hat{\omega}} = \frac{\sigma_{\varphi}}{\sqrt{1^2 + v^2 + s^2}}. \quad (6)$$

式中: σ_{φ} 为最大条纹灵敏度情况下的相位标准差。

展开相位 Φ 可由拟合斜率 $\hat{\omega}$ 乘以最大投影条纹数 s 获得, 即 $\Phi = \hat{\omega}s$ 。由此可见, 三频展开过程只需要进行两次计算: 从 $t = 1$ 到 $t = \sqrt{s}$ 和从 $t = \sqrt{s}$ 到 $t = s$, 展开原理简单且耗时短。

由(4)式可知, 要得到正确的展开相位, 两帧展开相位间必须满足

$$\begin{cases} \frac{v\varphi_u(1) - \varphi_w(\sqrt{s})}{2\pi} < 0.5 \\ \frac{v\varphi_u(\sqrt{s}) - \varphi_w(s)}{2\pi} < 0.5 \end{cases}. \quad (7)$$

然而, 当截断相位噪声较大时, 展开过程中乘法运算所带来的噪声放大可能会造成取整操作中的级次错误。例如, 要得到展开相位 $\varphi_u(\sqrt{s})$, 需要用展开相位 $\varphi_u(1)$ 乘以 v 。若 $\varphi_u(1)$ 中存在大小为 $\delta\varphi(1)$ 的噪声, 那么在进行相位展开时, 该噪声也会被相应地放大 v 倍, 其中 δ 表示噪声大小。若每一套条纹图引入的噪声近似相同, 那么(7)式可以写成

$$v\delta\varphi_w(v^k) < \pi. \quad (8)$$

由上述分析可知, 在三频时间相位展开法中, s 取值越大, 级次 v 就越大, 展开可靠性就越低。

2.2 时空结合的三频时间相位展开原理

空间相位展开通过沿单帧截断相位图中的展开路径进行加或减 $2n_j\pi$ ($n_j \in \mathbf{Z}$) 的方式来获得连续相位。以一维截断相位 φ 展开为连续相位 Φ 为例, 上述过程可以描述为

$$\begin{cases} \Phi(j) = \varphi(j) + 2n_j\pi \\ n_j = \text{NINT}\{[\varphi(j) - \varphi(j-1)]/2\pi + 0.5\} + n_{j-1}, \\ n_0 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中: j 表示采样点序号, $j = 0, \dots, N-1$, 其中 N 是采样点总数; n_j 表示条纹级次。

在(9)式所示的展开过程中, 任何两个相邻抽样点之间的相位变化应小于 π , 即必须满足抽样定理的要求, 每个条纹至少有两个抽样点, 此时抽样频率大于最高空间频率的二倍, 否则将导致相位展开错误。对于不完善的相位图, 空间相位展开会导致相位误差

在像素点间传递。当截断相位图中存在孤立区域时,利用空间相位展开方式很难实现正确的相位展开。

所提方法提高了三频时间相位展开的可靠性,具体做法为用周期数 $s_0 > 1$ 的条纹代替传统三频时间相位展开法中周期数为 1 的条纹。设第一套条纹的周期数为 s_0 ,最后一套条纹的周期数为 s ,二者比值设置为

$$v_0^2 = \frac{s}{s_0}, \quad (10)$$

式中: v_0 表示三套投影条纹相邻条纹周期数之间的倍率。此时,第二套条纹的周期数为

$$s_1 = v_0 \cdot s_0. \quad (11)$$

由(2)式可知,当 $t = s_0$ 时,条纹的截断相位可简写为 $\varphi_w(s_0)$,相应的展开相位可根据(9)式求得,用 $\varphi_u(s_0)$ 表示。当 $t = s_1$ 时,条纹的截断相位可简写成 $\varphi_w(s_1)$,相应的展开相位用 $\varphi_u(s_1)$ 表示;当 $t = s$ 时,条纹的截断相位简写为 $\varphi_w(s)$,相应的展开相位用 $\varphi_u(s)$ 表示。由(4)式可知, $\varphi_u(s_1)$ 和 $\varphi_u(s)$ 的计算公式为

