

# 基于正交种子曲线扩展算法设计自由曲面 离轴反射无焦系统

陈兴涛<sup>1,2\*\*</sup>, 苏宙平<sup>1,2\*</sup>, 张杨柳<sup>1,2</sup>, 胡立发<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>江南大学理学院, 江苏 无锡 214122;

<sup>2</sup>江苏省轻工光电工程技术研究中心, 江苏 无锡 214122

**摘要** 离轴反射无焦光学系统在空间望远镜中具有重要的应用,自由曲面能够校正离轴反射系统中的非对称像差。设计自由曲面离轴反射无焦系统的初始结构非常关键。提出了正交种子曲线扩展算法(OSCE),可直接设计自由曲面离轴反射无焦系统的初始结构。为了验证方法可行性,分别设计了放大倍率为 10 和 20 的离轴无焦三反和四反系统。设计结果表明离轴三反系统初始结构均方根(RMS)波前差为  $0.36 \lambda$ ,离轴四反系统初始结构波前差为  $0.18 \lambda$ 。对这两个初始结构分别进行优化,优化之后的 RMS 波前差小于  $0.02 \lambda$ 。

**关键词** 光学设计; 离轴反射无焦系统; 正交种子曲线扩展; 自由曲面; 波前差

中图分类号 O435.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0108001

## Design of Freeform Off-Axis Reflective Afocal Systems by Orthogonal Seed Curve Extension Algorithm

Chen Xingtao<sup>1,2\*\*</sup>, Su Zhouping<sup>1,2\*</sup>, Zhang Yangliu<sup>1,2</sup>, Hu Lifa<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>School of Science, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China;

<sup>2</sup>Jiangsu Provincial Research Center of Light Industrial Opto-Electronic Engineering and Technology,  
Wuxi, Jiangsu 214122, China

**Abstract** Off-axis reflective afocal optical systems have important applications in space telescopes. Freeform surfaces can correct the asymmetric aberrations in off-axis reflective afocal systems. It is very important to design the initial layouts of freeform off-axis reflective afocal systems. In this paper, an orthogonal seed curve extension (OSCE) algorithm was proposed to design the initial layouts of freeform off-axis reflective afocal systems directly. Off-axis afocal three-mirror and four-mirror systems with magnifications of 10 and 20, respectively, were designed to verify the feasibility of the method. The results show that the root-mean-square (RMS) wavefront error of the initial layout of the off-axis three-mirror system is  $0.36 \lambda$ , and that of the off-axis four-mirror system is  $0.18 \lambda$ . The RMS wavefront errors of the two initial layouts after optimization are both less than  $0.02 \lambda$ .

**Key words** optical design; off-axis reflective afocal system; orthogonal seed curve extension; freeform surface; wavefront error

## 1 引言

离轴反射光学系统具有结构紧凑、无色差、光能利用率高等优点<sup>[1-2]</sup>,在成像和非成像领域都有广泛的应用。在非成像领域的应用包括激光整形<sup>[3]</sup>和太

阳能集光系统<sup>[4]</sup>等,在成像领域的一些重要应用有抬头显示器(HUD)<sup>[5-7]</sup>、超光谱成像仪<sup>[8]</sup>、超短焦投影仪<sup>[9-10]</sup>和极紫外(EUV)光刻物镜<sup>[11]</sup>。设计离轴反射光学系统的初始结构是一个研究热点,目前常用的几种方法有同时多表面(SMS)法<sup>[12]</sup>,偏微分方

收稿日期: 2021-06-01; 修回日期: 2021-07-05; 录用日期: 2021-07-19

通信作者: \*zpsu\_optics@163.com; \*\*1563862489@qq.com

程(PDE)<sup>[13]</sup>,构造迭代(CI)法<sup>[14-15]</sup>,种子曲线扩展算法(SCE)<sup>[3,16-17]</sup>等。然而这些方法主要是针对离轴反射成像光学系统,对于离轴反射无焦系统并没有涉及。离轴反射无焦光学系统在空间光学系统中有着重要的应用<sup>[18]</sup>,然而现有的设计方法主要是基于同轴结构逐步离轴来设计系统结构<sup>[19-20]</sup>,这种方法无法直接设计离轴反射无焦系统的初始结构。

潘红响等<sup>[3]</sup>将种子曲线扩展算法应用在非成像领域中的激光整形系统中,设计了一种自由曲面离轴双反系统,不仅可使输出光束辐照度分布均匀化,而且可控制输出波前和扩束率,系统输出矩形光斑均匀度达到 94.75%且输出光束为准直光束。张杨柳等<sup>[16]</sup>将种子曲线扩展算法应用于成像领域,其不仅根据 SCE 法设计了离轴双反系统,还设计了自由曲面三镜消像散系统(TMA)离轴三反系统以及紧凑型离轴三反系统,系统初始结构的成像性能均较高,经光学设计软件优化后两个反射系统的成像性能均接近衍射极限<sup>[16]</sup>。SCE 法从非成像领域到成像领域均有应用,但还未有人将其应用于设计离轴反射无焦系统。本研究将 SCE 法应用于设计自由曲面离轴多反无焦光学系统的初始结构。然而在设计离轴系统的过程中,发现表面选取的初始点不同,所设计出的表面所构成系统的成像性能不一样。因此,为了克服这个问题,选取两个位置不同的初始点,分别基于 SCE 法设计自由曲面,之后将求得的两组数据点拟合成一个表面,拟合之后的表面构成的系统光学性能显著提高。因其选择的两个初始点所构成的种子曲线呈现正交化,将此方法命名为正交种子曲线扩展算法(OSCE)。基于 OSCE 法设计了三个自由曲面离轴多反无焦光学系统并取得了良好的光学性能。

## 2 基本原理

### 2.1 单种子曲线扩展算法

光源面(S 面)上均匀取  $m \times n$  个特征点,从特征点发出  $m \times n$  条特征光线,特征光线彼此平行。

以图 1 为例介绍 SCE 法设计自由曲面的过程。光源面 S 发出光线经自由曲面 P 反射后会聚于像点 I。光源面和像点已知,为了求得自由曲面 P 的所有数据点,需要给定自由曲面初始点  $P_{11}(x_{11}, y_{11}, z_{11})$ ,它是光源面的第一条特征光线  $r_{11}$  与自由曲面 P 的交点。 $\overrightarrow{S_{11}P_{11}}$  是点  $P_{11}$  处的入射矢量, $\overrightarrow{P_{11}I}$  是点  $P_{11}$  处的出射矢量,根据反射定律即可求

