

快照傅里叶变换成像光谱仪阵列非均匀特性的 Monte Carlo 分析

吕金光^{1*}, 梁静秋^{1*}, 王维彪¹, 秦余欣^{1,2}, 陶金¹

¹中国科学院长春光学精密机械与物理研究所应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033;

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 快照傅里叶变换成像光谱仪通过微透镜阵列的多重成像与微反射镜阵列的分布式相位调制实现图谱信息的实时获取。由于阵列器件制作精度的限制,微透镜阵列与微反射镜阵列各单元之间的结构参数会存在不同程度的偏差,从而影响系统的性能。微透镜阵列各透镜单元之间结构参数的偏差可以等效为焦距的非均匀性,微反射镜阵列各阶梯单元之间的差别主要体现在阶梯步长的非均匀性上。本文根据微透镜阵列与微反射镜阵列对光场的相位调制特性,建立了非均匀误差的光场传输模型。采用 Monte Carlo 方法分别对微透镜阵列的焦距非均匀性和微反射镜阵列的步长非均匀性进行误差合成,统计分析表明相对光谱误差量随着焦距标准差及步长标准差的增加而单调递增。针对步长非均匀误差提出了一种离散光谱相位补偿的光谱校正方法,该方法有效降低了微反射镜阵列的制作精度要求,提高了复原光谱的质量。

关键词 光谱学; 傅里叶变换光谱仪; 非均匀误差; Monte Carlo 方法

中图分类号 O433.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2430001

Monte Carlo Analysis of Array Non-Uniformity in Snapshot Fourier Transform Imaging Spectrometer

Lü Jinguang^{1*}, Liang Jingqiu^{1*}, Wang Weibiao¹, Qin Yuxin^{1,2}, Tao Jin¹

¹State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract For the multiple imaging by the microlens array and the distributed phase modulation by the micromirror array, the snapshot Fourier transform imaging spectrometer can acquire image and spectrum information in real time. Limited by the fabrication accuracy of array devices, the structural parameters of the units in the microlens array and the micromirror array display different degrees of deviations, which affects the system performance. The structural parameter deviations of the lens units in the microlens array can be equated with the non-uniformity of the focal length, and the differences among the step units in the micromirror array are mainly reflected in the non-uniformity of the step length. A model of optical field propagation with non-uniform errors was built according to the phase modulation characteristics of the microlens array and the micromirror array on the optical field. The Monte Carlo method was used to synthesize the non-uniform errors of the focal length of the microlens array and the step length of the micromirror array. Statistical analysis showed that the relative spectrum error increased monotonously with the increase in the standard deviations of the focal length and the step length. Given the non-uniform error of the step length, a spectrum correction method of discrete spectrum phase compensation was proposed. The method effectively reduced the fabrication accuracy requirement on the micromirror array and improved the quality of the recovered spectrum.

Key words spectroscopy; Fourier transform spectrometer; non-uniform error; Monte Carlo method

OCIS codes 300.6190; 120.5060; 030.6600

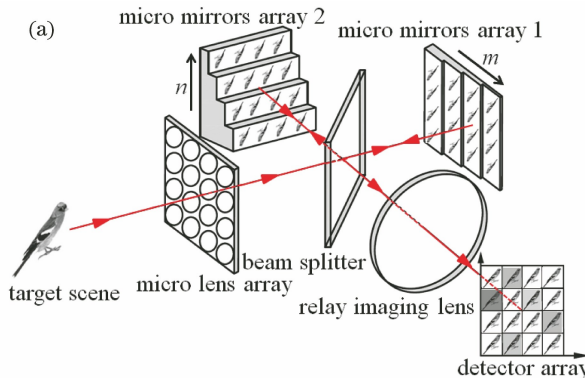
收稿日期: 2021-05-06; 修回日期: 2021-05-10; 录用日期: 2021-06-28

基金项目: 国家自然科学基金(61805239, 61627819, 61727818)、吉林省科技发展计划(20190303063SF, 20180201024GX, 20150520101JH)、中国科学院青年创新促进会基金(2018254)

通信作者: *liangjq@ciomp.ac.cn; **jinguanglv@163.com

1 引言

傅里叶变换成像光谱仪在信噪比、光通量、波数精度、光谱范围及光谱分辨率等方面具有显著优势,因此被广泛应用于目标探测与物质识别领域^[1-3]。面阵探测器只能获取两个维度的信息,当利用面阵探测器对由二维图像与一维光谱构成的三维信息进行探测时,信息维度的不匹配使得传统的傅里叶变换成像光谱仪必须引入时间扫描,进行三维信息的获取,从而限制了其对运动场景或迅变目标的探测能力。快照傅里叶变换成像光谱仪通过引入阵列器件可以突破信息维度之间的制约,具有获取三维信息的能力^[4]。快照傅里叶变换成像光谱仪利用阵列器件的孔径分割特性,使目标场景在面阵探测器上形成干涉图像阵列,然后顺序提取各图像单元形成干涉图像序列,并沿光程差轴进行离散傅里叶变换,即可重构出光谱。1994年,日本大阪大学的研究人员将微透镜阵列与倾斜反射镜式迈克耳孙干涉仪相结合,提出了多图像傅里叶变换红外光谱仪 MIFTS^[5],其中的倾斜反射镜会导致同一图像单元的光程差不稳定。2012年,美国亚利桑那大学的研究人员将微透镜阵列与一对双折射 Nomarski 棱镜结合,提出了快照高光谱成像傅里叶变换光谱仪 SHIFT^[6-7],但双折射 Nomarski 棱镜材料的透射波段限制了其在红外光谱领域的应用。2013年,本课题组研制了一种基于微反射镜阵列的空间调制傅里叶变换光谱仪^[8],该光谱仪可以实时获取目标的光谱,但不具备图像获取的功能。为了实现图像与光谱的实时获取,2019年本课题组在空间调制干涉系统的基础上,将微反射镜阵列与微透镜阵列结合,提出了一种快照傅里叶变换成像光谱仪^[9],该快照傅里叶变换成像光谱仪的核心器件为微透镜阵列与微反射镜阵列。由于阵列器件制作精度的限制,微透镜阵列与微反射镜阵列各组成单元之间的结构参数存在不同程度的偏差,因此,本文对微透镜阵列与微反射镜阵列结构参数的非均匀性进行误差合成与传输建模,并利用 Monte Carlo 统计实验方法分析讨论阵列非均匀误差特性对系统光谱性能的影响。



