

基于改进型 SPGD 算法的涡旋光波前畸变校正

马圣杰^{1,2}, 郝士琦^{1,2*}, 赵青松^{1,2}¹国防科技大学脉冲功率激光技术国家重点实验室, 安徽 合肥 230037;²电子制约技术安徽省重点实验室, 安徽 合肥 230037

摘要 涡旋光束经过大气湍流时,其波前会发生畸变,因此需要对畸变的波前进行校正。无波前传感器的波前畸变校正系统基于随机并行梯度下降算法,可以实现对波前畸变的校正,但算法的收敛速度及稳定性受随机扰动电压的影响。结合深度学习理论中改进的梯度下降算法,对随机并行梯度下降算法中随机扰动电压的迭代方式进行调整,并分析不同湍流强度下改进型算法的校正效果。仿真结果表明:在弱湍流条件下,需优先选择基于 RMSprop 的改进型算法;而在中等湍流和强湍流条件下则需要结合实际需求从算法的稳定性、性能评价函数大小以及收敛速度等方面考虑,选择合适的校正算法。

关键词 大气光学; 涡旋光; 大气湍流; 波前畸变校正; 随机并行梯度下降算法; 深度学习

中图分类号 TN929.12

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.0601001

Wavefront Distortion Correction of Vortex Beam Based on Improved SPGD Algorithm

Ma Shengjie^{1,2}, Hao Shiqi^{1,2*}, Zhao Qingsong^{1,2}¹State Key Laboratory of Pulse Laser Technology, National University of Defense Technology, Hefei, Anhui 230037, China;²AnHui Province Key Laboratory of Electronic Restriction, Hefei, Anhui 230037, China

Abstract When the vortex beam passes through atmospheric turbulence, the wavefront will be distorted, and the distorted wavefront needs to be corrected. The wavefront distortion correction system of wavefrontless sensors based on the stochastic parallel gradient descent algorithm can realize the correction of wavefront distortion, but the convergence speed and stability of the algorithm are affected by the random disturbance voltage. Combined with the improved gradient descent algorithm in deep learning theory, the iteration method of the random disturbance voltage in the stochastic parallel gradient descent algorithm is adjusted in this paper, and the correction effect of the improved algorithm under different turbulence intensities is analyzed. The simulation results show that the improved algorithm based on RMSprop is preferred under weak turbulence condition. Under moderate turbulence and strong turbulence conditions, it is necessary to consider the stability of the algorithm, the value of the performance evaluation function, and the convergence speed in accordance with actual requirements, and then select the appropriate correction algorithm.

Key words atmospheric optics; vortex beam; atmospheric turbulence; wavefront distortion correction; stochastic parallel gradient descent algorithm; deep learning

OCIS codes 010.1285; 010.1330; 010.3310

1 引言

涡旋光携带轨道角动量(OAM)^[1],能够极大地

增大通信信道容量并提高频带利用率和通信效率^[2]。然而,光束在大气中传播时不可避免地会受到大气湍流的影响,大气湍流引起折射率的随机起

收稿日期: 2020-09-23; 修回日期: 2020-10-22; 录用日期: 2020-11-05

基金项目: 国家自然科学基金(61571446)

* E-mail: liu_hsq@126.com

伏,使光束的波前产生畸变^[3,4],影响通信质量,因此需要对畸变的波前进行校正。

目前的波前畸变校正技术主要包括夏克-哈特曼(S-H)法^[5]、相位恢复(GS)算法^[6]、随机并行梯度下降(SPGD)算法^[7]等。近年来,关于 SPGD 算法的研究较多,2015 年 Xie 等^[8]结合 Zernike 多项式和 SPGD 算法对涡旋光束的波前畸变进行校正,结果表明该方法可以同时纠正多束 OAM 光束,且不同模式之间的串扰至少减小了 5 dB。2015 年 Dong 等^[9]将基于变形镜的校正算法和 SPGD 算法结合,所得结果表明混合算法具有更快的收敛速度。2018 年柯熙政等^[10]采用无波前传感器的 SPGD 算法对单模和多模复用的 LG 光束进行波前畸变校正,这样可有效提高 OAM 模式纯净度和光强相关系数。

