

高斯光束准直倍率的研究及再讨论

田明旺, 王一帆, 张书练, 谈宜东*

清华大学精密仪器系精密测试技术与仪器国家重点实验室, 北京 100084

摘要 基于高斯光束 q 参数变换理论严格推导出倒置望远系统对高斯光束的准直倍率, 结果表明, 在不考虑透镜遮挡条件下, 倒置望远系统对高斯光束的准直倍率仅与几何压缩比有关, 与高斯光束的束腰半径及物距无关。进一步研究发现, 在适当的近似前提下, 本文推导结果可与激光原理教材中的相关推导获得统一。对本文算法进行仿真, 结果显示, 在满足激光原理教材讨论的条件下, 本文得到的准直倍率与其所得结果相一致。本文所得高斯光束经倒置望远系统的准直倍率可以为相关科研与工程实践活动中的准直操作部分提供更准确的参考。

关键词 激光光学; 高斯光束; 准直倍率

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.0914001

Research and Rediscussion on Collimation Factor of Gaussian Beam

Tian Mingwang, Wang Yifan, Zhang Shulian, Tan Yidong*

State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract Based on the theory of q -parameter, the collimating factor of the Gaussian beam transformed by the inverted telescope system has been strictly deduced. Assuming the aperture of lens is larger than beam size, the collimation factor of the system is determined by the geometric compression only, instead of waist radius or object distance. Further research found that under the appropriate approximation premise, the derivation results in this paper can be unified with the relevant derivations in the domestic laser principle textbook. The proposed algorithm is simulated, and the results show that the collimation factor obtained in this paper is consistent with the results obtained under the conditions discussed in the laser principle textbook. The collimation factor of the Gaussian beam through the inverted telephoto system obtained in this paper can provide a more accurate reference for the collimation operation part of related scientific research and engineering practice activities.

Key words laser optics; Gaussian beam; collimation factor

OCIS codes 140.3300; 140.3295

1 引言

高斯光束是一种常见的激光光束^[1]。通常情况下, 由谐振腔出射的基横模光场在横截面上的振幅分布满足高斯函数^[2], 此类出射光即为高斯光束, 一般由束腰半径和共焦参数表征。高斯光束拥有诸多应用场景, 例如对污染颗粒物的监测^[3]、驱动惯性约

束聚变^[4]等。在这些应用中, 除了产生高质量的高斯光斑^[5]外, 如何抑制高斯光束传播的发散使其拥有良好的传输特性同样是一个重要问题。伴随着高斯光束传输理论的发展, 许多准直方法相继被提出。其中, 利用倒置望远系统进行准直是一种较为常见的方法, 不仅具有良好的准直效果, 结构也相对简单^[6]。

收稿日期: 2020-09-02; **修回日期:** 2020-11-25; **录用日期:** 2020-12-02

基金项目: 国家自然科学基金优秀青年基金(51722506)、基金委国际合作交流基金(51961130387)、英国皇家学会“牛顿高级学者”项目基金(191072)

* **E-mail:** Tanyd@mail.tsinghua.edu.cn

在理论模型上,国内有关激光原理的教材^[7-11]给出了倒置望远系统用于准直的详尽推导,以及近似条件下系统的准直倍率。但是,实际中仍然存在一些其他的情况,例如当光束的共焦参数并不足够大时,不能直接使用其结果,因此,寻找一种更加具有普适性的准直操作下的结果无疑是必要的。

本文首先利用 q 参数确定了高斯光束经过单透镜成像的公式,基于此严格推导了倒置望远系统对高斯光束的准直倍率。在不同情况下进行了仿真计算,在激光原理教材讨论的范围内,本文算法与其具有一致性,这验证了本文结论在近似条件下的准确性,而在其他情况下仍可使用本文结果。由本文算法所得准直倍率,可以为实际中高斯光束的准直操作提供更准确的参考。

