# 光学学报

## 针对裂尖变形场测量的包络单元局部数字 图像相关方法

杜鉴昕,赵加清\*,王海涛,孙立斌,吴莘馨

清华大学核能与新能源技术研究院,先进核能技术协同创新中心,先进反应堆工程与安全教育部重点实验室,北京 100084

摘要 使用数字图像相关(DIC)方法测量平滑、准确的裂纹尖端位移场和应变场是学术界难题之一。目前常用的方法为基于子区的局部 DIC 方法,但其子区跨裂纹计算的结果无意义。经过改进的基于子区分割的 DIC 方法降低了子区内像素点数量,导致精度降低。提出一种基于 Hermite 单元的局部 DIC(HELDIC)方法,依次分块计算感兴趣区域(ROI),利用较大单元包络分块区域剔除单元边界精度较低的数据,通过调整 Hermite 单元位置使得剔除的数据量最少,再使用所提改进的逐点最小二乘(PLS)方法平滑分块的位移场并得到应变场,从而提高裂纹尖端应变场的平滑度和精确度。实验结果表明,所提方法与传统局部 DIC 方法相比获得的变形场距离裂纹尖端及裂纹面更近,且在给定的单元和子区大小下的应变场平均误差降低 30%以上,是计算裂尖变形场的有效方法。

关键词 测量;数字图像相关;裂纹尖端变形场;Hermite单元

中图分类号 O348.1 文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0112003

## Envelope Element Local Digital Image Correlation Method for Crack Tip Deformation Field Measurement

Du Jianxin, Zhao Jiaqing, Wang Haitao, Sun Libin, Wu Xinxin
Institute of Nuclear and New Energy Technology, Collaborative Innovation Center of Advanced Nuclear
Energy Technology, Key Laboratory of Advanced Reactor Engineering and Safety of Ministry of Education,
Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract The measurement of displacement and strain fields of smooth and accurate crack tips is one of the key issues for digital image correlation (DIC) method. The traditional subset-based DIC method is commonly used, but the results of subset cross crack calculation are invalid. The improved subset-splitting based DIC method gives low-accuracy results due to the reduction of the number of pixels in the subset. This study proposes a novel Hermite-element based local DIC (HELDIC) method. In HELDIC, the region of interest (ROI) is divided into independent meshes, the data with low precision of element boundary is eliminated by using large block regions of element envelopes, and then the Hermite element position is adjusted to minimize the amount of data removed. The improved pointwise least square (PLS) method is used to smooth displacement fields and obtain strain fields, and finally improves the smoothness and accuracy of strain fields at crack tips. The experimental results show that the deformation field computed by the proposed method is closer to the crack tip and crack face than that calculated by the traditional local DIC method, and the strain field mean error under the specific element and subset size conditions can be reduced by more than 30%, and the HELDIC method is an effective method for the crack tip deformation field calculation.

Key words measurement; digital image correlation; crack tip deformation field; Hermite element

收稿日期: 2021-05-27; 修回日期: 2021-07-04; 录用日期: 2021-07-13

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(51705279)、国家科技重大专项(ZX069)、清华大学自主科研计划

通信作者: \*jqzhao@mail. tsinghua. edn. cn

## 1 引 言

数字图像相关<sup>[1]</sup>(DIC)方法是一种非接触式的 光学全场测量方法,其应用范围非常广泛,具体表现 在:1)被测材料多样,包括金属<sup>[2]</sup>、木材<sup>[3]</sup>、玻璃<sup>[4]</sup>、 混凝土<sup>[5]</sup>等;2)试样尺寸范围广,可测量的物体包括 纳米尺度试样<sup>[6]</sup>以及桥梁等较大建筑<sup>[7]</sup>;3)被测试 样温度范围广,可测量的试样包括普通室温试样以 及 3000 ℃<sup>[8]</sup>以上的高温钨试样。得益于以上优点, DIC 方法在学术和工程界备受青睐。

