

光学学报

弯曲波导上的光学调控与应用

何润秋, 梁国华, 刘辉*, 祝世宁

南京大学物理学院, 江苏 南京 210093

摘要 超材料作为一种突破性的人工设计材料,在电磁波调控领域起到了革命性的作用。变换光学与超材料的结合不仅可以充分发挥超材料的奇妙特性,实现许多神奇的效应,还可以用作光学模拟,展现一些无法直接观测到的宇宙学现象。由于超材料自身结构的局限性,有些电磁参数仍无法通过微结构的调控来实现,这时曲面开始受到人们的关注。曲面结构的波导也可以对电磁波起到调控的作用,更可以突破超材料的一些限制,实现许多新奇的效应。通过介绍南京大学刘辉课题组在曲面结构波导上的一系列工作,展示了曲面波导在各个方向上的奇妙应用,并讨论了曲面波导的应用前景。

关键词 光学器件; 变换光学; 弯曲空间; 曲面波导; 广义相对论

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.0823002

Optical Control and Applications on Curved Waveguides

He Runqiu, Liang Guohua, Liu Hui*, Zhu Shining

School of Physics, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China

Abstract Metamaterial, as a groundbreaking artificial material, plays a revolutionary role in the field of electromagnetic wave control. A combination of transformation optics with metamaterials can not only give full play to the wonderful properties of metamaterials and realize many magical effects but also be applied to optical simulation, displaying some cosmological phenomena that cannot be observed directly. However, due to the limitation of the metamaterial structure, some electromagnetic parameters cannot be controlled by the microstructure, and then curved surfaces start to attract attention of people. It has been found that waveguides with curved structures can also regulate electromagnetic waves and break through some limitations of metamaterials to achieve many novel effects. By introducing a series of work on curved waveguides by research group of Liu Hui in Nanjing University, the wonderful applications of curved waveguides in various directions are demonstrated, and the application prospects of curved waveguides are discussed.

Key words optical devices; transformation optics; curved space; curved waveguide; general relativity

OCIS codes 230.3990; 220.4000; 220.4610; 160.3918

1 引言

弯曲波导的应用还需要从超材料和变换光学两个方面说起。1990年,超材料的概念被提出,其是一种人工构造的周期性复合材料,大多数超材料的特征尺寸远小于应用波长,从而使其具有很多天然材料所不具备的特性。由于超材料具有独特的特

性,所以在变换光学领域中得到了广泛的应用。变换光学于2006年被提出,Leonhardt和Pendry等^[1-2]同时在《自然》杂志上发表文章,提出了通过调控材料的电磁参数来实现对电磁波传输的精细调控,理论的核心分别为麦克斯韦方程组在坐标变换下的协变性以及亥姆霍兹方程的协变性。尽管理论很完美,但是具有连续变化且各向异性的材料却很

收稿日期: 2020-09-14; 修回日期: 2020-09-23; 录用日期: 2020-11-09

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(61425018)

* E-mail: liuhui@nju.edu.cn

难加工出来,而兴起的超材料可以在一定程度上解决这个问题。运用超材料及超表面技术,人们连续在多个波段上实现了隐身斗篷等器件的制备^[3-10]。

此外,人们还发现平直时空中的电磁常数可以与弯曲时空中的度规系数作类比。2010年,双曲材料被提出^[11-12],由于某一方向上的负介电常数可以作为一个等效的时间项,从而使其广泛用于模拟广义相对论中的时间演化过程^[13],甚至宇宙暴涨过程^[14]。后面,人工的电磁黑洞^[15]、超材料模拟 de Sitter 时空^[16-17]、引力红移^[17]和宇宙弦时空^[18]等模拟工作陆续被提出和实现。近年来,南京大学的研究小组利用材料的自组装技术在光子芯片上实现了对广义相对论效应的模拟,利用了加热旋涂的工艺在光子芯片上制作了光学微腔,通过控制折射率来模拟黑洞附近的引力场分布,当光线经过微腔附近时就会发生弯折甚至被吸收进去,实现了黑洞对光线吸收的模拟^[19]。随后,南京大学的研究小组在光子芯片模拟的引力场上连续取得重大突破,如由引力透镜形成的爱因斯坦环现象、麦克斯韦鱼眼透镜的制备以及宇宙弦的鲁棒效应等^[20-22]。

超材料的应用使得变换光学技术突飞猛进,但超材料所具有的局限性也影响了变换光学技术的发展。尽管超材料具有变化的折射率,但折射率的变化是比较有限的。如果需要模拟很大数值的引力场,那么相对应的等效折射率将很难被寻找到。如在黑洞的模拟实验中,光子芯片上超材料的模拟只能限于光子球外的引力场,而无法模拟视界附近的引力场,这就导致人们只能模拟黑洞。

