

基于半隐式离散化的局部水平集掩模优化

沈逸江^{1*}, 王小朋¹, 周延周¹, 张振荣²¹广东工业大学自动化学院, 广东 广州 510006;²广西大学计算机电子信息学院, 广西 南宁 530004

摘要 提出一种面向光刻掩模优化框架基于半隐式离散化的数值技术方法, 对框架中稳定时间相关模型中的扩散项、非扩散项分别进行隐式、显式的离散化, 从而克服基于梯度下降的显式离散化方法中迭代步长受到抑制的稳定性约束要求。此外, 选择对掩模图形的边缘与高频成分相对应的受监控像素点进行局部优化, 而不是优化所有的掩模像素点, 来降低计算复杂度。仿真结果显示, 所提掩模优化算法在降低优化维度的同时提高了优化收敛效率。

关键词 成像系统; 光刻; 掩模优化; 半隐式; 水平集; 光学临近校正

中图分类号 TN305.7

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.0911004

Local Level Set Based Mask Optimization with Semi-Implicit Discretization

Shen Yijiang^{1*}, Wang Xiaopeng¹, Zhou Yanzhou¹, Zhang Zhenrong²¹ School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510006, China;² School of Computer, Electronics and Information, Guangxi University, Nanning, Guangxi 530004, China

Abstract This paper proposes to apply a semi-implicit difference scheme where diffusion terms in the time-dependent partial differential equation are discretized implicitly and non-diffusion ones explicitly thus overcoming the prohibitive step-size in lithographic mask optimization (MO). Further, monitoring pixels on mask pattern contour instead of all pattern pixels are selected locally corresponding to high-frequency layout component and optimized to ease the computation complexity. Superior MO performance is demonstrated by the simulation results in terms of improved convergence with reduced optimization dimensionality.

Key words imaging systems; microlithography; mask optimization; semi-implicit; level set; optical proximity correction

OCIS codes 110.3960; 100.3190; 110.5220

1 引言

光刻系统本身的分辨率限制和不断增长的半导体器件集成密度, 使得电路图形到硅片表面的转移工艺技术越来越复杂, 从而导致版图保真度降低, 必须使用先进的分辨率增强技术 (RET)^[1] 和光学临近校正方法 (OPC)^[2] 进行补偿, 并结合像差检测技术^[3]、对焦控制技术^[4] 和光瞳检测技术^[5] 等来提高

工艺性能。掩模优化 (MO) 是反演光刻技术 (ILT)^[6-8] 不可缺少的部分, 其能够反转光刻成像模型并预先改变掩模图形来提高光刻成像性能。当前技术发展水平下的基于最快梯度下降的像素化掩模优化方法^[9-12] 通常是通过迭代来实现, 在迭代过程中需要计算空间像及代价函数对掩模板像素的梯度, 计算量很大, 不利于大规模的掩模图形仿真。为了进一步提高计算效率, 共轭梯度算法^[13-14]、增强拉

收稿日期: 2020-07-22; **修回日期:** 2020-08-19; **录用日期:** 2020-12-02

基金项目: 国家自然科学基金 (61875041)、广东省自然科学基金 (2016A030313709、2020A1515010633)、广西省自然科学基金 (2013GXNSFCA019019、2017GXNSFAA198227)

* **E-mail:** yjshen@gdut.edu.cn

格朗日算法^[15]、水平集算法^[16-20]、自适应梯度算法^[21]和模型驱动的卷积神经网络^[22]等算法被应用到掩模优化中来处理迭代过程中的海量计算数据。

掩模优化问题可以用公式表示为偏微分方程并通常使用笛卡尔网络上的时域和空间域差分算法来进行数值求解。然而上述的基于梯度的掩模优化算法^[9-22]并没有对影响优化收敛的迭代步长稳定性约束和计算维度等问题提出针对性的解决方案。在这个方面,简单且广泛应用的显式离散化方法由于柯朗-弗里德里希斯-列维条件(CFL)^[23]的限制,迭代步长受到抑制产生过度迭代,致使收敛缓慢;而对应的隐式离散化方法虽然克服了稳定性约束可以使用足够大的迭代步长,但却需要求解相当规模的线性方程组,其计算复杂度很高,很难应用到实际的 OPC 技术中。为此,一方面我们注意到活动轮廓模型^[24]中非线性扩散项的半隐式离散化方法以及算子分裂方法在其中的应用,包括使用加性算子分裂(AOS)^[25-26]、局部一维分裂(LOD)、交替方向隐式(ADI)^[27]和乘性加性算子分裂(AMOS)^[28]等算子分裂方法分解多维优化问题的计算维度,并使用成熟的具有线性计算复杂度的快速递归算法^[29]来求解分解后的若干一维问题;另一方面,我们也注意到掩模优化是一个典型的非凸问题从而无法保证全局收敛性,因此优化全掩模图形的优化变量即掩模图形上每一个像素点并非总是必要的。基于这种理解,文献[30-31]使用了蓝噪声采样方法来降低优化维度,而文献[32]使用窄带计算策略从而仅更新零水平集附近的像素点来降低计算负载。

