

## 水转印栅线聚氨酯大变形及动态力学特性测量

马银行<sup>1</sup>, 徐燕<sup>1</sup>, 吴敏杨<sup>1</sup>, 程昊<sup>2</sup>, 杨福俊<sup>1\*</sup><sup>1</sup>东南大学江苏省工程力学重点实验室, 江苏 南京 211189;<sup>2</sup>北京环境强度研究所可靠性与环境工程技术重点实验室, 北京 100076

**摘要** 将水转印工艺与数字图像处理方法结合, 提出水转印栅线相移云纹法, 该方法可用于聚氨酯类超弹性材料大变形测量。通过水转印制作试件栅与参考栅, 并采用计算机对两者的数字图像进行算术相减, 得到数字相移云纹条纹; 运用 Carré 算法从相移云纹条纹图中提取出面内变形相关的相位。所提方法仅用一幅试件栅与参考栅图像实现试样变形信息的自动、准确提取, 可为动态大变形的测量提供一种成本低、有效精确的测试手段。给出了所提方法用于聚氨酯圆环静载压缩变形定量测量, 及圆棒的冲击压缩动态变形特性实验研究的结果。

**关键词** 光栅; 水转印栅法; 数字相移云纹; 变形测量

中图分类号 O348.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0105001

## Water Transfer Printing Grating for Measuring Large Deformation and Dynamic Properties of Polyurethane

Ma Yinhang<sup>1</sup>, Xu Yan<sup>1</sup>, Wu Minyang<sup>1</sup>, Cheng Hao<sup>2</sup>, Yang Fujun<sup>1\*</sup><sup>1</sup>Jiangsu Key Laboratory of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 211189, China;<sup>2</sup>Science Technology on Reliability and Environment Laboratory, Beijing Institute of Structure and Environment Engineering, Beijing 100076, China

**Abstract** A phase-shifting moiré method based on the techniques of water transfer printing grating and digital image processing was proposed for measuring the large deformation of superelastic materials such as polyurethane. Gratings were bonded onto the surfaces of a specimen and a reference object using the water transfer printing technique, and digital phase-shifting moiré fringe patterns were obtained by subtracting the specimen image from the reference grating images. The phase related to in-plane deformation was extracted from the phase-shifting moiré fringe patterns using the Carré algorithm. By using only one specimen grating image and one reference grating image to automatically yield deformation information with high accuracy, the proposed method could be used for dynamic deformation measurements with low cost, high efficiency, and high accuracy. Experiments were performed to quantitatively determine the deformation of polyurethane hoops under compression and study the mechanical response of a polyurethane bar under impact loading. Results demonstrate the validity of the proposed method.

**Key words** gratings; water transfer printing grating method; digital phase-shifting moiré; deformation measurement

### 1 引言

聚氨酯、橡胶及生物软材料等超弹性材料具有非线性大变形的特质, 在日常生活及工程中被广泛

应用<sup>[1]</sup>; 而用于一般工程材料的小变形线弹性理论已不再适合描述其力学变形行为。另一方面, 对于超弹性材料, 其动态变形行为比静态情况更复杂, 这给理论解析方法的研究发展带来了诸多困难, 所以

收稿日期: 2021-06-24; 修回日期: 2021-07-26; 录用日期: 2021-08-03

基金项目: 国家自然科学基金(12072073, 11772092)

通信作者: \*yang-fj@seu.edu.cn

实验测量仍是解决上述问题的重要手段。光学方法具有响应速度快、非接触和全场测量的优点。其中基于激光照明的全息干涉、电子散斑干涉及云纹干涉等技术是高灵敏度、高精度的微米级变形测试方法,被广泛用于结构表面的小变形或应变的测量、振动特性表征和微转动位移测量等<sup>[2-6]</sup>。但上述技术仅适用于数十倍激光波长级的小变形测量,而对于亚毫米级以上的大变形或应变变量超过 1000  $\mu\epsilon$  的测量,一般采用数字图像相关方法或几何云纹方法<sup>[7-8]</sup>。后述两种方法具有设备简单、操作方便、适用测试对象广泛和对实验环境要求低等优点。数字图像相关方法(如双目成像技术)可以同时测算结构表面的形貌及其三维全场变形,但测试前需要进行系统标定、散斑制作,测量精度与散斑大小及随机度等有关。与激光干涉和云纹方法变形测量结果表现为全场、实时直接显示不同,图像相关测量通过对参考图像与目标图像进行子区相关匹配搜索计算来获得变形信息,且一般通过对计算结果进行插值及图形图像软件来显示“全场”测量信息。