与此同时,一部分研究者将眼光转向弯曲空间光学或者曲面光学方面。1981年,da Costa^[23]研究了曲面上粒子的运动,发现曲面的形状可以影响粒子的运动,后来曲面上的光学研究也逐渐开始受到重视并发展起来。2008年,德国普朗克研究所的科学家们发表了均匀弯曲表面上关于线性和非线性效应的理论研究成果,发现在正高斯曲率、负高斯曲率和零高斯曲率的均匀波导上,相同的初始光束表现了截然不同的演化行为,这种演化行为显然是受曲率主导的^[24]。随后,一系列实验也证明了这一点。2010年,普朗克研究所在实验中观察到了光束在不同曲率的弯曲波导上重复聚焦或直接扩散的现象^[25]。2016年,普朗克研究所又在曲面上观测到了 HBT(Hanbury Brown and Twiss)干涉^[26]。2017年,以色列 Segev 课题组^[27]在微米级别的曲面波导上观察到了光子波包群速度降为 0 的奇异现象。

2018年,西安交通大学陈天宇课题组^[28]实现了使用弹性波模拟虫洞的引力透镜效应。由此可见,曲面波导不仅能够有效地调控光束,而且具有多方面的应用前景。本文首先通过南京大学刘辉课题组基于曲面的变换光学结构展开了一系列的实验工作,然后对取得的多个成果进行总结,最后讨论曲面波导的应用前景。

2 弯曲波导实验

2.1 微米级测地线透镜实验

根据变换光学理论,南京大学和厦门大学联合设计并实现了测地线透镜的完美成像^[29]。测地线透镜又称短程透镜,是一种具有旋转对称性的曲面波导透镜,通过改变曲面的曲率来控制光波的传播过程,而光波的传播过程遵循测地线方程,因此而得名,而测地线透镜在集成光学领域中具有重要的应用价值。本实验共设计了 4 种透镜,如图 1(a)所示^[29],从左到右分别为麦克斯韦鱼眼透镜、广义麦克斯韦鱼眼透镜、隐形透镜和逆向隐形透镜,其曲面形状分别满足

$$h_M(\rho) = \arcsin(\rho), \quad (1)$$

$$h_G(\rho) = \arcsin(M\rho) (M = 2, 3, 4, \dots), \quad (2)$$

$$h_Y(\rho) = \pm\rho + 2\arcsin(\rho), \quad (3)$$

$$h_N(\rho) = -\rho + 2\arcsin(\rho), \quad (4)$$

式中: ρ 为半径坐标; h 为母线长度; h_M 、 h_G 、 h_Y 和 h_N 为麦克斯韦鱼眼透镜、广义麦克斯韦鱼眼透镜、隐形透镜和逆向隐形透镜的曲面形状。经过共形变换,曲面方程可表示为

$$\rho = n(r), \quad (5)$$

$$dh = n(r)dr, \quad (6)$$

式中: n 为折射率; r 为平面坐标。将 4 种曲面结构变换为共形变换 r 空间中的 4 种折射率分布曲线。从图 1(a)可以看到,上方的 4 张折射率分布图分别与下方的 4 个测地线透镜对应,上方虚拟空间中的光线轨迹也对应于下方曲面透镜上的轨迹。在两个共形变换空间的测地线模拟中,光线都可以沿着完全闭合的轨迹进行传播,即完美成像。

测地线透镜的样品制作过程如下:首先对一根直径为 0.38 mm 的银线进行熔融拉锥,通过控制温度和速率来拉制成测地线透镜的形状;然后使用聚焦离子束刻蚀工艺在样品上刻下耦合光栅;最后采用多次旋涂工艺在一个锥形的表面上旋涂均匀厚度的 PMMA(Poly Methyl Meth Acrylate)波导,一个微米级的测地线透镜就制作完成了,如图 1(b)所