本文中出现的激光原理教材代指参考文献 [7]~[11],此外,使用周炳琨先生等所著《激光原理》(第七版)作为一些必要公式的引用出处,以下简称其为《激光原理》。

2 理论分析

2.1 利用 q 参数确定高斯光束经过单透镜的物像方束腰变换关系

给定高斯光束某位置(设其坐标为 x)的光斑半径 $\omega_{(x)}$ 和等相位面的曲率半径 $R_{(x)}$,可以用 q 参数将以上两个参数统一起来, x 处 q 参数定义为^[7]

$$\frac{1}{q_{(x)}} = \frac{1}{R_{(x)}} - i \frac{\lambda}{\pi \omega_{(x)}^2} \quad (1)$$

由某处已知的 q 参数,即可得知该处光斑半径 $\omega_{(x)}$ 和等相位面的曲率半径 $R_{(x)}$ 。因此,可利用 q 参数经单透镜的变换关系,得到像方高斯光束的特征参数。

高斯光束经过单透镜传输示意图如图 1 所示。

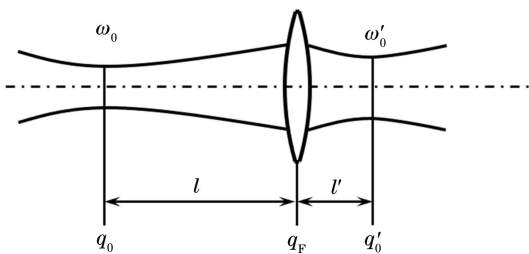


图 1 高斯光束经薄透镜的变换

Fig. 1 Transformation of Gaussian beam by thin lens

透镜焦距为 f ,入射高斯光束束腰半径为 ω_0 ,束腰与透镜距离为 l ,共焦参数为 z_0 ,出射高斯光束束腰半径为 ω'_0 ,束腰与透镜距离为 l' ,入射束腰处 q

参数为 q_0 ,透镜出射面处高斯光束 q 参数为 q_F ,出射高斯光束束腰处 q 参数为 q'_0 。则:

$$q_0 = i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}, \quad (2)$$

$$q_F = q'_0 - l' = i \frac{\pi \omega_0'^2}{\lambda} - l'. \quad (3)$$

自入射高斯光束至透镜出射面的变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{l}{f} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

则有:

$$q_F = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D} = \frac{i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} + l}{-\frac{1}{f} i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} + \left(1 - \frac{l}{f}\right)} = i \frac{\pi \omega_0'^2}{\lambda} - l'. \quad (5)$$

(5)式中等式两端虚部实部应各自相等,可以得到:

$$l' = f + \frac{(l-f)f^2}{(l-f)^2 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}\right)^2} = f + \frac{(l-f)f^2}{(l-f)^2 + (z_0)^2}, \quad (6)$$

$$\omega_0'^2 = \frac{f^2 \omega_0^2}{(f-l)^2 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}\right)^2} = \frac{f^2 \omega_0^2}{(f-l)^2 + (z_0)^2}. \quad (7)$$

(6)、(7)式即为高斯光束经过薄透镜的变换关系式,它们完全确定了像方高斯光束的特征。

2.2 倒置望远系统对高斯光束准直倍率推导

倒置望远系统用于高斯光束准直如图 2 所示。透镜 L_1 、 L_2 构成倒置开普勒望远系统,焦距分别为 f_1 、 f_2 。设入射、经 L_1 出射、经 L_2 出射的高斯光束的共焦参数分别为 z_0 、 z'_0 、 z''_0 ,对应束腰半径为 ω_0 、 ω'_0 、 ω''_0 。入射高斯光束束腰与 L_1 距离为 l_1 ,经 L_1 出射时束腰与 L_1 距离为 l'_1 ,与 L_2 距离为 l_2 ,经 L_2 出射时束腰与 L_2 距离为 l'_2 。物、像方高斯光束远场发散角分别为 $2\theta_0$ 、 $2\theta''_0$ 。

