

基于单目相机的三点式激光器测距及位姿估计方法研究

高嵩, 白礼卓*

成都理工大学, 四川 成都 610059

摘要 针对现有基于单目相机的三点式激光器视觉测量系统易受激光特征点的 2D 图像检测误差、相机畸变误差、图像中心点坐标误差以及焦距等影响, 提出一种新的测距及位姿估计方法, 使姿态角的求解仅与距离值、相机固定参数和激光器安装位置相关。首先, 控制三个激光器在平行射出光的情况下, 对单目相机进行内参标定, 初步解算相机中心点的位姿坐标; 然后, 根据不同距离下相机的标定参数, 使用迭代法求解误差最小的深度值; 最后, 调整顶部激光器向下倾斜 γ 角, 计算目标平面的偏航角和俯仰角。实验结果表明, 在减少误差项影响的同时保证距离测量和姿态估计的准确度, 在 200 mm 至 600 mm 之间的测距平均误差为 0.65 mm, 偏航角和俯仰角的误差均小于 0.98° 。

关键词 机器视觉; 视觉测距; 位姿估计; 单目相机; P3P

中图分类号 TP13

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.0915001

Monocular Camera-Based Three-Point Laser Pointer Ranging and Pose Estimation Method

Gao Song, Bai Lizhuo*

Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan 610059, China

Abstract The existing monocular-based three-point laser vision measurement system is susceptible to errors such as laser feature point 2D image detection, camera distortion, image center point coordinate, and focal length errors. Aiming at alleviating these errors, a new ranging and pose estimation is proposed. In the proposed method, the solution of the attitude angle is only related to the distance value, fixed parameters of the camera, and installation position of three lasers. First, the three lasers are controlled to calibrate the internal parameters of the monocular camera when emitting light in parallel, and the pose coordinates of the center point of the camera are calculated. Then, according to the calibration parameters of the camera at different distances, an iterative method is used to solve the minimum error. Finally, the downward tilt γ angle of the top laser is adjusted to calculate the yaw and pitch angles of the target plane. The experimental results show that the accuracy of distance measurement and attitude estimation is ensured while reducing the influence of the error term. The average error of distance measurement within a distance of 200–600 mm is 0.65 mm, and the error of yaw angle and pitch angle is less than 0.98° .

Key words machine vision; visual ranging; pose estimation; monocular camera; P3P

OCIS codes 150.5670; 150.3045; 150.0155; 120.3930

1 引言

随着工业和测量技术的迅速发展, 在便携性和

实用性方面对三维坐标测量技术提出了愈发苛刻的要求^[1], 而基于视觉的激光器三坐标测量技术^[2-4]迅速发展起来。本文是对核电站自动检修系统进行研

收稿日期: 2020-10-27; 修回日期: 2020-11-16; 录用日期: 2020-12-01

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC0601904)

* E-mail: buyleedraw@gmail.com

究,其中螺丝钉拆卸装置主要由单目相机、激光器以及机械臂构成,使用计算机控制螺丝钉拆卸装置来完成 600 mm 距离内的螺丝钉的自动拆卸。根据机械臂与螺丝钉的距离和位姿不断调整螺丝钉拆卸装置的三维姿态,以达到精准拆卸的目的,距离测量误差为 1 mm,姿态角度误差为 1° 。其中机械臂相对于螺丝钉的三维信息测量以及相机的标定工作均是难点问题,而标定的精度严重影响着姿态估计和视觉测量的精度^[5]。在实际应用中,三维信息测量需考虑激光特征点的 2D 图像检测误差、相机畸变误差、图像中心点坐标误差、焦距误差和激光特征点的空间位置误差^[6]。当待测目标平面不存在角度信息时,P3P(Perspective-3-Point)算法能够初步估计相机的位姿信息,还可以测量距离信息,当姿态角变换时,因误差影响因素较多所带来的误差累积效应会影响位姿估计的准确度^[7],故本文重点研究距离测量以及位姿估计以辅助机械臂对螺丝钉的精准拆卸工作。

在测距技术的实验应用方面,于之靖等^[8]和吴军等^[9]均在 2020 年提出了基于光场成像的三点式激光器直接测距法,使用的光场相机是二代 Lytro 相机,空间分辨率为 $625 \text{ pixel} \times 434 \text{ pixel}$,实验测量系统与三坐标平移台在 X、Y 和 Z 轴方向的最大位置差值分别为 0.35, 0.40, 0.54 mm。解则晓等^[10]、黄凤山^[11]和刘一宇^[12]均采用了相似法,得到高分辨率激光器测量系统的距离测量精度为 0.20 mm,精度略有有一定程度的提高。姿态估计在实际应用方面,张云菲^[13]采用了拟合测距法,根据大量不同距离的相机标定结果拟合一条标定关系曲线,避免采用棋盘格标定法对相机信息进行标定,在距离定标的绝对误差范围为 $0 \sim 0.1 \text{ cm}$ 的情况下,各姿态估计的相对误差范围为 $0.6\% \sim 2.2\%$ 。洪裕珍^[14]引入反投影误差、靶标三维点坐标误差和标定误差对姿态估计误差进行分析,得到姿态估计的相对误差范围为 $0.20^\circ \sim 0.99^\circ$ 。

国外在基于视觉的测距及位姿估计算法研究方面,Fishler 等^[15]在 1981 年提出了透视 n 点定位(PnP)算法,PnP 算法利用图像上特征点的二维图像坐标和特征点在靶标坐标系中的三维坐标,可以计算相机坐标系和靶标坐标系之间的位姿关系,进而可通过相机位姿估计的结果得到三维空间中目标的位置深度信息,即可求得距离信息。当 $n < 3$ 时,PnP 问题有无穷多解,因此主要研究三个以上的特征点^[16]。其中,张正友棋盘格标定法是 PnP 算法

的一种延伸。由于 PnP 算法以矩阵形式进行解算,而且各个姿态角相互耦合,为此分离各因素对姿态测量精度的影响较困难^[17],在已有的相关文献中,基本包括了两类问题。一是对算法本身的最优解进行研究,并对其进行创新和改进。二是对光照、特征点数量、相机参数以及后期图像处理误差等客观因素进行实验分析。对于第一类问题 PnP 问题的多解性和最优解,陈小林^[2]采用了最小二乘法对单目视觉姿态角进行优化求解,可以提高姿态测量精度;周润等^[16]提出了加权迭代正交算法,使系统的解算精度更高,稳健性更好。对于第二类问题,凡芳等^[6]验证了光照、棋盘格标定板平面特性以及特征点位置精度对相机姿态估计的影响;周婧等^[18]在像素坐标提取精度、特征点位置检测精度以及特征点分布等情况下,对相机姿态估计精度的影响进行了实验分析。

本文在已有 P3P 算法理论的基础上,建立测距以及位姿估计模型,研究激光特征点的 2D 图像检测误差和相机畸变误差等因素对姿态测量准确度的影响。求得距离信息后,提出一种新的姿态估计方法,用来主动调整顶部激光器向下倾斜 γ 角,利用已求得的距离值反解姿态角信息,将目标平面偏航角和俯仰角的计算从相互耦合的 P3P 位姿估计矩阵中分离出来,且姿态角仅与距离值和激光特征点的坐标值有关,在减少误差因素影响的同时保证距离测量和姿态估计的准确度,极大地增加三点式激光器测距及位姿估计的实用性。

2 三点式激光器测距模型

巡检机器人测距及位姿估计系统由机械臂、激光器、螺丝刀、单目相机、待测平面以及螺丝钉组成,原型结构如图 1 所示,其中测距模型的几何结构如图 2 所示。

在测距模型中,P3P 算法需要利用给定的三个点的几何关系,输入数据是三对 3D-2D 匹配点,结合三角形相似和余弦定理,可以求解相机与待测目标之间的位姿关系。采用吴消元法求解方程组的最优解^[19],求得位姿关系后需要采用优化法修正误差,从而提高测距的准确度。