云纹测量技术中试件栅是变形的“传感器”,其与参考栅叠加形成云纹条纹时两者共同起了变形“放大器”的作用。经典几何云纹测量时,试件栅可通过机械刻线、感光制栅、喷涂制栅和印刷制栅等方法来制备,而与变形有关的云纹条纹信息提取则是通过手动方式逐点分析得到的。随着光电、计算机以及图像处理等技术的发展,云纹技术经历了条纹细化、中心线跟踪、条纹级数自动确定的初级阶段,到相移数字或逻辑云纹条纹全场分析精度及自动化程度更高的新阶段<sup>[9-11]</sup>。相移数字云纹方法一般通过对计算机产生的精确相移数字参考栅与数字化的试件栅进行逻辑或算术运算来形成相移云纹,或者通过对数字化的试件栅进行多次整像素间隔的采样处理得到相移云纹。上述方法得到的相移云纹虽然相移量非常精确,但由于数字化的试件栅灰度值和条纹间距都是离散的,这样条纹相移间距或图像采样周期也只能是整像素值,不可能精确等于实际光栅的节距整数分之一或实际光栅节距。因此,现有的数字相移云纹法得到的云纹条纹相位与实际值必然存在一定误差。

本文采用可适合于多种材质表面、附加影响极小的水转印栅作为试件栅和参考栅,采集变形的试件图像前(后),将放在试件加载位置含水转印栅的平板图像作为参考栅。仅用一幅试件栅和参考栅图像,通过计算机图像处理和 Carré 相位计算算法实

现大变形精确测量,同时利用水转印栅方法和高速相机对聚氨酯材料的动态弹性模量进行了测量。实验结果表明,所提方法完全可以用于结构动态大变形的准确测量与材料动力学行为的分析。

## 2 测量原理

### 2.1 数字云纹条纹的形成

当试样水平方向产生大小为  $u(x, y)$  的变形时,相机记录的透射光强或反射光强为正弦函数的试件栅图像灰度可表示为

$$I_o(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \sin \frac{2\pi}{p} [x + u(x, y)]. \quad (1)$$

同样,叠放在试件位置的参考栅相机记录的栅线图像可写成

$$I_r(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \sin \frac{2\pi x}{p}, \quad (2)$$

式中:下标  $o$  和  $r$  分别代表与试件栅和参考栅有关的量; $a(x, y)$  和  $b(x, y)$  分别与背景和条纹对比度有关; $p$  为试件栅变形前或参考栅栅线的节距(或栅距)。这里假设试件与参考物具有相同的反射率或透射率。

利用计算机图像处理技术对(1)、(2)式记录的图像进行算术相减并取绝对值,得

$$I(x, y) = 2b(x, y) \left| \cos \left[ \frac{2\pi x}{p} + \frac{\pi \cdot u(x, y)}{p} \right] \cdot \sin \frac{\pi \cdot u(x, y)}{p} \right|, \quad (3)$$

式中: $\cos$  项可看成是空间周期近似为  $p/2$  的高频栅线; $\sin$  项则是一个周期为  $p$  的与变形  $u(x, y)$  有关的正弦函数。由云纹形成的原理知:当试件的变形量  $u(x, y)$  等于一个栅距  $p$ , 试件栅与参考栅平行叠合后,将形成一级云纹条纹,且云纹条纹强度分布呈正弦函数形式。也就是说,(3)式表示受高频栅调制的云纹条纹。

### 2.2 数字云纹相移技术及云纹条纹相位解调

沿栅线法线方向平移参考栅并将得到的参考栅图像与试件栅图像相减,就可以得到相移云纹条纹,实际操作时通过精密机电装置平移参考栅可以获得精确的等步相位移动,但这会导致测量系统变得复杂。所提方法仅采用一幅参考栅线图像,无需对栅线图像进行二值化处理,通过图像算术运算形成等步长相移云纹,且进行相移时无需确切知道数字化后的栅线条纹的栅距。