$$\begin{cases} \varphi_u(s_1) = \varphi_w(s_1) + 2\pi \times \\ \quad \text{NINT} \left[\frac{v_0 \varphi_u(s_0) - \varphi_w(s_1)}{2\pi} \right], \\ \varphi_u(s) = \varphi_w(s) + 2\pi \times \\ \quad \text{NINT} \left[\frac{v_0^2 \varphi_u(s_1) - \varphi_w(s)}{2\pi} \right] \end{cases}, \quad (12)$$

此时所提方法在相位展开过程中的误差允许范围变为

$$\delta\varphi_w(t) < \frac{\pi}{v_0}, \quad (13)$$

此时相位误差允许范围会增大,即

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{s_0}. \quad (14)$$

由于增大了第一套与第二套条纹的条纹周期数,即条纹的等效波长降低,因此截断相位的计算精度有所增加。与传统三频时间相位展开方法相比,所提方法只需设计好第一套条纹的周期宽度。因此,在两种方法都能正确展开相位的情况下,所提方法得到的拟合斜率标准差更小,进而提高了相位展开的精度。此外,在噪声较大时,所提方法仍然可以得到可靠的展开结果,参考(5)式,可以得到此时的拟合斜率为

$$\hat{\omega}_B = \frac{s_0 \varphi_u(s_0) + s_1 \varphi_u(s_1) + s \varphi_u(s)}{s_0^2 + s_1^2 + s^2}, \quad (15)$$

此时拟合斜率对应的标准差为

$$\sigma'_{\omega} = \frac{\sigma_{\varphi}}{\sqrt{s_0^2 + s_1^2 + s^2}}. \quad (16)$$

由于 σ_{φ} 仅由最高频率的投影条纹决定,故当传统三频时间相位展开法与所提方法的最高频率条纹的周期数相同时,所提方法的拟合标准差相较传统方法会略微减小,即

$$\frac{\sigma_{\omega}}{\sigma'_{\omega}} = \frac{\sqrt{s_0^2 + s_1^2 + s^2}}{\sqrt{1^2 + \sqrt{s}^2 + s^2}}. \quad (17)$$

由(10)~(17)式的分析可知,所提方法通过增加空间相位展开步骤,在最低频率的条纹能正确展开的情况下,增大了 $\sqrt{s_0}$ 倍的相位误差允许范围,拓宽了三频时间相位展开法的使用范围。

在所提方法中,当第一组最低频条纹的周期数不小于 2 且物面非连续跳变引起的条纹变形不超过半个条纹周期时,采用空间相位展开方法能够正确展开低频的截断相位,并且得到的连续相位可用来指导后续高频条纹的展开。由于空间相位展开结果与所选取的展开起始点有关,故在实际应用时,需要在最低频条纹的第一个周期处设置标记点,并且此标记点需要出现在 CCD 采集的条纹图中。

3 计算机仿真

为了验证所提方法的有效性,进行了计算机仿真。假设传统三频时间相位展开方法和所提方法的最高频率条纹相同。如果将传统三频时间相位展开方法中三组条纹周期数分别设为 $t = 1, 8, 64$,则所提方法的条纹周期数可设为 $t = 4, 16, 64$ 和 $t = 16, 32, 64$ 。在模拟过程中,通过四步相移的方式得到物体的三维面形。计算机仿真中的变形条纹图可用(1)式表示,此时 $i = 1, 2, 3, 4$ 。将待测物体放置在大小为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的像素空间中,其由矩形台阶和圆台构成,如图 2 所示。