单目相机的测距理论模型如图 2 所示, O 点代表相机的光心点, A 、 B 和 C 代表三个激光点, a 、 b 和 c 代表相机在图像平面上点 A 、 B 和 C 的成像位置。由几何关系知,三角形 ABC 与三角形 abc 存在相似的对应关系,可表示为

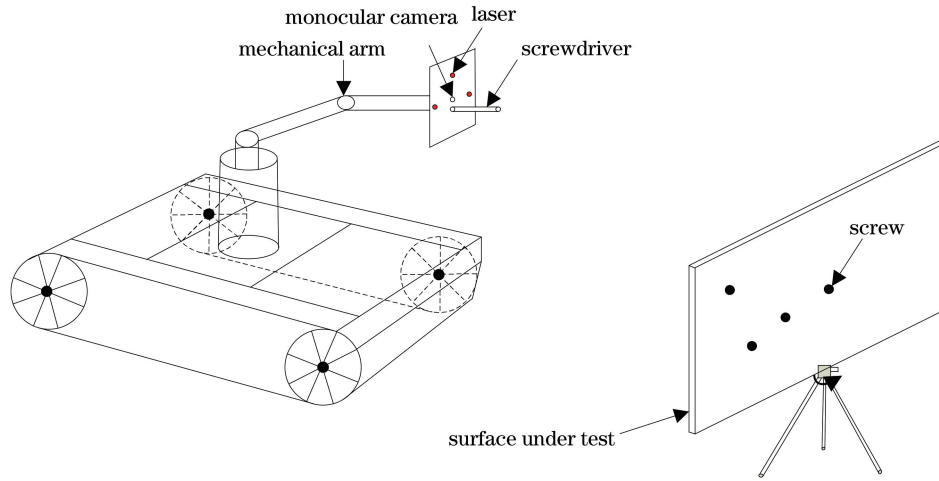


图 1 巡检机器人的原型图
Fig. 1 Prototype of patrol robot

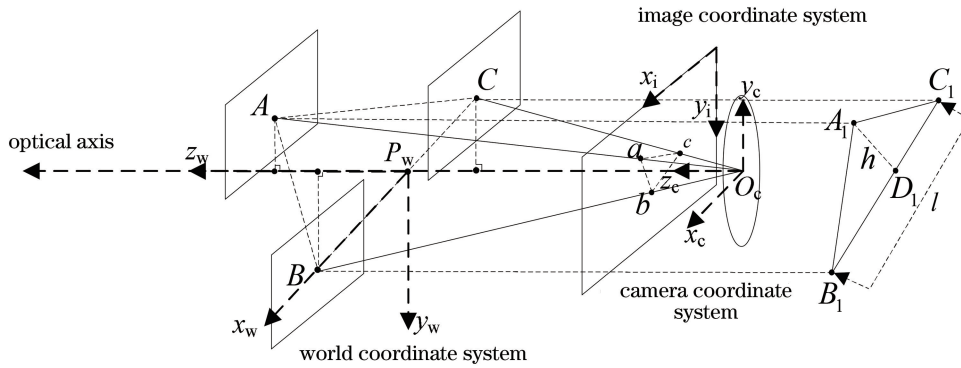


图 2 测距模型的几何结构
Fig. 2 Geometry of ranging model

$$\begin{aligned} \Delta Oab &\sim \Delta OAB, & (1) \\ \Delta Obc &\sim \Delta OBC, & (2) \\ \Delta Oac &\sim \Delta OAC. & (3) \end{aligned}$$

对于 ΔOab 和 ΔOAB 而言,利用余弦定理可以得到

$$OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos\langle a, b \rangle = AB^2, \quad (4)$$

式中: $\langle a, b \rangle$ 为像平面上点 a 和 b 的夹角。同理,可有

$$OB^2 + OC^2 - 2OB \cdot OC \cdot \cos\langle b, c \rangle = BC^2, \quad (5)$$

$$OA^2 + OC^2 - 2OA \cdot OC \cdot \cos\langle a, c \rangle = AC^2. \quad (6)$$

记 $x_1 = OA/OC, y_1 = OB/OC$, 同时整体除以 OC^2 可得

$$x_1^2 + y_1^2 - 2x_1y_1 \cdot \cos\langle a, b \rangle = AB^2/OC^2, \quad (7)$$

$$y_1^2 + 1 - 2y_1 \cdot \cos\langle b, c \rangle = BC^2/OC^2, \quad (8)$$

$$x_1^2 + 1 - 2x_1 \cdot \cos\langle a, c \rangle = AC^2/OC^2. \quad (9)$$

记 $v = AB^2/OC^2, w = AC^2/AB^2, u =$

$BC^2/AB^2, uv = BC^2/OC^2, wv = AC^2/OC^2$, 可得

$$x_1^2 + y_1^2 - 2x_1y_1 \cdot \cos\langle a, b \rangle - v = 0, \quad (10)$$

$$y_1^2 + 1 - 2y_1 \cdot \cos\langle b, c \rangle - uv = 0, \quad (11)$$

$$x_1^2 + 1 - 2x_1 \cdot \cos\langle a, c \rangle - wv = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} (1-u)y_1^2 - ux_1^2 - \cos\langle b, c \rangle y_1 + \\ 2ux_1y_1 \cos\langle a, b \rangle + 1 = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} (1-w)x_1^2 - wy_1^2 - \cos\langle a, c \rangle + \\ 2wx_1y_1 \cos\langle a, b \rangle + 1 = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

$\cos\langle a, b \rangle, \cos\langle b, c \rangle$ 和 $\cos\langle a, c \rangle$ 值均是已知的, $v = AB^2/OC^2, w = AC^2/AB^2$ 和 $u = BC^2/AB^2$ 可通过三维测量激光器的物理几何位置来得到,所以未知数只有 x_1 和 y_1 , 而且随着机械臂位移的变化会一直变换。采用吴消元法即可求得 OA, OB 和 OC 值,从而得到点 A, B 和 C 在相机坐标系下的三对 3D 点坐标,单目相机与待测目标之间的距离 L 为

$$L = \sqrt{OA^2 - AP^2} = \sqrt{OB^2 - BP^2}. \quad (15)$$

测距迭代优化流程如图 3 所示。比较器中存放距离范围为 200~600 mm 的相机标定参数,首先代

入一组标定参数进行一次 P3P 测距,其次将距离 d_1 代入比较器中进行作差并取绝对值,当差值 $\Delta = |d - d_i| (i=1,2,3,4,5)$ 大于阈值 δ 时更新一次内参,代入差值最小的一组内参重新计算一次距离,直到 Δ 值小于 δ 输出距离 d_L 。

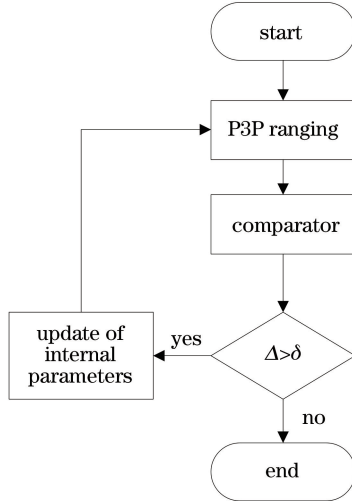


图 3 测距迭代的优化流程

Fig. 3 Optimization process of ranging iteration

当 ABC 平面存在 α 和 β 的倾斜角时,分别在 A 、 B 和 C 激光点的位置处虚拟与光心射线垂直的平面,如图 2 所示。由于机械臂与单目相机存在物理上的固定几何关系,在对螺丝钉进行检测的同时能够返回螺丝钉的 2D 坐标,所以机械臂能够根据此调整单目相机的平面位移,可以使螺丝钉位于图像坐标系的中心点,坐标为 $(320, 240)$,故当待测平面存在 α 和 β 的倾斜角时,可将待测平面的旋转中心点看作待测目标螺丝钉所在的位置,进而对其进行位姿估计。