首先证明,高斯光束经过倒置望远系统的准直倍率与束腰扩束比完全一致。由《激光原理》(2.11.10)式可知,物方高斯光束远场发散角为

$$2\theta_0 = \frac{2\lambda}{\pi \omega_0}. \quad (8)$$

像方的高斯光束远场发散角为

$$2\theta''_0 = \frac{2\lambda}{\pi \omega_0''}. \quad (9)$$

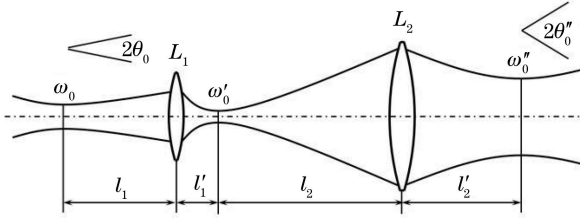


图 2 倒置望远系统用于高斯光束准直示意图
Fig. 2 Schematic diagram of collimating Gaussian beam by inverted telescope system

则高斯光束经过整个倒置望远系统的准直倍率 M 为

$$M = \frac{2\theta_0}{2\theta_0''} = \frac{\omega_0''}{\omega_0} \quad (10)$$

因此,高斯光束的准直倍率就是扩束比。下面计算系统的扩束比得到其准直倍率。

假设透镜口径大于高斯光束在透镜上的束腰半径大小,根据(6)与(7)式,可得第一次成像后,高斯光束的束腰位置 l'_1 和扩束比表示为

$$l'_1 = f_1 + \frac{(l_1 - f_1)f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + (z_0)^2}, \quad (11)$$

$$\omega_0' / \omega_0 = \frac{f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2} \quad (12)$$

由望远系统结构可得,一次成像束腰距离透镜 L_2 的距离 l_2 为

$$l_2 = (f_1 + f_2) - l'_1 = f_2 - \frac{(l_1 - f_1)f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + (z_0)^2} \quad (13)$$

类比第一次成像过程,得到第二次成像时高斯光束的扩束比为

$$\omega_0'' / \omega_0' = \frac{f_2^2}{(l_2 - f_2)^2 + \left(z_0 \times \frac{\omega_0'}{\omega_0}\right)^2} = \frac{f_2^2}{\left[\frac{(l_1 - f_1)f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + (z_0)^2}\right]^2 + \left[z_0 \times \frac{f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2}\right]^2} = \frac{f_2^2}{\frac{[(l_1 - f_1)^2 + z_0^2]f_1^4}{[(l_1 - f_1)^2 + z_0^2]^2}} \quad (14)$$

综合(12)、(14)式可得,倒置望远系统的准直倍率 M 为

$$M = \sqrt{\frac{\omega_0''}{\omega_0} \times \frac{\omega_0'}{\omega_0}} = \sqrt{\frac{f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2} \times \frac{f_2^2}{\frac{f_1^4}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2}}} = \sqrt{\frac{f_2^2}{f_1^2}} = \frac{f_2}{f_1} \quad (15)$$

结合(6)、(13)式可得,第二次出射束腰的位置 l'_2 为

$$l'_2 = f_2 + \frac{(l_2 - f_2)f_2^2}{(l_2 - f_2)^2 + \left(z_0 \times \frac{\omega_0'}{\omega_0}\right)^2} = f_2 + \frac{-\frac{(l_1 - f_1)f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2}f_2^2}{\left[\frac{(l_1 - f_1)f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2}\right]^2 + \left[z_0 \times \frac{f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2}\right]^2} = f_2 - \frac{(l_1 - f_1)f_1^2f_2^2}{f_1^4} = f_2 - \frac{(l_1 - f_1)f_2^2}{f_1^2} \quad (16)$$

(15)、(16)式的推导结果表明:在不考虑透镜孔径遮挡的条件下,将倒置望远系统用于高斯光束准直,其准直倍率只取决于望远系统的几何压缩比,与入射束腰半径大小和物距无关。而最终出射高斯光束的束腰位置与透镜焦距和入射束腰物距有关,与束腰半径大小无关。