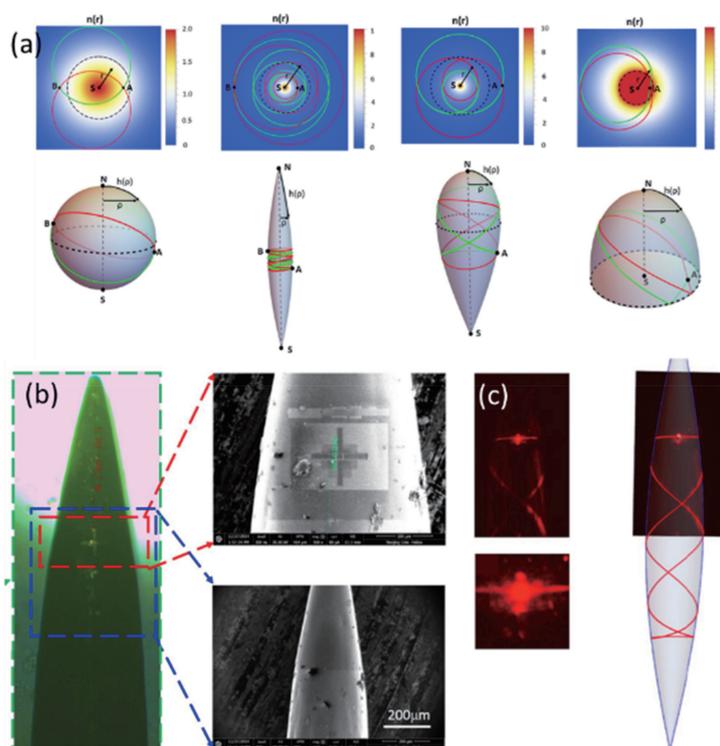


图 1 微米级的测地线透镜^[29]。(a) 4 种测地线透镜的折射率空间分布和实际的测地线透镜形状；
(b) 电子显微镜下的样品以及耦合光栅形貌；(c) 光束传播以及与理论计算轨迹的对比

Fig. 1 Geodesic lens of micron scale^[29]. (a) Spatial distribution of refractive index of four kinds of geodesic lenses and actual shapes of geodesic lenses; (b) sample morphology and coupled grating morphology under electron microscope; (c) beam propagation and comparison with theoretically calculated trajectory

示。实验中,将波长为 460 nm 的光束垂直打到耦合光栅上,入射光经过耦合光栅后分为两束,由于波导由掺杂有稀土元素的 PMMA 溶液制作而成,所以可以通过荧光显微镜观察到。图 1(c)为测地线透镜的实验效果。从图 1(c)可以看到,两束光沿着相反方向进行传播并在另一面重复聚焦,最终形成一个闭合的轨迹。实验上制作的微米级测地线透镜,无论是对于微米结构光腔还是微米曲面都是一个全新的探索。

2.2 平面波导上的曲面透镜结构探究

既然光线在曲面波导上可以传播,那怎样将曲面和平面结构联系起来呢? 南京大学课题组和厦门大学课题组对此开展新的探索^[30]。

从本质上来说,变换光学技术是将虚拟空间和由材料构成的现实空间联系起来,将虚拟空间中简单的光线传播过程变换到现实空间中,出现复杂且有趣的现象,因此变换光学技术的难点常常落在实验设计与材料的制作上。然而,一些各向异性材料反而可以通过变换光学技术在虚拟空间中实现。为

了探索这一可能性,理论上计算了一个共形的奇点在虚拟的二维平面空间中的中心区域,有一个折射率为 0 或无穷大的拓扑奇点,其折射率 $n(z) = n(\omega) \left| \frac{d\omega}{dz} \right| = ar^{a-1}$ 呈旋转对称分布,从中心向外趋于 1,其中 z 为虚拟空间的坐标, ω 为现实曲面空间的坐标, r 为 z 空间中的径向坐标, a 为描述空间拓扑性质的参数。当 $a < 1$ 时,中心为无穷奇点,如图 2(a)所示;当 $a > 1$ 时,中心为零奇点,如图 2(b)所示,这样的拓扑缺陷结构具有一些神奇的效应。无穷奇点和零奇点的光学仿真结果如图 2(c)所示。从图 2(c)可以看到,当光束经过正奇点时,会产生幻觉效应,即光束向奇点的另一侧偏折;当光束经过负奇点时,效果恰恰相反,光束会朝着奇点的同侧偏折,称之为劈裂效应。为了在现实中实现幻觉效应,采用简单共形变换 $\omega = z^a$ 将折射率分布到对应的各向同性均匀的曲面上,这就可以得到一个由锥形曲面和周围的平面组成的复合曲面,锥面的顶点正对应虚拟空间中的拓扑奇点,称之为共形奇点。