对比了不考虑噪声情况下两种方法对三种条纹

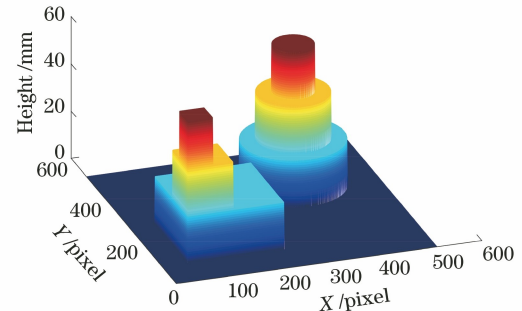


图 2 计算机仿真中的待测物体

Fig. 2 Object to be measured in computer simulation

频率的重建精度。利用传统三频时间相位展开法和所提方法得到的变形条纹图如图 3 所示。

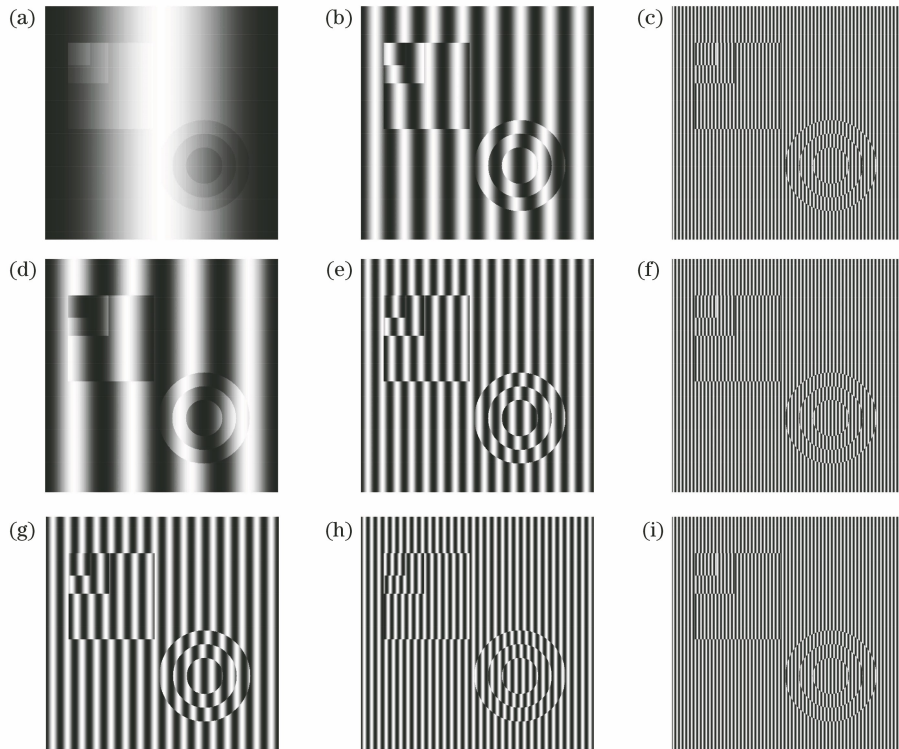


图 3 无噪声情况下的变形条纹图。(a)~(c)当 $t=1, 8, 64$ 时,利用传统三频时间相位展开法得到的变形条纹;
(d)~(f)当 $t=4, 16, 64$ 时,利用所提方法得到的变形条纹;(g)~(i)当 $t=16, 32, 64$ 时,利用所提方法得到的变形条纹
Fig. 3 Deformed fringe patterns without noise. (a)~(c) Deformed fringe patterns obtained by traditional three-frequency temporal phase unwrapping method when $t=1, 8, 64$; (d)~(f) deformed fringe patterns obtained by proposed method when $t=4, 16, 64$; (g)~(i) deformed fringe patterns obtained by proposed method when $t=16, 32, 64$

利用传统三频时间相位展开方法和所提方法得到的重建结果及误差分布如图 4 所示。可以发现,在没有噪声的情况下,传统三频时间相位展开方法和条纹周期数为 $t=4, 16, 64$ 的所提方法都具有很好的重建结果,而在条纹周期数为 $t=16, 32, 64$ 的所提方法的展开结果中出现了错误,原因是第一套条纹的变形条纹图中某些相邻采样点之间的相位变化超过了 π ,进而在使用空间相位展开时第一套变形条纹的相位展开会出现错误。因此,在实际实验中应根据待测对象的不同,选择满足抽样定理的 s_0 ,使低频条纹能够被正确展开。