3 不同近似条件下的特殊结论

当利用倒置望远系统进行高斯光束准直时,物方高斯光束经过第一个透镜仍可以由(6)、(7)式描述。在某些特定的条件下,上述两式可以进行进一步近似。

3.1 满足 $l_1 \gg f_1$, 且 $|z_0| \gg |l_1 - f_1|$

$$l_1 \gg f_1, \tag{17}$$

$$|z_0| \gg |l_1 - f_1|. \tag{18}$$

在满足(17)、(18)式,即当入射束腰距离透镜的位置远大于第一个透镜焦距,且入射高斯光束共焦参数远大于物距时,由(12)~(14)式与(18)式可得:

$$(l_2 - f_2)^2 = \left[\frac{(l_1 - f_1)f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2} \right]^2 \ll \left[\frac{z_0 f_1^2}{(l_1 - f_1)^2 + z_0^2} \right]^2 = \left(z_0 \times \frac{\omega_0'^2}{\omega_0^2} \right)^2. \tag{19}$$

分析(14)式的分母两项可知,此时可认为

$$l_2 = f_2. \tag{20}$$

即高斯光束经过第一次透镜变换后,束腰位置可被近似认为在第一个透镜的后焦面上。此时第一次出射光斑半径满足:

$$\omega_0' \approx \frac{\lambda}{\pi \omega_{(l)}} f_1. \tag{21}$$

(21)式中 $\omega_{(l)}$ 为入射在第一个透镜表面的高斯光束光斑半径,满足^[7]:

$$\frac{\omega_{(l)}}{\omega_0} = \sqrt{1 + \left(\frac{l_1}{f_1} \right)^2}. \tag{22}$$

因此在第二次透镜变换时,根据《激光原理》(2.11.9)式,可得:

$$\omega_0'' = \frac{\lambda f_2}{\pi \omega_0'}. \tag{23}$$

由(23)式可以推出:

$$\frac{\omega_0''}{\omega_0'} = \frac{\lambda f_2}{\pi \omega_0'^2} = \frac{f_2}{z_0'}. \tag{24}$$

(24)式也正是《激光原理》(2.11.15)式所表达的内容。结合(21)、(22)、(24)推导出准直倍率 M_1 为

$$M_1 = \frac{\omega_0'}{\omega_0} \times \frac{\omega_0''}{\omega_0'} = \frac{\omega_0'}{\omega_0} \times \frac{\lambda f_2}{\pi \omega_0'^2} = \frac{\lambda f_2}{\pi \omega_0 \omega_0'} = \frac{f_2}{f_1} \times \frac{\omega_{(l)}}{\omega_0} = \frac{f_2}{f_1} \sqrt{1 + \left(\frac{l_1}{z_0} \right)^2}. \tag{25}$$

对该结果进行分析可知,当满足(17)、(18)式近似条件下,该结果可进行以下化简:

$$M_1 = \frac{f_2}{f_1} \sqrt{1 + \frac{l_1^2}{z_0^2}} \approx \frac{f_2}{f_1}. \tag{26}$$

这说明在此近似条件下《激光原理》推导的结论与本文结论是统一的。

3.2 满足 $l_1 = 0, z_0 \gg f_1$

由 3.1 节分析可知,当满足 $l_1 = 0, z_0 \gg f_1$ 时,(18)式条件也被满足,即 $|z_0| \gg |l_1 - f_1|$ 。因此可

使用上节中的近似计算。

综上所述,在满足以上两小节所设定的近似条件下,本文的推导结果与《激光原理》是统一的。但在其他情况下,二者存在较大的不同,这将在下一节进行说明。

4 仿真计算

为定量分析在各种条件下本文方法计算得到的准直倍率,以及特定的近似条件下与《激光原理》结论的一致程度,根据(15)式和(25)式进行仿真分析。设定两个透镜的焦距分别为 $f_1 = 0.1 \text{ m}, f_2 = 1 \text{ m}$ 。设置不同的共焦参数 z_0 ,分析入射束腰在不同位置 l_1 时,高斯光束经过倒置望远系统得到的准直倍率。

仿真结果如图 3 所示,横坐标为物距 l_1 ,纵坐标为准直倍率 M ,无标记实线表示本文算法得到的准直倍率 M ,有标记表示不同共焦参数下激光原理教材算法得到的准直倍率 M_1 。可以看到,按本文算法,当望远镜结构固定时,对高斯光束的准直倍率不变;在满足 $|z_0| \gg |l_1 - f_1|$ 的部分,本文算法与《激光原理》得到的结果相一致,但在脱离《激光原理》讨论的范围时,不能再直接使用其结果,应重新考虑第一次出射光斑的位置,即本文第二节中所讨论的内容,此时可以应用本文所得结果。