2 系统工作原理

本文研究的快照傅里叶变换成像光谱仪^[9]的工作原理如图 1 所示。目标光场经阵列数目为 $N \times N$ 的微透镜阵列调制之后在其焦平面上形成多重像场,分束器将多重像场进行能量均分,分别投射到两个阶梯级数为 N 的微反射镜阵列上。两个微反射镜阵列的阶梯方向在横向空间互相正交,将多重像场分割成 $N \times N$ 个干涉定域。设横向微反射镜阵列的阶梯步长为 d ,为了形成连续的光程差序列,纵向微反射镜阵列的阶梯步长为 $N \times d$ 。同时,为了使光谱复原时不产生光谱混叠,横向微反射镜阵列的阶梯步长 d 应满足 Nyquist-Shannon 采样定理,即 $d \leq \lambda_{\min}/4$,其中 λ_{\min} 为光波的最小波长。

多重像场经两个微反射镜阵列调制后返回分束器干涉叠加形成多重干涉像场,之后经过中继成像镜在探测器阵列上形成包含 $N \times N$ 个图像单元的干涉图像阵列,不同的图像单元对应不同的光程差 $\Delta(m, n) = 2(Nn - m)d$ 。通过图像分割顺序提取每个图像单元,将图像单元重新组装形成三维干涉图像立方体 $I[x, y, \Delta(m, n)]$,沿着干涉图像立方体的光程差轴进行离散傅里叶变换,便可以重建三维图像光谱立方体,即

$$B(x, y, \nu) = 2d \sum_m \sum_n I[x, y, \Delta(m, n)] \times \exp[-j4\pi\nu(Nn - m)d], \quad (1)$$

式中: $\nu = 1/\lambda$ 为光波的波数, λ 为光波的波长。

3 理论计算模型

微透镜阵列和两个微反射镜阵列利用阵列结构对空间光场进行分布式相位调制,而组成单元之间的结构参数的均一性是关系到系统性能的关键因素。由于阵列器件制作精度的影响,微透镜阵列和微反射镜阵列不同单元之间的结构参数会存在一定偏差。

微透镜阵列含有 $N \times N$ 个微透镜单元,每个微透镜单元的口径为 $a \times a$,焦距为 f ,则根据傅里叶光学理论^[10],微透镜单元的光场相位调制因子为 $\exp\left[-j\frac{\pi}{\lambda f}(x_1^2 + y_1^2)\right]$ 。假设各微透镜单元均为衍射受限

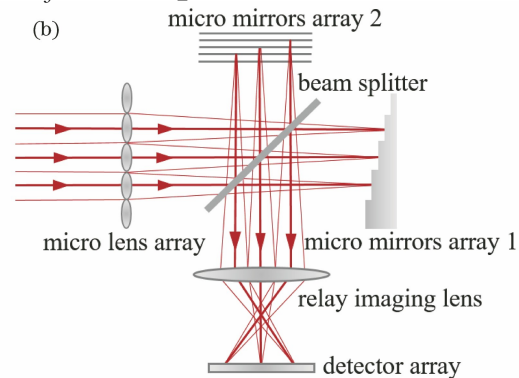


图 1 快照傅里叶变换成像光谱仪的工作原理。(a) 结构图; (b) 光路图

Fig. 1 Principle diagram of snapshot Fourier transform imaging spectrometer. (a) Structure; (b) optical path

的无像差透镜,则理想情况下微透镜阵列的屏函数为

$$t(x_1, y_1) = \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \exp\left\{-j \frac{\pi}{\lambda f} \times \left[\left(x_1 - \frac{a}{2} - ma\right)^2 + \left(y_1 - \frac{a}{2} - na\right)^2 \right]\right\} \times \text{rect}\left(\frac{x_1 - a/2 - ma}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y_1 - a/2 - na}{a}\right), \quad (2)$$

但由于阵列器件制作精度的限制,各微透镜单元之间的结构参数会存在一定的偏差,主要表现为表面曲率半径和厚度的不均匀。微透镜单元在入射光场中引入的相位调制因子为 $\exp\left[-j \frac{\pi}{\lambda f} (x_1^2 + y_1^2)\right]$ ^[10], 根据光焦度公式^[11], 微透镜单元的焦距 f 可由其表面曲率半径和厚度表示为 $\frac{1}{f} = (n_0 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{(n_0 - 1)^2}{n_0} \frac{\Delta_0}{R_1 R_2}$, 其中 R_1 和 R_2 分别为微透镜单元的前后表面曲率半径, Δ_0 为中心厚度, n_0 为材料折射率。由此可见, 焦距 f 对光场的调制源于表面曲率半径和厚度对光场的调制。因此, 根据光焦度公式, 表面曲率半径和厚度的不均匀性最终可以等效为焦距的不均匀性。 $N \times N$ 个微透镜单元具有 N^2 个焦距误差, 设第 (m, n) 个微透镜单元的焦距相对于理想焦距 f 的偏差为 $e(m, n)$, 则实际情况下微透镜阵列的屏函数为

$$t'(x_1, y_1) = \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \exp\left\{-j \frac{\pi}{\lambda [f + e(m, n)]} \times \left[\left(x_1 - \frac{a}{2} - ma\right)^2 + \left(y_1 - \frac{a}{2} - na\right)^2 \right]\right\} \times \text{rect}\left(\frac{x_1 - a/2 - ma}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y_1 - a/2 - na}{a}\right). \quad (3)$$

微透镜阵列对入射光场 $u_0(x_1, y_1)$ 进行相位调制后的透射光场为 $u_0(x_1, y_1)t'(x_1, y_1)$, 其传输到微透镜阵列焦平面上会形成多重像场, 即

$$u_1(x_1, y_1) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[u_0(x_1, y_1)t(x_1, y_1)]H_1(f_{x_1}, f_{y_1})\}, \quad (4)$$

式中: $H_1(f_{x_1}, f_{y_1}) = \exp(j2\pi f) \exp[-j\pi\lambda f(f_{x_1}^2 + f_{y_1}^2)]$ 为非涅耳衍射传递函数; f_{x_1} 和 f_{y_1} 为微透镜阵列平面的空间频率。