本文提出一种高效的基于偏微分方程的掩模优化框架,采用局部优化策略即只更新掩模图形轮廓附近的受监控像素,从而降低优化维度;同时采用半

隐式离散化方法克服稳定性约束条件中迭代步长受抑制问题,提高收敛效率。首先使用水平集距离规则^[33]来正规化优化问题中的目标函数,并将其公式化为基于稳定时间模型的偏微分方程,其中扩散项使用隐式离散化而非扩散项使用显式离散化方法从而“半隐式”地使用足够大的迭代步长。然后使用加性算子分裂方法将掩模优化问题分裂为两个坐标轴方向的一维问题并使用 Thomas 算法^[29]来求解相应的线性方程组实现选定的受监控像素的优化。仿真结果表明,本文优化计算策略在收敛效率提高和优化维度降低等方面具有优越性。

2 优化框架

2.1 矢量成像模型

图 1 为光刻系统中空间像成像系统,根据傅里叶光学^[34]和阿贝算法^[35]可以描述为

$$I_a = \frac{1}{J_s} \sum_{s(\alpha_s, \beta_s)} J(\alpha_s, \beta_s) \sum_{p=x, y, z} \|H_p^{\alpha_s \beta_s} \otimes (B^{\alpha_s \beta_s} \odot M)\|_2^2, \quad (1)$$

式中: $J \in \mathbf{R}^{N_s \times N_s}$ 和 $M \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 分别为光源和掩模强度分布的大小为 $N_s \times N_s$ 和 $N \times N$ 的标量矩阵; $J(\alpha_s, \beta_s)$ 为位于 (α_s, β_s) 位置的点光源强度; J_s 为所有点光源的强度之和作为归一化因子, $J_s = \sum_{(\alpha_s, \beta_s)} J(\alpha_s, \beta_s)$; $B^{\alpha_s \beta_s}$ 为由恒定散射系数假设^[36]定义的代表入射光线的倾斜照射效果的矩阵; $H_p^{\alpha_s \beta_s}$, $p = x, y, z$ 为 x, y, z 坐标轴方向的等效点扩展函数; \otimes 为卷积运算; \odot 为哈达玛乘积,即矩阵对应元素的乘积。硅片图形的形成 $T(\cdot)$ 可以使用一个对数 S 形函数来近似,即

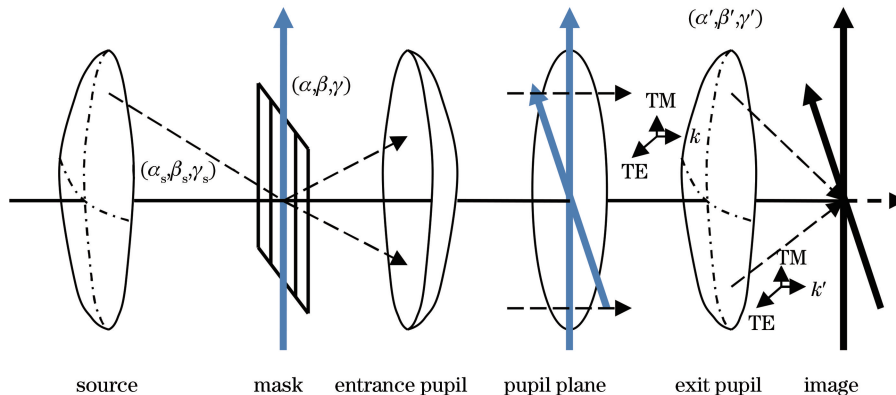


图 1 光刻矢量成像系统

Fig. 1 Schematic of vector imaging formation

$$I = T(\mathbf{M}) = \text{sig}(I_a) = \frac{1}{1 + \exp[-\alpha(I_a - t_r)]}, \quad (2)$$

式中： α 和 t_r 分别为对数 S 形函数的陡度和阈值。

2.2 优化框架

掩模优化的目的是合成一个最优化的掩模图形来最小化目标掩模图形 $I_0 \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 和硅片图形 $T(\mathbf{M})$ 在所有位置的错配度。因本文中的掩模像素是二值的 0 或 1, 因此掩模优化是一个带约束的优化问题, 采用文献[37]中的参数变换, 即下式来放松掩模优化的二值约束条件使其变成一个非约束的优化问题。

$$|\mathbf{M}| = \frac{1 + \cos \omega}{2}. \quad (3)$$

从(1)式中包含卷积运算可以看出, ILT 本质上是不适定的, 而其不适定程度通常可以在一定程度

上通过加入量化掩模图形品质的正规化项来减轻。由于水平集距离规则^[33] (DRLS) 可以提高水平集演化的稳定性并有利于进行准确的数值计算, 本文中将它使用来正规化掩模优化问题, 并表示为

$$\min \frac{1}{2} \int_{\Omega} (|\nabla \omega| - 1)^2 dr, \text{ s. t. } \frac{1}{2} \int_{\Omega} [T(\mathbf{M}) - I_0]^2 dr, \quad (4)$$