对于(2)式表示的参考栅线图像,利用计算机图像处理方法,很容易实现沿栅线法线方向(即  $y$  轴方向)的整像素等步平移,比如熟知的四步相移。对于传统的数字相移云纹技术,由于相机采集的参考栅图像是对实际光栅进行空间和光强离散化处理后的结果,不论是二值化后的逻辑相移,还是采样相移云纹法,很难得到相移步长刚好为  $90^\circ$  的相移云纹;且对于逻辑相移云纹条纹来说,其强度分布不再是正弦函数形式,而相移法计算条纹相位是基于条纹强度为正弦函数形式的。因此,由传统的步长为  $90^\circ$  四步相移云纹算法得到的相位与实际相位之间明显存在差异。

若(2)式表示的参考栅线图像整像素等步平移产生的未知相移量为  $\delta$ ,则相应的四步相移条纹图可以表示为

$$I_{r_0}(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \sin \frac{2\pi x}{p}, \quad (4)$$

$$I_{r_1}(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \sin \left( \frac{2\pi x}{p} + \delta \right), \quad (5)$$

$$I_{r_2}(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \sin \left( \frac{2\pi x}{p} + 2\delta \right), \quad (6)$$

$$I_{r_3}(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \sin \left( \frac{2\pi x}{p} + 3\delta \right). \quad (7)$$

(4)~(7)式与(1)式表示的图像进行算术相减并取绝对值,则有

$$I_0(x,y) = 2b(x,y) \left| \cos \left[ \frac{2\pi x}{p} + \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} \right] \sin \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} \right|, \quad (8)$$

$$I_1(x,y) = 2b(x,y) \left| \cos \left[ \frac{2\pi x}{p} + \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} + \frac{\delta}{2} \right] \sin \left[ \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} + \frac{\delta}{2} \right] \right|, \quad (9)$$

$$I_2(x,y) = 2b(x,y) \left| \cos \left[ \frac{2\pi x}{p} + \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} + \delta \right] \sin \left[ \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} + \delta \right] \right|, \quad (10)$$

$$I_3(x,y) = 2b(x,y) \left| \cos \left[ \frac{2\pi x}{p} + \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} + \frac{3\delta}{2} \right] \sin \left[ \frac{\pi \cdot u(x,y)}{p} + \frac{3\delta}{2} \right] \right|. \quad (11)$$

对(8)~(11)式表示的图像进行低通平滑滤波处理,滤除高频栅线并去掉绝对值符号后,可写成

$$I_0 = A(x,y) + B(x,y) \sin \frac{2\pi \cdot u(x,y)}{p}, \quad (12)$$

$$I_1 = A(x,y) + B(x,y) \sin \left[ \frac{2\pi \cdot u(x,y)}{p} + \delta \right], \quad (13)$$

$$I_2 = A(x,y) + B(x,y) \sin \left[ \frac{2\pi \cdot u(x,y)}{p} + 2\delta \right], \quad (14)$$

$$I_3 = A(x,y) + B(x,y) \sin \left[ \frac{2\pi \cdot u(x,y)}{p} + 3\delta \right], \quad (15)$$

式中: $A(x,y)$ 和 $B(x,y)$ 为低频准直流项。对于相移步长未知的等步长四步相移条纹图,可采用 Carré 方法<sup>[12]</sup>计算云纹条纹图每个像素对应的位移,即

$$u(x,y) = \frac{p}{2\pi} \left\{ \arctan \frac{\sqrt{[3(I_1 - I_2) - (I_0 - I_3)][(I_0 - I_3) + (I_1 - I_2)]}}{(I_1 + I_2) - (I_0 + I_3)} + \frac{\pi}{2} \right\}. \quad (16)$$

## 3 实 验

### 3.1 试样制备

通过计算机可生成  $1 \sim 3$  line/mm 正弦栅,利用印刷工艺制作成图 1 所示的水转印纸。水转印纸主要包含三个部分:底层的水溶胶贴纸、中间层的栅线、首层的透明保护层。水转印纸厚度总体小于  $0.5$  mm,中间层的薄膜厚度大致为  $35 \mu\text{m}$ ,薄膜材料对被测物体的附加影响很小且能够有效传递变形。贴栅前先移除透明保护层,再将水转印纸贴在