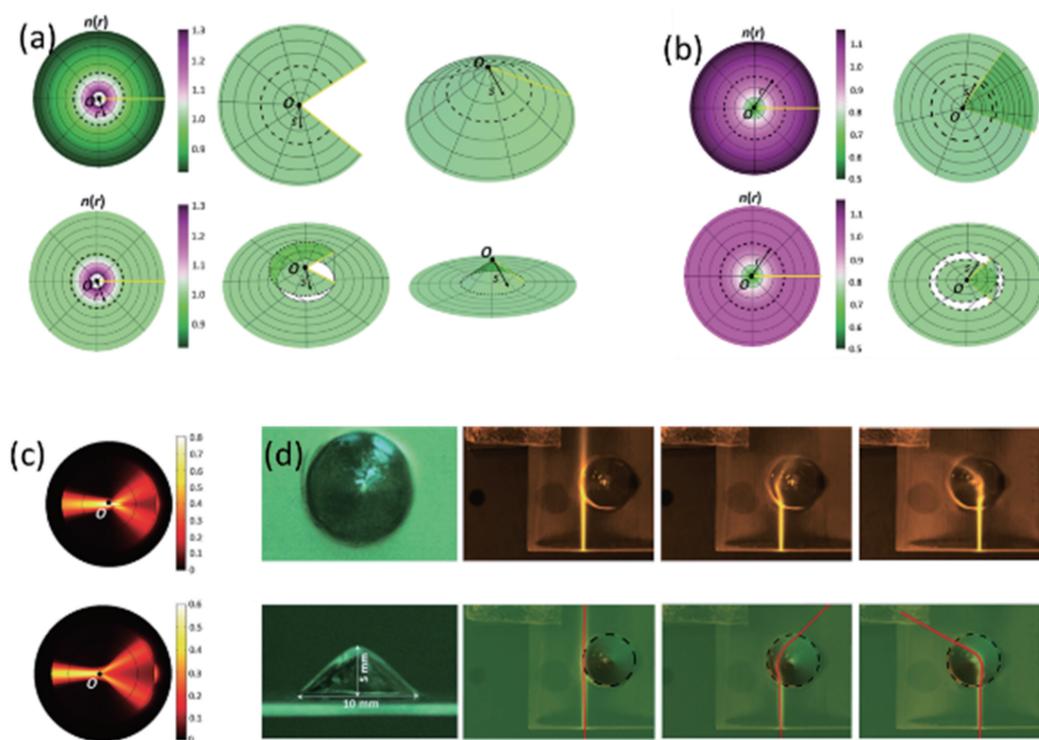


图 2 共形奇点实验^[30]。(a)无穷奇点核心区域和整体的折射率分布及其对应的曲面形状;(b)零奇点核心区域和整体的折射率分布及其对应的曲面形状;(c)无穷奇点和零奇点的光学仿真结果;(d)无穷奇点的曲面波导样品及光束传播的实验图像

Fig. 2 Conformal singularity experiment^[30]. (a) Refractive index distribution of core region and whole, and corresponding curved surface shape; (b) refractive index distribution of zero singularity core area and whole, and corresponding curved surface shape; (c) infinite singularity and zero optical simulation results of ingularity; (d) curved waveguide samples of infinite singularities and experimental images of beam propagation

为了制作具有正拓扑奇点的曲面样品,采用了SLA(Stereo Lithography Apparatus)光固化3D打印技术对树脂材料逐层光固化,可以堆叠成均匀的曲面波导,然后通过打磨抛光使其能够良好地传导光束。由于树脂材料具有荧光效应,所以可以直接在波导的上方观察光束的传播过程。

实验中,一束波长为405 nm的激光束被直接耦合到平板的一端,可以观察到光束在该共形结构中的传播过程,如图2(d)所示。从图2(d)可以看到,移动入射光束的位置并进行多次观察,可以在垂直视角中看到光束会绕着共形奇点向另一侧偏折并较好地保持强度,实验效果与理论计算结果保持一致。

通过制作这样一个共形奇点的镶嵌式曲面结构,可以对光束进行了高精度的调控,并探索了曲面结构未来应用在光子芯片上的可能性。

利用更多的嵌入式曲面结构来实现更丰富的调控效果^[31]。研究者们利用虚拟空间和现实空间中的共形变换,继续设计了可以类比于透镜效果的嵌入式曲面结构。理论上,研究者们设计了一个多曲

面联动控制系统,该系统可以将平面波导“基片”上的光线随心所欲地控制其传播,如图3(a)所示。实验上制作的一个类凸透镜装置如图3(b)所示。曲面的形状满足

$$\begin{cases} \begin{cases} z = a(d_3d_2^2 + d_1(\pi - d_2)^3 - d_3t^2) \\ x^2/a^2 + y^2/b^2 = t^2 \end{cases} & (0 \leq t \leq d_2) \\ \begin{cases} z = ad_1(\pi - t)^3 \\ x^2/a^2 + y^2/b^2 = t^2 \end{cases} & (d_2 < t \leq \pi) \\ \begin{cases} z = 0 \\ x^2/a^2 + y^2/b^2 = t^2 \end{cases} & (\pi < t) \end{cases}, \quad (7)$$

式中: a 为椭圆曲面的半长轴; b 为椭圆曲面的半短轴; $d_1=0.8$; $d_2=0.8\pi$; $d_3=3d_1(\pi-d_2)^2/2d_2$ 。该曲面形状可以起到类凸透镜的作用,可以将不同位置的平行入射光会聚于一点。现实中,同样采用3D打印技术可以制作出对应的拱形波导,波导的形状为一个椭圆拱形,平滑地镶嵌于平面波导上。从图3(c)可以看到,当使用波长为633nm的光束耦