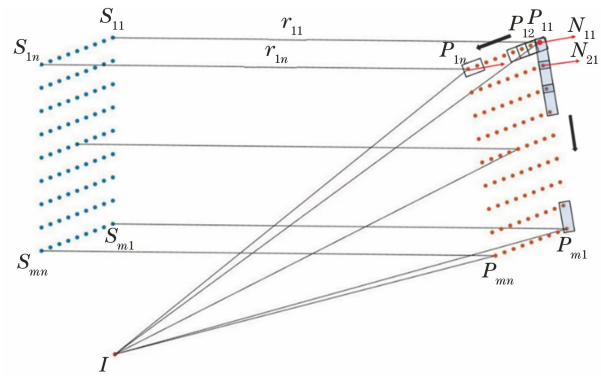


图 1 自由曲面离轴反射系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of freeform off-axis reflection system

得  $P_{11}$  处的法向矢量  $N_{11}$  和点  $P_{11}$  处的切平面。

$$N_{11} = \frac{O_{11} - I_{11}}{|O_{11} - I_{11}|}, \quad (1)$$

式中, $O_{11}$  为出射矢量, $I_{11}$  为入射矢量。

将第二条特征光线  $r_{12}$  与点  $P_{11}$  处切平面的交点  $P_{12}$  作为自由曲面 P 上的第二个特征数据点,点  $P_{12}$  处的入射矢量  $\overrightarrow{S_{12}P_{12}}$  和出射矢量  $\overrightarrow{P_{12}I}$  可轻易求出,同理可根据反射定律求出第二个数据点  $P_{12}$  的法向矢量  $N_{12}$  及点  $P_{12}$  处的切平面,第三条特征光线  $r_{13}$  与点  $P_{12}$  处的切平面相交得点  $P_{13}$ ,类推可得第一行特征光线与曲面的交点  $P_{1j}(j=1,2,\dots,n)$ ,由此可以得到自由曲面 P 的种子曲线。之后用特征光线  $r_{21}$  与点  $P_{11}$  处的切平面求交点得到点  $P_{21}$ ,用特征光线  $r_{22}$  与点  $P_{12}$  处的切平面求交点得到点  $P_{22}$ ,同理可求得第二行的所有数据点  $P_{2j}(j=1,2,\dots,n)$ ,此过程为种子曲线扩展过程。以此类推,可由第二行的数据点求得第三行的数据点,由第  $m-1$  行的数据点求得第  $m$  行的数据点,可根据种子曲线进行曲线扩展而得自由曲面 P 的所有数据点。

SCE 法求取数据点需要光源面位置、像点和表面初始点,光源面位置和像点都是固定的,表面初始点却可以有多种选择,以图 1 的单反系统为例,初始点为图中  $P_{11}$ ,根据 SCE 法可得曲面数据点,数据点如图 2(a)所示。若改变初始点,以所求上一组点的最后一个点  $P_{mm}$  作为新的初始点  $P'_{11}$ ,根据 SCE 法再求新的一组点,新的数据点如图 2(b)所示。因单反系统光源面和像点未变,这两组点应相同,但是将两组点的对应坐标相比较,对应数据点的  $x$  坐标值和  $y$  坐标值相同, $z$  坐标值却不同。因为光源面位于 XOY 面上,特征光线沿  $z$  轴,所以自由曲面 P 和

光源面的  $x$  和  $y$  坐标相同,但  $z$  坐标不同说明设计的两组点不是同一组点,图(c)为两组数据点  $z$  坐标  $z_1$  与  $z_2$  的差。据图 2 可知,公共点  $P_{mn}$  ( $P'_{11}$ ) 的  $z$  坐标差值为 0,沿着第二组数据点曲线扩展的方向即图 2(b)的扩展方向, $z$  坐标差值越来越大,最大可达到 0.2 mm。究其原因,种子曲线扩展法计算自由曲面上的采样点采取的是近似求解原

则,点的求解都是根据入射光线与其相邻点的切平面相交而得到的,然而构成表面需要考虑表面连续平滑,不可能由无数个小切平面构成,这会导致计算出的点与实际表面的点存在误差,不同位置处的误差不一样,且随着曲线的扩展过程的进行,误差会越来越大。为了解决这个问题,提出了 OSCE 法。

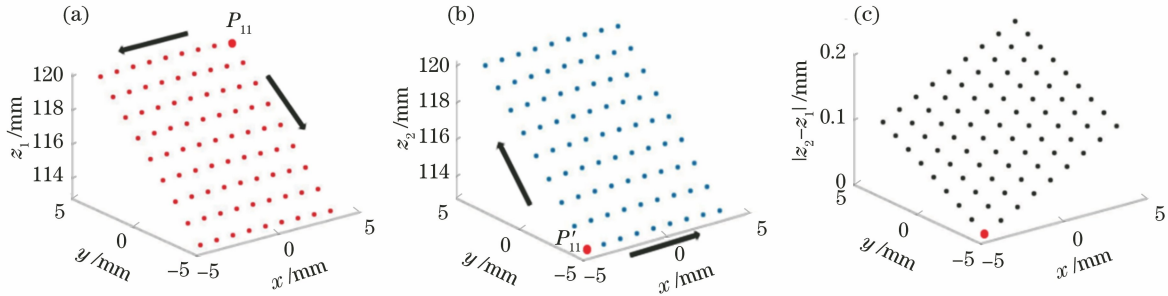


图 2 初始点不同的表面示意图以及坐标差值图。(a)初始点为  $P_{11}$ ; (b)初始点为  $P'_{11}$ ; (c)两个表面对应坐标差值  
Fig. 2 Schematic diagram of the surface with different initial points and the coordinate difference. (a) Initial point is  $P_{11}$ ; (b) initial point is  $P'_{11}$ ; (c) difference of corresponding coordinate between two surfaces