两个微反射镜阵列均含有 N 个阶梯单元, 每个阶梯单元的阶梯宽度为 a , 理想阶梯步长分别为 d 和 Nd , 则各阶梯单元的光场相位调制因子分别为 $\exp(j4\pi\lambda m d)$ 和 $\exp(j4\pi\lambda n N d)$, 因此理想情况下两个微反射镜阵列的屏函数分别为

$$s_1(x_1, y_1) = \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} \exp(j4\pi\lambda m d) \times \text{rect}\left(\frac{x_1 - a/2 - ma}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y_1}{Na}\right), \quad (5)$$

$$s_2(x_1, y_1) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \exp(j4\pi\lambda n N d) \times$$

$$\text{rect}\left(\frac{y_1 - a/2 - na}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{x_1}{Na}\right). \quad (6)$$

同样, 对于两个微反射镜阵列来说, 各阶梯单元之间的结构参数也会存在些许差别, 具体包括阶梯长度、阶梯宽度和阶梯步长三个几何量, 其中: 阶梯长度对整个系统进行孔径限制, 阶梯宽度对各阶梯单元进行孔径限制, 而阶梯步长则对每个光场单元的相位进行调制。由于微反射镜阵列采用具有微纳精度的微光机电系统工艺制作, 其在宏观尺度上足以满足阶梯长度和阶梯宽度的精度要求, 但其在微观尺度上对阶梯步长带来的误差却不容忽视, 因此微反射镜阵列各阶梯单元的非均匀误差对系统的影响主要体现在阶梯步长的不均匀性上。微反射镜阵列阶梯步长的不均匀性会导致每个阶梯单元的实际位置相对于其理想位置产生偏差, 本文将该偏差定义为各阶梯单元的步长误差, 两个微反射镜阵列共有 $2N$ 个阶梯, 因此具有 $2N$ 个步长误差。设横向微反射镜阵列第 m 个阶梯的实际位置相对于其理想位置的步长误差为 $p(m)$, 纵向微反射镜阵列第 n 个阶梯的实际位置相对于其理想位置的步长误差为 $q(n)$, 则实际情况下两个微反射镜阵列的屏函数分别为

$$s'_1(x_1, y_1) = \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} \exp\{j4\pi\lambda [md + p(m)]\} \times \text{rect}\left(\frac{x_1 - a/2 - ma}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y_1}{Na}\right), \quad (7)$$

$$s'_2(x_1, y_1) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \exp\{j4\pi\lambda [nNd + q(n)]\} \times \text{rect}\left(\frac{y_1 - a/2 - na}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{x_1}{Na}\right). \quad (8)$$

两个微反射镜阵列对多重像场进行相位调制后分别形成调制像场 $u_1(x_1, y_1)s'_1(x_1, y_1)$ 和 $u_1(x_1, y_1)s'_2(x_1, y_1)$, 两个调制像场经由中继成像镜后在探测器阵列上形成的几何光学像为 $u_{g_1}(x_2, y_2) = u_1(x_2/\beta, y_2/\beta)s'_1(x_2/\beta, y_2/\beta)/\beta$ 和 $u_{g_2}(x_2, y_2) = u_1(x_2/\beta, y_2/\beta)s'_2(x_2/\beta, y_2/\beta)/\beta$, 其中, $x_2 = \beta x_1, y_2 = \beta y_1, \beta$ 为中继成像镜的放大率。根据标量衍射理论, 两个调制像场经由中继成像镜后在探测器阵列上叠加干涉形成的干涉图像阵列的强度分别为

$$I(x_2, y_2) = \left| \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[u_{g_1}(x_2, y_2)]H_2(f_{x_2}, f_{y_2})\} + \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[u_{g_2}(x_2, y_2)]H_2(f_{x_2}, f_{y_2})\} \right|^2 = \left| \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[u_{g_1}(x_2, y_2) + u_{g_2}(x_2, y_2)]H_2(f_{x_2}, f_{y_2})\} \right|^2, \quad (9)$$

式中: $H_2(f_{x_2}, f_{y_2}) = \text{circ}\left(\frac{2\lambda z}{D}\sqrt{f_{x_2}^2 + f_{y_2}^2}\right)$ 为中继成像镜的相干传递函数^[12]; f_{x_2} 和 f_{y_2} 为探测器阵列平面的空间频率; D 为中继成像镜的出瞳口径; z 为出瞳到探测器的距离。

将干涉图像阵列分割提取并重新组装成干涉图像立方体 $I[x, y, \Delta(m, n)]$, 将其代入(1)式, 便可得到

入射光波的复原光谱。

4 数值计算与分析讨论

由于微透镜阵列和两个微反射镜阵列是两种完全不同结构的阵列器件,其制作过程中不存在相关性,同时,为了确定不同结构误差参数对系统光谱性能的影响,本文将分别对微透镜阵列和微反射镜阵列的非均匀误差特性进行分析。

4.1 微透镜阵列焦距的非均匀性

微透镜阵列含有 $N \times N$ 个微透镜单元,共有 N^2 个焦距误差项,属于巨量误差。由理论计算模型可以看出,在非均匀误差向复原光谱传递过程中要经过多个傅里叶变换积分方程,如此复杂的传递过程如果采用传统的全微分法对巨量误差进行合成与分析将是十分困难的^[13-14]。为此,本文将 $N \times N$ 个焦距误差项作为随机变量,采用 Monte Carlo 统计实验的方法对巨量误差进行合成传递与特性分析。设各微透镜单元的焦距误差具有相同的标准差,即 $\sigma_f(m, n) = \sigma_f$,同时假设 $N \times N$ 个焦距误差的统计特性均服从正态分布,其联合概率密度函数为

$$f_e[e(1,1), \dots, e(N,N)] = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f}\right)^{N^2} \exp\left[-\frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N e^2(m,n)}{2\sigma_f^2}\right]. \quad (10)$$