在断裂力学领域,DIC 方法也被用于测量裂纹 尖端变形场。由于裂纹尖端变形场具有高梯度性和 不连续性两个特征,已有针对该特征的改进 DIC 方 法主要分为对子区改进的局部 DIC 方法<sup>[9-13]</sup>和对有 限元单元进行改进的全局 DIC 方法<sup>[14-15]</sup>两大类。

针对不连续性这一特征,Poissant 等<sup>[9]</sup> 将裂纹 经过的子区进行分割,测量了裂纹面两侧的不连续变形场。其他子区分割法在此基础上改变了子区分割的方式,如 Hassan 等<sup>[10]</sup>进一步考虑了子区分开的距离,Dupré等<sup>[11]</sup>添加了裂纹偏转角度参数等。Pan等<sup>[12]</sup>提出的通过改变子区形状测量感兴趣区域(ROI)边界和边界附近的点的方法同样也可以应用于对由裂纹产生的不连续变形场的测量,Han等<sup>[13]</sup>进一步考虑了裂纹位置的确定,并将 Pan等<sup>[12]</sup>的方法应用于裂纹尖端变形场的测量。这类方法由于对子区进行了特殊处理,降低了子区内像素点的数量,增大了由灰度噪声引起的随机误差。此外,Fagerholt等<sup>[14-15]</sup>针对有限元单元进行改进,将裂纹位置处的有限元单元节点进行分割,从而解决变形场的不连续问题,并进一步考虑了裂纹边界

不规则性的问题,但他们使用的 Q4 有限元单元由于形函数阶次较低,易出现欠匹配的问题,且难以同时满足裂纹尖端的剧烈变形和裂纹面两侧较为平缓的变形的特殊要求。

针对高梯度性这一特征,杜鉴听等<sup>[16]</sup>提出了基于 Hermite 单元的正则化全局 DIC(HRGDIC)方法,使用了较高阶的 Hermite 单元作为全局 DIC 方法中的有限元单元,且针对裂纹前端和裂纹面两侧分别使用了不同阶次的 Hermite 单元,并使用了正则化方法,无需经逐点最小二乘(PLS)计算<sup>[17]</sup>即可获得平滑且高精度的位移场和应变场。但 HRGDIC 难以处理裂纹角度倾斜,形状不规则的情况。

针对上述方法的不足之处,本文提出了基于 Hermite 单元的包络单元局部 DIC 方法,即 HELDIC 方法,该方法使用阶次较高的 1×1 的 C¹ 连续 Hermite 单元,通过将全局 DIC 的计算方法与 局部 DIC 的思想相结合调整 Hermite 单元的位置, 使得剔除的包络单元边界处精度降低的点数量最少,克服了单元边界效应,实现对裂纹倾斜、形状不规则时裂纹边界处变形场的简便测量。

### 2 基本原理与实验

#### 2.1 基于 Hermite 单元的包络单元局部 DIC 方法

HELDIC 方法与传统的局部 DIC 方法主要有 3 点不同:1)使用 Hermite 单元形函数;2)在 ROI 内逐个网格进行计算;3)Hermite 单元内保留的数据为一个区域的数据,而不是一个点的数据。首先,与传统 DIC 方法类似,为了定量描述变形前和变形后该单元内区域的相似性,引入零均值归一化平方根误差(ZNSSD):

$$C_{\text{ZNSSD}} = \sum_{S_{\text{p}} \in e} \left[ \frac{f(x, y) - f_{\text{m}}}{\Delta f} - \frac{g[x + u(x, y, \boldsymbol{q}^{(e)}), y + v(x, y, \boldsymbol{q}^{(e)})] - g_{\text{m}}}{\Delta g} \right]^{2}, \tag{1}$$