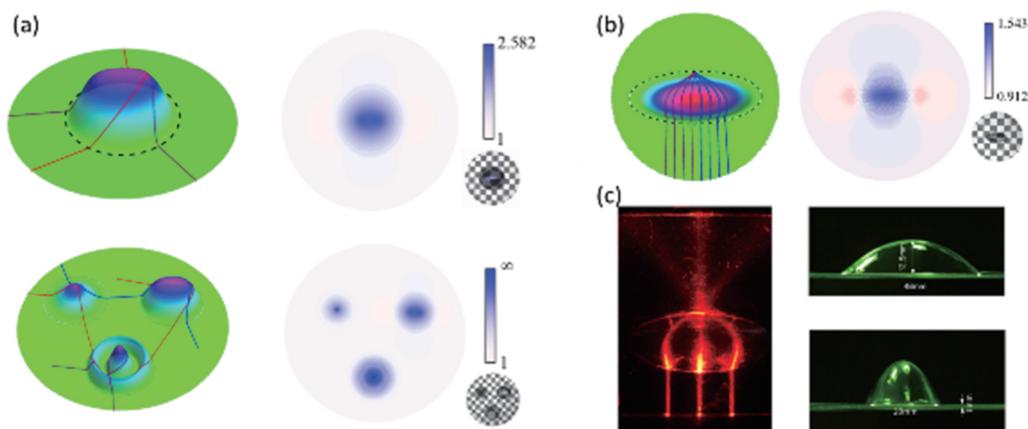


图 3 共形透镜实验^[31]。(a)多曲面结构调控光束示意图以及对应的虚拟空间折射率分布示意图；(b)类聚焦曲面透镜汇聚示意图以及对应的平面折射率分布示意图；(c)非旋转对称的曲面类透镜样品照片和实验图片
Fig. 3 Conformal lens experiment^[31]. (a) Schematic of beam with multi-curved structure and corresponding refractive index distribution in virtual space; (b) convergence diagram of quasi-focusing curved lens and corresponding plane refractive index distribution diagram; (c) sample photos and experimental pictures of non-rotationally symmetric curved lens-like lenses

合进平面波导中,且光线经过拱形结构时,光线会向中心收拢。当同时打入三束平行光束时,这三束光束会同时被弯折并会聚到透镜的“焦点”处,如图 3(c)所示,这一项工作进一步探索了曲面结构应用在光子芯片的可能性。

2.3 曲面波导模拟广义相对论效应:二维虫洞

曲面波导除了可以作为光学器件来调控光束以外,还可以作为一个模型来模拟广义相对论效应。根据广义相对论中的时空度规,可以画出对应的度规嵌入图。嵌入图就是将一个平面上的空间度规与曲面上的度规对应起来,使曲面上的线段在平面上的投影长度与所对应的线段长度相等,这样就可以使用曲面上的均匀空间来模拟平面上的非均匀空间。传统的变换光学介质是很难模拟极大的折射率的结构,所以弯曲波导恰好是一种极佳的模拟奇异引力场的结构。如果使用弯曲波导制作成嵌入图的形状,是否就可以用来模拟黑洞甚至虫洞呢?南京大学刘辉课题组^[32]对此进行了尝试。根据可穿越的 MT(Morris-Thorne)虫洞度规,设计并制造了可穿越虫洞的曲面样品。

虫洞最初是由爱因斯坦提出的从空间中一点穿越到另一点的时空隧道,后来理论模型被不断丰富,可穿越的 MT 虫洞模型就产生了。MT 虫洞是一种静态球对称的结构,其度规 $ds^2 = \frac{dr^2}{1-b_0^2/r^2} + r^2 d\Omega^2$,其中 b_0 为虫洞喉部半径, Ω 为空间角, s 为间隔(或闵氏线元)。这一度规在喉部(一个球形)以

外有两组值,并且在虫洞的喉部发生简并,这意味着虫洞喉部的两侧分布着两种宇宙,通过喉部这一球壳相连。二维的虫洞则相对更好理解,就是中间有圆形孔洞的一张纸的两面而已,当面上的物体靠近喉部时就会被空洞吸到纸的另一面。二维平面上虫洞的度规 $ds^2 = \frac{dr^2}{1-b_0^2/r^2} + r^2 d\varphi^2$,其中 φ 为极坐标中的角度坐标,因此嵌入图方程 $z(r) = \pm b_0 \ln \left[\frac{r}{b_0} + \sqrt{\left(\frac{r}{b_0}\right)^2 - 1} \right]$ 。根据方程可以画出嵌入图的形状,即为一个旋转对称的双曲面,如图 4(a)所示。当使用嵌入图表示虫洞时,可以更形象地表示出来,双曲面的极窄处为喉部,连接着上下两处空间(实际上为重合的)。

采用 3D 打印技术制作了均匀厚度的波导样品并打磨均匀,如图 4(b)所示。从图 4(b)可以看到,样品由三个部分构成,象征上部宇宙的平板波导 α ,象征下部宇宙的平板波导 β ,以及样品的主体,即双曲形状对应于虫洞结构的喉部。将样品固定在可调节的样品台上,使用一束极窄的激光从侧面耦合进入波导,就可以使用两侧的 CCD(Charge Coupled Device)镜头观察光束在波导中的传播过程。根据测地线理论计算光束的传播途径,当入射碰撞参数小于临界距离时,光束就会被虫洞结构吸入到另一侧;当入射碰撞参数大于临界距离时,光束在虫洞中发生弯曲,无法进入虫洞;当碰撞参数恰好等于临界距离时,光束则会被困在喉部。不同碰撞参数下,光