SPGD 算法来源于随机逼近理论中的并行扰动随机逼近算法和神经网络中的随机梯度下降算法^[11],相对于其他畸变校正算法,SPGD 算法的效率更高且适用范围更广^[12-13]。然而 SPGD 算法存在收敛过慢的问题,研究表明 SPGD 算法中的随机扰动电压对收敛速度有很大的影响^[14]。本文结合深度学习理论中一些优化的随机梯度下降算法^[15]对 SPGD 算法中的随机扰动电压的迭代方式进行调整,在不同湍流强度下对畸变的涡旋光进行波前校正,并分析不同算法的校正效果。

2 涡旋光在大气湍流中的传播

以拉盖尔-高斯(LG)光束为例,在自由空间中沿 z 轴传播的 LG 光束的光场表达式^[16]为

$$E_l^p(r, \varphi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \frac{1}{\omega(z)} \left[\frac{\sqrt{2}r}{\omega(z)} \right]^{|l|} \times \exp\left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right] \times L_p^{|l|} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] \times \exp(-il\varphi) \exp\left[\frac{ikr^2z}{2(z^2+z_R^2)}\right] \times \exp\left[-i(2p+|l|+1)\arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)\right], \quad (1)$$

式中: r 为光束传播的径向距离; φ 为方位角; z 为传播距离; $\omega(z)$ 为传播距离为 z 时 LG 光束等相位面上的光斑半径, $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1+(z/z_R)^2}$,其中, ω_0 为束腰半径, z_R 为瑞利距离, $z_R = \pi\omega_0^2/\lambda$, λ 为波长; k 为波数, $k = 2\pi/\lambda$; $(2p+|l|+1)\arctan(z/z_R)$ 为古依相移; $L_p^{|l|}(x)$ 为缔合拉盖尔多项式; l 为拓扑荷数; p 为径向指数。

本文采用功率谱反演法生成随机相位屏并结合

多相位屏模型模拟 LG 光束在大气湍流中的传播。如图 1 所示,在多相位屏模型中,光束在两个相位屏之间的传播可以看成是在真空中的传播, LG 光束经过某一相位屏时会将之前所有的相位扰动叠加到当前的波前上,直至传播到最后一个相位屏上。功率谱反演法基本思想是用一对复高斯随机数矩阵对大气湍流的功率谱进行滤波,然后进行傅里叶逆变换,得到的大气扰动相位^[17]为

$$\varphi(x, y) = C \sum_{K_x} \sum_{K_y} R(K_x, K_y) \sqrt{F_\varphi(K_x, K_y)} \times \exp[i(K_x x + K_y y)], \quad (2)$$

式中: (x, y) 为相位屏上点的位置,空域内 $x = m\Delta x, y = n\Delta y$,其中, $\Delta x, \Delta y$ 为取样间隔, m, n 为整数; K_x, K_y 为 x, y 方向的波数,波数域内 $K_x = m'\Delta K_x, K_y = n'\Delta K_y$,其中, $\Delta K_x, \Delta K_y$ 为取样间隔, m', n' 为整数; C 为常数; $R(K_x, K_y)$ 为均值为 0、方差为 1 的高斯随机数; $F_\varphi(K_x, K_y)$ 为由大气折射率起伏引起的相位畸变部分的近似功率谱密度。在各向同性的湍流环境下,通常将 Kolmogorov 谱作为大气湍流功率谱,即

$$\Phi_n(K, z) = 0.033C_n^2(z)K_r^{-11/3}, \quad (3)$$

式中: K_r 为三维空间波数, $K_r = \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}$, K_z 为 z 方向上的波数, $K_z = 0$; $C_n^2(z)$ 为传播方向上的折射率结构常数。与 z 轴方向垂直的任意薄片切片上的大气相位功率谱为

$$F_\varphi(K_r) = 2\pi k^2 \times 0.033K_r^{-11/3} \int_z^{z+\Delta z} C_n^2(\xi) d\xi, \quad (4)$$