式中: $f_m$ 和 $g_m$ 分别为参考图像和变形图像中特定单元的灰度均值; $\Delta f$ 和 $\Delta g$ 分别为参考图像和变形图像中特定单元的灰度标准差;e为计算所使用的一个Hermite单元区域; $S_p$ 是该单元内的任意点; $q^{(e)}$ 为某一单元的节点位移向量; $u(x,y,q^{(e)})$ 为有限元单元节点在x方向的位移; $v(x,y,q^{(e)})$ 为有限元单元节点在y方向的位移;f(x,y)为参考图像灰度函数。

虽然所提方法为局部 DIC 方法,但其使用的 Hermite 单元为有限元方法中的一种高阶次单元, 单元内部任意点的位移可由

$$\mathbf{u}(x) = N_i^{(j,k)}(\xi, \eta) \mathbf{q}^{(e)}$$
 (2)

确定,其中 $N_i^{(j,k)}(\xi,\eta)$ 为二维 $\mathbb{C}^1$  连续 Hermite 单元形函数,其数学形式为

$$N_i^{(j,k)}(\xi,\eta) = \bar{N}_i^{(j)}(\xi) \bar{N}_i^{k}(\eta) w^j h^k$$
, (3)  
式中: $i=1,2,3,4;j$ , $k=0,1;\xi,\eta \in [-1,1]$ 为归一  
化的单元内部点的局部坐标; $w$  和  $h$  分别是单元宽  
度和高度的一半; $i'$ 、 $i''$ 为一维单元的节点编号,当节  
点坐标取一1 和 1 时, $i'$ 、 $i''$ 值取 1 和 2; $\bar{N}_i^{(j)}(\xi)$  和  $\bar{N}_i^{(k)}(\eta)$ 均为有限元单元节点的自由度,可表示为

$$\begin{cases}
\bar{N}_{1}^{0} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\xi + \frac{1}{4}\xi^{3} \\
\bar{N}_{1}^{1} = \frac{1}{8}(\xi + 1)(\xi - 1)^{2} \\
\bar{N}_{2}^{0} = \frac{3}{4}\xi + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\xi^{3} \\
\bar{N}_{2}^{1} = \frac{1}{8}(\xi - 1)(\xi + 1)^{2}
\end{cases}$$
(4)

此外,与传统局部 DIC 方法在 ROI 内逐点计算不同,HELDIC 方法将 ROI 划分为三大类网格并逐个网格(即无裂纹网格、裂纹尖端网格和裂纹面网格)进行计算,网格划分如图 1 所示。对于无裂纹网格,与局部 DIC 思想类似,将 Hermite 单元完整包络 ROI 内网格,如图 2(a)所示,计算后保留网格内数据即可完成无裂纹网格的计算。对于裂纹面网格,如图 2(b)所示,该网格横跨裂纹,将需要计算的区域分为 I 和 II。以区域 I 计算为例,

计算时使得 Hermite 单元恰好完整包络区域 I,并剔除 Hermite 单元内区域 II进行图像相关计算(这样处理可使得剔除数据量最少),计算完成后填充区域 II 的计算。裂纹尖端网格在裂纹方向被划分为左、右两部分区域,如图 2(c)所示,其计算方式与裂纹面网格一样。

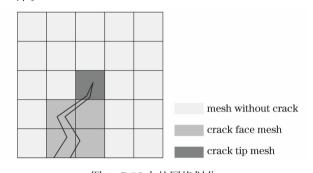


图 1 ROI 内的网格划分 Fig. 1 Mesh division in ROI

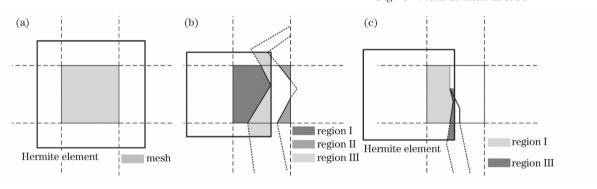


图 2 三类网格的计算方式。(a)无裂纹网格;(b)裂纹面网格;(c)裂纹尖端网格

Fig. 2 Calculation for three types of methods. (a) Mesh without crack;