在模拟条纹中加入 6% (噪声强度占信号强度的百分比)的高斯白噪声后,利用两种方法得到的变形条纹图如图 5 所示。

当有噪声时,对利用传统三频相位展开方法和条纹周期数为 $t=4, 16, 64$ 情况下的所提方法的重建结果和重建误差进行了对比分析,结果如图 6 所示。表 1 给出了利用两种方法得到的重建结果的误差。可以发现,噪声使得传统三频相位展开过程中的一些点出现级次误差,产生了毛刺,进而此时重建结果误差较大。然而,所提方法在高噪声时依然能够获得正确的物体高度信息。

表 1 重建结果的误差

Table 1 Errors of reconstruction results

unit:mm

Method	Standard deviation	Maximum error	Minimum error
Traditional three-frequency temporal phase unwrapping method	0.5849	111.6744	-110.6744
Proposed method	0.2571	1.1099	-1.2044

图 7 展示了当噪声从 0 增加到 10% 时,两种方法的重建误差的标准差分布。当添加的噪声在 0~5% 范围内时,噪声带来的相位计算误差在进行倍乘后,没有超过(8)式给出的误差允许范围,此时利用

传统三频时间相位展开法与所提方法得到的重建结果的误差标准差相差不大,所提方法只是略微提高了测量精度。在噪声大于 5% 的情况下,利用传统三频时间相位展开法展开某些点的相位时,计算误