3 基于 P3P 模型的相机位姿估计误差来源分析

从图 1 可以看到,对于三维空间中的任意一点,该特征点在相机坐标系中的坐标为 (X_c, Y_c, Z_c) ,根

据单目相机针孔模型方程和成像公式^[20]可得

$$\frac{x_j - C_x}{f_x} = \frac{X_{c_j}}{Z_{c_j}} = g_{xj}, \quad (16)$$

$$\frac{y_j - C_y}{f_y} = \frac{Y_{c_j}}{Z_{c_j}} = g_{yj}, \quad (17)$$

式中: j 为激光特征点 A 、 B 和 C 的序号,取值 $1 \sim 3$; x_j 和 y_j 为激光特征点的成像点坐标; C_x 和 C_y 为图像中心点坐标; X_{c_j} 、 Y_{c_j} 和 Z_{c_j} 为激光特征点在相机坐标系下的坐标; $f_x = f/d_x$ 、 $f_y = f/d_y$ 和 f 为相机焦距, d_x 和 d_y 为 CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor Transistor) 感光元件的单位像素尺寸; g_{xj} 和 g_{yj} 为 x 和 y 方向的比例系数。设激光特征点在世界坐标系中的坐标为 (X_w, Y_w, Z_w) , 同时假设世界坐标系分别绕 x 、 y 和 z 轴旋转 θ_x 、 θ_y 和 θ_z 后与相机坐标系重合,则 θ_x 为所求的俯仰角 β , θ_y 为偏航角 α , θ_z 为横滚角 φ 。激光特征点所在的世界坐标系向机械臂(相机)所在的相机坐标系进行转换,可表示为

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} = \mathbf{R}_x \mathbf{R}_y \mathbf{R}_z \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix}, \quad (18)$$

式中: \mathbf{R} 为旋转矩阵; \mathbf{R}_x 、 \mathbf{R}_y 和 \mathbf{R}_z 为绕 x 、 y 和 z 轴的旋转矩阵,分别表示为

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

则 \mathbf{R} 可表示为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta_y \cos \theta_z + \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z & \cos \theta_y \sin \theta_z - \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_y & \cos \theta_x \sin \theta_y \\ -\cos \theta_x \sin \theta_z & \cos \theta_x \cos \theta_z & \sin \theta_x \\ \cos \theta_y \sin \theta_x \sin \theta_z - \cos \theta_z \sin \theta_y & -\sin \theta_y \sin \theta_z - \cos \theta_y \cos \theta_z \sin \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 \\ r_3 & r_4 & r_5 \\ r_6 & r_7 & r_8 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

待测的偏航角、俯仰角和横滚角可表示为

$$\alpha = \theta_y = \begin{cases} \arctan(-r_2/r_8), & r_8 \geq 0 \\ \arctan(-r_2/r_8) - \text{sign}(r_3)\pi, & r_8 < 0 \end{cases}, \quad (23)$$

$$\beta = \theta_x = \arcsin(r_5), \quad (24)$$

$$\varphi = \theta_z = \begin{cases} \arctan(-r_3/r_4), & r_4 \geq 0 \\ \arctan(-r_3/r_4) - \text{sign}(r_3)\pi, & r_4 < 0 \end{cases} \quad (25)$$

由于三个激光特征点的几何分布呈等腰三角

形,则点 A 、 B 和 C 与坐标原点 P 之间的距离相等,可记为

$$\frac{|X_1|}{Z_w} = \frac{|Y_1|}{Z_w} = \frac{|X_2|}{Z_w} = \frac{|Y_2|}{Z_w} = \frac{|X_3|}{Z_w} = \frac{|Y_3|}{Z_w} = G. \quad (26)$$

因 \mathbf{R} 为单位正交矩阵,所以可解出 \mathbf{R} 中的所有元素,所有元素可表示成 $(g_{xj}, g_{yj})|_{j=1,2,3,P}$ 的形式。以 $\alpha = \theta_y|_{r_8 \geq 0}$ 情况进行分析,有

$$\alpha = \theta_y|_{r_8 \geq 0} = \arctan(-r_2/r_8) = \arctan H. \quad (27)$$

$$H =$$

$$\frac{g_{x1}g_{y2}g_{y3} - g_{x2}g_{y1}g_{y3} - g_{x1}g_{y2}g_{yP} + g_{x2}g_{y1}g_{yP} - g_{x3}g_{y1}g_{yP} + g_{xP}g_{y1}g_{y3} + g_{x3}g_{y2}g_{yP} - g_{xP}g_{y2}g_{y3}}{g_{x2}g_{y1}g_{y3} - g_{x3}g_{y1}g_{y2} - g_{x1}g_{y2}g_{yP} + g_{xP}g_{y1}g_{y2} + g_{x1}g_{y3}g_{yP} - g_{xP}g_{y1}g_{y3} - g_{x2}g_{y3}g_{yP}}. \quad (28)$$

同理,可用 $(g_{xj}, g_{yj})|_{j=1,2,3,P}$ 表示 θ_x 和 θ_z 。(28)式中, θ_y 未与其他姿态角相互耦合。记观测测量 g_{xj} 和 g_{yj} 的误差为 Δg_{xj} 和 Δg_{yj} , (28)式的几何意义为计算激光特征点的成像点图像坐标与待测偏航角 α 的测量误差。可知 g_{xj} 和 g_{yj} 是关于激光特征点的成像点图像坐标 x_j 和 y_j 、图像中心点坐标 C_x 和 C_y , 以及激光特征点在相机坐标系下的坐标 X_{cj} 、 Y_{cj} 和 Z_{cj} 的函数,而 x_j 和 y_j 的误差包括激光特征点的 2D 图像检测误差、相机畸变误差和激光特征点空间位置误差。 f_x 和 f_y 为相机焦距与 CMOS 感光元器件单位像素尺寸的比值,其误差即为焦距的误差。

激光特征点的 2D 图像检测误差体现在图像检测的算法上,一般为特征中心点坐标 (x, y) 的检测精度和回归预测算法的精度,可判别为随机误差。图像检测误差所引起的 g_{xj} 和 g_{yj} 误差可表示为 Δg_{Nxj} 和 Δg_{Nyj} , 即

$$\Delta g_{Nxj} = \frac{\partial g_{xj}}{\partial x} \Delta x_j = \frac{1}{f_x} \Delta x_{Nj}, \quad (29)$$

$$\Delta g_{Nyj} = \frac{\partial g_{yj}}{\partial y} \Delta y_j = \frac{1}{f_y} \Delta y_{Nj}, \quad (30)$$

式中: Δx 和 Δy 为 x 和 y 方向上的误差影响因子; Δx_{Nj} 和 Δy_{Nj} 为图像坐标系下在 x 和 y 方向上的检测误差,其误差对姿态角 θ_{xy} 的影响可表示为

$$\Delta \theta_{xy}|_N = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \theta_{xy}}{\partial g_{xj}} \Delta g_{Nxj} \right)^2 + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \theta_{xy}}{\partial g_{yj}} \Delta g_{Nyj} \right)^2}. \quad (31)$$