(b) mesh of crack face; (c) mesh of crack tip

至此, HELDIC 方法的基本原理已介绍完成, 但对于图 2(b)、(c)中的情形还需要深入考虑。如 图 2(b) 所示, 当网格内存在裂纹时, Hermite 单元 的放置原则为:1) Hermite 单元完整包络区域 I; 2) Hemite 单元内剔除掉的区域Ⅱ的数据尽量少。 故 Hermite 单元的最优位置为右侧边界刚好与区 域 Ⅰ 相切的位置,从图中可见区域 Ⅱ 占整个单元的 比例较小,这可以保证计算的鲁棒性和稳定性。当 裂纹折线倾角过大时,通过减小网格(或增加划分网 格数量)可以使得任意倾斜角度的裂纹均能保证较 大的计算区域占比。但当网格数量过小时,所提方 法逐渐趋近于传统的 DIC 方法,计算量与计算时间 也会大大增加,故文中设定网格大小与 Hermite 单 元大小的比例为 0.5,使得对于一般形状的裂纹,所 提方法可以保证 Hermite 单元内较大的有效数据 占比,又不会使得计算时间大大增加。

#### 2.2 任意形状裂纹的平滑方法

在利用 HELDIC 计算出所有网格内的数据后,各个单元之间是无直接联系的,因此会在不同区域的连接处产生接痕,这将导致不连续的应变场,因此需要对原始位移场进行平滑,以得到平滑的位移场和应变场。但由于裂纹破坏了位移场的连续性,直接采用传统 PLS 方法<sup>[17]</sup>会在裂纹附近得到无意义的结果,这是由于 PLS 针对的是连续变形场的平滑,即每个平滑窗口内的数据必须服从相同的变形模式。故这里提出了专门用于裂尖附近位移场平滑的改进 PLS 方法。类似于以上位移计算方法,首先根据裂纹面两侧不同的计算点,将需要平滑的计算点分为三类,分别为远离裂纹点、裂纹面两侧点和裂纹尖端点。如图 3 所示:对于远离裂纹点,位移计算方式与传统 PLS 方法相同;对于裂纹面两侧点,需要将裂纹面另外一侧和裂纹面之

间的无效数据点剔除;对于裂纹尖端点,需要将裂纹尖端一侧和裂纹面之间的无效数据点剔除。剔

除无效点后,即可进行 PLS 平滑,得到光顺的位移 场和应变场。

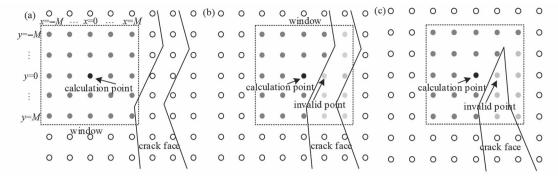


图 3 三类平滑计算点的示意图。(a)远离裂纹点;(b)裂纹面两侧点;(c)裂纹尖端点

Fig. 3 Schematic diagrams of three kinds of smoothing calculation points. (a) Points far from crack; (b) points near crack face; (c) points near crack tip

#### 2.3 模拟和实验验证

下面分别进行裂纹图像模拟和真实裂纹图像实验,以验证所提方法的有效性和精确性。

#### 2.3.1 裂纹图像模拟

在断裂力学中,裂纹可分为张开型(I型)、滑移型(Ⅱ型)和撕裂型(Ⅲ型)三种,本文所提 HELDIC 方法适用于测量 I、Ⅱ型的单一裂纹。为了验证算法的有效性,以线弹性 I 型裂纹为例,使用基于线弹性 I 型裂纹位移场理论解得到的模拟图像来验证所提方法的有效性。其理论场<sup>[18]</sup>为

$$U(r,\theta) = \frac{K_1}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1+\nu) \left[ (2\kappa - 1)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right],$$
(5)

$$V(r,\theta) =$$

$$\frac{K_{\rm I}}{2E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left(1+\nu\right)\left[(2\kappa+1)\sin\!\left(\frac{\theta}{2}\right)-\sin\!\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right],\tag{6}$$