干净的待测物体表面;用纯净水轻轻擦拭水溶性贴纸,待完全湿润后揭开贴纸,中间层的栅线便可以完整地粘于试件表面。

静载试样为聚氨酯圆环,圆环尺寸为外径  $60$  mm、内径  $20$  mm 及厚度  $10$  mm;动载试样为聚氨酯圆棒,圆棒长  $81.9$  mm,直径  $10.4$  mm。按上述方法制作好试件栅和参考栅(栅线贴于一平板表面),所用试件栅及参考栅栅线的栅距均为  $2$  line/mm。将静载试件放置于图 2 所示的试验机加载装置上,利用 CCD 相机采集变形时试样表面图像。测

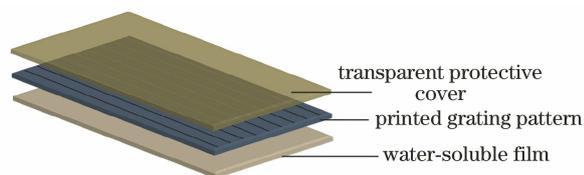
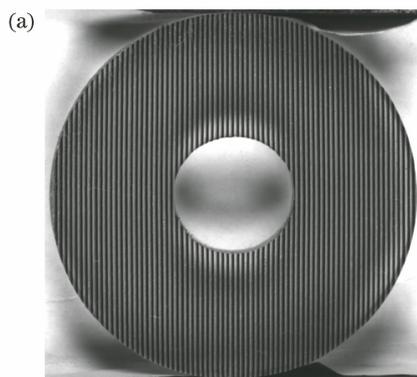


图 1 水转印栅线纸结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of water transfer printing grating paper

量结束后取下试样,不改变其他任何装置,仅将参考栅板放置在原测试试样所在位置并采集图像,圆环



试样和参考栅图像如图 3 所示。

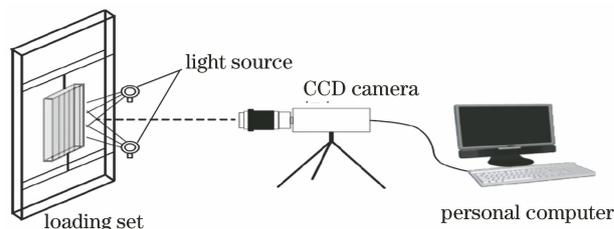


图 2 面内变形测量实验装置示意图

Fig. 2 Illustration of in-plane deformation measurement

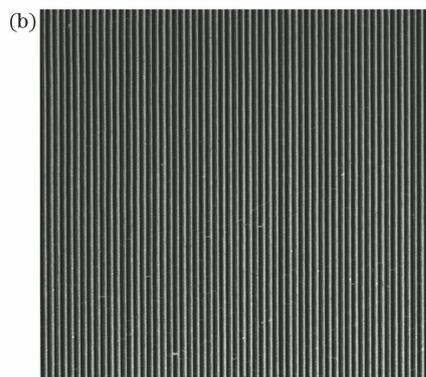


图 3 光栅图像。(a)聚氨酯圆环试样;(b)参考平板

Fig. 3 Grating images. (a) Polyurethane hoop specimen; (b) reference plate with gratings

### 3.2 圆环试样实验结果

聚氨酯圆环以位移控制的对径受压方式加载,由 LED 灯照明试样表面。测量时,用分辨率为  $2048 \times 2048$  pixel 的黑白 CCD 相机(IDS, 德国)记录变形试样和参考栅的图像。图 4(a)和图 4(b)分别是压头位移为 5.0 mm 时由(3)式计算得到的圆环表面  $u$  场(水平方向)和  $v$  场(竖直方向或径向加载方向)变形位移云纹条纹图。由图 4 可见,除了与变形有关的云纹条纹外,图像中还分别有竖直方向与水平方向的高频栅线。因此,在采用(16)式计算位移前,沿高频栅线方向采用模板大小为  $3 \times 11$  pixel 的均值滤波器对云纹图进行两次滤波处理。得到相位后再采用模板大小为  $3 \times 7$  pixel 的正余弦均值相位滤波器滤波两次<sup>[13]</sup>,得到的相位条纹如图 5 所示。采用的试件栅(参考栅)栅距为 2 line/mm,根据云纹测量理论<sup>[14]</sup>,一级云纹条纹代表一个栅距的变形量。根据本研究云纹条纹代表的变形量 0.5 mm/fringe 来计算,也就是说图 5(b)所示的  $v$  场相位条纹应有 10 级;依此可以推断图 5(a)所示的  $u$  场最大位移超过 1 mm(因为该图中条纹最高级次为 2.0+)。根据  $v$  场最大位移为已知的 5.0 mm(由毫米尺测得),利用有限元仿真