### 2.2 正交种子曲线扩展算法

OSCE 法与 SCE 法不同,将使用两个初始点来设计初始结构,如图 3 所示。先选取一个初始点  $P_{11}$  以 SCE 法求出一组数据点作为第一组点如图 3 (a)所示,以第一组数据点的最后一个点  $P_{mn}$  作为第二组数据点的初始点  $P'_{11}$ ,光源面位置和像点均不变。第二组点的求解方法仍为 SCE 法,但与第一组点的横向获取种子曲线,纵向扩展曲线不同,第二组点为纵向获取种子曲线,横向扩展曲线。求

解出  $P'_{11}$  至  $P'_{m1}$  形成种子曲线,之后执行曲线扩展求得后续  $n-1$  列数据点,第二组数据点如图 3(b)所示。再将两组数据点组合在一起,拟合自由曲面,如图 3(c)所示。两组点的拟合过程是在 Matlab 软件中完成的,若每一组有  $N$  个采样点,两组就有  $2N$  个采样点,对这  $2N$  个采样点直接采取最小二乘的方法进行拟合,即拟合表面的点的数量变为 SCE 法的 2 倍,而非选取两组数据点求均值的方式。

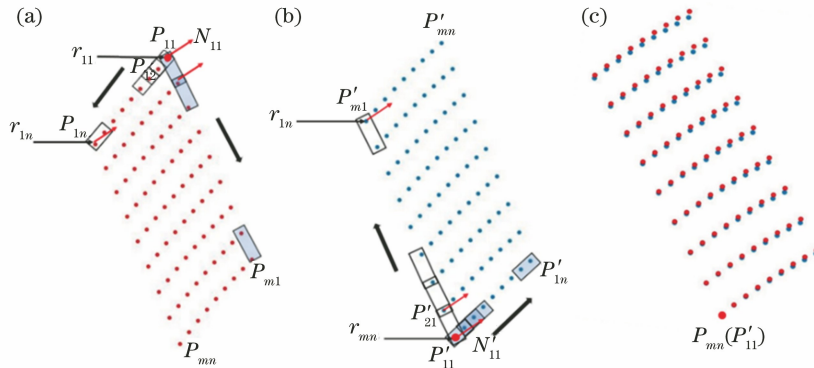


图 3 表面数据点示意图。(a)种子曲线水平方向;(b)种子曲线竖直方向;(c)两组数据点放在一起  
Fig. 3 Schematic diagram of surface data points. (a) Seed curve is horizontal; (b) seed curve is vertical; (c) two sets of data points are put together

### 2.3 OSCE 法优于 SCE 法的普遍性证明

对于 OSCE 法相较于 SCE 法设计的自由曲面系统光学性能是否更强,进行了如下工作来证明 OSCE 法优于 SCE 法的普遍性。先应用 Zemax 光

学软件设计了一个理想的自由曲面,如图 4 所示,口径为 40 mm,距光源面 150 mm,像点坐标为  $(0, -50, 100)$ ,其成像性能达到衍射极限,将 Zemax 中自由曲面的表达式应用到 Matlab 中求出理想自由

曲面上数据点。再分别基于 SCE 法和 OSCE 法设计相同初始结构的自由曲面,其分别得到一组数据点,因采样点的间隔均设置为 0.5 mm,因此可将这两组数据点分别与理想自由曲面的数据点相比较并求差,如图 5 所示。图 5(a)为理想自由曲面数据点与 SCE 法所求出的数据点,图 5(c)为理想自由曲面数据点与 OSCE 法所求出的数据点,图 5(b)为 SCE 法求出的自由曲面与理想自由曲面的两组点对应  $z$  坐标的差值,差值的绝对值不超过 0.18。图 5(d)则为 OSCE 法所求出自由曲面数据点与理想自由曲面数据点之差,其差值的绝对值不超过

0.025。再对这些差值求均方根误差(RMS,  $R_{MS}$ ), SCE 法  $R_{MS}=0.1503$ ; OSCE 法  $R_{MS}=0.012$ 。可见 OSCE 法设计出的自由曲面更接近理想自由曲面。