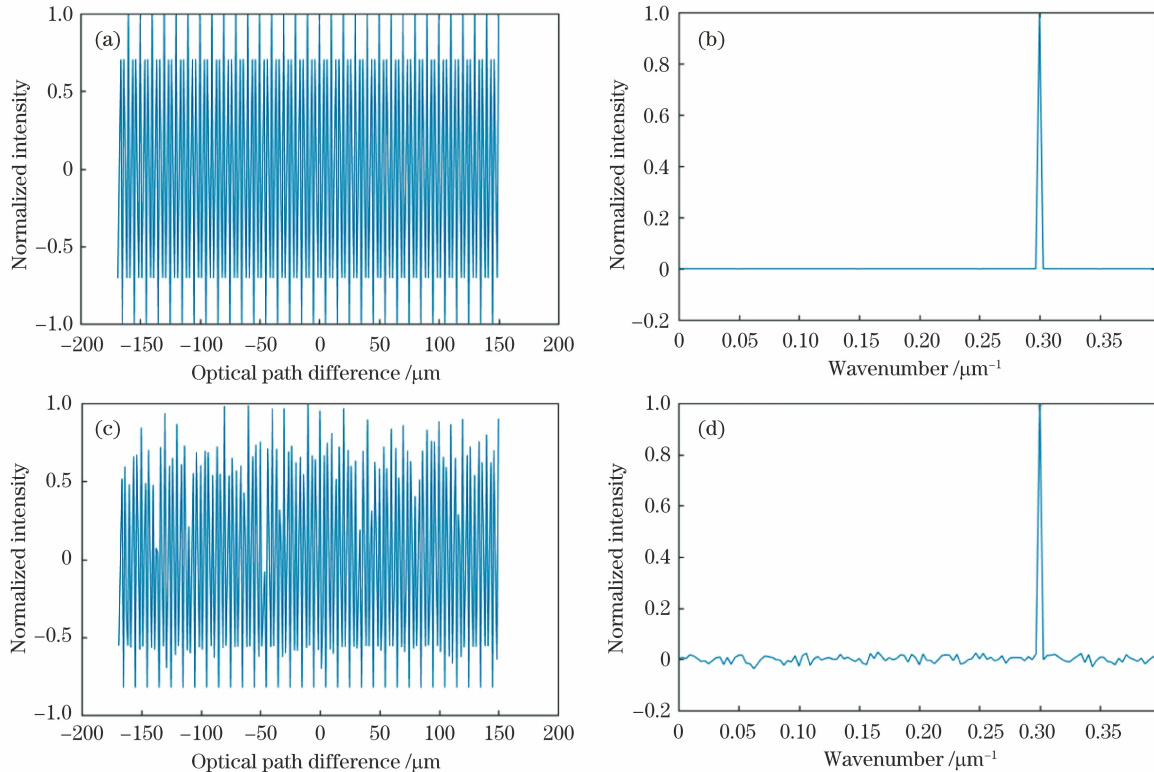


图 2 不同焦距标准差对应的干涉图序列与复原光谱。(a) $\sigma_f=0$ mm 对应的干涉图;(b) $\sigma_f=0$ mm 对应的光谱;(c) $\sigma_f=2$ mm 对应的干涉图;(d) $\sigma_f=2$ mm 对应的光谱

Fig. 2 Interferogram sequences and recovered spectra corresponding to different focal length standard deviations.

(a) Interferogram for $\sigma_f=0$ mm; (b) spectrum for $\sigma_f=0$ mm; (c) interferogram for $\sigma_f=2$ mm; (d) spectrum for $\sigma_f=2$ mm

对应 $N \times N$ 个焦距误差,产生 $N \times N$ 个长度为 L 的标准正态分布随机数序列 $R(m, n, l)$,其中 $l=1, 2, \dots, L$, L 为计算采样长度。由此,第 l 个计算采样点处第 (m, n) 个焦距的随机误差为

$$e(m, n, l) = \pm R(m, n, l) \cdot \sigma_f(m, n) = \pm R(m, n, l) \cdot \sigma_f. \quad (11)$$

根据(11)式,将每一个计算采样点所属的 $N \times N$ 个焦距误差代入理论计算模型,得到各计算采样点处的干涉图序列,然后由(1)式复原出各计算采样点处的光谱^[15]。

取微透镜阵列的单元口径 $a=2$ mm,阵列数目 $N \times N=16 \times 16$,理想焦距 $f=40$ mm;微反射镜阵列的阶梯宽度 $a=2$ mm,阶梯级数 $N=16$,理想步长 $d=0.625$ μm ;中继成像镜的放大率 $\beta=-0.1$,出瞳距与出瞳口径之比 $z/D=2$;探测器的像元尺寸为 15 $\mu\text{m} \times 15$ μm ,像元数目为 800×800 ,每个光场单元对应 50 pixel $\times 50$ pixel。假设目标场景为遥远距离的类点源目标,入射光波为单位振幅的平面波,即 $u_0(x_1, y_1)=1, \nu_0=0.3$ μm^{-1} 。取 $L=1000$,在焦距标准差 $\sigma_f=0$ mm 和 $\sigma_f=2$ mm 的情况下,某一次计算采样获得的干涉图序列和复原光谱如图 2 所示。

图 2(a)和图 2(b)是理想情况下的干涉图序列和复原光谱,图 2(c)和图 2(d)是焦距标准差 $\sigma_f=2$ mm 时的干涉图序列和复原光谱。可以看出,相较于理想

情况下的规则干涉图序列和单色谱线复原光谱,微透镜阵列焦距的非均匀性会导致干涉图序列的强度产生不规则的波动,同时复原光谱在整个光谱范围内出现了噪声起伏,干涉图序列和复原光谱严重失真。

微透镜阵列的焦距非均匀误差导致干涉像点阵列因离焦而产生不同程度的弥散,第 (m, n) 个干涉像点所对应的离焦弥散半角为 $\theta(m, n) = \frac{a|e(m, n)|}{2f^2}$ 。干涉像点能量的随机弥散导致干涉图强度产生不规则的波动。采用相对光谱误差量 Q 来表征微透镜阵列的焦距非均匀性对复原光谱性能的影响^[16],即 $Q = \frac{\int_0^\infty |B(\nu) - B_0(\nu)| d\nu}{\int_0^\infty B_0(\nu) d\nu}$,其中 B_0 为理想光谱, B 为实际的复原光谱。计算每一个采样点的复原光谱及其相对光谱误差量,并对相对光谱误差量的区间分布进行频数统计,得到焦距非均匀性导致的相对光谱误差量的统计学数字特征。图 3 为 $\sigma_f = 2 \text{ mm}$ 时相对光谱误差量 Q 的区间频数分布,可见其分布规律基本服从正态分布。