计算得到的圆环模型的  $u$ 、 $v$  场位移分布云图分别如图 6(a)和图 6(b)所示,模型采用的聚氨酯材料弹性模量为 21.1 MPa、泊松比为 0.426,计算单元类型为 C3D8R。利用相位解包裹技术得到连续相位并计算出全场位移值,可得圆环试样水平方向位移极值为  $-1.13$  mm 和  $+1.10$  mm,竖直方向最大压缩位移为 4.76 mm;而仿真计算得到的  $u$  场极值位移为  $\pm 1.17$  mm, $v$  场极值位移为  $\pm 4.99$  mm。图 7 为由图 5(a)解包裹后获得全场位移后进一步得到的过圆孔中心水平截线上变形位移与图 6(a)对应位置的变形位移分布对比曲线。考虑到聚氨酯属于粘弹性材料,而有限元模拟是根据弹性材料来处理的,除了在靠近圆环外边缘部分的测量值与模拟计算值偏差较大外,其他部分实验测量值与仿真预测结果吻合很好。

### 3.3 圆棒冲击变形测量

当待测试件受到冲击载荷时,试件内部各质点会因加速度产生惯性力,并且冲击荷载还会使试样产生很高的应变率。动态实验中材料的应变率敏感性会比静态试验时更加显著,从而导致材料的应力应变曲线表现出高度的非线性。