式中: $U(r,\theta)$ 和 $V(r,\theta)$ 分别为x和y方向的裂纹位移场理论解; $K_1$ 为应力强度因子, $K_1$ =15 MPa·m<sup>1/2</sup>;E为弹性模量,E=70 GPa; $\nu$ 为泊松比, $\nu$ =0.3; $\kappa$ = $\frac{3-\nu}{1+\nu}$ ; $\theta$ 为以裂纹尖端为原点、以裂纹方向为x轴的极坐标系中的极角。基于图 4(a)中的参考图像,利用(5)、(6)式和7阶 B样条插值产生图 4(b)中的变形图像(2048 pixel×588 pixel,8 bit 深度),并在两幅图像上分别添加 1%(方差等于 2.55)的高斯白噪声。裂纹产生于图像x方向中点,平行于y轴。

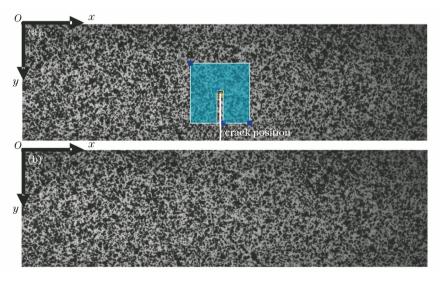


图 4 模拟的带裂纹图像。(a)参考图像;(b)变形图像

Fig. 4 Simulated images with crack. (a) Reference image; (b) deformed image

为了验证 HELDIC 方法的有效性,分别使用不同单元和子区大小的 HELDIC 方法、基于一阶形函数的局部 DIC 方法(1-local)、基于二阶形函数的<sup>[19]</sup>局部 DIC 方法(2-local) 对图 4(a)中大小为300 pixel×300 pixel 的 ROI 进行计算,为了方便比较,剔除 ROI 中距离裂纹 15 pixel 的区域。三种方法的单元和子区大小如表 1 所示,为了使 1-local、2-local 可以计算全部 ROI,其子区大小需小于31 pixel,否则其子区将与裂尖相遇,导致结果无意义。三种方法计算时采用的点间距为 1 pixel,均使用 1 阶 PLS 平滑方法对位移场进行平滑计算,平滑窗口大小均为 15 pixel×15 pixel。三种方法的水平

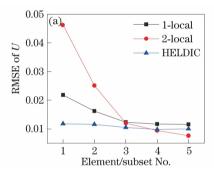
方向位移场 U、应变场  $U_x$  的全场均方根误差 (RMSE)如图 5 所示。所提方法在表 1 中所示的单元或子区大小情形下,几乎都有着最高的精度(所提方法的精度在给定的单元和子区大小下的应变场平均误差相对于 1-local、2-local 分别降低 39%和57%),且其精度对单元大小变化不敏感。

此外,从图 5 中可见,为获得更高的精度,更高 阶次的局部 DIC 方法需要更大的子区,而要计算裂 纹附近的位移场,则无法选择更大的子区。 HELDIC 方法则可以使用任意大的单元,在保证形 函数高阶次的同时,可以更好地抵抗噪声,且可以更 加逼近裂纹计算。

表 1 三种方法所采用的单元/子区大小

Table 1 Element/subset sizes used in three methods

Element/subset No.	1	2	3	4	5
Subset size of 1-local /pixel	11	15	21	25	31
Subset size of 2-local /pixel	11	15	21	25	31
Element size of HELDIC /pixel	60	70	80	90	100



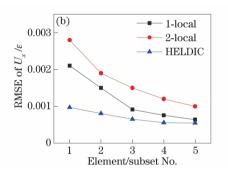


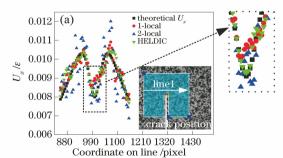
图 5 位移场 U、应变场  $U_r$  的 RMSE 随单元/子区大小的变化。(a)位移场  $U_r$ (b)应变场  $U_r$ 

Fig. 5 RMSE of displacement field U and strain field  $U_x$  versus element/subset size.