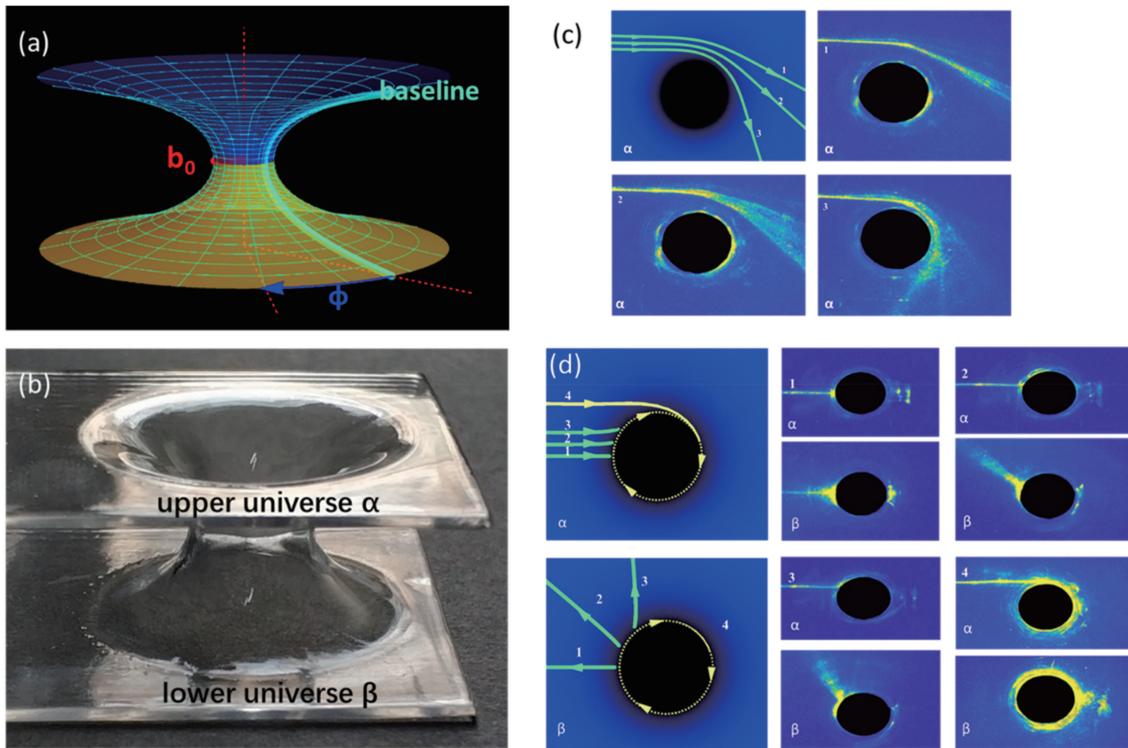


图 4 模拟虫洞实验^[32]。(a) MT 虫洞的嵌入图；(b) MT 虫洞样品；(c) 未穿越情况下的光束测地线图片和实验照片；(d) 穿越情况下的光束测地线图片和实验照片

Fig. 4 Wormhole simulation experiment^[32]. (a) Embedding diagram of MT wormhole; (b) MT wormhole samples; (c) beam geodesic and experimental pictures of non-traversal condition; (d) geodesic and experimental images of beam under crossing condition

束的传播情况如图 4(c)和图 4(d)所示。图 4(c)中的光线 1、2 和 3 与图 4(d)中的光线 1、2、3 和 4 的弯折角度与理论计算完美符合。不仅如此，还可以发现随着碰撞参数的变化，最终出射的光束宽度也在变化。当碰撞参数靠近临界值时，光束宽度就会增加，当碰撞参数为临界值时，光束宽度完全发散，如图 4(d)的光束 4 所示，这一现象可以与广义相对论中的潮汐力联系起来，理论计算潮汐力强度随传播的分布情况，发现理论结果可以与实验现象对应起来。

通过这一实验不仅将弯曲波导与广义相对论联系起来，还演示了广义相对论中很难被观测到的两种现象。

2.4 曲面波导模拟广义相对论效应：宇宙膨胀

曲面波导还可以演示一些具有更为深刻意义的广义相对论现象，如宇宙膨胀^[33]。现代宇宙学认为，宇宙膨胀的原因在于其自身度规的急剧变化。宇宙膨胀的现象平时是抽象且难以观察到的，然而通过变换光学曲面波导的方法可以让人们真实地“看到”宇宙膨胀的现象，其中红移是一种宇宙膨胀的经典现象。为了在实验中模拟出红移现象，设计