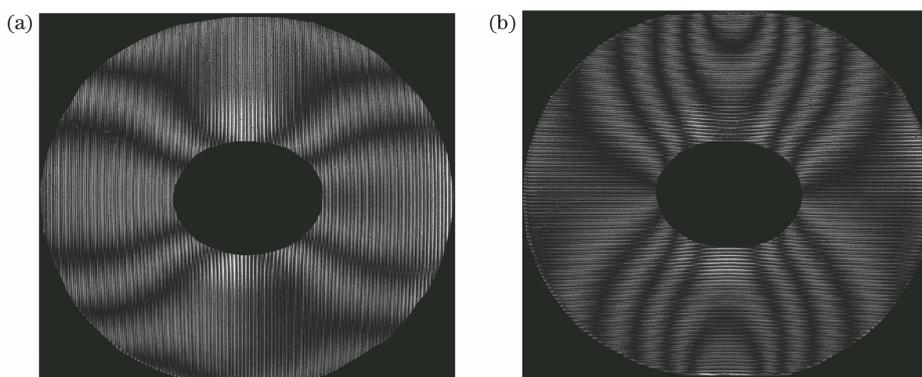


图 4 位移云纹条纹图。(a)  $u$  场;(b)  $v$  场

Fig. 4 Displacement moiré fringe patterns. (a)  $u$  field; (b)  $v$  field

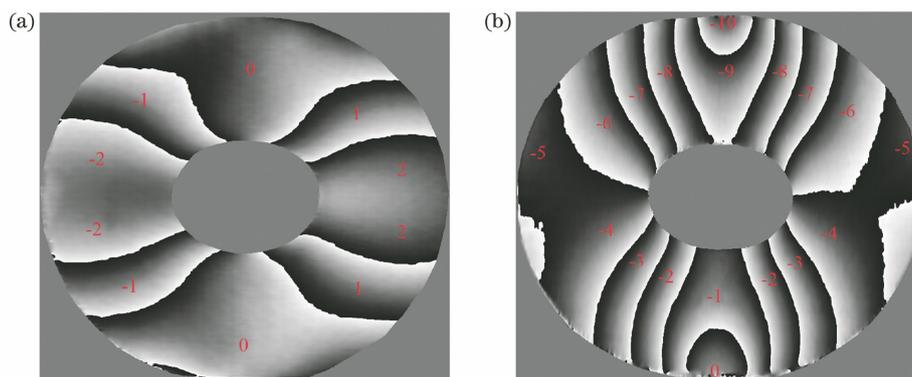


图 5 包裹相位图。(a)  $u$  场;(b)  $v$  场

Fig. 5 Wrapped phase gray maps. (a)  $u$  field; (b)  $v$  field

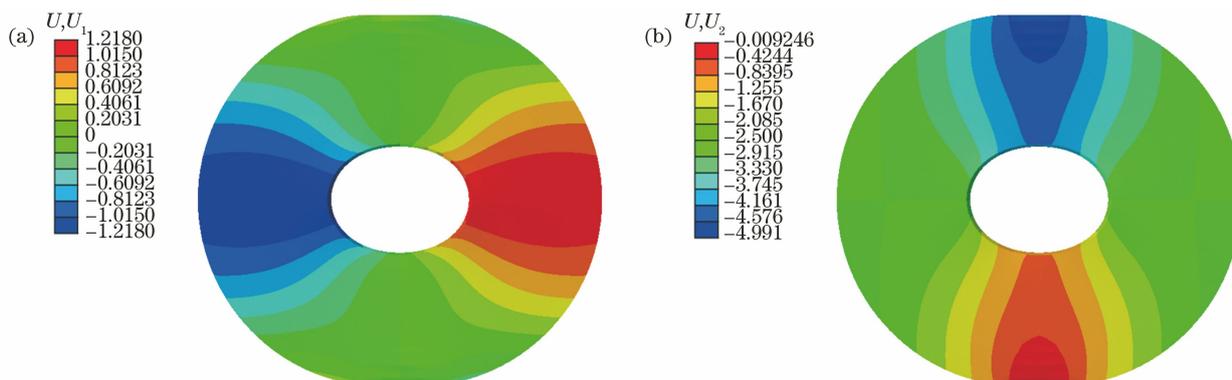


图 6 仿真圆环模型位移云图。(a)  $u$  场;(b)  $v$  场

Fig. 6 Displacement nephograms of simulated ring model. (a)  $u$  field; (b)  $v$  field

利用水转印技术将 2 line/mm 栅线贴到聚氨酯圆棒表面,以圆棒冲击荷载作用前的试件栅图像为参考栅。圆棒长 81.9 mm,直径为 10.4 mm,质量为 7.7 g。不锈钢小圆块从高度 1000 mm 处通过圆形导管自由下落,冲压在聚氨酯棒上端面,棒的下端置于刚性隔振平台上。试样表面由 LED 灯照亮,高速相机(Fastcam SA3,日本)记录试样冲击变形时的图像,图像采集速率为 32000 frame/s,分辨率为  $80 \times 512$  pixel。由(3)式计算得到的圆棒受冲压后

1 ms 内 32 幅试样变形云纹条纹图按采样时间先后顺序排列的情况如图 8 所示,图中箭头表示落体冲击部位。由图 8 可知:试样受冲击荷载作用时每  $125 \mu\text{s}$  产生一级条纹,且暗(或亮)带条纹宽度为上窄下宽,表明试样变形沿轴向载荷方向呈非线性分布。图中虚线段表示第一级条纹的前锋,该级条纹近似线性传播,但前锋快接近底部后传播速度突然变慢,这一现象在冲击荷载作用后  $500 \mu\text{s}$  内最为显著(类似现象在动光弹性测量环氧树脂材料冲击荷

载下应力特性时也观察到<sup>[15]</sup>);其他后续级次的条纹传播也是如此,不过条纹级次越高,传播速度突变现象反而不明显,说明试样的非线性变形在冲击荷载作用初期变形时表现明显。实验结果还表明:冲击作用 2.5625 ms 时试样变形达到最大,产生 12 级等间距的条纹(意味着此时的变形是均匀的),约 6.00 mm 的压缩变形量。

根据获取的条纹序列图,可以得到两个相同试样第一级条纹中心线的位移-时序图,如图 9 所示。这样可以计算出试样 1 和试样 2 第一级条纹阶段 I 时移动的速度,此速度相当于冲击初始阶段的应力