式中： ∇ 为梯度运算； I_0 为目标掩模； Ω 为掩模图形所在区域； r 为空间坐标 (x, y) 。按照文献[23]中的推导, (4) 式的拉格朗日函数可以表示为

$$\partial \omega_i = \mu |\nabla \omega| \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \omega}{|\nabla \omega|} \right) + |\nabla \omega| [-v(r, t) - \mu \Delta \omega], \quad (5)$$

式中： μ 为拉格朗日乘数； Δ 为拉普拉斯运算符； t 为人工时间； $v(r, t)$ 为水平集演化的法线方向速度函数。其计算公式为

$$v(r, t) = -\frac{\alpha \sin \omega}{2J_s} \odot \sum_{(\alpha_s, \beta_s)} \mathbf{J}(\alpha_s, \beta_s) \sum_{p=x, y, z} R\{(\mathbf{B}^{\alpha_s, \beta_s})^* \odot \{(\mathbf{H}_p^{\alpha_s, \beta_s})^{**} \otimes [\mathbf{E}_p^{\alpha_s, \beta_s} \odot (\mathbf{I} - \mathbf{I}_0) \odot \mathbf{I} \odot (\mathbf{I} - \mathbf{I})]\}\}, \quad (6)$$

式中： $*$ 为共轭运算符； \odot 运算符将矩阵上下、左右方向翻转； $\mathbf{1} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 为大小为 $N \times N$ 的所有元素都为 1 的矩阵； $\mathbf{E}_p^{\alpha_s, \beta_s} = \mathbf{H}_p^{\alpha_s, \beta_s} \otimes \mathbf{B}^{\alpha_s, \beta_s} \odot \mathbf{M}$ 。

2.3 半隐式离散化

(5) 式中的时间相关模型是一个偏微分方程 (PDE), 当 ω 和 $v(r, t)$ 被定义到空间间隔 $h=1$ 的笛卡尔网格上时, 其数值计算可以通过一阶时间准确和二阶空间准确的差分算法^[18] 成熟地求解。目前常用的数值计算方法为显式离散化方法, 由于收敛稳定性约束要求使用较小的迭代步长。人工时间 t 被离散化为 $t_k = k\tau, k=0, 1, 2, \dots$, 其中, τ 为迭代步长, ω 按字典顺序即把列向量堆叠成一个 $\in \mathbf{R}^{N_2 \times 1}$ 的向量。当没有歧义时, 在本文其余部分仍然将其命名为 ω 。用 ω_i^k 代表 t_k 时刻网格节点 r_i 处的元素 $\omega(r_i, t_k)$ 的近似值, 并将扩散项

$1/|\nabla \omega|$ 隐式离散化以及将“气球力” $g(r, t) = -v(r, t) - \mu \Delta \omega$ 显式离散化, (5) 式的半隐式离散化方案可以定义为

$$\omega_i^{k+1} = \omega_i^k + \tau |\omega|_i^k \sum_{j \in N(i)} \frac{2\mu}{|\omega|_i^k + |\omega|_j^k} \frac{\omega_j^{k+1} - \omega_i^{k+1}}{h^2} + \tau |\omega|_i^k g(i, k), \quad (7)$$

式中： $N(i)$ 为节点 i 的 4 邻接节点； $g(i, k)$ 为 $g(r, t)$ 的离散化值。在图形位置 i 处如果 $|\omega|_i^k = 0$, 则 (7) 式中分母消失, 此时我们使用谐波平均法设置 $\omega_i^{k+1} := \omega_i^k$ 。(7) 式的矩阵向量形式可以表示为

$$\omega^{k+1} = \omega^k + \tau |\nabla \omega|^k |g^k + \tau \sum_{r \in (x, y)} \mathbf{A}_r(\omega^k) \omega^{k+1}, \quad (8)$$

式中： \mathbf{A}_r 为 r 方向的交互矩阵。矩阵 $\mathbf{A}_r(\omega^k)$ 的元素 $a_{ijr}(\omega^k)$ 可以表示为

$$a_{ijr}(\omega^k) = \begin{cases} -(|\nabla \omega|_i^k) \frac{2\mu}{(|\nabla \omega|_i^k + (|\nabla \omega|_j^k)}, & j \in N_r(i) \\ -\sum_{j \in N_r(i)} (|\nabla \omega|_i^k) \frac{2\mu}{(|\nabla \omega|_i^k + (|\nabla \omega|_j^k)}, & j = i \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \quad (9)$$

式中： $N_r(i)$ 是 r 方向坐标轴节点 i 的 2 邻接节点。求解(8)式中的 ω_i^{k+1} 需要计算线性方程组

$$\omega^{k+1} = [\mathbf{E} - \tau \sum_{r \in (x,y)} \mathbf{A}_r(\omega^k)]^{-1} (\omega^k + \tau g^k), \quad (10)$$