式中: Δz 为湍流层厚度。则涡旋光经过 $j+1$ 个相位屏后的光场表达式^[18]为

$$E_l^p(r, z_{j+1}) = f^{-1} \left\{ f \left\{ E_l^p(r, z_j) \exp[i\varphi_{j+1}(x, y)] \right\} \times \exp\left(-i \frac{K_x^2 + K_y^2}{2k} \Delta z_{j+1}\right) \right\}, \quad (5)$$

式中: $E_l^p(r, z_j)$ 为第 j 个相位屏处的 LG 光束的光场表达式; z_{j+1}, z_j 分别为第 $j+1, j$ 个相位屏的位

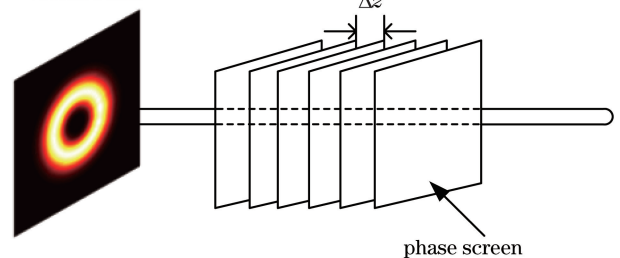


图 1 多相位屏模型

Fig. 1 Model of multiple phase screens

置; Δz_{j+1} 为相邻两个相位屏之间的间距, $\Delta z_{j+1} = z_{j+1} - z_j$; f, f^{-1} 分别为傅里叶变换和傅里叶逆变换; $\varphi_{j+1}(x, y)$ 为第 $j+1$ 个相位屏产生的相位扰动。

根据(5)式,可以仿真得到湍流影响下的 LG 光束,这里以 $l=3, p=0$ 的 LG 光束为例。图 2 为不同湍流强度影响下的 LG 光束的光强和相位分布,仿真参数如表 1 所示。

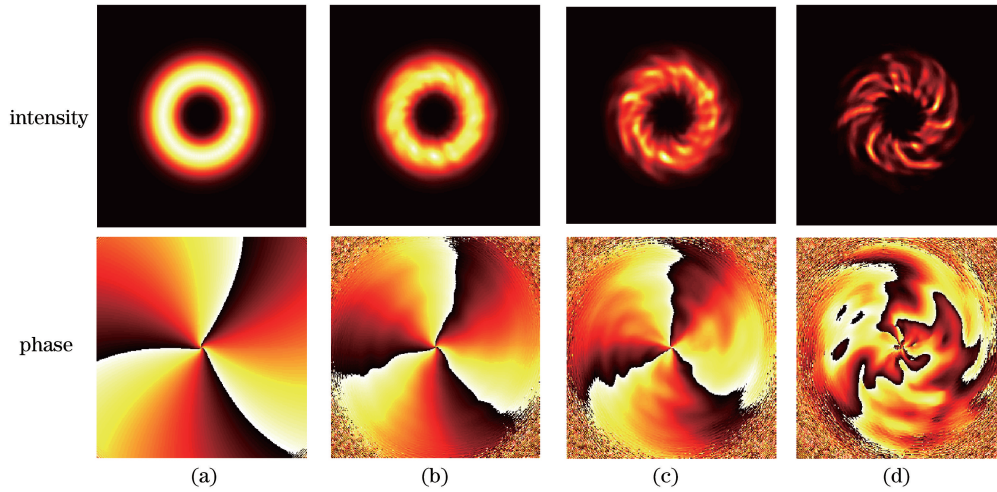


图 2 不同湍流强度影响下的 LG 光束的光强和相位分布。(a)自由空间;(b) $C_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$; (d) $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 2 Intensities and phase distributions of LG beam under different turbulence intensities. (a) Free space; (b) $C_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$; (d) $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

Parameter	Value
Laser wavelength λ /nm	632.8
Beam waist w_0 /cm	2
Transmission distance z /km	6
Grid spacing Δx /cm	0.04
Number of grid elements	768
Width of phase screen L /m	0.5
Number of phase screens	20