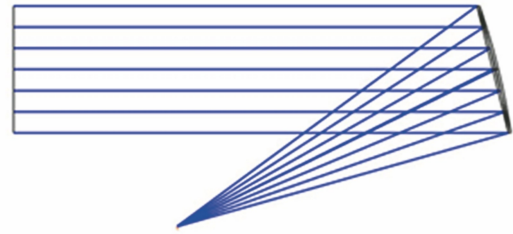


图 4 理想自由曲面离轴单反系统

Fig. 4 Ideal freeform off-axis one-mirror system

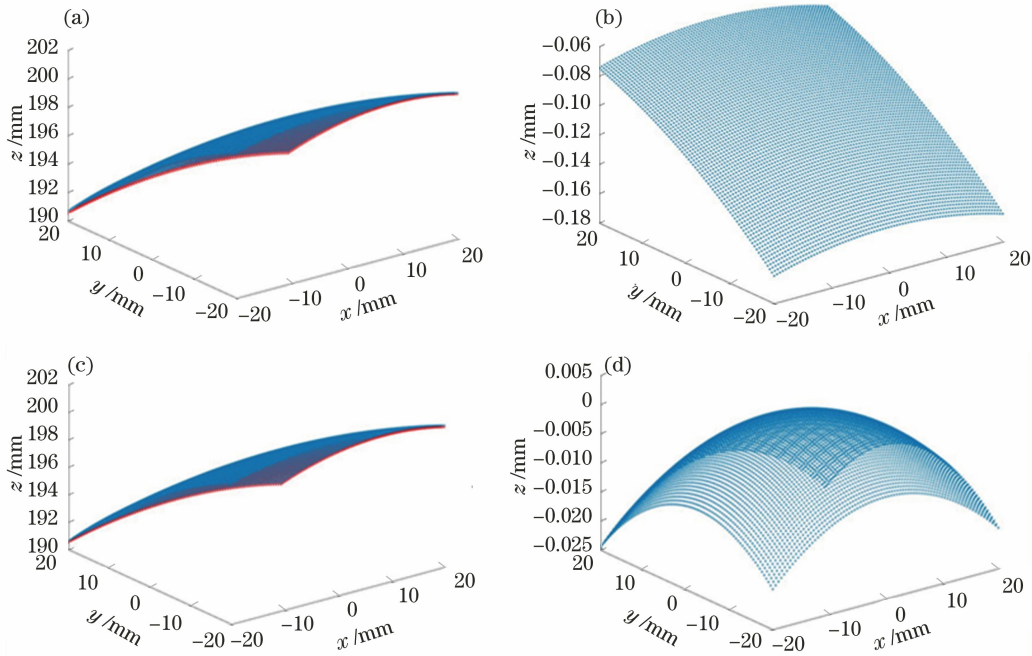


图 5 SCE 法和 OSCE 法设计的自由曲面与理想自由曲面数据点。(a) SCE 法设计的自由曲面与理想自由曲面的两组数据点置于一起;(b) SCE 法设计的自由曲面与理想自由曲面对应数据点之差;(c) OSCE 法设计的自由曲面与理想自由曲面的两组数据点置于一起;(d) OSCE 法设计的自由曲面与理想自由曲面对应数据点之差

Fig. 5 Data points of freeform surface and ideal freeform surface designed by SCE algorithm and OSCE algorithm. (a) Two sets of data points of freeform surface designed by SCE algorithm and ideal freeform surface are put together; (b) difference of the corresponding data points of surface designed by SCE algorithm and ideal freeform surface; (c) two sets of data points of freeform surface designed by OSCE algorithm and ideal freeform surface are put together; (d) difference of the corresponding data points of surface designed by OSCE algorithm and ideal freeform surface

通过改变口径以及像点位置来设置多组样本,分别求出其理想表面以及 SCE 法和 OSCE 法所求出表面的对应数据点的均方根误差,结果如图 6 所示,OSCE 法所求得自由曲面的数据点较之 SCE 法与理想自由曲面的均方根误差总是小得多,可见,OSCE 法设计出的自由曲面更接近一般情况下的理想自由曲面。

### 2.4 自由曲面拟合

本研究采用 XY 多项式来拟合自由曲面,XY 多项式自由度高,适合校正非对称像差,并且和数控加工的表达式一致,适合加工制造。由于光学系统关于 YOZ 面对称,故只使用 X 偶次项。本研究应用的表达式采取 11 项多项式,表达式为<sup>[16]</sup>

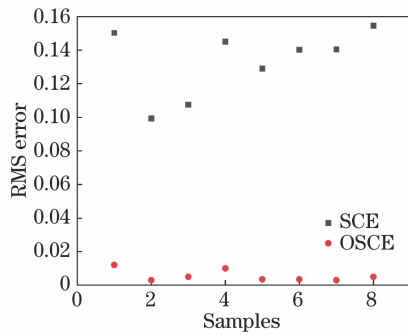


图 6 8 组样本下的 SCE 法与 OSCE 法设计的自由曲面分别与理想曲面的 RMS 误差

Fig. 6 RMS error of freeform surface designed by SCE and OSCE algorithm respectively and ideal surface under 8 sets of samples

$$z = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2(x^2 + y^2)}} + A_2y + A_3x^2 + A_5y^2 + A_7x^2y + A_9y^3 + A_{10}x^4 + A_{12}x^2y^2 + A_{14}y^4 + A_{16}x^4y + A_{18}x^2y^3 + A_{20}y^5, \quad (2)$$

式中,  $c$  为自由曲面的曲率,  $k$  为圆锥系数,  $A_i$  为多项式的系数。

数据点拟合表面过程是在 Matlab 软件中完成的,通过最小二乘法来将计算出的点拟合成自由曲面表达式,选取均方根误差最小的结果,之后将自由曲面表达式的各项系数记录下来并输入 Zemax 中查看光学性能。

### 3 设计实例

#### 3.1 离轴三反缩束无焦光学系统

根据 2.2 节提出的 OSCE 法,3.1 节设计了一种离轴三反缩束无焦系统,系统参数如表 1 所示。

离轴三反缩束无焦光学系统初始结构的设计和单反系统类似,单反系统有像点,三反系统可模仿单反系统来假设虚拟像点便可将三反系统分解为三个小的单反系统,同样可根据种子曲线扩展法设计初

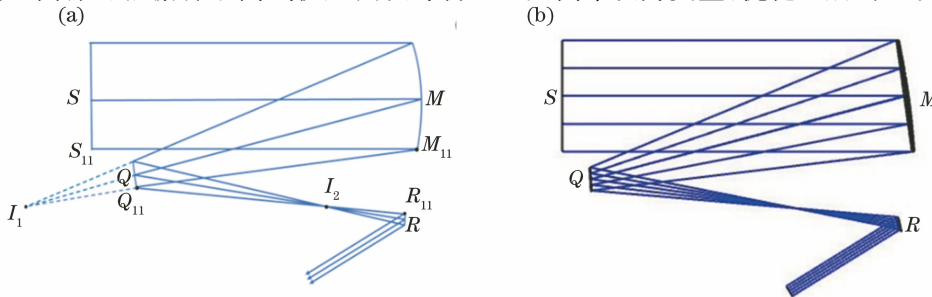


图 7 离轴三反无焦系统。(a)初始结构示意图;(b)实际光路图

Fig. 7 Off-axis three-mirror afocal system. (a) Initial layout diagram; (b) actual light path diagram

始结构。分别使用 SCE 法和 OSCE 法设计系统的初始结构,初始结构的示意图如图 7(a)所示。三个曲面均使用自由曲面,各表面初始数据点和像点已知。光源面的特征点、特征光线、第一个曲面的起始点  $M_{11}$  和虚拟像点  $I_1$  已知,可求出第一个曲面的所有数据点。第一个曲面的出射光线作为第二个曲面的入射光线,第二个曲面的初始点  $Q_{11}$  和像点  $I_2$  已知,同样可求出第二个曲面的所有数据点。第二个曲面的出射光线为第三个曲面的入射光线,第三个曲面的初始点  $R_{11}$  已知,但因无焦系统,没有最终像点,所以此处需给出第三个曲面的出射光线单位矢量,同样可求出第三个曲面的所有数据点。之后将每个自由曲面的数据点拟合到 XY 扩展多项式中,并导入到光学软件 Zemax 中。