式中： \mathbf{E} 为单位矩阵。从(9)式和(10)式可以看出，线性方程组的系统矩阵 $\mathbf{E} - \tau \sum_{r \in (x,y)} \mathbf{A}_r(\omega^k)$ 是严格对角占优，因此是可逆的。

然而仅从(10)式来看，与采用显式离散化方法构造的迭代步长为 τ_e 的数值计算相比，即使迭代步长为 τ_e 受到抑制，半隐式离散化方法的优越性并非显而易见。其原因是在实际计算中，求解二维情况下(10)式中的线性方程组计算量大、复杂度高。系统矩阵 $\mathbf{E} - \tau \sum_{r \in (x,y)} \mathbf{A}_r(\omega^k)$ 的结构取决于节点的排序，因而具有一定的结构性，但是重新排列节点的顺序从而使矩阵第 i 行非零元素聚集到块对角线上却难以实现。

$$\omega^{k+1} = [\mathbf{E} + \tau_e \sum_{r \in (x,y)} \mathbf{A}_r(\omega^k)] \omega^k \tau_e g^k, \quad (11)$$

此外对于 N 比较大的掩模图形来说，系统矩阵的大小是 $N^2 \times N^2$ ，规模相当大。因此，(10)式是一个非常稀疏的系统而且其带宽很大，如果使用高斯消去法求解，需要巨大的计算和存储量，而如果采用迭代算法^[38]则会导致迭代过程中矩阵条件数的增大而收敛缓慢。因此，我们转而使用(10)式的加性算子分裂(AOS)变体，表示为

$$\omega^{k+1} = \frac{1}{2} \sum_{r \in (x,y)} [\mathbf{E} - 2\tau \mathbf{A}_r(\omega^k)]^{-1} (\omega^k + \tau g^k). \quad (12)$$

选择使用 AOS，是因为它精度高、易于实现，而且变换坐标轴顺序时不影响计算结果。(12)式中的系统矩阵 $\mathbf{E} - 2\tau \mathbf{A}_r(\omega^k)$ 是严格对角占优的三对角矩阵，该 AOS 方法在 $r \in (x,y)$ 坐标轴的线性方程组可以使用非常高效的 Thomas 算法(TDMA)^[29]来求解，其具有线性计算复杂度，而且易于编程。

2.4 局部优化方案

我们接下来只考察一组受监控的像素点而不是所有掩模图形像素点的优化效果，从而实现掩模优化算法的局部化方案。此类局部化优化方案包括压缩感知算法^[30-31]和窄带水平集方法^[32]，其合理性在于掩模优化过程通常包含卷积运算，因此是非线性和非凸的，难以实现全局最优，存在局部优化以实现局部极小的可能性。理想情况下，硅片图形在受监控的像素点上与目标像素点的强度值相等。这样，(4)式中的目标函数被重新定义为硅片图形和目标图形在受监控的像素点之间而不是所有掩模像素点之间的错配度。相应地，(4)式中的积分区域 Ω 被替换成包含受监控像素点的区域 Ω_m 。通过考察(7)式中的半隐式离散化方法和谐波平均法，当梯度值 $|\nabla \omega|$ 不为零的时候，掩模像素才会更新，因此本文采用一个简单但是有效的基于掩模图形轮廓边缘的优化策略。在每次迭代中，只更新被标记的边缘像素点；当 $|\nabla \omega| > e_{thr}$ 时，其中 $e_{thr} > 0$ 是预先设定的阈值，边缘像素点被标记。本文中的掩模优化策略的工作流程如表 1 所示。

表 1 本文算法工作流程

Table 1 Main work flow of proposed approach

Mask synthesis with semi-implicit discretization
Input is target pattern \mathbf{I}_0
Output is synthesized mask \mathbf{M}
1. Initialize \mathbf{M} as \mathbf{I}_0 , $\omega = \arccos(2 \mathbf{M} - 1)$, according to Eq. (3)
2. Set K as maximum iteration number
3. Start iteration with $k=0$
4. While $k < K$
5. Construct partial differential equation according to Eq. (5)
6. Label pixels in x coordinate with $ \omega_x > e_{thr}$ as monitoring pixels
7. Compute linear system of equations $[\mathbf{E} - 2\tau \mathbf{A}_x(\omega^k)] u^{k+1} = \omega^k$ for u^{k+1}
8. Label pixels in x coordinate with $ \omega_y > e_{thr}$ as monitoring pixels
9. Compute linear system of equations $[\mathbf{E} - 2\tau \mathbf{A}_y(\omega^k)] v^{k+1} = \omega^k$ for v^{k+1}
10. Average $\omega^{k+1} = 0.5(u^{k+1} + v^{k+1})$
11. Update $ \mathbf{M}^{k+1} = \frac{1 + \cos(\omega^{k+1})}{2}$ according to Eq. (3)
12. $k = k + 1$
13. end while
14. Return $\mathbf{M} = \mathbf{M}^{k+1}$