相机畸变误差体现在单目相机镜头的畸变上,

导致实际的激光特征点的成像点不在理想的位置处,直观地表述为 (x_j, y_j) 与成像中心点 (C_x, C_y) 之间的距离,距离越大误差越大,在 (C_x, C_y) 位置处畸变为 0。这种畸变误差所引起的误差可表示为 Δg_{Exj} 和 Δg_{Eyj} , 其相关量分为径向畸变量 k_1, k_2 和 k_3 以及切向畸变量 p_1 和 p_2 , Δg_{Exj} 和 Δg_{Eyj} 可表示为

$$\Delta g_{Exj} = \frac{\partial g_{xj}}{\partial x} \Delta x_j = \frac{1}{f_x} \Delta x_{Ej}, \quad (32)$$

$$\Delta g_{Eyj} = \frac{\partial g_{yj}}{\partial y} \Delta y_j = \frac{1}{f_y} \Delta y_{Ej}, \quad (33)$$

式中: Δx_{Ej} 和 Δy_{Ej} 为畸变在 x 和 y 方向上所引起

的误差,其误差对姿态角 θ_{xy} 的影响可表示为

$$\Delta \theta_{xy}|_E = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \theta_{xy}}{\partial g_{xj}} \Delta g_{Exj} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \theta_{xy}}{\partial g_{yj}} \Delta g_{Eyj}. \quad (34)$$

图像中心点的坐标误差为理论中心点坐标 (C_x, C_y) 与实际相机光学上光轴之间的偏移量,这种偏移量所引起的误差可表示为 Δg_{Cxj} 和 Δg_{Cyj} , 即

$$\Delta g_{Cxj} = \frac{\partial g_{xj}}{\partial C_x} \Delta C_x = -\frac{1}{f_x} \Delta C_x, \quad (35)$$

$$\Delta g_{Cyj} = \frac{\partial g_{yj}}{\partial C_y} \Delta C_y = -\frac{1}{f_y} \Delta C_y, \quad (36)$$

式中: ΔC_x 和 ΔC_y 为偏移量在 x 和 y 方向上所引起

的误差。 ΔC_x 和 ΔC_y 在相机标定和固定后,整个测量过程中均保持不变,其对姿态角 θ_{xy} 的影响可表示为

$$\Delta\theta_{xy} |_{C} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial\theta_{xy}}{\partial g_{xj}} \Delta g_{Cxj} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial\theta_{xy}}{\partial g_{yj}} \Delta g_{Cyj} \quad (37)$$

同理,焦距误差在整个测量中保持不变,其误差 Δf_x 和 Δf_y 对 g_{xj} 和 g_{yj} 的影响可表示为 Δg_{F_xj} 和 Δg_{F_yj} ,即

$$\Delta g_{F_xj} = \frac{\partial g_{xj}}{\partial f_x} \Delta f_x = -\frac{(x_j - C_x)}{f_x^2} \Delta f_x = -\frac{g_{xj}}{f_x} \Delta f_x, \quad (38)$$

$$\Delta g_{F_yj} = \frac{\partial g_{yj}}{\partial f_y} \Delta f_y = -\frac{(y_j - C_y)}{f_y^2} \Delta f_y = -\frac{g_{yj}}{f_y} \Delta f_y. \quad (39)$$

焦距误差对姿态角 θ_{xy} 的影响可表示为

$$\Delta\theta_{xy} |_{F} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial\theta_{xy}}{\partial g_{xj}} \Delta g_{F_xj} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial\theta_{xy}}{\partial g_{yj}} \Delta g_{F_yj} \quad (40)$$

激光特征点的空间位置误差:测量系统求得的

三个激光特征点的理想空间位置与实际物理空间位置的偏差,此误差受偏航角 α 和俯仰角 β 的影响较大。姿态角在一定的小角度偏移后,对 g_{xj} 和 g_{yj} 的影响可表示为 Δg_{D_xj} 和 Δg_{D_yj} ,即

$$\Delta g_{D_xj} = \frac{\Delta X_j}{\theta_{xy}}, \quad (41)$$

$$\Delta g_{D_yj} = \frac{\Delta Y_j}{\theta_{xy}}, \quad (42)$$

式中: ΔX 和 ΔY 为几何位置误差。虽然三个激光器在安装过程中形成等腰三角形的约束关系,但两两间的几何位置误差 ΔX_j 和 ΔY_j 是不相关的,其对姿态角 θ_{xy} 的影响可表示为

$$\Delta\theta_{xy} |_{D} = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial\theta_{xy}}{\partial g_{xj}} \Delta g_{D_xj} \right)^2 + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial\theta_{xy}}{\partial g_{yj}} \Delta g_{D_yj} \right)^2} \quad (43)$$

姿态角 $\theta_x(\beta)$ 和 $\theta_y(\alpha)$ 估计的总误差计算公式为

$$\Delta\theta_{x,y} = \sqrt{(\Delta\theta_{x,y} |_{N})^2 + (\Delta\theta_{x,y} |_{E})^2 + (\Delta\theta_{x,y} |_{C})^2 + (\Delta\theta_{x,y} |_{F})^2 + (\Delta\theta_{x,y} |_{D})^2} \quad (44)$$

4 改进的位姿估计方法

当待测平面存在偏航角 α 和俯仰角 β 时,由于 P3P 模型中姿态角的误差影响因素较多,在实际使用中所带来的累积误差对测量结果的影响较为明显,同时应用过程中螺丝钉需保持在图像坐标系的中心点处,此处不存在畸变,所以对距离值的测量较为精确^[21],故提出一种姿态估计方法,主动调整顶部激光器 A 向下倾斜 γ 角,俯视图和侧视图如图 4 和图 5 所示,将距离信息代入姿态角的测量过程中,从中分离出相互耦合的姿态角,使测量更便捷,误差影响因子更少。以 α 姿态角为例,当待测平面存在 α 的偏航角时,对应的激光点平面成像如图 6 所示,

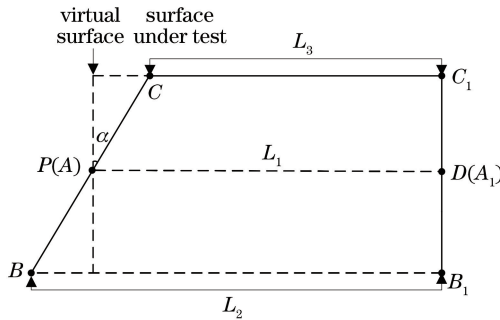


图 4 模型在偏航角 α 下的俯视图

Fig. 4 Top view of model at yaw angle α

标准模型的等腰三角形 ABC 变为图 5 右边三角形 $A_1B_1C_1$,此时三角形 $A_1B_1C_1$ 与三个激光器物理安装位置不再存在对应的固定关系。

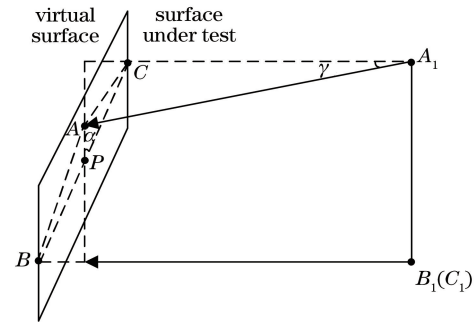


图 5 模型在偏航角 α 下的侧视图

Fig. 5 Side view of model at yaw angle α

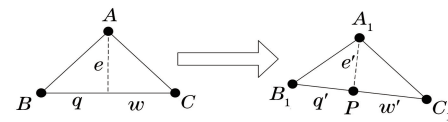


图 6 2D 图像平面的转换示意图

Fig. 6 Conversion diagram of 2D image plane

根据单目透镜成像模型可知

$$\frac{1}{L} + \frac{1}{r} = \frac{1}{f}, \quad (45)$$

$$L_{\text{cmos}} = \{1/d_x, 1/d_y\}, \quad (46)$$

式中: L 为单目相机与待测目标之间的距离; r 为相

机平面距 CMOS 感光器件的安装距离; L_{cmos} 为图像像素的单元尺寸,一般 x 和 y 方向上的尺寸为相等的固定值。

由此可得到相机成像平面与待测物体的比例关系 K ,可表示为

$$K = \frac{r}{L} = \frac{f}{L-f} \quad (47)$$

图 4 中 L_1 、 L_2 和 L_3 可表示为

$$L_1 = L, \quad (48)$$

$$L_2 = L + l/2 \cdot \tan \alpha, \quad (49)$$

$$L_3 = L - l/2 \cdot \tan \alpha, \quad (50)$$

式中: l 为激光器 B 与激光器 C 的实际安装距离。将比例关系 K 代入(47)式并结合图 4 和图 5 可得

$$q' \cdot L_{\text{cmos}} = K \cdot q = \frac{l}{2} \cdot \frac{f}{L_2 - f}, \quad (51)$$

$$w' \cdot L_{\text{cmos}} = K \cdot w = \frac{l}{2} \cdot \frac{f}{L_3 - f}, \quad (52)$$

$$e' \cdot L_{\text{cmos}} = K \cdot e = (h - L_1 \tan \gamma) \cdot \frac{f}{L_1 - f}, \quad (53)$$