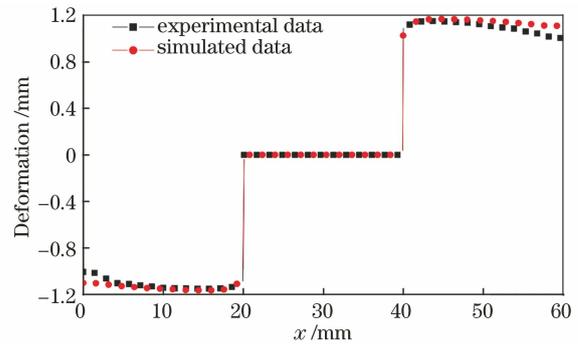


图 7 过圆环中心水平截线上  $u$  场位移分布  
Fig. 7 Displacement distribution of  $u$  field on horizontal section through the hoop center

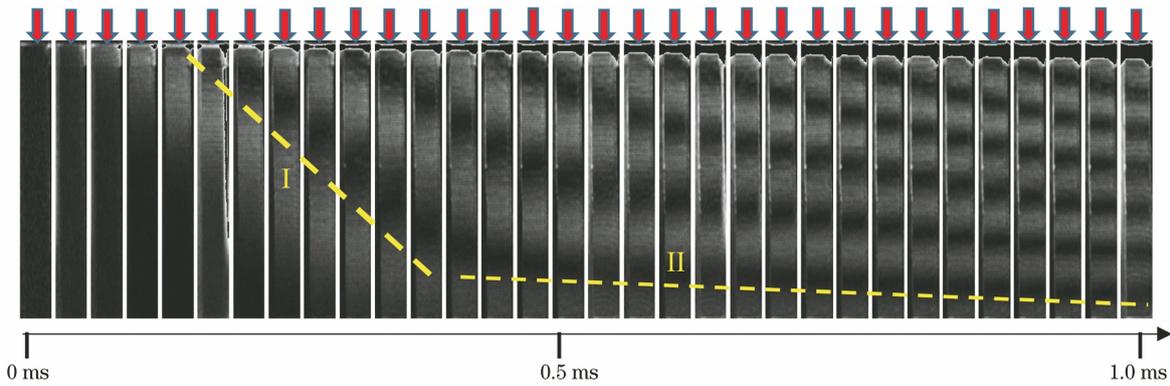


图 8 聚氨酯棒受冲击作用 1 ms 内的变形条纹序列图(时间间隔为 31.25  $\mu$ s)

Fig. 8 Temporal moiré fringe patterns of compression deformation of polyurethane bar under impact loading in 1 ms (sampling time interval is 31.25  $\mu$ s)

波传播速度。对图 9 中两条曲线进行线性拟合,得到两条拟合直线斜率平均值为 54 pixel/31.25  $\mu$ s,根据图像标定,可以计算得到聚氨酯弹性棒的平均应力波速为 274.89 m/s。

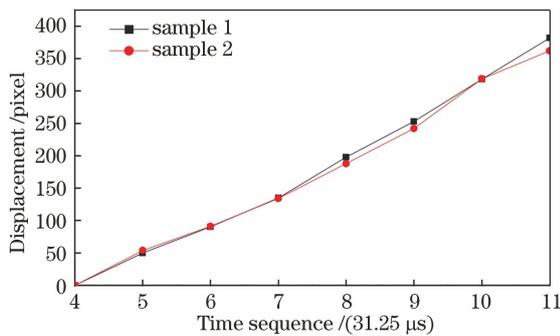


图 9 第一级云纹条纹位移-时序图

Fig. 9 Plot of displacement-time of the first order moiré fringe

由一维应力波理论<sup>[16]</sup>可知,应力波速  $v$  与材料的动态弹性模量  $E$  及质量密度  $\rho$  的关系为

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (17)$$

使用游标卡尺和精密电子天平分别测出试件的

几何尺寸和质量,最终测算得聚氨酯材料的平均密度为 1107  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;进一步由(17)式推算出聚氨酯材料的动态弹性模量大小为 83.65 MPa。对同种材料试样进行准静态单轴压缩,测得聚氨酯静态弹性模量大小为 27.00 MPa,可见聚氨酯材料有明显的应变率硬化特性。