3 分析与讨论

本文中数值仿真环境参数为浸没式光刻成像系统, 波长 $\lambda=193\text{ nm}$, 空间分辨率为 $\delta x=\delta y=4\text{ nm}$, S 型函数的参数 $a=80$ 和 $t_r=0.85$ 。光刻系统的入射光源为一个部分相干环形光源 J , 其部分相干系数 $\sigma_{in}=0.6$ 和 $\sigma_{out}=0.9$, 如图 2(a) 所示; 目标掩模为多密度掩模图形 I_0 如图 2(b) 所示。同时, 定义图形失真度 (PE) 为目标掩模图形 I_0 与硅片图形 I 之间的错配度的 L_2 范数。

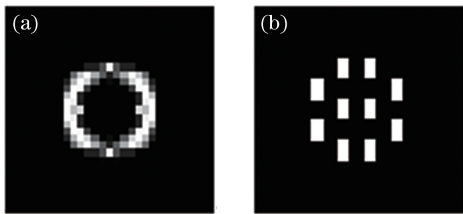


图 2 数值仿真结果。(a) 环形光源 J ;
(b) 目标掩模图形 I_0

Fig. 2 Numerical simulation results. (a) Annular source J ; (b) desired pattern I_0

图 3 中展现了使用光源 J 照明的光刻系统成像效果, 体现了本文所提半隐式优化策略的合理性。

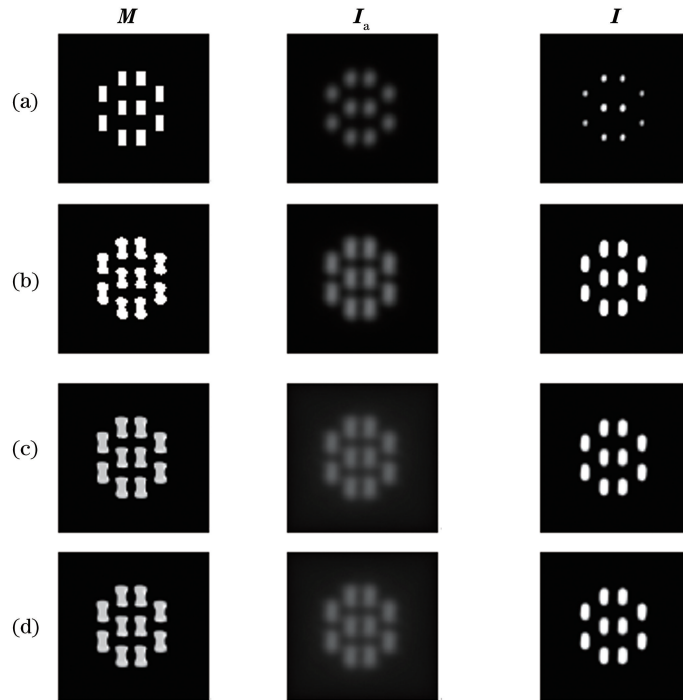


图 3 多密度掩模图形 I_0 的光刻成像表现。(a) 未经 OPC 以 I_0 为输入掩模的仿真结果;
(b) 传统水平集掩模优化方法; (c) 半隐式优化算法; (d) 半隐式局部优化算法

Fig. 3 Lithographic imaging performance with multi-density mask pattern I_0 . (a) Simulation results without OPC and I_0 as illuminated mask; (b) conventional level-set MO; (c) semi-implicit MO; (d) localized semi-implicit MO

图 3 中各列从左到右分别是被照射的输入掩模 M 、空间像 I_a 和硅片图形 I 。在图 3(a) 中, 此时未经过 OPC, 由于系统本身的低通特性, 导致在硅片图形 I 中观察到严重的掩模图形失真 PE 值为 3091。在图 3(b)~(d) 中, 当分别使用传统水平集掩模优化方法 (简称为 cMO)、半隐式优化算法 (简称为 sMO) 和半隐式局部优化算法 (简称为 lMO) 作为被光源 J 照明的输入掩模时, 图形失真度 PE 值分别为 370、403 和 399, 与未经 OPC 的图形失真度相比, 得到了显著的改善。当使用传统水平集掩模优化方法时, 采用 CFL 条件^[39] 来保证稳定性, CFL 条件要求数值波速要大于等于物理波速, 即

$$\tau_c \cdot \max \left\{ \frac{|g_x|}{\delta x} + \frac{|g_y|}{\delta y} \right\} = \epsilon, \quad (13)$$

式中: g_x 和 g_y 为“气球力” $g(r, t)$ 在 x 、 y 轴方向的分量; τ_c 为传统水平集掩模优化方法中的迭代步长; $0 < \epsilon < 1$ 为 CFL 条件数。由于 (13) 式的限制, τ_c 的平均值为 0.3269; 在半隐式优化算法和半隐式局部优化算法中, 我们使用了迭代步长 $\tau=1.5$ 。从图 3 的仿真结果可以得出, 在本文中的数值仿真环境下, 半隐式局部优化算法的优化性能和传统水平集掩模优化方法、半隐式优化算法具有相同水准。