式中: h 为激光器 A 与 BC 的垂直距离。(51)~(53)式可进一步写为

$$q' \cdot L_{\text{cmos}} = \frac{l}{2} \cdot \frac{f}{L + \frac{l}{2} \cdot \tan \alpha - f}, \quad (54)$$

$$w' \cdot L_{\text{cmos}} = \frac{l}{2} \cdot \frac{f}{L - \frac{l}{2} \cdot \tan \alpha - f}, \quad (55)$$

$$e' \cdot L_{\text{cmos}} = (h - L_1 \tan \gamma) \cdot \frac{f}{L - f}. \quad (56)$$

当 $OP(L) = \sqrt{OA^2 - AP^2} = \sqrt{OB^2 - BP^2}$ 已知时,则偏航角 α 的表达式为

$$\alpha = \arctan^{-1} \left[\frac{w' - q'}{8q'w' \tan \gamma} \cdot \frac{4q'w'h - (q' + w')le'}{4q'w'L_{\text{cmos}} + (q' + w')l} \right]. \quad (57)$$

同理,当存在俯仰角 β 时,根据已知模型可求得 β ,表达式为

$$\beta = \arctan^{-1} \left[\frac{e' \cdot l - 2h \cdot (q' + w')}{(q' + w') \cdot e' \cdot L_{\text{cmos}} \cdot \tan \gamma} \right]. \quad (58)$$

对比(57)式和(58)式可知,姿态角 α 和 β 的测量值仅与距离 L 以及平面图像上的 q' 、 w' 和 e' 有关,其误差影响函数可表示为

$$\Delta\theta_{x,y} = \sqrt{(\Delta\theta_{x,y} |_{\text{N}})^2 + (\Delta\theta_{x,y} |_{\text{D}})^2}. \quad (59)$$

误差仅与激光特征点的 2D 平面检测误差以及

激光特征点的空间位置误差有关,解决 P3P 算法需考虑激光特征点的 2D 图像检测误差、相机畸变误差、图像中心点坐标误差、焦距误差和激光特征点的空间位置误差。

5 实 验

为了测量单目相机测距及位姿估计系统的正确性,保证其能够为机械臂提供准确的深度距离信息和姿态信息以完成螺丝钉的拆卸工作。首先,搭建三维激光特征点的激光器发射平台,使用该平台对相机进行标定,将相机内参数以及激光特征点的 2D 图像坐标值代入系统中,求出所需的距离信息和姿态角信息;然后,对测距信息进行迭代优化并与真实距离值进行对比分析;最后,对不同距离下的姿态角进行估计,并与 P3P 姿态估计算法所得的结果进行对比,证明所提的姿态测量方法的有效性。

使用的单目相机型号为 S900,传感器为 CMOS,分辨率为 $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$,透镜的焦距为 4.8 mm 。实验采用张正友棋盘标定法对单目相机内参数进行精确标定^[17,22],包括相机光轴与图像平面交点的像素坐标 (u_0, v_0) 、径向畸变量 k_1 、 k_2 和 k_3 、切向畸变量 p_1 和 p_2 、 x 和 y 方向上单位长度和贴片倾斜角的误差因子 $f \cdot \chi$,标定结果分为 5 组并用于测距的迭代优化,标定的距离 D_d 分别为 200, 300, 400, 500, 600 mm,结果如表 1 所示。

5.1 距离测量

在实验平台上搭建激光器测距系统,如图 7 所示。使用一块平整的白板代替目标待测平面,三个激光器和单目相机均安装在三角架上,三角架安装在机械臂上,使激光器 ABC 的光平行射出,在三角架前放置莱卡 X3 手持激光测距仪(技术参数如表 2 所示)作为标尺,三角架与待测平面间的距离可通过电动滑轨来精确控制,实验测试范围为 $200 \sim 600 \text{ mm}$ 。激光器 ABC 选用波长为 630 nm 的单模点状红色激光器,工作功率为 150 mW ,在 10 m 远的实验真空环境中,光斑直径小于 10 mm ,工作温度范围为 $-20 \text{ }^\circ\text{C} \sim 60 \text{ }^\circ\text{C}$,通光孔径为 4 mm 。

距离测量的实验步骤如下。

1) 根据图 7 激光器的安装位置,确定(1)~(14)式中的 AB 、 BC 和 AC 值,以及公式(48)~(58)式中的 l 和 h 值。

2) 对于激光特征点的 2D 图像检测,根据张正友标定法获取的内参数,解出三个激光特征点经过畸变矫正后的 2D 图像坐标。

表 1 单目相机的内参

Table 1 Internal parameters of monocular camera

| Parameter | $D_d=200\text{ mm}$ | $D_d=300\text{ mm}$ | $D_d=400\text{ mm}$ |
|-----------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| (u_0, v_0) | (374.0713, 247.3269) | (375.0696, 254.5587) | (370.4775, 261.5021) |
| k_1, k_2, k_3 | -0.4326, 0.3485, -0.3550 | -0.4117, 0.2202, -0.0455 | -0.4197, 0.1801, 0.0353 |
| p_1, p_2 | 0.000891, -0.00001 | 0.001667, -0.00156 | -0.00094, -0.00037 |
| $f/dx, f/dy$ | 534.9416 | 533.6267 | 521.0727 |
| $f \cdot \chi$ | 534.5830 | 533.4545 | 520.2335 |
| $f \cdot \chi$ | 1.508681 | 0.201046 | -1.24714 |

| Parameter | $D_d=500\text{ mm}$ | $D_d=600\text{ mm}$ |
|-----------------|-------------------------|-------------------------|
| (u_0, v_0) | (372.8207, 257.5171) | (370.9425, 257.2861) |
| k_1, k_2, k_3 | -0.4248, 0.2323, 0.0069 | -0.3971, 0.0435, 0.4982 |
| p_1, p_2 | -0.00079, 0.00004 | -0.00014, 0.000147 |
| $f/dx, f/dy$ | 517.0429 | 515.2002 |
| $f \cdot \chi$ | 516.2078 | 514.8023 |
| $f \cdot \chi$ | -1.22721 | -0.74539 |