## 4 结 论

采用附加影响小、易于制作的水转印栅方法来测量大变形,利用计算机图像算术运算获得相移云纹条纹。由于参考栅的平移可在测量前或测量后在计算机内独立完成,因此该相移云纹方法可用于动态变形测量。与栅线条纹图像二值化的逻辑相移云纹法相比,由于本文相移云纹条纹强度分布为正弦函数形式,因此相移算法得到的相位更为准确、误差更小。另外,结合高速相机水转印栅技术,研究了聚氨酯类超弹性材料在冲击荷载下的非线性变形特性以及测量了动态压缩弹性模量。静态测量实验表明:实测结果与理论预测结果吻合较好,验证了所提方法的准确性与可靠性。

## 参 考 文 献

- [1] Liu J, Li F. New progress of polyurethane elastomer [J]. *Chemical Propellants & Polymeric Materials*, 2018, 16(5): 26-31, 43.  
刘菁, 李汾. 聚氨酯弹性体新进展 [J]. *化学推进剂与高分子材料*, 2018, 16(5): 26-31, 43.
- [2] Rajshekhkar G, Gorthi S S, Rastogi P. Simultaneous measurement of in-plane and out-of-plane displacement derivatives using dual-wavelength digital holographic interferometry [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(34): H16-H21.
- [3] Dai X J, Yun H, Shao X X, et al. Thermal residual stress evaluation based on phase-shift lateral shearing interferometry [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 105: 182-187.
- [4] Ma Y H, Tao N, Dai M L, et al. Investigation on vibration response of aluminum foam beams using speckle interferometry [J]. *Experimental Techniques*, 2018, 42(1): 69-77.
- [5] Wu M Y, Lu G C, Ma Y H, et al. Double speckle pattern interferometric measurements for micro-angular displacement and the center of rotation [J]. *Optics Letters*, 2019, 45(1): 188-191.
- [6] He X Y, Zou D Q, Liu S. Phase-shifting analysis in moiré interferometry and its applications in electronic packaging [J]. *Optical Engineering*, 1998, 37(5): 1410-1419.
- [7] Li X L. Digital moiré method and its applications for large deformation measurement [D]. Tianjin: Tianjin University, 2006.  
李晓雷. 数字云纹法及其在大变形测量中的应用 [D]. 天津: 天津大学, 2006.
- [8] Chen Z N, Shao X X, Wu J L, et al. Full-field deformation measurement of human carotid artery based on water transfer printing speckle patterns [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(3): 0312004.  
陈振宇, 邵新星, 吴家林, 等. 水转印数字散斑场用于人体颈动脉全场测量 [J]. *光学学报*, 2017, 37(3): 0312004.
- [9] Asundi A, Yung K H. Phase-shifting and logical moiré [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1991, 8(10): 1591-1600.
- [10] Zhang H B, Wu X P. The 3-D shape measurement with phase-shift and logical moiré method [J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, 14(4): 408-411.  
张海波, 伍小平. 相移逻辑云纹法用于三维物体面形测量 [J]. *光学学报*, 1994, 14(4): 408-411.
- [11] Zhao B, Fang R H. Digital moiré system with phase-shifting method [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1997, 29(3): 380-384.  
赵兵, 方如华. 相移数字云纹测量系统 [J]. *力学学报*, 1997, 29(3): 380-384.
- [12] Carré P. Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du bureau international des poids et mesures [J]. *Metrologia*, 1966, 2(1): 13-23.
- [13] Aebischer H A, Waldner S. A simple and effective method for filtering speckle-interferometric phase fringe patterns [J]. *Optics Communications*, 1999, 162(4/5/6): 205-210.
- [14] Cao Q X, Ye S Y, Xie B, et al. Principle and application of the moiré method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1983.  
曹起骧, 叶绍英, 谢冰, 等. 密栅云纹法原理及应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1983.
- [15] Li S G. Investigation and application of new dynamic photoelasticity instrument with white light source [D]. Shanghai: Tongji University, 2019.  
李松刚. 新型白光动态光弹性仪及其应用研究 [D]. 上海: 同济大学, 2019.
- [16] Wang L L. Foundation of stress waves [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005.  
王礼立. 应力波基础 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.