(a) Displacement field U; (b) strain field  $U_x$ 

为了进一步对比 HELDIC 方法应变的计算精度,分别使用 HELDIC(单元大小取 60 pixel)、1-local(子区大小取 31 pixel)和 2-local(子区大小取 31 pixel)计算图示直线 1、2 位置处的应变,其结果

如图 6 所示。如图 6(a) 所示, HELDIC 方法的裂纹 尖端前的双峰处相比于 1-local、2-local 方法更加逼 近裂纹尖端的两个峰值, 且其应变结果相比于 1local、2-local 方法明显更加平滑。这是由于:



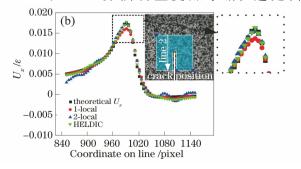


图 6 不同方法在直线处的应变场 $U_r$  最优解和理论解曲线的对比。(a)直线 1;(b)直线 2

Fig. 6 Comparison between theoretical solution curve and optimum solution curves of strain  $U_x$  obtained by different methods on lines. (a) Line 1; (b) line 2

#### 研究论文

1) HELDIC 方法可以使用更大的单元/子区,可以 更好地抵抗噪声,得到噪声更小的位移场,无需考虑 local 方法在子区过大时便无法计算裂纹附近变形 的问题;2) 虽然单元/子区较大,但是形函数阶次高, 因此可以降低欠匹配的风险;3) HELDIC 方法在 Hermite 单元内保留的数据量高于 local 方法,且在 同一单元计算的数据自动满足连续性,其平滑后的 应变场相较于 local 方法也更加平滑。

为了研究 HELDIC 算法的鲁棒性,分别使用 1-local(子区大小取 31 pixel)、2-local(子区大小取 31 pixel)和 HELDIC 方法(单元大小取 60 pixel)计算 1%、2%、3%、4%和 5%这 5 种噪声水平(高斯噪声方差)下的应变场 RMSE,如图 7 所示。可见HELDIC 方法在以上噪声水平下的应变场误差均低于 1-local、2-local 方法,证明了 HELDIC 算法的鲁棒性和稳定性。

#### 2.3.2 真实裂纹图像实验

为了进一步验证本文方法计算真实复杂裂纹形状的有效性,制作标准平面单拉试样(材质为Incolony 800H),其标距长80 mm,宽度为8 mm,

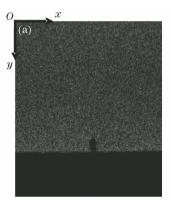




Fig. 8 Reference image and deformed image. (a) Reference image; (b) deformed image

由于 HELDIC 方法需要在参考图像中标记裂纹位置,故使用光学显微镜在拉伸实验前准确确定裂纹位置(前提是裂纹并未扩展,若裂纹扩展,则无法使用光学显微镜判断裂纹尖端位置),如图 9 所示。确定裂纹尖端位置后,在裂纹尖端附近选取大小为 400 pixel×400 pixel 的 ROI,由于参考图像中裂纹变形极小,裂纹张开角可以忽略,故使用Nguyen<sup>[20]</sup>确定裂纹路径,并使用 HELDIC 对 ROI 进行计算,其位移场和应变场云图如图 10 所示。

根据图 10, HELDIC 方法针对裂纹边界处的单元和网格进行了数据剔除, 使得对于裂纹形状为任

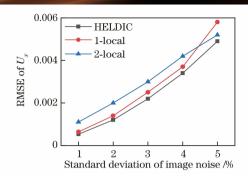
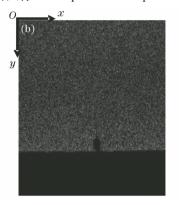


图 7 三种方法的应变场 *U*<sub>x</sub> 的 RMSE 与 高斯噪声水平的关系

Fig. 7 Relationship between RMSE of strain field  $U_x$  and Gaussian noise level for three methods