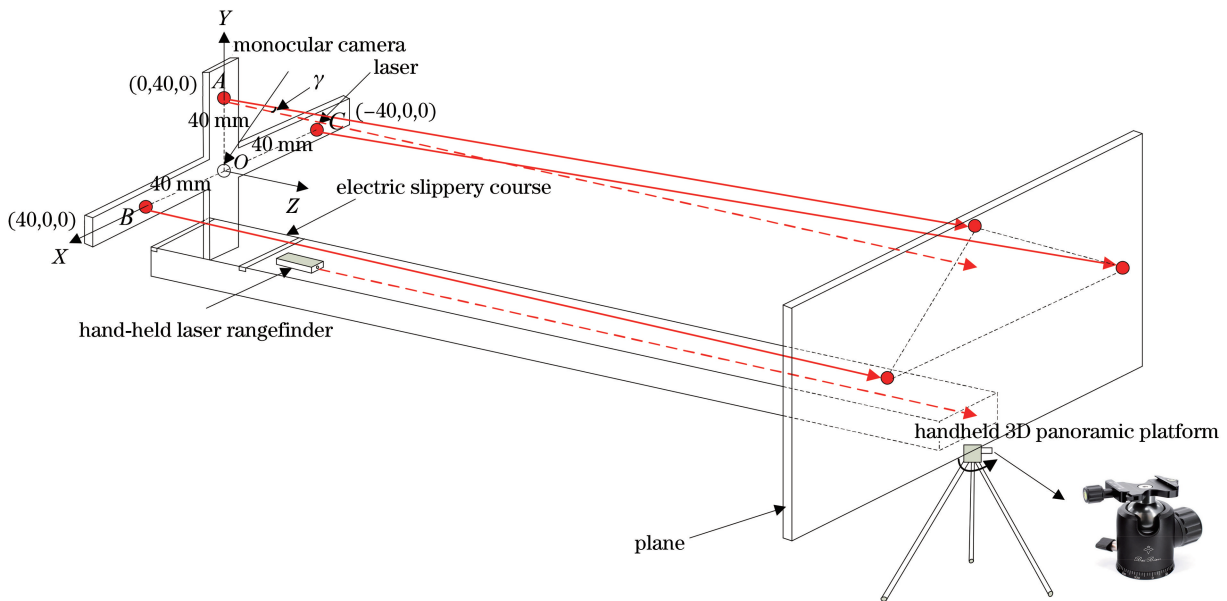


图 7 测距实验示意图

Fig. 7 Schematic of ranging experiment

表 2 莱卡 X3 手持激光测距仪的技术参数

Table 2 Technical parameters of Laika X3 handheld laser rangefinder

| Category | Value |
|------------------------------|-------------|
| Measuring range / m | 0.05~150.00 |
| Accuracy of measurement / mm | ± 1.0 |
| Minimum resolution / mm | 0.1 |

3) 根据步骤 2) 中特征点的 2D 图像坐标, 求出 (57) 式中 q, w, e, q', w' 和 e' 的具体值, 以及 (1)~(14) 式中的 $\cos \langle a, b \rangle, \cos \langle b, c \rangle$ 和 $\cos \langle a, c \rangle$ 值。

4) 将步骤 2) 和步骤 3) 中的已知量代入 (14) 式即可求出 OA, OB 和 OC 值, 结合 (15) 式即可求出所需的距离值。

5) 以手持激光测距仪作为标尺, 依次使用电动

滑轨将三角架向待测平面按照距离间隔为 100 mm 进行移动并记录激光测距仪的测量值, 拍摄并存储不同距离的图像, 重复执行步骤 1)~4)。

6) 根据图 3 的迭代优化流程进行迭代优化。

实验过程中, 相机采集的图像如图 8 所示, 通过

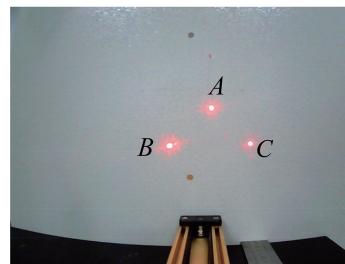


图 8 激光特征点的图像

Fig. 8 Laser feature point image

对 2D 平面的三个激光特征点进行检测,可知点 ABC 在图像坐标系中的坐标,检测结果如表 3 所示,激光特征点 2D 图像检测结果小于 1 pixel。

表 3 激光特征点的检测结果

Table 3 Detection results of laser feature points

| Laser point number | Accurate coordinate | Detected coordinate |
|--------------------|---------------------|---------------------|
| A | (375,187) | (375.105,187.453) |
| B | (297,257) | (296.639,256.806) |
| C | (448,253) | (447.975,253.512) |

表 4 为采用迭代法求解距离值的实验结果。实验在 200 mm 到 600 mm 的环境中进行测试,实际

表 4 迭代法的测距结果

Table 4 Ranging results of iterative method

| Actual distance /mm | $D_d =$ | $D_d =$ | $D_d =$ | $D_d =$ | $D_d =$ | Ranging results after iterative optimization /mm | Maximum error /mm |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|-------------------|
| | 200 mm / mm | 300 mm / mm | 400 mm / mm | 500 mm / mm | 600 mm / mm | | |
| 200 | 199.37 | 194.11 | 180.87 | 179.69 | 178.62 | 199.37 | 0.63 |
| 250 | 248.54 | 249.02 | 241.12 | 235.90 | 234.33 | 249.02 | 0.98 |
| 300 | 303.71 | 300.61 | 304.99 | 318.98 | 321.08 | 300.61 | 0.61 |
| 350 | 354.98 | 350.35 | 353.11 | 351.20 | 358.12 | 350.35 | 0.35 |
| 400 | 417.18 | 408.72 | 400.92 | 407.88 | 413.08 | 400.92 | 0.92 |
| 450 | 464.60 | 466.51 | 451.77 | 450.63 | 453.72 | 450.63 | 0.63 |
| 500 | 528.45 | 527.81 | 510.43 | 500.53 | 511.66 | 500.53 | 0.53 |
| 550 | 594.74 | 587.30 | 579.51 | 550.71 | 552.92 | 550.71 | 0.71 |
| 600 | 625.99 | 622.03 | 616.27 | 613.05 | 600.46 | 600.46 | 0.46 |

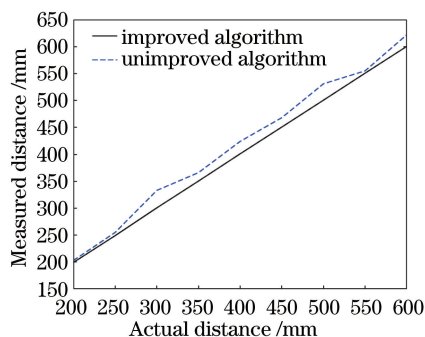


图 9 迭代优化前的测距误差

Fig. 9 Range error before iterative optimization

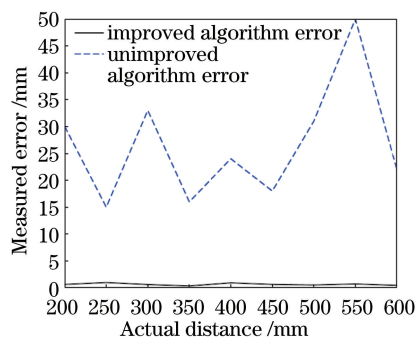


图 10 迭代优化后的测距误差

Fig. 10 Range error after iterative optimization

5.2 位姿估计

位姿估计的实验步骤如下。

1) 调节机械臂三角架的安装螺栓,使激光器 B 和 C 的光平行射出,使激光器 A 的光向下倾斜 γ 角后射出,将待测平面固定在三维全景平台上,此三维全景平台可通过摇杆和球体实现 360° 的角度改变,角度最小调节间隔为 5° ,模型如图 7 所示。

2) 将发射端的三角架置于距离待测平面

距离以莱卡 X3 手持激光测距仪测量的结果为准。测距迭代优化前后的结果如图 9 和图 10 所示。从图 9 和图 10 可以看到,在 200~600 mm 的实际距离之间,迭代前的测距最大误差为 40 mm,最小误差为 4 mm,平均误差为 6.1 mm,采用测距迭代优化算法后的测距最大误差为 0.98 mm,最小误差为 0.35 mm,平均误差为 0.65 mm,较迭代前的最大误差、最小误差以及平均误差分别降低了 39.02, 3.65, 5.45 mm,所有误差均控制在 1 mm 以内,结果与莱卡 X3 手持激光测距仪测量的结果接近,证明迭代法测距的有效性和准确性,表明该算法可以较好地提高了测距精度。