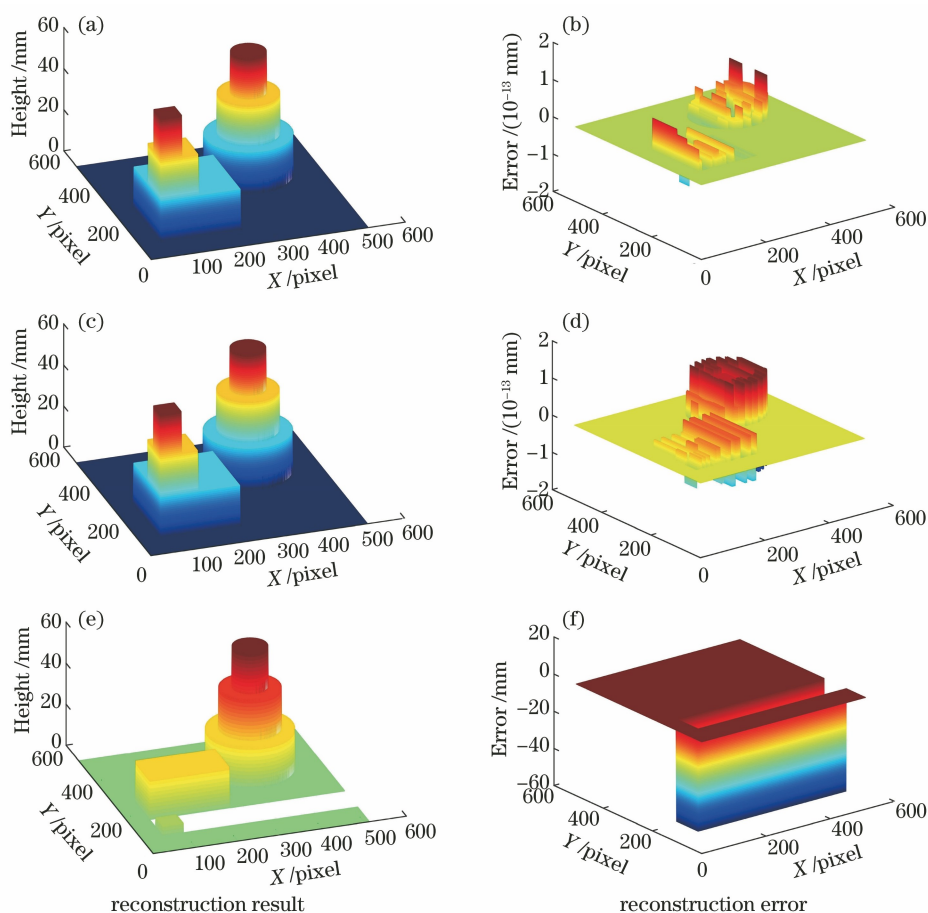


图 4 在无噪声情况下,利用不同方法得到的重建结果及重建误差。(a)(b)传统三频时间相位展开法;
(c)(d) $t=4, 16, 64$ 情况下的所提方法;(e)(f) $t=16, 32, 64$ 情况下的所提方法

Fig. 4 Reconstruction results and reconstruction errors obtained by different methods in case of no noise.
(a)(b) Traditional three-frequency temporal phase unwrapping method; (c)(d) proposed method with $t=4, 16, 64$;
(e)(f) proposed method with $t=16, 32, 64$

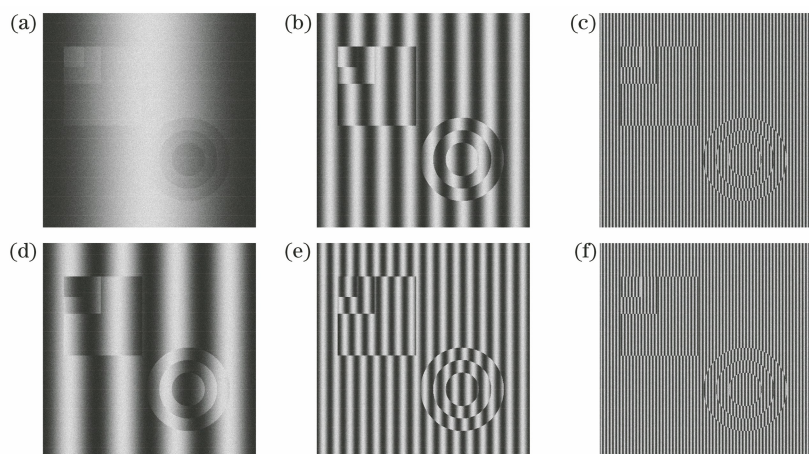


图 5 有噪声情况下的变形条纹图。(a)~(c)利用传统三频时间相位展开法得到的变形条纹;
(d)~(f)利用 $t=4, 16, 64$ 的所提方法得到的变形条纹

Fig. 5 Deformed fringe patterns with noise. (a)~(c) Deformed fringe patterns obtained by traditional three-frequency temporal phase unwrapping method; (d)~(f) deformed fringe patterns obtained by proposed method with $t=4, 16, 64$

差超过了误差允许范围,在这些地方出现级次跳变错误,进而展开结果中存在毛刺。然而,此时所提方法仍能够进行正确的相位展开。由此可见,所提方法只需增加一次空间相位展开的时间复杂度,而无