由图 2 可得,当 LG 光束在自由空间中传播时,其光强呈圆环状分布,因此可清楚地辨认等相位线;当 LG 光束经过大气湍流后,其光强和相位都会产生不同程度的畸变,当湍流强度较小时,光强分布近似呈圆环状,光束畸变程度较小,等相位线也只是发生轻微的扭曲;随着湍流强度的增强,光强分布不再呈现圆环状,光束逐渐向四周扩散,其扩散程度随湍流强度的增加而增加,相位分布也不再规则,等相位线扭曲较为严重,难以辨认。

3 波前畸变校正

3.1 SPGD 算法及其校正原理

SPGD 算法包含性能指标评价函数和迭代方法。远场峰值的斯特列尔比(SR)、光学传输函数、

像清晰度等可用于评价算法性能。研究表明,涡旋光的模式纯度与光强的相关系数有关^[19],因此选取光强相关系数 C_k 作为 SPGD 算法的性能评价指标^[8],即

$$C_k = \int_0^1 \int_{-\pi}^{\pi} I(r, \theta) I_{id}(r, \theta) dr d\theta, \quad (6)$$

式中: θ 为方位角; $I(r, \theta)$ 为校正后的光强分布; $I_{id}(r, \theta)$ 为无湍流情况下的光强分布。

SPGD 算法的校正原理如图 3 所示,先通过计算得到畸变涡旋光的光强分布,再计算出系统的性能指标,并将性能指标反馈给波前校正器,形成反馈回路,进而对畸变的涡旋光束进行校正。

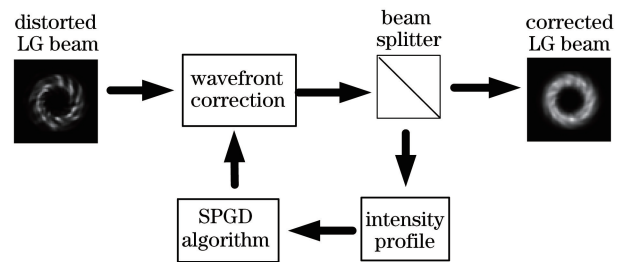


图 3 SPGD 算法校正原理图

Fig. 3 Principle diagram of correction of SPGD algorithm

SPGD 算法的第 $n+1$ 次迭代框图如图 4 所示,具体步骤如下^[20]:

- 1) 初始化电压参数 $U_0 = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_N\}$,

其中, $u_1, u_2, u_3, \dots, u_N$ 都为 0, N 为变形镜驱动器的个数。第 n 次迭代时的随机扰动电压 $\Delta u_n = \{\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3, \dots, \Delta u_N\}$, $\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3, \dots, \Delta u_N$ 相互独立且满足伯努利分布, $P(\Delta u_i) = \begin{cases} 0.5, & \Delta u_i = 1 \\ 0.5, & \Delta u_i = -1 \end{cases}$

2) 第 $n+1$ 迭代时, 首先通过控制模块将正向电压 $U_n + \Delta u_n$ 施加给校正器, 计算得到正向光强相关系数 $C_{1,n}$; 其次通过控制模块将反向电压 $U_n - \Delta u_n$ 施加给校正器, 通过计算得到反向光强相关系数 $C_{2,n}$; 则第 $n+1$ 次的电压 $U_{n+1} = U_n + \mu \Delta u (C_{1,n} - C_{2,n})$, 其中 μ 为增益系数。