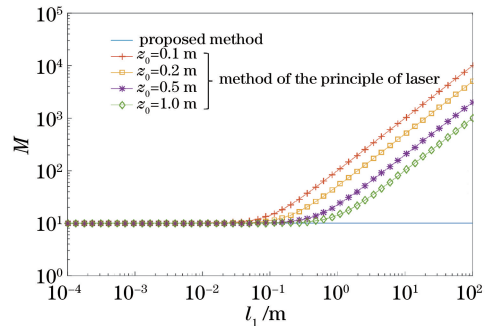


图 3 入射高斯光束在不同共焦参数和束腰位置下,经过倒置望远系统的准直倍率

Fig. 3 Collimation magnification of inverted telephoto system under different confocal parameters and beam waist positions of incident Gaussian beam

5 结 论

本文利用 q 参数确立了高斯光束经过单透镜的变换关系,并基于此严格推导了高斯光束经过倒置望远系统的准直倍率,结果表明,在不考虑透镜孔径遮挡条件下,准直倍率即为望远系统的几何压缩比,与入射高斯光束的束腰大小和物距均无关。在适当

的近似条件下本文推导的结果可与《激光原理》进行统一。本文得到的准直倍率,可以为实际中高斯光束的准直操作与相关理论研究提供更准确的参考,在有关场景下可直接使用本文的推导结果,而无需额外考虑各种附加的条件。

参 考 文 献

- [1] Svelto O. Principles of lasers [M]. Boston, MA: Springer US, 2010.
- [2] Siegman A E. Lasers [M]. Sausalito: University Science Books, 1986: 640.
- [3] Gu K, Hou K L, Shen J Q. Measurement and analysis on backward scattering of microparticles illuminated by Gaussian beam[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(9): 0904003.
顾侃, 侯科良, 沈建琪. 高斯光束照射下微米颗粒的后向散射测量与分析[J]. 中国激光, 2019, 46(9): 0904003.
- [4] Su Q Q, Tang M R. Light-intensity distribution characteristics of flat-topped beam in indirectly driven target cavity[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(15): 151403.
苏倩倩, 汤梦饶. 平顶光束在间接驱动靶腔内的光强分布特性[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(15): 151403.
- [5] Liu K, Li Z, Guo H, et al. Generation of high-order hermite-Gaussian beams using a spatial light modulator[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(9): 0905004.
刘奎, 李治, 郭辉, 等. 使用空间光调制器产生高阶厄米高斯光束 [J]. 中国激光, 2020, 47(9): 0905004.
- [6] Cheng J, Sun N C, Wang Z X, et al. Maladjustment and beam expanded ratio of laser beam expanding telescope[J]. Laser Technology, 1995, 19(1): 57-60.
程洁, 孙年春, 王正兴, 等. 激光扩束望远镜的失调与扩束比[J]. 激光技术, 1995, 19(1): 57-60.
- [7] Zhou B K, Gao Y Z, Chen T R. Principles of lasers [M]. 7th ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2014: 77.
周炳琨, 高以智, 陈倜嵘. 激光原理 [M]. 7 版. 北京: 国防工业出版社, 2014:77.
- [8] Chen H M, Zhao X Y. Principles and applications of lasers[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 99.
陈鹤鸣, 赵新彦. 激光原理及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2009: 99.
- [9] Chen J B, Peng R L. Principles and applications of lasers [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 88.
陈家璧, 彭润玲. 激光原理及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2013: 88.
- [10] Yu K X, Jiang T L, Zhao Q D. Principles and technology of lasers [M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 2001: 218.
俞宽新, 江铁良, 赵启大. 激光原理与激光技术 [M]. 北京: 北京工业大学出版社, 2001: 218.
- [11] Chen Y Q, Wang J H. Principles of lasers [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1998: 217.
陈钰清, 王静环. 激光原理 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1998: 217.