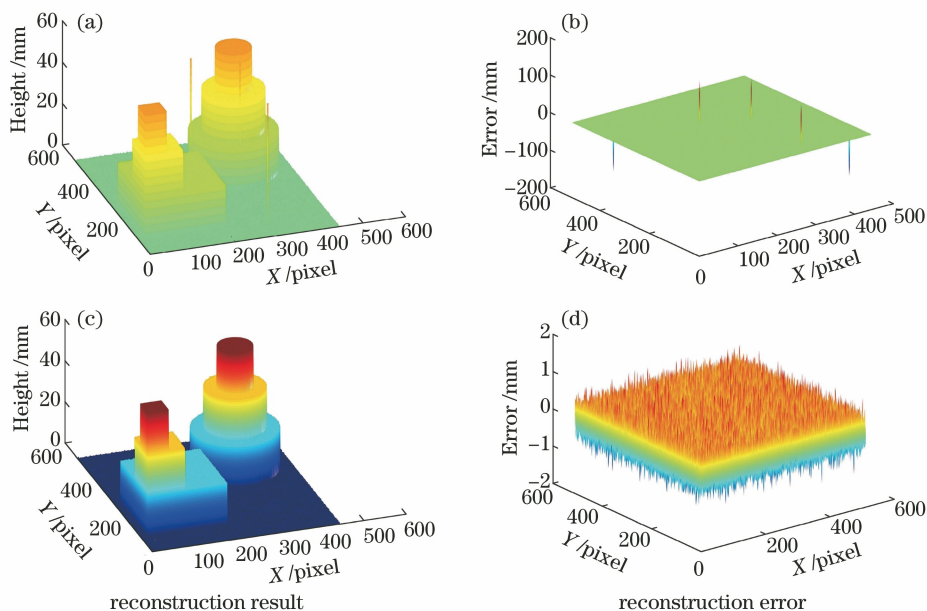


图 6 在有噪声情况下,利用不同方法得到的重建结果及重建误差。(a)(b)传统三频时间相位展开法;
(c)(d) $t=4,16,64$ 情况下的所提方法

Fig. 6 Reconstruction results and reconstruction errors obtained by different methods in case of noise.

(a)(b) Traditional three-frequency temporal phase unwrapping method; (c)(d) proposed method with $t=4,16,64$

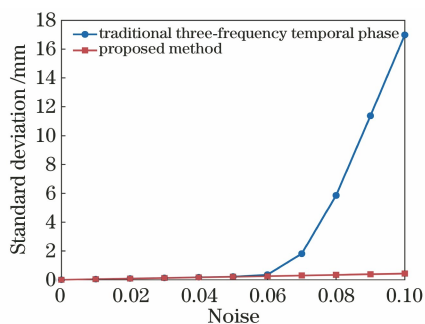


图 7 在不同噪声下,两种方法的重建误差的标准差分布
Fig. 7 Standard deviation distribution of reconstruction errors of two methods under different noises

需增加条纹投影帧数,就可以提升在高噪声环境下相位展开的稳定性。

4 实验

为了验证所提方法的有效性,在投影条纹上人为添加了噪声,采集到的三个频率的变形条纹如图 8 所示。图 8(a)~(c)为利用传统三频时间相位展开法得到的三组变形条纹;图 8(d)~(f)为利用所提方法得到的三组变形条纹。当采用相同的相移算法且利用相同的调制模板来确定测量物面的有效区域时,两种展开方法得到的重建结果如图 9 所示。

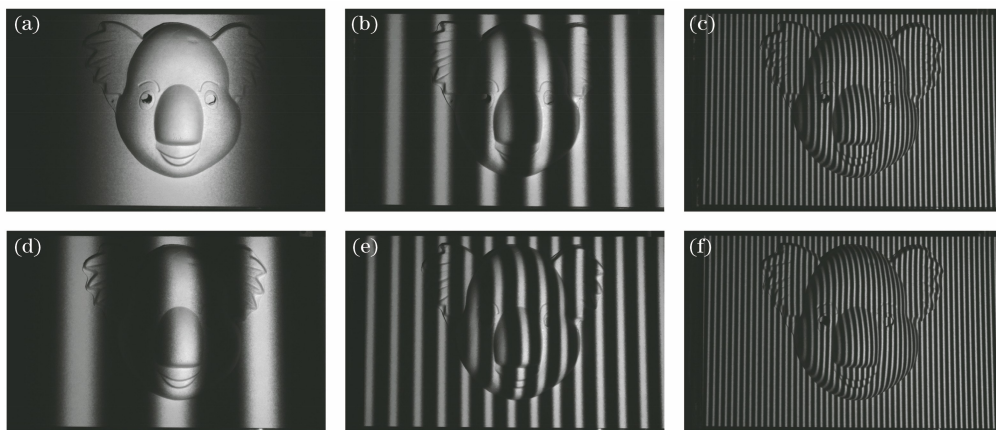


图 8 利用不同方法得到的变形条纹图。(a)~(c)传统三频时间相位展开法;(d)~(f)所提方法
Fig. 8 Deformed fringe patterns obtained by different methods. (a)~(c) Traditional three-frequency temporal phase unwrapping method; (d)~(f) proposed method