3) 电压参量更新。将第 $n+1$ 次迭代后的电压更新为 U_{n+1} 。

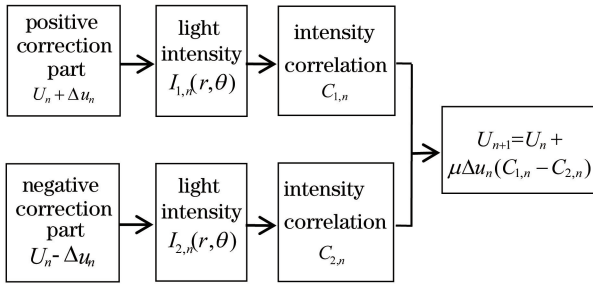


图 4 SPGD 算法第 $n+1$ 次迭代框图

Fig. 4 Block diagram of SPGD algorithm for $(n+1)$ th iteration

3.2 基于动量的改进型 SPGD 算法

由于 SPGD 算法在迭代过程中产生的扰动电压是随机生成的, 因此 SPGD 算法是一种无模型的优化算法, 无法建立准确的模型来控制校正过程朝着最优的方向进行^[10]。基于动量的改进型 SPGD 算法在对随机扰动电压的更新方式进行调整时引入了动量因子, 使得随机扰动电压能够沿着梯度方向更新, 从而加快算法的收敛过程。具体改进如下:

1) Momentum

$$m_n = \alpha m_{n-1} + g_n, \quad (7)$$

$$\Delta u_{n+1} = \Delta u_n - \mu m_n, \quad (8)$$

式中: $g_n = \nabla(\Delta u_n)$ 为第 n 次迭代时 Δu_n 的梯度; m_n 为一阶梯度修正项, 其初始值取 0。

Momentum 是模拟物理学中动量的概念, 在更新梯度时将前一次的梯度也考虑在内, 积累之前梯度指数级衰减的移动平均, 并使随机扰动电压继续沿着该方向进行更新, 以减小振荡、加快收敛。

2) Nesterov

$$g_n = \nabla(\Delta u_n - \mu \alpha m_{n-1}), \quad (9)$$

$$m_n = \alpha m_{n-1} + g_n, \quad (10)$$

$$\Delta u_{n+1} = \Delta u_n - \mu m_n. \quad (11)$$

实际上盲目地使随机扰动电压沿着梯度方向更新不一定能够取得理想的效果, 如 (9) 式所示, Nesterov 首先使随机扰动电压在之前的梯度方向上前进一大步, 然后增加了一个修正项 $-\mu \alpha m_{n-1}$, 以避免更新太快, 同时提高灵敏度。

3.3 基于增益系数调整的改进型 SPGD 算法

与动量法不同, 基于增益系数调整的改进型 SPGD 算法引入了梯度的二阶矩并对增益系数 μ 进行约束, 使得算法能够根据当前状态调整增益系数 μ , 进而改变随机扰动电压的更新方式。具体改进如下:

1) RMSprop

$$m_n = \beta m_{n-1} + (1 - \beta) g_n^2, \quad (12)$$

$$\Delta u_{n+1} = \Delta u_n - \frac{\mu}{\sqrt{m_n} + \xi} g_n, \quad (13)$$

式中: β 为衰减因子; 为了避免 $m_n = 0$ 时分母无意义, 引入小常数 ξ ; m_n 初始值取 0。

RMSprop 在随机扰动电压更新过程中引入了梯度的二阶矩估计, 相比于动量法, (13) 式中增益系数 μ 在分母中增加了约束项, 能够根据当前状态进行调整, 找到合适的方向。

2) AdaDelta

$$E(g_n^2) = \beta E(g_{n-1}^2) + (1 - \beta) g_n^2, \quad (14)$$

$$\text{RMS}(g_n) = \sqrt{E(g_n^2) + \xi}, \quad (15)$$

$$E(\Delta u_n^2) = \beta E(\Delta u_{n-1}^2) + (1 - \beta) \Delta u_n^2, \quad (16)$$

$$\text{RMS}(\Delta u_n) = \sqrt{E(\Delta u_n^2) + \xi}, \quad (17)$$

$$\Delta u_{n+1} = \Delta u_n - \frac{\text{RMS}(\Delta u)_{n-1}}{\text{RMS}(g_n)} g_n, \quad (18)$$

式中: $E(g_n^2)$ 为梯度的均方值; $\text{RMS}(g_n)$ 为梯度的均方根。

AdaDelta 在对随机扰动电压进行更新时引入 $g_n, \Delta u_n$ 的均方根, 由 (18) 式可得, 相比于 RMSprop, AdaDelta 在迭代过程中已经不再依赖 μ , 减少了 SPGD 算法在迭代过程中的参数。