在图 4 中,针对仿真时间(单位:min)比较了图 3 中的仿真实验的失真度收敛效率。传统水平集方法中的步长 τ_c 受到 CFL 条件的抑制,其平均值为 0.3269,经过 50 次迭代;而半隐式方法和局部半隐式方法由于使用了步长 $\tau = 1.5$,只需要迭代 25 次。可以看到,在这些仿真中优化过程都相当稳定,这归功于在掩模优化框架中加入了水平集距离正则项从而保证了准确的数值计算和水平集演化。从图 4 可以直观地观察到,本文所提局部半隐式优化方法的收敛速度提高了 50%。仿真实验环境:一台英特尔 © Core™ i7-6700 CPU, 3.40 GHz, 8 GB 内存, Matlab 环境中完成。

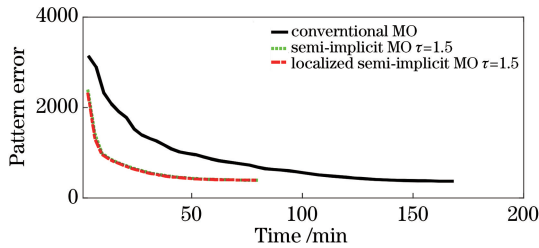


图 4 目标掩模图形 I_0 优化仿真失真度对仿真时间曲线图

Fig. 4 Pattern error versus simulation time for desired pattern I_0

图 5 给出了图 3 中的仿真实验运行时间与迭代次数曲线图,可以看出,传统水平集方法、半隐式方法和局部半隐式方法的计算线性。需要注意的是,优化中的计算量主要来自(1)式空间像 I_a 计算和(6)式中法线方向速度 $v(r, t)$ 计算中的卷积操作。由于稳定性要求受到 CFL 条件的约束,传统水平集方法中水平集演化的平均迭代步长为 0.3269;而半隐式方法和局部半隐式方法使用了大得多的迭代步长 $\tau = 1.5$,因而迭代次数少得多,其总的收敛速度提高了 50%。

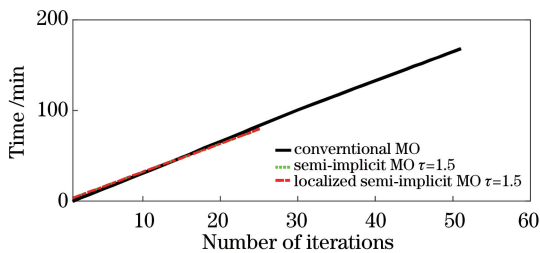


图 5 仿真实验运行时间图

Fig. 5 Simulation experiment running time

从图 4 和图 5 中可以看到,本文所提掩模优化算法由于采用了局部优化策略,相比半隐式方法收敛速度有了少许提高,证明了降低优化维度的合理

性和可行性。图 6 中显示了局部半隐式方法优化开始和结束时在 x 轴方向的受监控像素,此时 $e_{thr} = 0.01$ 。图 7 中给出了每次迭代中 x 和 y 轴方向上的受监控像素点的数目;值得注意的是,在 x 和 y 轴方向上的受监控像素点的数目比全掩模像素优化的数目 $N^2 = 66049$ 要少得多,因此局部半隐式方法与半隐式方法相比,每次迭代中需要求解的线性方程组的规模降低了一个数量级,因此降低了计算复杂度和存储负担。需要注意的是,本文仿真实验中的掩模图形大小 $N = 257$,由于 Thomas 算法求解三对角严格占优系统矩阵的线性系统极具效率,局部半隐式方法的计算效率相对于半隐式方法提高并不明显,但是当掩模图形尺寸增大时,其在计算复杂度和内存方面的优势将会得到更明显的体现。

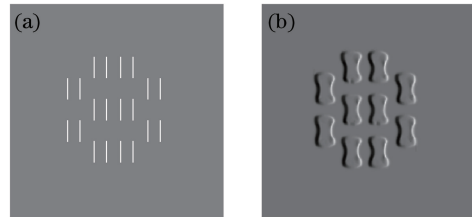


图 6 优化受监控像素点。(a)开始;(b)结束

Fig. 6 Optimization of monitoring pixels.
(a) Begin; (b) end

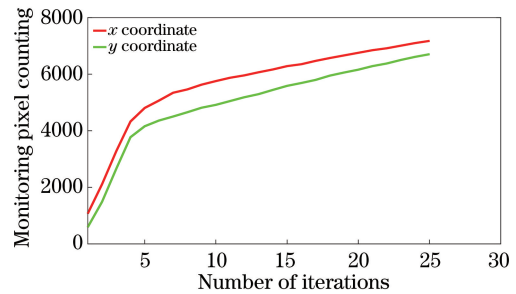


图 7 迭代过程中 x 、 y 轴方向受监控像素点的数目

Fig. 7 Monitoring pixel counting in x and y coordinates with respect to iteration