表 1 离轴三反无焦系统参数

Table 1 Off-axis three-mirror afocal system parameters

Parameters	Specification
Entrance pupil /mm	200
Exit pupil /mm	20
Wavelength / $\mu\text{m}$	0.6
Magnification	10
Configuration	Off-axis three-mirror

无焦系统采用波前差作为性能评判标准,图 8 为 SCE 法和 OSCE 法分别求出的初始结构的波前差灰度图,图 8(a)为 SCE 法,其波峰到波谷的差值  $(PV, P_V)P_V = 6.01 \lambda, R_{MS} = 1.37 \lambda$ ;图 8(b)为 OSCE 法,其  $P_V = 1.49 \lambda, R_{MS} = 0.36 \lambda$ 。可见 OSCE 法比 SCE 法构建的系统光学性能要强,可作为后续优化的良好起点,减小优化压力。由 OSCE 法设计的结构作为初始结构并优化之后的系统波前  $P_V = 0.09 \lambda, R_{MS} = 0.018 \lambda$ ,如图 9 所示。

该初始结构设计时仅为中心视场处,可将视场  $0^\circ \times 0.6^\circ$  ( $0.6^\circ$  为 Y 方向的视场)添加到系统中,之后在 Zemax 中将自由曲面的多项式系数、圆锥系数及曲率设为变量。优化之后的全视场光学系统的最

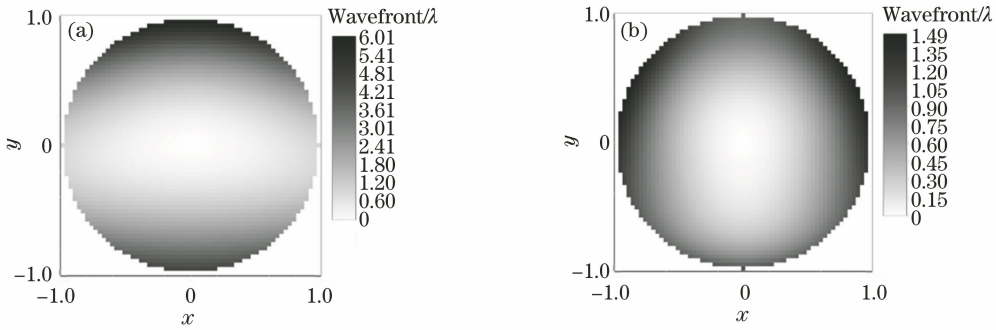


图 8 离轴三反无焦系统波前差灰度图。(a) SCE 算法;(b) OSCE 算法

Fig. 8 Grayscale image of wavefront error of off-axis three-mirror afocal system. (a) SCE algorithm; (b) OSCE algorithm

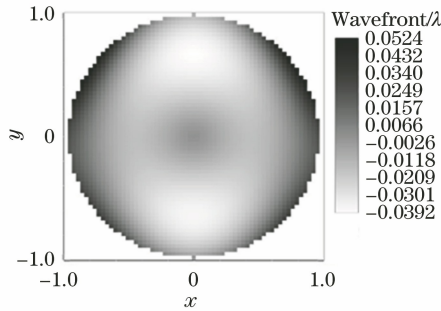


图 9 离轴三反系统优化之后零视场处波前灰度图

Fig. 9 Grayscale image of the wavefront at the zero field of view after the optimization of the off-axis three-mirror afocal system

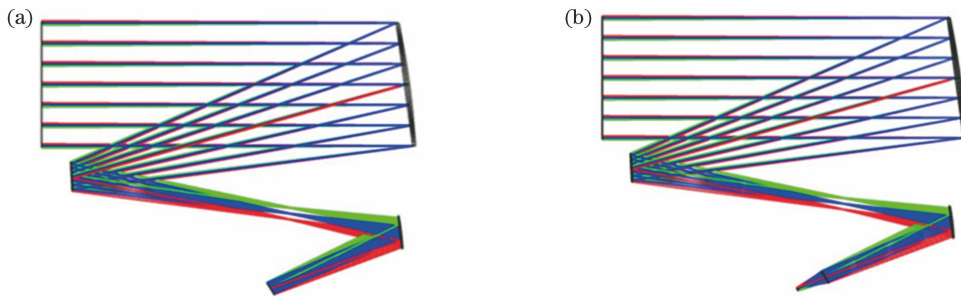


图 10 离轴三反无焦系统。(a)全视场光路图;(b)出瞳处加近轴透镜

Fig. 10 Off-axis three-mirror afocal system. (a) Full field of view light path diagram; (b) adding a paraxial lens at the exit pupil

### 3.2 离轴三反扩束无焦光学系统

为了体现 OSCE 法设计自由曲面离轴反射无焦系统初始结构的普遍性,3.2 节设计了一个离轴三反扩束光学系统。系统参数和 3.1 节的缩束系统相同,入瞳直径改为 20 mm,出瞳直径改为 200 mm。

离轴三反扩束无焦系统的光路图如图 13 所示,SCE 法设计的系统的波前  $P_V=4.58 \lambda$ ,  $R_{MS}=1.04 \lambda$ ;OSCE 法设计的系统的波前  $P_V=1.41 \lambda$ ,

终结构如图 10(a)所示。

如图 11 所示,选取离轴三反无焦系统的第二个表面,将 OSCE 法所求出的表面与优化之后的表面相比较,查看两表面误差,其误差很小,误差的绝对值小于 0.2 mm。

如图 12(a)所示,优化之后 RMS 波前差最小为  $0.017 \lambda$ ,全视场均小于  $0.02 \lambda$ 。在图 10(b)中出瞳所在位置加一个焦距为 50 mm 的近轴透镜,进行快速聚焦后全视场处采集的调制传递函数(MTF)如图 12(b)所示,其接近衍射极限。优化后的自由曲面离轴三反缩束无焦系统具有理想的光学性能。

$R_{MS}=0.35 \lambda$ ;由 OSCE 法所设计的初始结构优化之后的系统的波前  $P_V=0.09 \lambda$ ,  $R_{MS}=0.01 \lambda$ 。可见,OSCE 法所设计出的系统初始结构的光学性能明显比 SCE 法要强,且 OSCE 法设计离轴反射无焦光学系统时既可设计扩束系统也可设计缩束系统,这表明了 OSCE 法既可设计缩束系统也可设计扩束系统,体现其设计离轴反射无焦系统的普遍性。