3) Nadam

$$\hat{g}_n = \frac{g_n}{1 - \prod_{i=1}^n \alpha_i}, \quad (19)$$

$$m_n = \alpha_n m_{n-1} + (1 - \alpha_n) \hat{g}_n, \quad (20)$$

$$\hat{m}_n = \frac{m_n}{1 - \prod_{i=1}^n \alpha_i}, \quad (21)$$

$$v_n = \beta v_{n-1} + (1 - \beta) \hat{m}_n^2, \quad (22)$$

$$\hat{v}_n = \frac{v_n}{1 - \beta^n}, \quad (23)$$

$$\bar{m}_n = \alpha_{n+1} \hat{m}_n + (1 - \alpha_n) \hat{g}_n, \quad (24)$$

$$\Delta u_{n+1} = \Delta u_n - \frac{\mu}{\sqrt{\hat{v}_n} + \xi} \bar{m}_n, \quad (25)$$

式中： \hat{g}_n 为 g_n 的修正项； α_i 为动量因子； \hat{m}_n 为 m_n 的修正项； v_n 为二阶梯度修正项； \hat{v}_n 为 v_n 的修正项； \bar{m}_n 为 \hat{m}_n 的修正项。

Nadam 在 RMSprop 的基础上仿照动量法引入动量因子 α_i 对 g_n, m_n 进行修正, 通过计算梯度的一阶矩估计和二阶矩估计对 μ 进行约束。可以看出, Nadam 对 μ 有了更强的约束, 同时对梯度的更新也有更直接的影响, v_n 初始值取 0。

4 仿真结果及其分析

对 C_n^2 取 $1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}, 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}, 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 三种不同湍流强度时的涡旋光进行波前畸变校正并分析不同湍流强度下不同算法的校正效果。SPGD 仿真参数如下: 迭代次数 $N =$

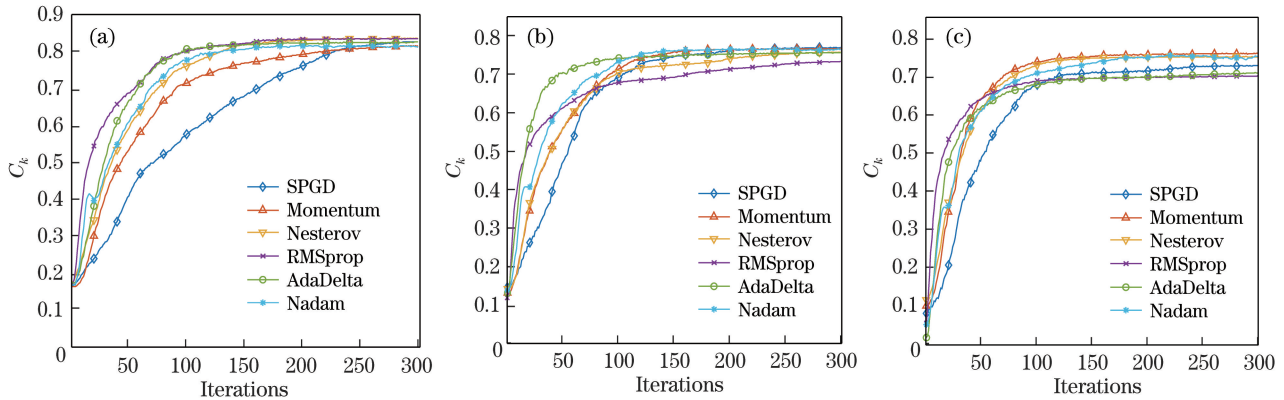


图 5 不同湍流强度下各种算法的光强相关系数的对比。(a) $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$;

(b) $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 5 Comparison of light intensity correlation coefficients of various algorithms under different turbulence intensities.