厚度为 1 mm,在其中部加工出缺口(缺口长0.6 mm,缺口宽 0.2 mm),在疲劳实验机上预制出裂纹,并使用光学显微镜观察疲劳裂纹位置。随后在试样表面制作散斑并对试样进行单向拉伸(拉伸方向平行于 x 轴),测量裂纹张开过程。相机采用德国AVT STINGRAY F-504B,镜头采用日本 MML1-HR244。图 8(a)为参考图像,图 8(b)为裂纹张开后的图像(2056 pixel×2452 pixel,8 bit 深度)。



意折线的情形,该方法仍然可以获得更加逼近裂纹的位移场和应变场。为了更直观地比较 HELDIC 方法的应变计算结果,使用 HELDIC、1-local、2-local 计算图 11 中直线处的应变场,结果如图 11 所示。从图 11 中可见,HELDIC 计算的应变场结果相较于 local 方法更加平滑,这是由于 HELDIC 方法可以使用较大的单元来抵抗噪声。且对于同一网格内的数据,由于 HELDIC 方法使用同一 Hermite单元进行计算,其计算结果具有连续性,使得经PLS 计算后的变形场相比于 local 方法得到的变形场更加平滑。

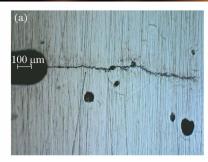




图 9 裂纹尖端光学显微镜下照片。(a) 100 倍放大;(b) 200 倍放大 Fig. 9 Track tips under an optical microscope. (a)  $100 \times$ ; (b)  $200 \times$ 

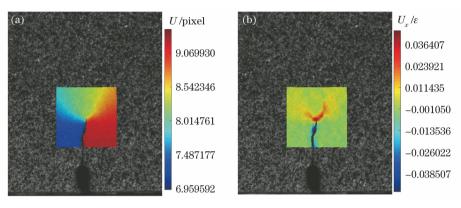


图 10 HELDIC 方法计算出的位移场U 和应变场 $U_x$ 。(a)位移场U;(b)应变场 $U_x$  Fig. 10 Displacement field U and strain field  $U_x$  calculated by HELDIC method.

(a) Displacement field U; (b) strain field  $U_x$ 

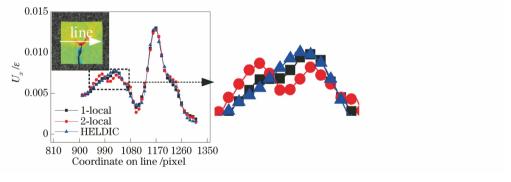


图 11 三种方法计算的直线  $1\sqrt{2}$  处应变场  $U_x$  曲线对比

Fig. 11 Comparison of strain field  $U_r$  at lines 1 and 2 obtained by three different methods

## 3 结 论

提出了一种基于 Hermite 单元的包络单元局部 DIC 方法,该方法将 ROI 划分为三大类网格并分别进行计算,使用高阶 Hermite 单元完整包络计算区域并将单元边界处较低精度的数据剔除,以克服有限元单元的边界效应。根据模拟和真实裂纹变形实验得到如下结论:

1) HELDIC 方法相较于 1-local、2-local 方法可以得到更加逼近裂纹的结果,且当裂纹倾斜或为复杂形状时,也可以通过计算得到裂纹附近的结果;

- 2)模拟裂纹图像情形时,HELDIC 方法的应变 场精度最高,尤其对于裂纹尖端前应变梯度较高的 区域,其计算精度更高;
- 3) HELDIC 方法的计算结果相较于 1-local、2-local 方法更加平滑,且有着对单元大小敏感性低的优点。HELDIC 方法充分借鉴传统局部和全局DIC 方法的优点,可以有效捕捉并计算裂尖高梯度复杂变形,是处理裂尖变形的新的有效方法。