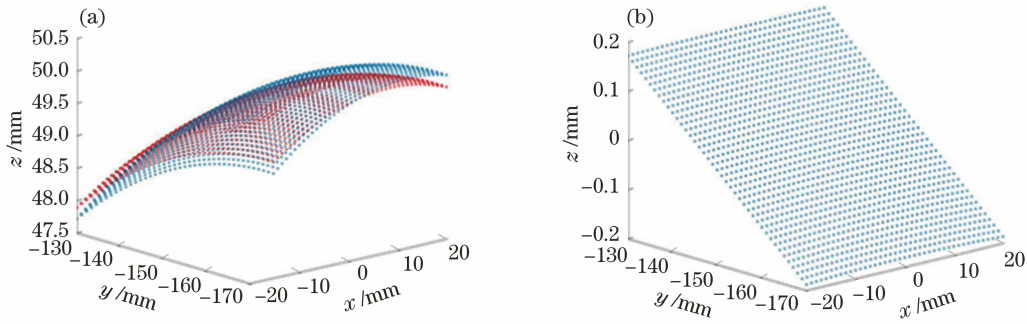


图 11 SCE 法与优化后曲面求出的数据点。(a) OSCE 法求出的数据点与优化之后曲面的数据点置于一起;(b)两组数据点之差  
Fig. 11 Data points obtained by OSCE algorithm and the surface after optimization. (a) Data points obtained by the OSCE algorithm and of the surface after optimization are put together; (b) difference between two sets of data points

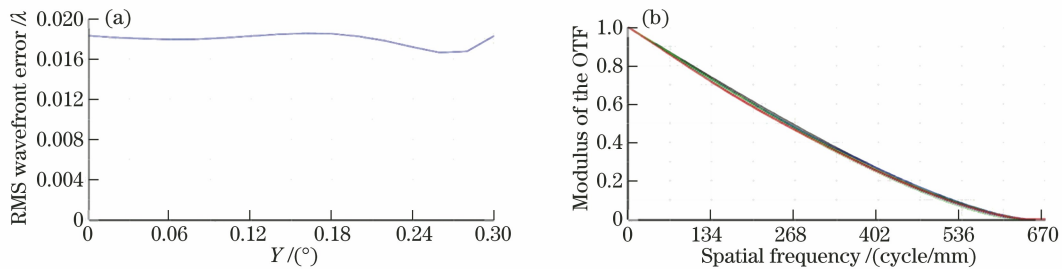


图 12 加近轴透镜前与后系统。(a)加近轴透镜前系统随视场变化的 RMS 波前差;(b)加近轴透镜后系统的全视场 MTF  
Fig. 12 System with the field of view before and after adding the paraxial lens. (a) RMS wavefront error of the system with the field of view before adding the paraxial lens; (b) MTF at full field of view of the system after adding the paraxial lens

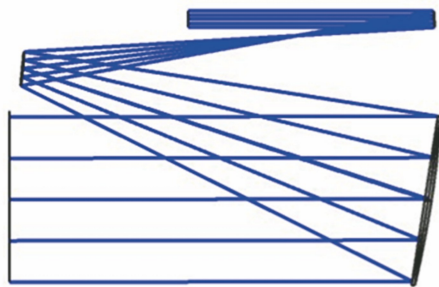


图 13 离轴三反扩束无焦系统光路图  
Fig. 13 Optical path diagram of off-axis three-mirror beam expanding afocal system

### 3.3 离轴四反无焦光学系统

3.2 节设计的离轴反射无焦系统放大倍率为

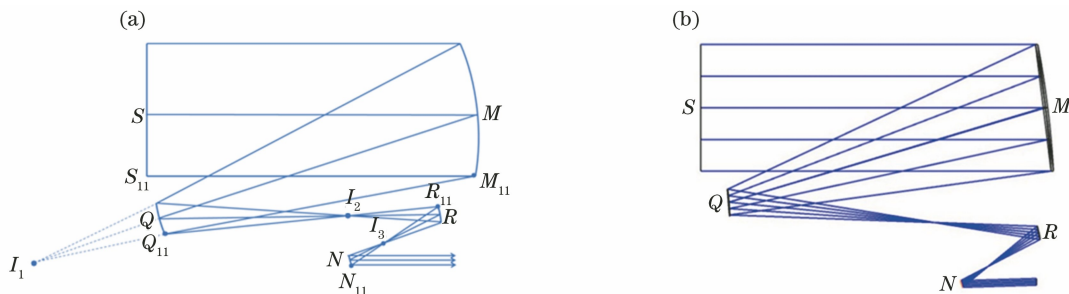


图 14 离轴四反无焦系统。(a)初始结构示意图;(b)实际光路图  
Fig. 14 Off-axis four-mirror afocal system. (a) Initial layout diagram; (b) actual light path diagram

10, 3.3 节基于 3.2 节的离轴三反结构设计了一种离轴四反无焦系统,系统参数如表 2 所示。

表 2 离轴四反无焦系统参数

Table 2 Off-axis four-mirror afocal system parameters

Parameters	Specification
Entrance pupil /mm	200
Exit pupil /mm	10
Wavelength / $\mu\text{m}$	1.55
Magnification	20
Configuration	Off-axis four-mirror

系统的原理图如图 14(a)所示,包含四个自由曲面,前三个自由曲面的虚拟像点均给出,因最终出射平行光线,最后一个曲面需给出出射光线单位矢

量, SCE 法和 OSCE 法分别基于初始参数计算出自由曲面上的数据点并拟合成自由曲面, 将自由曲面表达式导入光学软件 Zemax 中查看系统性能, 图 14 (b) 为 Zemax 中的系统光路图。SCE 法和 OSCE 法所求得系统的波前差灰度图如图 15 所示, 图 15

(a) 为 SCE 法, 其  $P_V=1.73 \lambda$ ,  $R_{MS}=0.33 \lambda$ ; 图 15 (b) 为 OSCE 法, 其  $P_V=0.70 \lambda$ ,  $R_{MS}=0.18 \lambda$ 。OSCE 法求得的初始结构性能比 SCE 法要强, 可作为后续优化的良好起点。