如图 7 所示,局部半隐式优化迭代过程中 x 轴方向的受监控像素点的数目从 1080~7172 不等, y 轴方向的受监控像素点的数目从 600~6704 不等;以 x 轴方向的算子为例,最大需要求解大小为 $7172^2 \times 7172^2$,最小需要求解大小 $1080^2 \times 1080^2$ 的线性系统,而在半隐式优化迭代优化过程中每次迭代都需要求解大小为 $66049^2 \times 66049^2$ 的线性系统(本文中的仿真实验中的掩模图形大小 $N = 257$)。从以上数据可以看出,局部半隐式优化每次迭代过程中,需要存储的系统矩阵的大小降低了一个数量级从而降低了计算维度。图 8 为半隐式优化与局部

半隐式优化迭代过程中系统方程组求解时间。图中,每次迭代过程中使用 Thomas 算法求解三对角严格占优系统的时间也相应地减少。同时观察到,使用(9)式构造系统矩阵还需要额外计算梯度和拉普拉斯算子,而每次迭代过程中主要的计算量来自(1)式空间像 I_a 和(6)式水平集演化法线方向速度 $v(r, t)$ 计算中大量的卷积运算,因此局部半隐式方法的计算效率相对于半隐式方法提高并不明显。在实际的工艺生产中,大规模的掩模图形尺寸比本文仿真实验中的掩模图形大很多,因此当掩模图形尺寸增大的时候,其在计算复杂度和内存方面的优势将会得到更明显的体现。

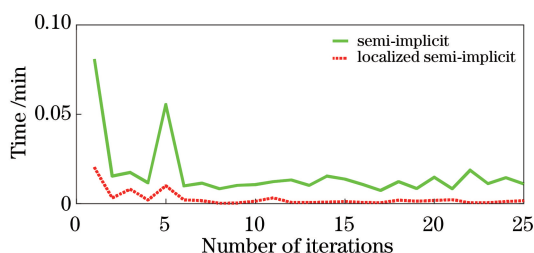


图 8 半隐式优化与局部半隐式优化迭代过程中系统方程组求解时间

Fig. 8 Time to solve linear system of equations in semi-implicit and localized semi-implicit MO approaches with respect to iteration

此外,将本文局部半隐式优化方法应用于光源掩模协同优化(SMO)时,由于降低了光源、掩模的优化维度,只需要已知局部像素点更新导致的空间像 I_a 和局部像素的水平集演化法线方向速度 $v(r, t)$,即可有效提高计算效率;同时,半隐式离散化数值计算使得足够大的迭代步长成为可能,有效提高了收敛效率。下一步我们将研究基于局部半隐式优化方法的光源掩模协同优化。

4 结 论

本文提出一种基于偏微分方程的光学临近校正的数值计算算法;该算法采用半隐式离散化方法克服了常用的显式离散化方法迭代步长受到抑制的稳定性约束,同时采用简单但有效的局部优化策略来降低优化维度。本文算法计算效率的提高根源在于使用了 Thomas 算法来高效求解一维线性方程组并只需更新掩模图形中的受监控像素点。

参 考 文 献

[1] Wong A K K. Introduction [M] // Wong A K K. Resolution enhancement techniques in optical

lithography. Bellingham: SPIE, 2005 : 1-30.

- [2] Wong A K. Optical imaging in projection microlithography[M]. Bellingham: SPIE, 2005.
- [3] Zhu B E, Li S K, Wang X Z, et al. High-order aberration measurement technique for immersion lithography projection lens based on multi-polarized illuminations[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(7): 0712004.
- 诸波尔, 李思坤, 王向朝, 等. 基于多偏振照明的浸没式光刻机投影物镜高阶波像差快速检测技术[J]. 光学学报, 2018, 38(7): 0712004.
- [4] Duan C, Zong M C, Fan W, et al. Focus control technology in immersion lithography[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(9): 0912002.
- 段晨, 宗明成, 范伟, 等. 浸没式光刻机对焦控制技术的研究[J]. 光学学报, 2018, 38(9): 0912002.
- [5] Meng Z J, Li S K, Wang X Z, et al. Jones pupil measurement method of lithographic projection lens [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(3): 0312004.
- 孟泽江, 李思坤, 王向朝, 等. 光刻投影物镜的琼斯光瞳检测方法 [J]. 光学学报, 2019, 39(3): 0312004.
- [6] Pang L Y, Liu Y, Abrams D, et al. Inverse lithography technology (ILT): what is the impact to the photomask industry? [J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6283: 62830X.
- [7] Poonawala A, Borodovsky Y, Milanfar P, et al. ILT for double exposure lithography with conventional and novel materials [J]. Proceedings of SPIE, 2007, 6520: 65202Q.
- [8] Pang L Y, Liu Y, Abrams D, et al. Inverse lithography technology (ILT): a natural solution for model-based SRAF at 45-nm and 32-nm [J]. Proceedings of SPIE, 2007, 6607: 660739.
- [9] Peng Y, Zhang J Y, Wang Y, et al. Gradient-based source and mask optimization in optical lithography [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(10): 2856-2864.
- [10] Ma X, Arce G R. Pixel-based simultaneous source and mask optimization for resolution enhancement in optical lithography [J]. Optics Express, 2009, 17(7): 5783-5793.
- [11] Jia N N, Lam E Y. Pixelated source mask optimization for process robustness in optical lithography [J]. Optics Express, 2011, 19(20): 19384-19398.
- [12] Ma X, Han C Y, Li Y Q, et al. Pixelated source and mask optimization for immersion lithography [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2013, 30(1): 112-123.
- [13] Lü W, Liu S Y, Xia Q, et al. Level-set-based inverse