(a) $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$; (b) $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ 时, 各种算法收敛时 C_k 相差并不是很大, 基于 RMSprop 的改进型算法的收敛速度最快且 C_k 值较大, 因此当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ 时, 可以优先选择基于 RMSprop 的改进型算法。当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ 时, 基于 RMSprop 和 AdaDelta 的改进型算法的收敛速度最快, 但前者收敛时 C_k 过小; SPGD 算法、基于 Momentum 和 Nadam 的改进型算法收敛时的 C_k 最大, 但 SPGD 算法的收敛速度太慢, 基于 Nadam 的改进型算法出现了局部振荡的情况; 综合上述分

析可得, 当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ 时, 从性能评价函数大小的角度选择算法时可以优先考虑基于 Momentum 的改进型算法, 从收敛速度的角度选择算法时可以优先考虑基于 AdaDelta 的改进型算法。当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时, 基于 RMSprop 和 AdaDelta 的改进型算法的收敛速度最快但收敛时 C_k 过小; 基于 Momentum 和 Nesterov 的改进型算法收敛时的 C_k 最大, 且两种算法的收敛速度大致一样。综合上述分析, 当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时, 从性能评价函数大小的角度选择算法时可以优先考

表 2 各种改进型算法的参数

Table 2 Parameters of improved algorithms

Improved algorithm	Parameter
Momentum	$\alpha = 0.8$
Nesterov	$\alpha = 0.8$
RMSprop	$\beta = 0.9$
AdaDelta	$\beta = 0.9, \xi = 1 \times 10^{-6}$
Nadam	$\alpha_i = 0.8, \beta = 0.9, \xi = 1 \times 10^{-6}$

图 5 为不同湍流强度下各种算法的光强相关系数的对比图, 由图 5 可以看出, 5 种改进型算法在不同湍流强度下的收敛速度都有所提升, 当 $C_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ 时收敛速度提升效果最为明显。在各种算法中, 只有基于 Nadam 的改进型算法在校正过程中出现了局部振荡的现象, 其原因可能是 Nadam 算法在更新随机扰动电压时引入了过多的参数, 随着变量的增加, 局部极值也随之增加, 算法在校正过程中更容易陷入局部收敛。

考虑基于 Momentum 或 Nesterov 的改进型算法,从收敛速度的角度选择算法时可以优先考虑基于 RMSprop 或 AdaDelta 的改进型算法。

通过上述分析可知,相比于 SPGD 算法,5 种改进型算法的收敛速度都有所提高,不同湍流强度下各种算法的校正效果也不尽相同,当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ 时,可以优先选择基于 RMSprop 的改进型算法,当 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ 、 $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时需要结合现实需求从算法的稳定性、性能评价函数大小以及收敛速度等方面考虑。

5 结 论

涡旋光携带轨道角动量,能够提高通信效率,但涡旋光经过大气湍流时会产生波前畸变,影响通信质量,SPGD 算法能够有效地对畸变的波前进行校正。结合深度学习理论中优化的梯度下降算法,对 SPGD 算法中随机扰动电压的迭代方式进行调整,并分析不同湍流强度下各种算法的校正效果。仿真结果表明各种算法在不同湍流强度下的校正效果、收敛速度、稳定性不尽相同,在实际运用中要结合现实需求从不同角度选择合适的校正算法,以对畸变的波前进行校正,从而得到最好的校正效果。