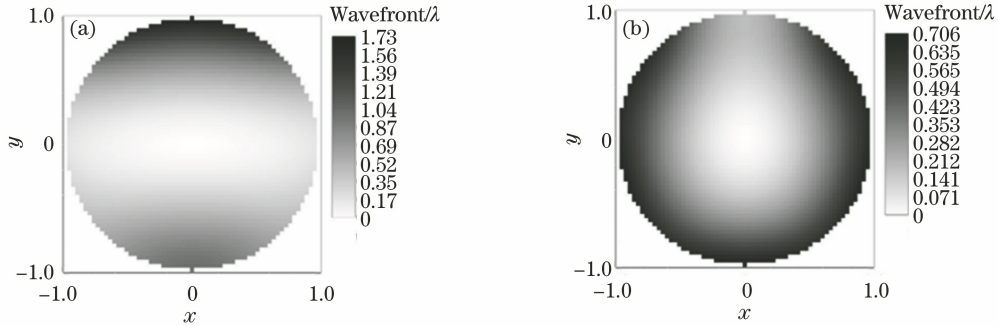


图 15 离轴四反无焦系统波前差灰度图。(a) SCE 算法; (b) OSCE 算法

Fig. 15 Grayscale image of wavefront error of off-axis four-mirror afocal system.

(a) SCE algorithm; (b) OSCE algorithm

将 OSCE 法求得的结构作为初始结构, 加入全视场角  $0.02^\circ \times 0.4^\circ$  ( $0.02^\circ$  为 X 方向视场,  $0.4^\circ$  为 Y 方向视场), 并设自由曲面的多项式系数、曲率和圆锥系数为自变量进行优化。离轴四反系统出瞳处全视场 RMS 波前差如表 3 所示, 最大 RMS 值为  $0.03 \lambda$ , 最小 RMS 值为  $0.005 \lambda$ 。以上结果表明 OSCE 法设计出的初始结构可以作为后续优化的良好起点。

表 3 离轴四反系统出瞳处不同视场的 RMS 波前差

Table 3 RMS wavefront error of the exit pupil of the off-axis four-mirror system at different fields of view

Field of view / ( $^\circ$ )	RMS@ $\lambda=1.55 \mu\text{m} / \lambda$
(0, 0)	0.0135
(0, 0.1)	0.0151
(0, -0.1)	0.0169
(0, 0.2)	0.0052
(0, -0.2)	0.0081
(0.01, 0)	0.0150
(0.01, 0.2)	0.0309
(0.01, -0.2)	0.0242

## 4 公差分析

光学系统在加工制造中的误差是不可避免的, 自由曲面因其非旋转对称性, 加工难度更大, 因此其加工公差分析更为重要。面型公差是指加工后的面形与理想面形的差异, 面型公差会导致光学系统性能下降。因此, 应对系统中的自由曲面进行面形公

差分析以确定容许的误差范围。Zemax 光学软件可对传统球面以及非球面进行面形公差分析, 但是对于自由曲面的面形公差分析存在局限性。因此本研究采取随机统计法来对自由曲面进行面形公差分析<sup>[16]</sup>。

以离轴三反无焦光学系统为例, 其中的自由曲面方程  $z=f(x, y)$  已知, 在自由曲面上均匀取任意多个点, 根据方程可得任意点的矢高  $z_{i,j}$  为

$$z_{i,j} = f(x_{i,j}, y_{i,j}), \quad (3)$$

(3) 式加上一个随机变量  $\Delta z_{i,j}$ , 便可表示加工过程中所产生的面形误差, 其任意点矢高变为

$$z'_{i,j} = z_{i,j} + \Delta z_{i,j}, \quad (4)$$

其中

$$\Delta z_{i,j} = H r_{\text{and}}, \quad (5)$$

式中,  $H$  为面形误差峰谷值,  $r_{\text{and}}$  为  $0 \sim 1$  区间的随机数。

根据加入随机误差的自由曲面的数据点来重新拟合成新的自由曲面, 在 Matlab 中拟合表面得到多项式系数并导入 Zemax 中查看离轴三反无焦系统的光学性能。

根据随机统计法所得到的离轴三反无焦系统的三个表面的面形误差峰谷值  $H$  分别为  $0.17, 0.08, 0.17 \mu\text{m}$  (离轴三反系统波长为  $0.6 \mu\text{m}$ )。图 16 为在对应  $H$  下的随机 20 组波前差, 其 RMS 波前差都在  $0.06 \lambda$  以下, 可见离轴反射无焦系统自由曲面的面形公差分析合理。



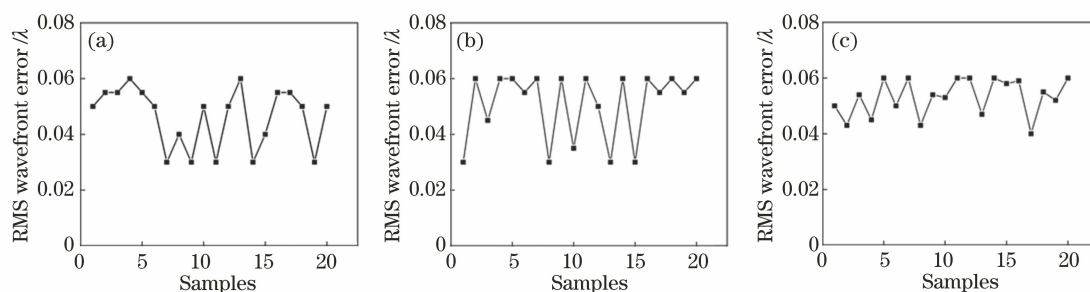


图 16 20 组样本下的三个自由曲面的公差分析。(a)  $H$  为  $0.17 \mu\text{m}$  下表面 1 的 RMS 分布;(b)  $H$  为  $0.08 \mu\text{m}$  下表面 2 的 RMS 分布;(c)  $H$  为  $0.17 \mu\text{m}$  下表面 3 的 RMS 分布

Fig. 16 Tolerance analysis of three freeform surfaces under 20 sets of samples. (a) RMS distribution of surface 1 with  $H$  of  $0.17 \mu\text{m}$ ; (b) RMS distribution of surface 2 with  $H$  of  $0.08 \mu\text{m}$ ; (c) RMS distribution of surface 3 with  $H$  of  $0.17 \mu\text{m}$