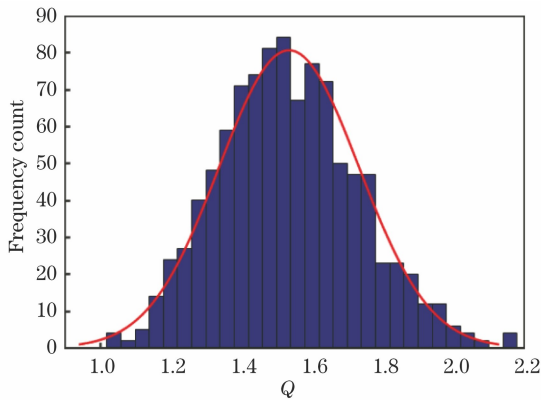


图 3 相对光谱误差量的区间频数分布

Fig. 3 Interval frequency count distribution of relative spectrum error

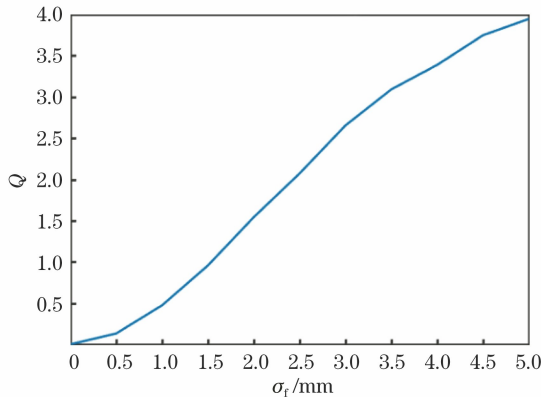


图 4 相对光谱误差量与焦距标准差的关系

Fig. 4 Relationship of relative spectrum error with focal length standard deviation

对于不同的焦距非均匀情况,统计复原光谱的相对光谱误差量的区间频数分布,得到其统计均值随焦距标准差的变化关系,如图 4 所示。可以看出,相对光

谱误差量的统计均值随着焦距标准差的增加而单调递增。因此,微透镜阵列焦距非均匀性的离散程度越大,光谱性能下降得越快。根据相对光谱误差量与焦距标准差之间的关系,便可以在结构精度与系统性能之间进行权衡和优化,确定微透镜阵列焦距误差的容限。对于本文设定的参数,若要求相对光谱误差量 $Q < 1$,则微透镜阵列的焦距标准差应控制在 1.5 mm 以内。

4.2 微反射镜阵列步长非均匀性

两个微反射镜阵列均含有 N 个阶梯单元,因此共有 $2N$ 个步长误差项。本文同样将 $2N$ 个步长误差项作为随机变量,采用 Monte Carlo 方法进行误差的合成传递与特性分析。设横向微反射镜阵列各步长误差的标准差 $\sigma_p(m)$ 均相等,即 $\sigma_p(m) = \sigma_p$,而且纵向微反射镜阵列各步长误差的标准差 $\sigma_q(n)$ 也都相等,即 $\sigma_q(n) = \sigma_q$ 。同时,假设这 $2N$ 个步长误差的统计特性均服从正态分布,其联合概率密度函数为

$$f_d[p(1), \dots, p(N), q(1), \dots, q(N)] = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_p\sigma_q}\right)^N \exp\left[-\frac{\sum_{m=1}^N p^2(m)}{2\sigma_p^2}\right] \exp\left[-\frac{\sum_{n=1}^N q^2(n)}{2\sigma_q^2}\right]. \quad (12)$$

对应横向微反射镜阵列的 N 个步长误差,产生 N 个长度为 L 的标准正态分布随机数序列 $S(l, m)$ 。同理,对应纵向微反射镜阵列的 N 个步长误差,产生 N 个长度为 L 的标准正态分布随机数序列 $T(l, n)$ 。由此,对于第 l 个计算采样点,横向微反射镜阵列的第 m 个步长随机误差与纵向微反射镜阵列的第 n 个步长随机误差分别为

$$p(l, m) = \pm S(l, m) \cdot \sigma_p(m) = \pm S(l, m) \cdot \sigma_p, \quad (13)$$

$$q(l, n) = \pm T(l, n) \cdot \sigma_q(n) = \pm T(l, n) \cdot \sigma_q. \quad (14)$$

根据(13)式和(14)式计算各采样点所对应的 $2N$ 个步长随机误差,将其代入理论计算模型,得到各计算采样点处的干涉图序列,然后由(1)式复原出各计算采样点处的光谱。

微透镜阵列与微反射镜阵列取与 4.1 节相同的参数。为了明确不同微反射镜阵列的步长误差对系统性能的影响,分别对理想情况、横向微反射镜阵列单独含有步长误差、纵向微反射镜阵列单独含有步长误差以及两个微反射镜阵列同时含有步长误差四种情况进行计算,分别取 $(\sigma_p, \sigma_q) = (0 \mu\text{m}, 0 \mu\text{m})$, $(\sigma_p, \sigma_q) = (0.1 \mu\text{m}, 0 \mu\text{m})$, $(\sigma_p, \sigma_q) = (0 \mu\text{m}, 0.1 \mu\text{m})$, $(\sigma_p, \sigma_q) = (0.1 \mu\text{m}, 0.1 \mu\text{m})$ 四组参数,得到不同情况下某一计算采样点的复原光谱,如图 5 所示。

由图 5 可见,相较于理想情况下的单色谱线复原光谱,微反射镜阵列不同的步长非均匀特性导致复原光谱具有不同的噪声分布特征:横向微反射镜阵列的步长非均匀性导致复原光谱中出现了由基频波数及其