600 mm 处,使用莱卡 X3 激光测距仪测量发射端的三角架与待测平面的距离并记录,使用三维全景平台依次调节待测平面的偏航角度 α ,使其从 0° 变换到 85° (间隔为 5°),单目相机拍摄存储 600 mm 距离处的不同偏航角图像。

3) 使用电动滑轨将发射端的三角架向待测平面方向移动,移动间隔为 50 mm,直到与待测平面相距 200 mm,重复步骤 2) 三维全景平台的调节过

程并依次拍摄存储不同偏航角图像。

4) 根据距离测量实验的实验结果、旋转角度值以及位姿估计步骤 2) 和步骤 3) 所拍摄的图像, 采用

(57) 式和 (58) 式计算 200~600 mm 的不同距离处的测距值以解算 α 和 β 。 α 角度和 β 角度的变化曲线如图 11 和图 12 所示。

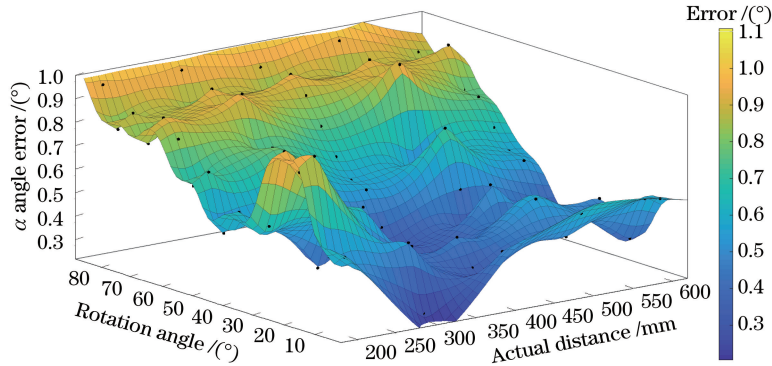


图 11 α 角度的变化曲线
Fig. 11 Change curves of α

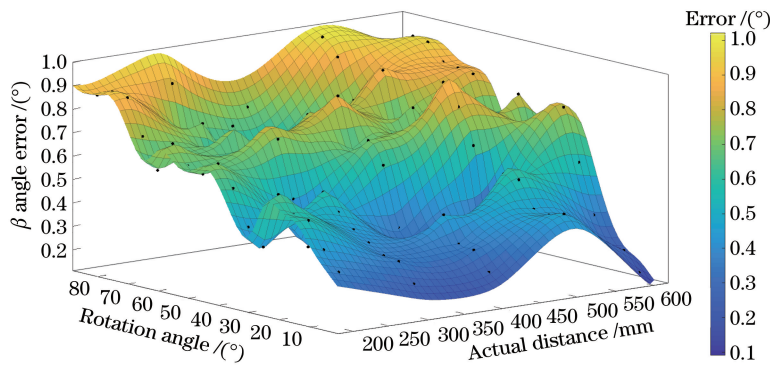


图 12 β 角度的变化曲线
Fig. 12 Change curves of β

从图 11 和图 12 可以看到, α 和 β 角度的测量误差对旋转角度较为敏感; 在相同距离下, 测量误差随旋转角度变化的波动较大, 误差峰值为 0.98° , 谷值为 0.19° ; 在相同旋转角度下, 测量距离的远近对角度误差的影响较小, 误差差值为 0.12° ; α 和 β 的最大误差小于 0.98° , P3P 算法的平均位姿估计误差为 0.5932° , 采用改进的位姿估计算法后平均误差降为 0.4572° 。

由于篇幅有限, 暂只对比偏航角 α 的测量误差, 每组测量仅考虑 5° 、 10° 、 15° 、 20° 和 25° 的情况, 结果如表 5 所示。

从表 5 可以看到, 随着测量距离的增加, P3P 算法的测量误差呈增长趋势, 而所提方法的测量误差较稳定; 在测量距离较近的情况下, 所提方法的误差与 P3P 算法接近; 当距离较远时, 则所提方法优于 P3P 算法; 在等距离下, 根据角度误差影响函数可知, 随着旋转角度的增大, 激光特征点的 2D 图像坐标误差呈平方和增大, 所提方法与 P3P 算法皆不稳定。进而可知, 在位姿估计上, 所提方法在减少误差因素影响的同时可以保证姿态估计的准确度, 其中激光特征点的 2D 图像坐标误差的影响在一定程度上反映了姿态估计的误差总和。

表 5 α 角度的测量结果

Table 5 Measurement results of α angle

| Measured distance / mm | P3P algorithm | | | Proposed algorithm | | |
|------------------------|----------------------|-------------|---------------------|----------------------|-------------|---------------------|
| | Measured angle / (°) | Error / (°) | Average error / (°) | Measured angle / (°) | Error / (°) | Average error / (°) |
| 200 | 5.28 | 0.28 | 0.356 | 4.68 | 0.32 | 0.352 |
| | 10.37 | 0.37 | | 10.39 | 0.39 | |
| | 15.19 | 0.19 | | 15.27 | 0.27 | |
| | 20.32 | 0.32 | | 20.45 | 0.45 | |
| | 25.62 | 0.62 | | 25.33 | 0.33 | |

| Measured distance /mm | P3P algorithm | | | Proposed algorithm | | |
|-----------------------|--------------------------------|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| | Measured angle /($^{\circ}$) | Error /($^{\circ}$) | Average error /($^{\circ}$) | Measured angle /($^{\circ}$) | Error /($^{\circ}$) | Average error /($^{\circ}$) |
| 300 | 5.61 | 0.61 | 0.560 | 5.18 | 0.18 | 0.426 |
| | 10.58 | 0.58 | | 10.23 | 0.23 | |
| | 14.67 | 0.33 | | 15.27 | 0.27 | |
| | 20.52 | 0.52 | | 20.52 | 0.52 | |
| | 24.24 | 0.76 | | 25.93 | 0.93 | |
| 400 | 4.77 | 0.23 | 0.534 | 5.21 | 0.21 | 0.478 |
| | 10.54 | 0.54 | | 10.36 | 0.36 | |
| | 15.35 | 0.35 | | 15.47 | 0.47 | |
| | 20.72 | 0.72 | | 20.38 | 0.38 | |
| | 25.83 | 0.83 | | 24.03 | 0.97 | |
| 500 | 5.63 | 0.63 | 0.728 | 5.33 | 0.33 | 0.498 |
| | 10.69 | 0.69 | | 9.60 | 0.40 | |
| | 14.27 | 0.73 | | 14.49 | 0.51 | |
| | 19.34 | 0.66 | | 20.62 | 0.62 | |
| | 25.93 | 0.93 | | 25.63 | 0.63 | |
| 600 | 5.58 | 0.58 | 0.788 | 5.28 | 0.28 | 0.532 |
| | 10.56 | 0.56 | | 10.46 | 0.46 | |
| | 15.97 | 0.97 | | 15.57 | 0.57 | |
| | 19.12 | 0.88 | | 19.52 | 0.48 | |
| | 24.05 | 0.95 | | 24.13 | 0.87 | |

6 结 论

螺丝钉拆卸装置是核电站巡检系统的关键部件之一。为了提高 600 mm 内测距和位姿估计的精度以实现精准拆卸,本文首先在分析现有 P3P 位姿估计算法的基础上,完成基于单目视觉测距的迭代优化算法的设计,然后基于 P3P 模型提出改进的位姿估计方法,最后通过搭建的三激光点测距平台来验证所提测距优化算法和改进的位姿估计方法的正确性和有效性,得到的实验结果如下。