## 5 结 论

在传统的离轴反射无焦系统中,通常采用同轴结构逐步离轴来设计,但此方法耗时费力。使用种子曲线扩展法很好地解决了离轴无焦光学系统设计初始结构的问题,该方法可直接设计初始结构并具有良好的光学性能。传统的单种子曲线扩展法在设计离轴反射无焦系统时初始结构波前差较大,因此本研究提出正交种子曲线扩展算法并设计了含自由曲面的离轴反射无焦系统的初始结构。比较 OSCE 法和 SCE 法设计初始结构的性能,OSCE 法较之 SCE 法所设计的四反和三反离轴无焦系统的 RMS 波前差分别减小了  $3/4$  和  $1/2$ 。基于 OSCE 法设计的初始结构做进一步的优化,RMS 波前差小于  $0.02 \lambda$ ,可以应用于空间望远光学系统。目前的 OSCE 法在设计初始结构时都是基于单个视场,如何将这种方法应用于设计多视场系统的初始结构将是下一步的研究工作。

## 参 考 文 献

- [1] Yang T, Duan Y Z, Cheng D W, et al. Freeform imaging optical system design: theories, development, and applications [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 0108001.  
杨通, 段璿哲, 程德文, 等. 自由曲面成像光学系统设计: 理论、发展与应用 [J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0108001.
- [2] Tang R R, Zhang B Q, Jin G F, et al. Multiple surface expansion method for design of freeform imaging systems[J]. Optics Express, 2018, 26(3): 2983-2994.
- [3] Pan H X, Su Z P. Design of off-axis two-mirror laser-shaping system with freeform surface[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(7): 070801.
- [4] Ferrer-Rodríguez J P, Fernández E F, Almonacid F, et al. Optical design of a 4-off-axis-unit Cassegrain ultra-high concentrator photovoltaics module with a central receiver [J]. Optics Letters, 2016, 41(9): 1985-1988.
- [5] Zhou X P, Zhao Y M, Chang Y. Optical system design of off-axis reflective dual-channel helmet mounted display [J]. Laser Journal, 2018, 39(6): 98-102.  
周学鹏, 赵渊明, 常颖. 离轴反射式双通道头盔显示器光学系统设计 [J]. 激光杂志, 2018, 39(6): 98-102.
- [6] Sang X Z, Chen Z D, Gao X, et al. Design and fabrication of a wide-angle off-axis three-mirror head-mounted display system[J]. Optik, 2019, 191: 139-145.
- [7] Wei S L, Fan Z C, Zhu Z B, et al. Design of a head-up display based on freeform reflective systems for automotive applications [J]. Applied Optics, 2019, 58(7): 1675-1681.
- [8] Liu C, Straif C, Flügel-Paul T, et al. Comparison of hyperspectral imaging spectrometer designs and the improvement of system performance with freeform surfaces[J]. Applied Optics, 2017, 56(24): 6894-6901.
- [9] Nie Y F, Mohedano R, Benítez P, et al. Multifield direct design method for ultrashort throw ratio projection optics with two tailored mirrors [J]. Applied Optics, 2016, 55(14): 3794-3800.
- [10] Yu B H, Tian Z H, Su D Q, et al. Optical design of an ultra-short-focus projection system with low throw ratio based on a freeform surface mirror[J]. Chinese Optics, 2020, 13(2): 363-371.  
于百华, 田志辉, 苏东奇等. 基于自由曲面反射镜的低投射比超短焦投影物镜的光学设计 [J]. 中国光

- 学, 2020, 13(2): 363-371.
- [11] Liu Y, Li Y Q, Cao Z. Design method of off-axis extreme ultraviolet lithographic objective system with a direct tilt process[J]. *Optical Engineering*, 2015, 54(7): 075102.
- [12] Miñano J C, Benítez P, Narasimhan B. Freeform aplanatic systems as a limiting case of SMS [J]. *Optics Express*, 2016, 24(12): 13173-13178.
- [13] Xu F G, Huang W, Xu M F. Design of off-axis three-mirror system based on Wassermann-Wolf equations [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(12): 1222002.  
徐奉刚, 黄玮, 徐明飞. 基于 Wassermann-Wolf 方程的离轴三反光学系统设计 [J]. *光学学报*, 2016, 36(12): 1222002.
- [14] Yang T, Zhu J, Wu X F, et al. Direct design of freeform surfaces and freeform imaging systems with a point-by-point three-dimensional construction-iteration method [J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 10233-10246.
- [15] Wu W C, Jin G F, Zhu J. Optical design of the freeform reflective imaging system with wide rectangular FOV and low F-number [J]. *Results in Physics*, 2019, 15: 102688.
- [16] Zhang Y L, Su Z P, Pan H X, et al. Optical design and tolerance analysis of freeform automotive head-up display [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(9): 0922002.  
张杨柳, 苏宙平, 潘红响, 等. 自由曲面车载抬头显示器的光学设计及公差分析 [J]. *光子学报*, 2020, 49(9): 0922002.
- [17] Zhang Y L, Wang X, Su Z P, et al. Freeform optical surface design in an off-axis reflective imaging system by a double seed curve extension algorithm [J]. *Applied Optics*, 2021, 60(4): 942-948.
- [18] Zhu J, Wu X F, Hou W, et al. Application of freeform surfaces in designing off-axis reflective space optical imaging systems [J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2016, 37(3): 1-8.  
朱钧, 吴晓飞, 侯威, 等. 自由曲面在离轴反射式空间光学成像系统中的应用 [J]. *航天返回与遥感*, 2016, 37(3): 1-8.
- [19] Chen S N, Jiang H L, Wang C Y, et al. Design of off-axis four-mirror afocal optical system with high magnification [J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(1): 179-188.  
陈胜楠, 姜会林, 王春艳, 等. 大倍率离轴无焦四反光学系统设计 [J]. *中国光学*, 2020, 13(1): 179-188.
- [20] Li J Y, Li W Q, Long Y, et al. Design of off-axis three-mirror optical system based on free-form surface [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(9): 092202.  
李俊阳, 李文强, 龙尤, 等. 基于自由曲面的离轴三反光学系统设计方法研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(9): 092202.