- lithography for mask synthesis using the conjugate gradient and an optimal time step [J]. *Journal of Vacuum Science & Technology B*, 2013, 31(4): 041605.
- [14] Li J, Lam E Y. Robust source and mask optimization compensating for mask topography effects in computational lithography [J]. *Optics Express*, 2014, 22(8): 9471-9485.
- [15] Li J, Liu S Y, Lam E Y, et al. Efficient source and mask optimization with augmented Lagrangian methods in optical lithography [J]. *Optics Express*, 2013, 21(7): 8076-8090.
- [16] Pang L Y, Hu P, Peng D P, et al. Source mask optimization (SMO) at full chip scale using inverse lithography technology (ILT) based on level set methods [J]. *Proceedings of SPIE*, 2009, 7520: 75200X.
- [17] Tolani V, Hu P, Peng D P, et al. Source-mask co-optimization (SMO) using level set methods [J]. *Proceedings of SPIE*, 2009, 7488: 74880Y.
- [18] Shen Y J, Wong N, Lam E Y, et al. Level-set-based inverse lithography for photomask synthesis [J]. *Optics Express*, 2009, 17(26): 23690-23701.
- [19] Shen Y J, Jia N N, Wong N, et al. Robust level-set-based inverse lithography [J]. *Optics Express*, 2011, 19(6): 5511-5521.
- [20] Shen Y. Level-set based mask synthesis with a vector imaging model [J]. *Optics Express*, 2017, 25(18): 21775-21785.
- [21] Shen Y J, Peng F, Huang X Y, et al. Adaptive gradient-based source and mask co-optimization with process awareness [J]. *Chinese Optics Letters*, 2019, 17(12): 121102.
- [22] Ma X, Zhao Q L, Zhang H, et al. Model-driven convolution neural network for inverse lithography [J]. *Optics Express*, 2018, 26(25): 32565-32584.
- [23] LeVeque R J. *Scalar conservation laws* [M] // LeVeque R J. *Numerical methods for conservation laws*. Basel: Birkhäuser, 1992: 19-40.
- [24] Osher S, Paragios N. *Geometric level set methods in imaging, vision, and graphics* [M]. New York: Springer, 2003.
- [25] Weickert J. A review of nonlinear diffusion filtering [M] // Romeny B T H, Florack L, Koenderink J, et al. *Scale-space theory in computer vision*. Berlin: Springer, 1997: 1-28.
- [26] Weickert J, Romeny B M T H, Viergever M A, et al. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 398-410.
- [27] Peaceman D W, Rachford H H Jr. The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations [J]. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1955, 3(1): 28-41.
- [28] Barash D, Schlick T, Israeli M, et al. Multiplicative operator splittings in nonlinear diffusion: from spatial splitting to multiple timesteps [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2003, 19(1): 33-48.
- [29] Conte S D, de Boor C. *Elementary numerical analysis* [M]. New York: McGraw-Hill Science, 1980: 432.
- [30] Ma X, Shi D X, Wang Z Q, et al. Lithographic source optimization based on adaptive projection compressive sensing [J]. *Optics Express*, 2017, 25(6): 7131-7149.
- [31] Ma X, Wang Z Q, Li Y Q, et al. Fast optical proximity correction method based on nonlinear compressive sensing [J]. *Optics Express*, 2018, 26(11): 14479-14498.
- [32] Shen Y J. Lithographic source and mask optimization with narrow-band level-set method [J]. *Optics Express*, 2018, 26(8): 10065-10078.
- [33] Li C M, Xu C Y, Gui C F, et al. Distance regularized level set evolution and its application to image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(12): 3243-3254.
- [34] Goodman J W. *Introduction to fourier optics* [M]. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Science, 1996.
- [35] Born M, Wolf E. *Principle of optics* [M]. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [36] Pistor T V, Neureuther A R, Socha R J, et al. Modeling oblique incidence effects in photomasks [J]. *Proceedings of SPIE*, 2000, 4000: 228-237.
- [37] Poonawala A, Milanfar P. Mask design for optical microlithography: an inverse imaging problem [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(3): 774-788.
- [38] Yong D M. *Iterative solution of large linear systems* [M]. Amsterdam: Elsevier, 1971.
- [39] Osher S, Fedkiw R. *Particle level set method* [M] // Osher S, Fedkiw R. *Level set methods and dynamic implicit surfaces*. New York: Springer, 2003: 79-86.