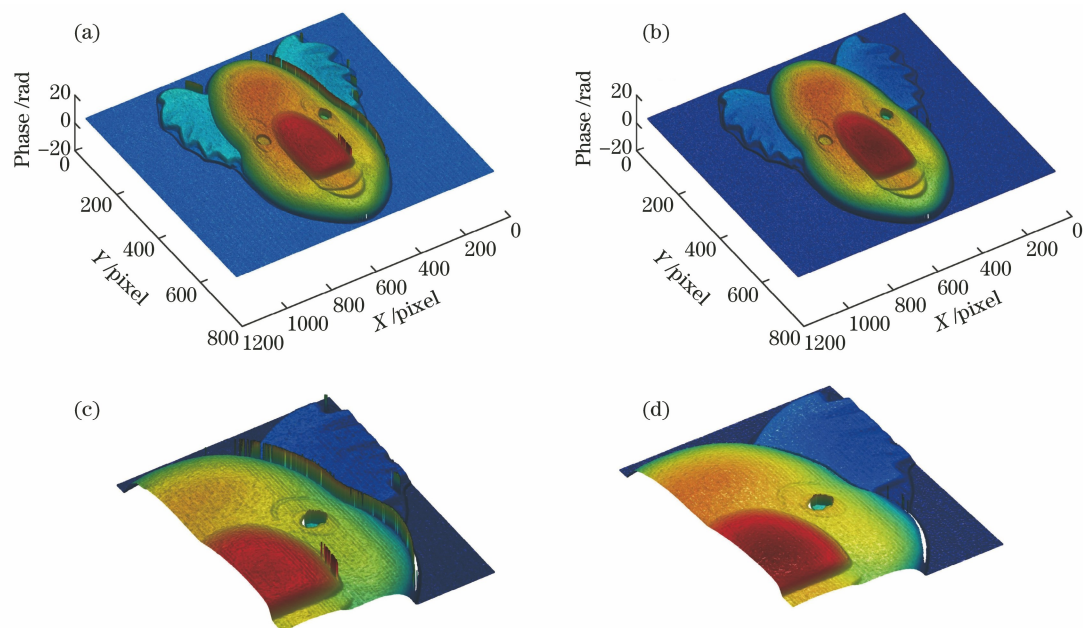


图 9 利用不同方法得到的重建结果。(a)传统三频时间相位展开法;(b)所提方法;
(c)图 9(a)的局部放大;(d)图 9(b)的局部放大

Fig. 9 Reconstruction results obtained by different methods. (a) Traditional three-frequency temporal phase unwrapping method; (b) proposed method; (c) local magnification of Fig. 9(a); (d) local magnification of Fig. 9(b)

图 9(a)展示了利用传统三频时间相位展开方法得到的重建结果,可以发现,在物面的右侧存在错误,其局部放大如图 9(c)所示,这表明展开过程中存在条纹级次确定错误的现象。图 9(d)为利用所提方法得到的对应区域的重建结果。对比图 9(c)和图 9(d)可知,所提方法在噪声较大情况下也能得到正确的展开结果。

5 结 论

提出了时空相位展开相结合的改进三频时间相位展开方法。用灵敏度大于 1 的条纹代替传统三频时间相位展开法中灵敏度为 1 的条纹,通过空间相位展开算法计算其展开相位,并利用该展开相位来指导中频和低频截断相位图的展开。与传统三频时间相位展开法相比,所提方法在最高条纹频率不变的情况下,缩小了三个条纹之间的频率倍数差,减小了相位展开过程中噪声对展开的影响,提高了三频时间相位展开的可靠性和精度。

参 考 文 献

- [1] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase-measuring profilometry: a phase mapping approach[J]. *Applied Optics*, 1985, 24(2): 185-188.
- [2] Su X Y, Li J T, Cao Y P. Information optics[M].