谐频波数组成的伴频谱线噪声;纵向微反射镜阵列的步长非均匀性导致复原光谱在信号谱线两侧出现了高频振荡噪声,且距离信号谱线越近,噪声幅值越强;两

个微反射镜阵列步长的综合非均匀性导致的光谱噪声具有两个微反射镜阵列单独非均匀性光谱噪声的叠加特征。

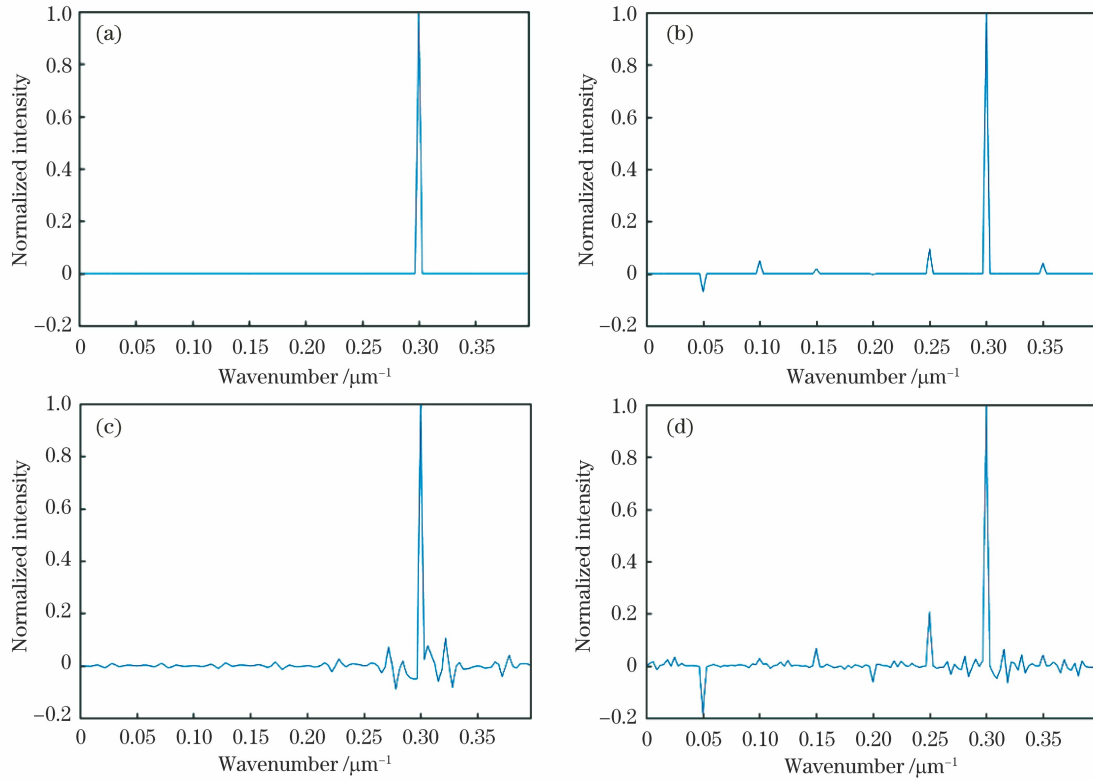


图 5 不同步长标准差对应的复原光谱。(a)无步长误差;(b)单独横向步长误差;(c)单独纵向步长误差;(d)全部步长误差
Fig. 5 Recovered spectra corresponding to different step length standard deviations. (a) Zero step error; (b) single transverse step error; (c) single longitudinal step error; (d) total step error

微反射镜阵列的步长非均匀误差导致干涉像点光程差发生改变,从而导致干涉图序列光程差发生波动,进而在复原光谱中引入相位误差。同样采用相对光谱误差量 Q 来表征微反射镜阵列阶梯步长非均匀性对复原光谱性能的影响^[16]。计算每一个采样点的复原光谱及其相对光谱误差量,并对相对光谱误差量的区间分布进行频数统计,得到步长非均匀性导致的相对

光谱误差量的统计学数字特征。图 6(a)、(b)、(c)分别为 $(\sigma_p, \sigma_q)=(0.1 \mu\text{m}, 0 \mu\text{m})$ 、 $(\sigma_p, \sigma_q)=(0 \mu\text{m}, 0.1 \mu\text{m})$ 、 $(\sigma_p, \sigma_q)=(0.1 \mu\text{m}, 0.1 \mu\text{m})$ 情况下相对光谱误差量 Q 的区间频数分布情况。通过对比可以看出,相对光谱误差量对纵向微反射镜阵列的步长非均匀性更加敏感,且步长非均匀性的离散程度越大,相对光谱误差量的不确定度也越大。

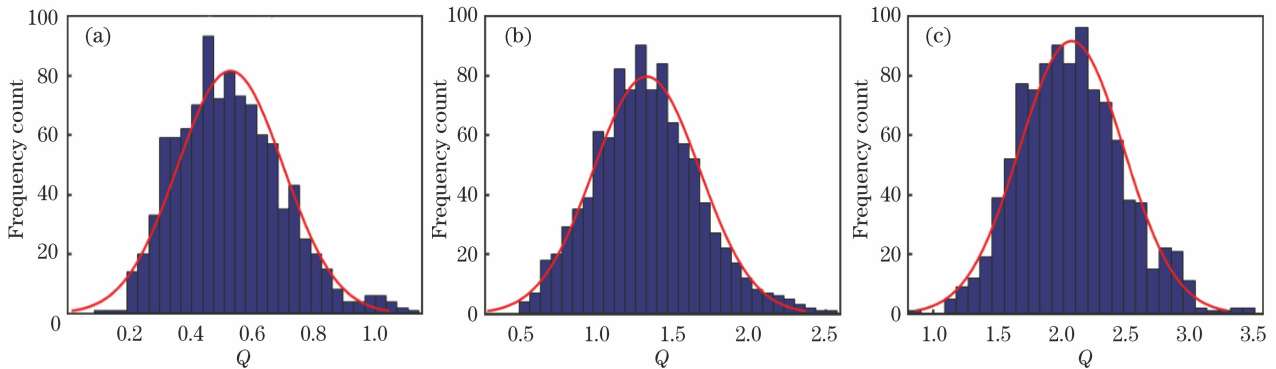


图 6 相对光谱误差量的区间频数分布。(a)单独横向步长误差;(b)单独纵向步长误差;(c)全部步长误差
Fig. 6 Interval frequency count distributions of relative spectrum error. (a) Single transverse step error; (b) single longitudinal step error; (c) total step error