将现有 P3P 位姿估计算法中的姿态角表达式转换成图像坐标表示形式,解决位姿方程矩阵的耦合性问题,为深入分析激光特征点的 2D 图像检测误差、相机畸变误差、图像中心点坐标误差、焦距误差和激光特征点的空间位置误差的误差来源创造条件。

本文提出基于单目视觉测距的迭代优化算法,即通过对相机内参数进行分组标定,将标定结果设为比较器的基准值,根据设计要求和实验结果确定迭代停止条件。当比较器的输出差值满足迭代停止条件时,则输出最优测距结果,即在 200~600 mm 的实际距离之间,迭代前的测距最大误差为 40 mm,最小误差为 4 mm,平均误差为 6.1 mm,采用测距迭代优化算法后的测距最大误差为

0.98 mm,最小误差为 0.35 mm,平均误差为 0.65 mm,较迭代前的最大误差、最小误差以及平均误差分别降低了 39.02, 3.65, 5.45 mm,所有误差均控制在 1 mm 以内,表明该算法较好地提高了测距精度。性能更好的硬件平台还可以增加迭代次数,从而获得更稳定和误差更低的测距结果。

本文提出一种改进的位姿估计算法,其可以推导出与测距关联的位姿估计表达式,使得位姿估计误差因素只剩下激光特征点的 2D 图像检测误差和激光特征点的空间位置误差两项,这既可以提升位姿估计精度,又能够有效降低系统设计的复杂度。在 200~600 mm 的实际距离之间, α 和 β 的最大误差均小于 0.98° ,P3P 算法的平均位姿估计误差为 0.5932° ,采用改进的位姿估计算法后平均误差降为 0.4572° ,表明所提算法优于 P3P 算法。在测试位姿 $0^{\circ}\sim 85^{\circ}$ 之间,随着角度的增加,所提的位姿估计算法与 P3P 位姿估计算法皆呈现误差增大且不稳定的趋势。鉴于此,可考虑采用亚像素检测方法来提高激光特征点的检测精度,进而提高位姿估计算法的稳定性。

参 考 文 献

- [1] Chen D, Yang S P, Zhuang Y, et al. 3D laser point

- cloud rendering and depth map construction based on visual information[C]//Proceedings of the 29th China Control Conference. [S.l.: s.n.], 2010: 3706-3710.
- 陈东, 杨生鹏, 庄严, 等. 基于视觉信息的三维激光点云渲染与深度图构建[C]//第二十九届中国控制会议论文集. [出版地不详: 出版者不详], 2010: 3706-3710.
- [2] Chen X L. Research of attitude calculation of single camera visual system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(S1): 45-48.
- 陈小林. 单目视觉系统的姿态解算算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(S1): 45-48.
- [3] Deng H, Xie J, Meng G Y, et al. Repeat positioning accuracy measurement technology based on machine vision [J]. Electronic Measurement Technology, 2014, 37(12): 45-48.
- 邓辉, 谢俊, 孟广月, 等. 基于机器视觉的重复定位精度测量技术[J]. 电子测量技术, 2014, 37(12): 45-48.
- [4] Sonka M, Hlavac V, Boyle R, et al. Image processing, analysis and machine vision[M]. Boston, MA: Springer, 1993.
- [5] Chen P, Wang C X. IEPnP: an iterative camera pose estimation algorithm based on EPnP[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(4): 0411001.
- 陈鹏, 王晨骁. IEPnP: 一种基于EPnP的相机位姿迭代估计算法[J]. 光学学报, 2018, 38(4): 0411001.
- [6] Fan F, Wang Z W, Liu S Y, et al. Analysis of factors on errors of the CCD camera calibration[J]. Experiment Science and Technology, 2016, 14(6): 14-16, 31.
- 凡芳, 王振伟, 刘双印, 等. 面向视觉测量的相机标定误差分析[J]. 实验科学与技术, 2016, 14(6): 14-16, 31.
- [7] Leng D W. Research on monocular vision based metrology for 3D rigid object[D]. Beijing: Tsinghua University, 2011.
- 冷大炜. 基于单目视觉的三维刚体目标测量技术研究[D]. 北京: 清华大学, 2011.
- [8] Yu Z J, Zheng J W, Tao Y K, et al. Three-point light pen measurement method based on light field imaging [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(3): 032001.
- 于之靖, 郑建文, 陶永奎, 等. 基于光场成像的三点式光笔测量方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(3): 032001.
- [9] Wu J, Li Z C, Zheng J W, et al. Three-point light pen space coordinate measurement based on light field epipolar plane image ranging[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(5): 0512002.
- 吴军, 李泽川, 郑建文, 等. 基于光场极平面图像测距的三点式光笔空间坐标测量[J]. 光学学报, 2020, 40(5): 0512002.
- [10] Xie Z X, Jin M, Xin Y X, et al. Study on 3D-coordinate measurement technology using light-pen based on binocular stereoscopic vision system [J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(8): 896-899.
- 解则晓, 金明, 辛悦向, 等. 基于双目立体视觉的光笔式三坐标测量系统[J]. 中国机械工程, 2008, 19(8): 896-899.
- [11] Huang F S. Study on the key technique of single camera 3D coordinate vision measurement system using a light pen[D]. Tianjin: Tianjin University, 2005.
- 黄风山. 光笔式单摄像机三维坐标视觉测量系统关键技术的研究[D]. 天津: 天津大学, 2005.
- [12] Liu Y Y. Research on binocular vision measurement system with light pen[D]. Changsha: Central South University, 2010.
- 刘一字. 光笔双目视觉测量系统的研究[D]. 长沙: 中南大学, 2010.
- [13] Zhang Y F. Image-based three-beam laser ranging for underwater distance measurement [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019.
- 张云菲. 基于图像的水下三点激光测距系统[D]. 杭州: 浙江大学, 2019.
- [14] Hong Y Z. Research on pose estimation for space non-cooperative targets based on monocular vision [D]. Chengdu: University of Chinese Academy of Sciences, 2017.
- 洪裕珍. 空间非合作目标的单目视觉姿态测量技术研究[D]. 成都: 中国科学院大学, 2017.
- [15] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus [J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [16] Zhou R, Zhang Z Y, Huang X H, et al. Weighted orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(5): 0515002.
- 周润, 张征宇, 黄叙辉, 等. 相机位姿估计的加权正交迭代算法[J]. 光学学报, 2018, 38(5): 0515002.
- [17] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [18] Zhou J, Gao Y H, Liu C Y, et al. Attitude calculation of single camera visual system based on adaptive algorithm [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(12): 2796-2803.
- 周婧, 高印寒, 刘长英, 等. 基于自适应算法的单目

- 视觉系统的姿态解算[J]. 光学精密工程, 2012, 20(12): 2796-2803.
- [19] Leng D W, Sun W D. Semi-closed method for P3P with high numerical precision [J]. Application Research of Computers, 2012, 29(1): 333-335, 368. 冷大炜, 孙卫东. 一种高数值精度的 P3P 问题半闭式解法[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(1): 333-335, 368.
- [20] Deng X Y, Zhu X L, Wang C, et al. Study on the monocular vision and the ranging measurement of the laser spot [J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2014, 43(3): 23-26.
- 邓星宇, 朱兴龙, 王超, 等. 一种基于单目视觉和激光点的测距方法[J]. 机械设计与制造工程, 2014, 43(3): 23-26.
- [21] Zhu J, Li X F, Xu Y X, et al. Camera calibration technique based on active vision [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(5): 1297-1303. 朱嘉, 李醒飞, 徐颖欣, 等. 摄像机的一种主动视觉标定方法[J]. 光学学报, 2010, 30(5): 1297-1303.
- [22] Ma S D. A self-calibration technique for active vision systems [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(1): 114-120.