Zhang Q C, Transl. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2010.

苏显渝, 李继陶, 曹益平. 信息光学[M]. 张启灿, 译. 第二版. 北京: 科学出版社, 2010.

- [3] Chen F, Brown G M, Song M M. Overview of 3-D shape measurement using optical methods [J]. *Optical Engineering*, 2000, 39(1): 10-22.
- [4] Blais F. Review of 20 years of range sensor development [J]. *Journal of electronic imaging*, 2004, 13(1): 231-243.
- [5] Chong Q, Cao Y P, Chen Y T. Stroboscopic online phase measurement profilometry for high-speed rotating objects [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(8): 0812003.
种晴, 曹益平, 陈雨婷. 高速旋转物体频闪在线相位测量轮廓术[J]. *光学学报*, 2019, 39(8): 0812003.
- [6] Bian X T, Su X Y, Chen W J. Analysis on 3-D object measurement based on fringe projection [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(2): 416-420.
边心田, 苏显渝, 陈文静. 基于条纹投影的三维坐标测量方法[J]. *光学学报*, 2010, 30(2): 416-420.
- [7] Lu M T, Su X Y. Vertical measurement method for structured light three-dimensional profilometry based on phase-shifting and modulation ratio [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(7): 0704003.
卢明腾, 苏显渝. 基于相移与调制比的结构光三维面形垂直测量方法[J]. *中国激光*, 2019, 46(7): 0704003.

- [8] Goldstein R M, Zebker H A, Werner C L. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping[J]. Radio Science, 1988, 23(4): 713-720.
- [9] Flynn T J. Two-dimensional phase unwrapping with minimum weighted discontinuity[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(10): 2692-2701.
- [10] Strand J, Taxt T, Jain A K. Two-dimensional phase unwrapping using a block least-squares method[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8(3): 375-386.
- [11] Ghiglia D C, Romero L A. Minimum L^p -norm two-dimensional phase unwrapping [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1996, 13(10): 1999-2013.
- [12] Su X Y. Phase unwrapping techniques for 3D shape measurement[J]. Proceedings of SPIE, 1996, 2866: 460-465.
- [13] Su X Y, von Bally G, Vukicevic D. Phase-stepping grating profilometry: utilization of intensity modulation analysis in complex objects evaluation[J]. Optics Communications, 1993, 98(1/2/3): 141-150.
- [14] Ghiglia D C, Romero L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1994, 11(1): 107-117.
- [15] Servin M, Padilla J M, Gonzalez A, et al. Temporal phase-unwrapping of static surfaces with 2-sensitivity fringe-patterns[J]. Optics Express, 2015, 23(12): 15806-15815.
- [16] Hyun J S, Zhang S. Enhanced two-frequency phase-shifting method[J]. Applied Optics, 2016, 55(16): 4395-4401.
- [17] Huntley J M, Saldner H. Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis[J]. Applied Optics, 1993, 32(17): 3047-3052.
- [18] Huntley J M, Saldner H O. Error-reduction methods for shape measurement by temporal phase unwrapping[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(12): 3188-3196.
- [19] Xu Z H, Su X Y. An algorithm of temporal phase unwrapping [J]. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 2008, 45(3): 537-540. 徐珍华, 苏显渝. 一种时间相位展开算法[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2008, 45(3): 537-540.
- [20] Li L L, Su X Y, Dou Y F, et al. Error analysis and algorithm design of temporal phase unwrapping[J]. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 2012, 49(1): 102-108. 李璐璐, 苏显渝, 窦蕴甫, 等. 时间相位展开的误差分析与算法设计[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2012, 49(1): 102-108.
- [21] Zhao W J, Chen W J, Su X Y. The comparison of several time phase unwrapping methods[J]. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 2016, 53(1): 110-117. 赵文静, 陈文静, 苏显渝. 几种时间相位展开方法的比较[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2016, 53(1): 110-117.
- [22] Zuo C, Huang L, Zhang M L, et al. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: a comparative review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2016, 85: 84-103.