并制作了对应的曲面波导。三维空间中的 FRW (Friedmann-Robertson-Walker) 度规 $ds^2 = -dt^2 + v^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right]$ ，其中 v 为宇宙膨胀系数， t 为固有时， K 为曲面的高斯曲率， θ 为 θ 和 φ 为球坐标中的角度。将三维空间中的 FRW 度规简化为 1+1 维(时间+空间)度规，即 $ds^2 = -dt^2 + v^2(t) d\chi^2$ ，其中 $\chi = \int_0^r dx \sqrt{1-Kx^2}$ ， x 为 1+1 维时空中的空间距离。根据 1+1 维(时间+空间)度规可以画出与之对应的曲面度规曲线，如图 5(a)所示，其中横轴代表空间维度， T 轴代表时间维度。从图 5(a)可以看到，曲面度规曲线为一个螺旋形， T 轴随着横轴的变化而按照一定的角速度 ω 发生旋转，随着 T 轴的变化，横轴尺度也在扩大，这样一来，曾经使用各向异性的超材料才能够实现对时间的模拟就可以在曲面上实现。

实验中，使用一束具有干涉条纹的高斯光垂直于横轴打入，观察干涉条纹随着时间度量变化的演化行为。实际上，样品的制作成为一项难题。众所周知，光束耦合进入波导，无论是直接耦合，或是光

纤耦合和棱镜耦合,都存在效率问题,更不用说可以良好地保持波包的形状了。实验中,南京大学课题组采用“空气波导”的方法在一块金属中“挖”出所需波导的形状,这样光束就可以被直接耦合进入“空气波导”中,并且可以完整地保持波形直到出射,如图 5(b)所示。

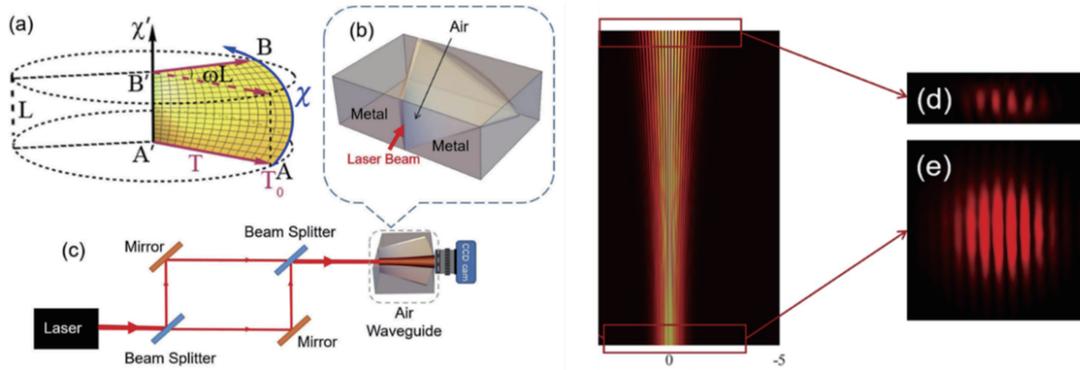


图 5 宇宙膨胀模拟实验^[33]。(a)旋转曲面结构的参数示意图;(b)弯曲波导的示意图;(c)实验光路;(d)入射光斑;(e)出射光斑
Fig. 5 Simulation experiment of cosmic expansion^[33]. (a) Schematic of parameters of rotating surface structure; (b) schematic of curved waveguide; (c) experimental light path; (d) incident light spots; (e) outgoing light spots

3 总结与展望

自从电磁学和光学发展以来,人们就致力于精细调控各种波长的电磁波,使之能够为人们所用,并推动科技的发展和社会的进步。光子芯片作为一个全新的研究课题,受到人们的广泛关注,并被寄予突破电子芯片局限性的厚望。在曲面上调控电磁波更是光子芯片领域的一种新的思考和探索。过去人们将目光聚焦于超材料,而且取得了丰硕的成果,如今的曲面波导不仅可以视为对超材料的一种补充,未来也有可能与超材料进行结合,有可能取得突破性的进展。尽管如今曲面光学的实验仅仅处于初级阶段,样品的制作、光束的耦入和耦出以及曲面与平面的结合都是亟待解决的难题,但是这些困难均是值得挑战并探索的。

参 考 文 献

[1] Leonhardt U. Optical conformal mapping [J]. Science, 2006, 312(5781): 1777-1780.
 [2] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling electromagnetic fields [J]. Science, 2006, 312(5781): 1780-1782.
 [3] Li J, Pendry J B. Hiding under the carpet: a new strategy for cloaking [J]. Physical Review Letters, 2008, 101(20): 203901.
 [4] Lai Y, Ng J, Chen H, et al. Illusion optics: the optical transformation of an object into another object

在制作出的波导中,打入一束具有横向周期干涉条纹的高斯光,并分别测量其在入射和出射处的光斑干涉条纹,发现理论模拟的相干条纹可以与实验测得的结果相符,结果如图 5(c)~5(e)所示。这个实验证明了弯曲波导可以在模拟广义相对论上具有广泛的应用,同时也在量子光学上具有一定的应用前景。