#### 参考文献

[1] Jones E, Iadicola M. A good practices guide for

- digital image correlation [EB/OL]. (2019-08-10) [2021-05-22]. https://doi.org/10.32720/idics/gpg.ed1.cn.
- [2] Cheng T, Xu X H, Cai Y L, et al. Investigation of Portevin-Le Chatelier effect in 5456 Al-based alloy using digital image correlation[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 65: 89-92.
- [3] Murata K, Masuda M, Ichimaru M. Analysis of radial compression behavior of wood using digital image correlation method [J]. Journal of the Japan Wood Researh Society, 1999, 45(5): 375-381.
- [4] Demchyna B, Surmai M, Tkach R, et al. An analysis of using the method of two-dimensional digital image correlation in glass column research [J]. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2020, 4/12(106): 52-59.
- [5] Wang F, Zhao L, Wu X D, et al. Measurement and analysis of concrete deformation field based on CT and digital image correlation method [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(20): 200401. 王凡,赵亮,吴晓东,等.基于CT及数字图像相关法的混凝土变形场测量分析[J].激光与光电子学进展, 2020, 57(20): 200401.
- [6] Berfield T A, Patel J K, Shimmin R G, et al. Microand nanoscale deformation measurement of surface and internal planes via digital image correlation [J]. Experimental Mechanics, 2007, 47(1): 51-62.
- [7] Khuc T, Catbas F N. Structural identification using computer vision-based bridge health monitoring [J]. Journal of Structural Engineering, 2018, 144(2): 04017202.
- [8] Pan Z W, Huang S H, Su Y, et al. Strain field measurements over 3000 °C using 3D-digital image correlation [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 127: 105942.
- [9] Poissant J, Barthelat F. A novel "subset splitting" procedure for digital image correlation on discontinuous displacement fields [J]. Experimental Mechanics, 2010, 50(3): 353-364.
- [10] Hassan G M, Dyskin A V, MacNish C K, et al. Discontinuous digital image correlation to reconstruct displacement and strain fields with discontinuities: dislocation approach [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 189: 273-292.
- [11] Dupré J C, Doumalin P, Belrhiti Y, et al. Detection of cracks in refractory materials by an enhanced

- digital image correlation technique [J]. Journal of Materials Science, 2018, 53(2): 977-993.
- [12] Pan B, Wang Z Y, Lu Z X. Genuine full-field deformation measurement of an object with complex shape using reliability-guided digital image correlation [J]. Optics Express, 2010, 18(2): 1011-1023.
- [13] Han J, Pan B. A novel method for measuring discontinuous deformation in digital image correlation based on partition and dividing strategy [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 204: 185-197.
- [14] Fagerholt E, Østby E, Børvik T, et al. Investigation of fracture in small-scale SENT tests of a welded X80 pipeline steel using digital image correlation with node splitting[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 96: 276-293.
- [15] Fagerholt E, Børvik T, Hopperstad O S. Measuring discontinuous displacement fields in cracked specimens using digital image correlation with mesh adaptation and crack-path optimization [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(3): 299-310.
- [16] Du J X, Zhao J Q, Wang H T, et al. Regularized global digital image correlation method for crack tip deformation field measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(11): 1112001.
  杜鉴昕, 赵加清, 王海涛, 等. 一种针对裂尖变形场测量的正则化全局 DIC 方法[J]. 光学学报, 2020, 40(11): 1112001.
- [17] Pan B, Xie H M, Guo Z Q, et al. Full-field strain measurement using a two-dimensional Savitzky-Golay digital differentiator in digital image correlation [J]. Optical Engineering, 2007, 46(3): 033601.
- [18] Cheng J, Zhao S S. Fracture mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2006. 程靳, 赵树山. 断裂力学[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [19] Lu H, Cary P D. Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient [J]. Experimental Mechanics, 2000, 40(4): 393-400.
- [20] Nguyen T L, Hall S A, Vacher P, et al. Fracture mechanisms in soft rock: identification and quantification of evolving displacement discontinuities by extended digital image correlation [J]. Tectonophysics, 2011, 503(1/2): 117-128.