将两个微反射镜阵列的阶梯步长标准差进行排列组合,统计不同情况下复原光谱的相对光谱误差量的

区间频数分布,得到其统计均值随阶梯步长标准差的变化,如图 7 所示。

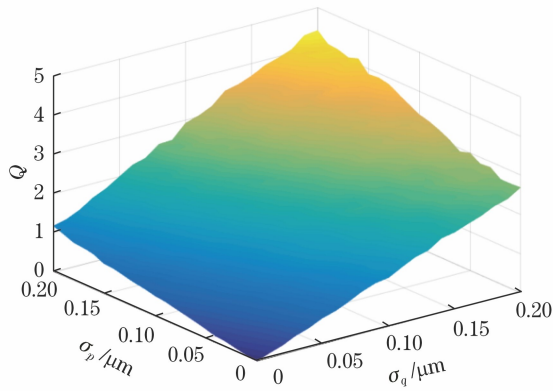


图 7 相对光谱误差量与阶梯步长标准差的关系
Fig. 7 Relationship of relative spectrum error with step length standard deviation

由图 7 可以看出,随着阶梯步长标准差 σ_p 和 σ_q 的增加,相对光谱误差量的统计均值具有准线性单调递增的趋势。根据相对光谱误差量与两个微反射镜阵列的步长标准差之间的准线性关系,可以根据要求的 Q 值确定两个微反射镜阵列步长误差的容限。对于本文设定的参数,若要求相对光谱误差量 $Q < 1$,则两个微反射镜阵列的步长标准差均应控制在 $0.06 \mu\text{m}$ 以内。可以看出,该步长标准差对器件的制造工艺提出了十分高的精度要求,这会极大地增加器件的加工难度。

根据傅里叶变换光谱学原理,微反射镜阵列各阶梯单元之间的步长非均匀误差会导致干涉图序列中产生附加光程差 $\delta(m, n) = 2[q(n) - p(m)]$,从而在复原光谱中引入相位误差 $\varphi(\nu, m, n) = 2\pi\nu\delta(m, n) = 4\pi\nu[q(n) - p(m)]$,此时干涉图序列的形式为

$$I[\Delta(m, n)] =$$

$$\int_0^\infty B(\nu) \cos\{2\pi\nu[\Delta(m, n) + \delta(m, n)]\} d\nu = \int_0^\infty B(\nu) \cos[2\pi\nu\Delta(m, n) + \varphi(\nu, m, n)] d\nu. \quad (15)$$

由相位误差表达式可以看出该误差属于系统误差,仅由微反射镜阵列各阶梯单元实际的步长误差量 $p(m)$ 、 $q(n)$ 决定;因此,可以利用微反射镜阵列实际的阶梯步长参数对相位误差进行补偿,从而对复原光谱进行校正,降低阶梯步长非均匀误差对复原光谱的影响。首先将二维干涉图像 $I[\Delta(m, n)]$ 、附加光程差 $\delta(m, n)$ 和相位误差 $\varphi(\nu, m, n)$ 按照光程差的顺序排列为二维序列 $I[\Delta(i)]$ 、 $\delta(i)$ 和 $\varphi(\nu, i)$,其中 $i = 0, 1, 2, \dots, N^2 - 1, \Delta(i) = 2id$ 。由于干涉图序列的采样间隔为 $2d$,采样点数为 N^2 ,根据离散傅里叶变换理论,复原光谱在波数域的光谱分辨率为 $V = 1/(2N^2d)$,所以在波数域用分辨率对光谱进行离散并不会丢失干涉图信息。令 $\nu(k) = k/(2N^2d)$, $B[\nu(k)] = B(k)$, $\varphi[\nu(k), i] = 2\pi k\delta(i)/(2N^2d) = \varphi(k, i)$,并令干涉图序列 $I[\Delta(i)] = I(i)$,将其代入(15)式,则干涉图序列可以表示为

$$I(i) = \sum_{k=0}^{N^2-1} B(k) \cos\left\{2\pi \frac{k}{2N^2d} [2id + \delta(i)]\right\} = \sum_{k=0}^{N^2-1} B(k) \cos\left[2\pi \frac{ki}{N^2} + \varphi(k, i)\right]. \quad (16)$$

然后将其改写成矩阵形式,即

$$\mathbf{I} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \quad (17)$$

其中,干涉图序列 $\mathbf{I} = [I(0), I(1), I(2), \dots, I(N^2-1)]^T$,光谱序列 $\mathbf{B} = [B(0), B(1), B(2), \dots, B(N^2-1)]^T$,

$\mathbf{A} =$

$$\begin{bmatrix} \cos[\varphi(0,0)] & \cos[\varphi(1,0)] & \cos[\varphi(2,0)] & \dots & \cos[\varphi(N^2-1,0)] \\ \cos[\varphi(0,1)] & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2} + \varphi(1,1)\right] & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2} \cdot 2 + \varphi(2,1)\right] & \dots & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2}(N^2-1) + \varphi(N^2-1,1)\right] \\ \cos[\varphi(0,2)] & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2} \cdot 2 + \varphi(1,2)\right] & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2} \cdot 2 \times 2 + \varphi(2,2)\right] & \dots & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2} \cdot 2(N^2-1) + \varphi(N^2-1,2)\right] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos[\varphi(0, N^2-1)] & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2}(N^2-1) + \varphi(1, N^2-1)\right] & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2} \cdot 2(N^2-1) + \varphi(2, N^2-1)\right] & \dots & \cos\left[\frac{2\pi}{N^2}(N^2-1)(N^2-1) + \varphi(N^2-1, N^2-1)\right] \end{bmatrix}.$$

由此,根据微反射镜阵列实际的阶梯步长误差量,对干涉图序列解线性方程组(17),便可以从含有附加光程差的干涉图序列中解调出有效的光谱信息。同样采用 Monte Carlo 方法来分析该相位补偿光谱校正方法的有效性,通过产生不同大小的阶梯步长误差量,对每种情况下的干涉图序列解(17)式所示的线性方程组,获得校正光谱,然后计算相对光谱误差量的统计均值。经过相位补偿校正后,相对光谱误差量的统计均值随步长标准差的变化如图 8 所示。

将图 8 与图 7 进行对比可以看出,采用离散光谱相位补偿的光谱校正方法对含有附加光程差的干涉图

序列进行光谱解调,可以实现复原光谱相位误差的有效校正,降低了阶梯步长非均匀性的影响,相对光谱误差量得到了有效抑制。当两个微反射镜阵列的步长标准差被控制在 $0.2 \mu\text{m}$ 以内时,其相对光谱误差量可以抑制到 0.15 以下,满足系统的应用需求。因此,采用离散光谱相位补偿的光谱校正方法,可以有效降低微反射镜阵列的加工精度要求,显著提高系统的光谱复原性能。