[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(25): 253902.
 [5] Chen H Y, Chan C T, Sheng P. Transformation optics and metamaterials [J]. Nature Materials, 2010, 9(5): 387-396.
 [6] Cheng Q, Cui T J, Jiang W X, et al. An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials [J]. New Journal of Physics, 2010, 12(6): 063006.
 [7] McCall M W, Favaro A, Kinsler P, et al. A spacetime cloak, or a history editor [J]. Journal of Optics, 2011, 13(2): 024003.
 [8] Chen H, Zheng B, Shen L, et al. Ray-optics cloaking devices for large objects in incoherent natural light [J]. Nature Communications, 2013, 4: 2652.
 [9] Mitchell-Thomas R C, McManus T M, Quevedo-Teruel O, et al. Perfect surface wave cloaks [J]. Physical Review Letters, 2013, 111(21): 213901.
 [10] Han T, Bai X, Gao D, et al. Experimental demonstration of a bilayer thermal cloak [J]. Physical Review Letters, 2014, 112(5): 054302.
 [11] Smolyaninov I I, Narimanov E E. Metric signature transitions in optical metamaterials [J]. Physical Review Letters, 2010, 105(6): 067402.
 [12] Smolyaninov I I, Hwang E, Narimanov E. Hyperbolic metamaterial interfaces: hawking radiation from Rindler horizons and spacetime signature transitions [J]. Physical Review B, 2012, 85(23): 235122.

- [13] Zhukovsky S V, Ozel T, Mutlugun E, et al. Hyperbolic metamaterials based on quantum-dot plasmon-resonator nanocomposites [J]. *Optics Express*, 2014, 22(15): 18290-18298.
- [14] Smolyaninov I I, Hung Y J, Hwang E. Experimental modeling of cosmological inflation with metamaterials [J]. *Physics Letters A*, 2012, 376 (38/39): 2575-2579.
- [15] Greenleaf A, Kurylev Y, Lassas M, et al. Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(18): 183901.
- [16] Li M, Miao R X, Pang Y. More studies on metamaterials mimicking de Sitter space [J]. *Optics Express*, 2010, 18(9): 9026-9033.
- [17] Li M, Miao R X, Pang Y. Casimir energy, holographic dark energy and electromagnetic metamaterial mimicking de Sitter [J]. *Physics Letters B*, 2010, 689(2/3): 55-59.
- [18] Hu J W, Yu H W. Manipulating lightcone fluctuations in an analogue cosmic string [J]. *Physics Letters B*, 2018, 777: 346-350.
- [19] Sheng C, Liu H, Wang Y, et al. Trapping light by mimicking gravitational lensing [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7: 902-906.
- [20] Sheng C, Bekenstein R, Liu H, et al. Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings [J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 10747.
- [21] Sheng C, Liu H, Chen H, et al. Definite photon deflections of topological defects in metasurfaces and symmetry-breaking phase transitions with material loss [J]. *Nature Communications*, 2018, 9 (1): 4271.
- [22] Zhong F, Li J, Liu H, et al. Controlling surface plasmons through covariant transformation of the spin-dependent geometric phase between curved metamaterials [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(24): 243901.
- [23] da Costa R C T. Quantum mechanics of a constrained particle [J]. *Physical Review A*, 1981, 23(4): 1982-1987.
- [24] Batz S, Peschel U. Linear and nonlinear optics in curved space [J]. *Physical Review A*, 2008, 78(4): 043821.
- [25] Schultheiss V H, Batz S, Szameit A, et al. Optics in curved space [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105 (14): 143901.
- [26] Schultheiss V H, Batz S, Peschel U. Hanbury Brown and Twiss measurements in curved space [J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(2): 106-110.
- [27] Bekenstein R, Kabessa Y, Sharabi Y, et al. Control of light by curved space in nanophotonic structures [J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(10): 664-670.
- [28] Zhu J, Liu Y, Liang Z, et al. Elastic waves in curved space: mimicking a wormhole [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(23): 234301.
- [29] Xu L, Wang X Y, Tyc T, et al. Light rays and waves on geodesic lenses [J]. *Photonics Research*, 2019, 7(11): 1266-1272.
- [30] Xu L, He R Q, Yao K, et al. Conformal singularities and topological defects from inverse transformation optics [J]. *Physical Review Applied*, 2019, 11(3): 034072.
- [31] Xu L, Ge H, Li J, et al. Conformal landscape of a two-dimensional gradient refractive-index profile for geometrical optics [J]. *Physical Review Applied*, 2020, 13(5): 054007.
- [32] He R Q, Liang G H, Zhu S N, et al. Simulation of giant tidal force of wormhole using curved optical spaces [J]. *Physical Review Research*, 2020, 2(1): 013237.
- [33] Liang G H, Cai R G, Ma Y Z, et al. Mimicking an expanding universe by optical interference in a helicoid waveguide [J]. *Optics Express*, 2020, 28 (8): 11406-11414.