参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(7): 488-496.
- [3] Ge X L, Wei G X, Liu X J, et al. Intensity distribution and optical vortex wander of vortex beams propagating in turbulent atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(10): 1026015.
葛筱璐,魏功祥,刘晓娟,等.湍流大气中涡旋光束的光强分布及光学涡旋的漂移[J].*光学学报*, 2016, 36(10): 1026015.
- [4] Ke X Z, Wang C Z. Intensity distribution of the partially coherent vortex beams propagating in atmospheric turbulence[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(11): 110604.
柯熙政,王超珍.部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布[J].*激光与光电子学进展*, 2016, 53(11): 110604.
- [5] Gao C Q, Zhang S K, Fu S Y, et al. Adaptive optics wavefront correction techniques of vortex beams[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(2): 0201001.
高春清,张世坤,付时尧,等.涡旋光束的自适应光学波前校正技术[J].*红外与激光工程*, 2017, 46(2): 0201001.
- [6] Zhao S M, Leach J, Gong L Y, et al. Aberration corrections for free-space optical communications in atmosphere turbulence using orbital angular momentum states[J]. *Optics Express*, 2012, 20(1): 452-461.
- [7] Zhou P, Wang X L, Ma Y X, et al. Analysis on residual error for adaptive optical system based on stochastic parallel gradient descent control algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(3): 613-617.
周朴,王小林,马阎星,等.基于随机并行梯度下降算法自适应光学系统的校正残差分析[J].*光学学报*, 2010, 30(3): 613-617.
- [8] Xie G D, Ren Y X, Huang H, et al. Phase correction for a distorted orbital angular momentum beam using a Zernike polynomials-based stochastic-parallel-gradient-descent algorithm [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(7): 1197-1200.
- [9] Dong B, Yu J. Hybrid approach used for extended image-based wavefront sensor-less adaptive optics [J]. *Chinese Optics Letters*, 2015, 13(4): 041101.
- [10] Ke X Z, Wang X Y. Experimental study on the correction of wavefront distortion for vortex beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(3): 0328018.
柯熙政,王夏尧.涡旋光波前畸变校正实验研究[J].*光学学报*, 2018, 38(3): 0328018.
- [11] Vorontsov M A, Carhart G W, Ricklin J C. Adaptive phase-distortion correction based on parallel gradient-descent optimization [J]. *Optics Letters*, 1997, 22(12): 907-909.
- [12] Ma S Q, Yang P, Lai B H, et al. Slab laser beam cleanup based on efficient stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(8): 0805001.
马士青,杨平,赖柏衡,等.基于高效随机并行梯度下降算法的板条激光光束净化[J].*中国激光*, 2020, 47(8): 0805001.
- [13] Liu L X, Zhang M L, Wu Z Q, et al. Application of adaptive optics in fluorescence microscope[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(12): 120001.
刘立新,张美玲,吴兆青,等.自适应光学在荧光显微镜中的应用[J].*激光与光电子学进展*, 2020, 57(12): 120001.
- [14] Chen B, Li X Y, Jiang W H. Optimization of stochastic parallel gradient descent algorithm for adaptive optics in atmospheric turbulence[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2010, 37(4): 959-964.
陈波,李新阳,姜文汉.大气湍流自适应光学随机并

- 行梯度下降算法的优化[J]. 中国激光, 2010, 37(4): 959-964.
- [15] Chang Y H, Li H Y. Comparison of gradient based optimization algorithms[J]. Modern Computer, 2019(17): 3-8, 15.
常永虎, 李虎阳. 基于梯度的优化算法研究[J]. 现代计算机, 2019(17): 3-8, 15.
- [16] Yao A M, Padgett M J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications [J]. Advances in Optics and Photonics, 2011, 3(2): 161-204.
- [17] Niu C J, Lu F, Han X E. Propagation properties of Gaussian array beams transmitted in oceanic turbulence simulated by phase screen method[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0601004.
牛超君, 卢芳, 韩香娥. 相位屏法模拟高斯阵列光束海洋湍流传输特性[J]. 光学学报, 2018, 38(6): 0601004.
- [18] Luo C K, Lu F, Miao Z F, et al. Propagation and spreading of radial vortex beam array in atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(6): 0601004.
骆传凯, 卢芳, 苗志芳, 等. 径向阵列涡旋光束在大气中的传输与扩展[J]. 光学学报, 2019, 39(6): 0601004.
- [19] Huang H, Ren Y X, Yan Y, et al. Phase-shift interference-based wavefront characterization for orbital angular momentum modes[J]. Optics Letters, 2013, 38(13): 2348-2350.
- [20] Wu K, Sun Y, Huai Y, et al. Multi-perturbation stochastic parallel gradient descent method for wavefront correction[J]. Optics Express, 2015, 23(3): 2933-2944.