5 结 论

微透镜阵列和两个微反射镜阵列是快照傅里叶变

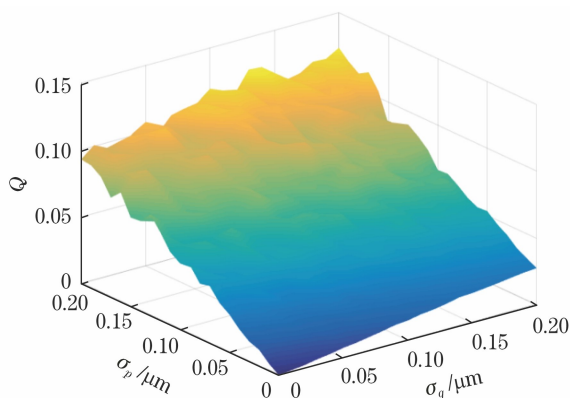


图 8 相位补偿校正后相对光谱误差与步长标准差的关系

Fig. 8 Relative spectrum error versus step length standard deviation after phase compensation correction

换成像光谱仪的核心器件,其单元结构参数的均匀性是关系到系统性能的关键因素。微透镜阵列各透镜单元之间表面曲率半径和厚度的偏差可以等效为焦距的非均匀性,微反射镜阵列各阶梯单元之间的差别主要体现在阶梯步长的非均匀性上。微透镜阵列各透镜单元焦距的非均匀性导致复原光谱在整个光谱范围内出现高频的噪声起伏,横向微反射镜阵列阶梯步长的非均匀性导致复原光谱中出现由基频波数及其谐频波数组成的伴频谱线噪声,纵向微反射镜阵列阶梯步长的非均匀性导致复原光谱在信号谱线两侧出现高频阻尼振荡噪声,两个微反射镜阵列阶梯步长的综合非均匀性导致的复原光谱噪声具有两个微反射镜阵列单独非均匀性光谱噪声的叠加特征。采用 Monte Carlo 统计实验的方法对微透镜阵列的焦距误差及微反射镜阵列的步长误差进行合成与传递,其复原光谱的相对光谱误差量随着微透镜阵列焦距标准差及微反射镜阵列步长标准差的增加而单调递增。为了降低微反射镜阵列阶梯步长非均匀性的影响,本文提出了一种离散光谱相位补偿的光谱校正方法,该方法可以降低微反射镜阵列制作工艺的难度,并提高光谱的复原质量。

参 考 文 献

- [1] Weng S F. Fourier transform infrared spectrometer [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2005: 34-56.
翁诗甫. 傅里叶变换红外光谱仪 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2005: 34-56.
- [2] Griffiths P R, de Haseth J A. Fourier transform infrared spectrometry [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2007.

- [3] Saptari V. Fourier-transform spectroscopy instrumentation engineering [M]. Washington, D. C.: SPIE, 2003.
- [4] Hagen N A, Kudenov M W. Review of snapshot spectral imaging technologies [J]. Optical Engineering, 2013, 52(9): 090901.
- [5] Hirai A, Inoue T, Itoh K, et al. Application of measurement multiple-image Fourier of fast phenomena transform spectral imaging to measurement of fast phenomena [J]. Optical Review, 1994, 1(2): 205-207.
- [6] Kudenov M W, Dereniak E L. Compact real-time birefringent imaging spectrometer [J]. Optics Express, 2012, 20(16): 17973-17986.
- [7] Kudenov M W, Banerjee B, Chan V C, et al. Compact snapshot birefringent imaging Fourier transform spectrometer for remote sensing and endoscopy [J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8542: 854224.
- [8] Liang J Q, Liang Z Z, Lü J G, et al. Micro spatial modulation Fourier transform infrared spectrometer [J]. Chinese Optics, 2015, 8(2): 277-298.
梁静秋, 梁中翥, 吕金光, 等. 空间调制微型傅里叶变换红外光谱仪研究 [J]. 中国光学, 2015, 8(2): 277-298.
- [9] Lü J G, Liang J Q, Wang W B, et al. Modeling and analysis of miniature snapshot Fourier-transform imaging spectrometer [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(2): 0230001.
吕金光, 梁静秋, 王维彪, 等. 微小型快照式傅里叶变换成像光谱仪的建模与分析 [J]. 光学学报, 2020, 40(2): 0230001.
- [10] Lü N G. Fourier optics [M]. Beijing: China Machine Press, 2013.
吕乃光. 傅里叶光学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2013.
- [11] Yu D Y, Tan H Y. Engineering optics [M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
郁道银, 谈恒英. 工程光学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [12] Lü J G, Zhao B X, Liang J Q, et al. Modeling and experiment of image field modulated Fourier transform imaging spectrometer [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(18): 1811002.
吕金光, 赵百轩, 梁静秋, 等. 像场调制傅里叶变换成像光谱仪的建模与实验研究 [J]. 光学学报, 2020, 40(18): 1811002.
- [13] Fei Y T. Error theory and data processing [M]. 5th ed. Beijing: China Machine Press, 2004: 55-58.
费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 5 版. 北京: 机械工业出版社, 2004: 55-58.
- [14] Lü J G, Liang J Q, Liang Z Z. Error synthesis and statistical analysis on stepped mirror array by Monte Carlo method [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(22): 220701.
吕金光, 梁静秋, 梁中翥. 多级反射镜阵列 Monte Carlo 法误差合成与统计分析 [J]. 物理学报, 2012, 61(22): 220701.
- [15] Zhang Z N, Li L B, Hu B L, et al. Nonlinear interference spectrum data reconstruction algorithm for image plane interference [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(6): 0630002.
张智南, 李立波, 胡炳樑, 等. 像面干涉中非线性干涉光谱数据重构算法 [J]. 光学学报, 2017, 37(6): 0630002.
- [16] Lü J G, Liang J Q, Liang Z Z, et al. Analysis of atmospheric disturbance on spectrum detection by spatial modulation Fourier transform spectrometer [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(11): 1130003.
吕金光, 梁静秋, 梁中翥, 等. 空间调制傅里叶变换光谱仪光谱探测中的大气扰动分析 [J]. 光学学报, 2018, 38(11): 1130003.