

基于粒子群算法的旋转双棱镜指向误差校正方法

沈英, 黎乐谦, 黄峰, 任和, 刘锦春*

福州大学机械工程及自动化学院, 福建 福州 350108

摘要 旋转双棱镜系统具有扩大视场的特点, 在大视场、高精度目标跟踪领域具有广泛的应用前景。通过增大棱镜顶角可以提高视场放大倍率, 但同时增大了系统装配误差对目标指向精度的影响。针对大顶角旋转双棱镜系统指向精度不高的问题, 提出一种基于粒子群算法的旋转双棱镜指向误差校正方法, 搭建了棱镜顶角为 14.85° 、棱镜折射率为 1.515 的旋转双棱镜成像系统; 基于理想模型的指向测试结果, 建立了基于装配误差分析的实验样机数学模型, 实现对反向求解算法中棱镜顶角设定值和折射率设定值的参数辨识, 最后在实验样机中进行指向测试。实验结果表明该方法可以有效提高大顶角棱镜的旋转双棱镜系统的指向精度, 校正前后的最大指向误差减小了 52.4%, 平均指向误差减小了 43.3%, 均方根误差减小了 44.0%, 最小二乘法拟合圆半径减小了 44.7%。

关键词 测量; 棱镜; 旋转双棱镜; 大顶角棱镜; 粒子群算法; 指向误差校正

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2412004

Pointing Error Correction of Risley-Prism System Based on Particle Swarm Algorithm

Shen Ying, Li Leqian, Huang Feng, Ren He, Liu Jinchun*

School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China

Abstract The Risley-prism system has a great application prospect in target tracking with the aim of both large field of view and high precision due to its extension of the field of view. Although increasing the prism vertex angle enlarges the magnification of the field of view, it also expands the influence of the system assembly error on the target pointing accuracy. Considering the low pointing accuracy of the Risley-prism system with a large vertex angle, this paper proposes a method of correcting the pointing error of the Risley-prism system based on the particle swarm algorithm. A Risley-prism imaging system is built with a prism vertex angle of 14.85° and a prism refractive index of 1.515. A mathematical model of an experimental prototype based on assembly error analysis is built by using pointing test results of the ideal model. Parameter identification of the setting values of the prism vertex angle and the prism refractive index in the reverse solution algorithm is conducted. Finally, a pointing test is carried out on the experimental prototype. The experimental results demonstrate that the proposed method effectively improves the pointing accuracy of the Risley-prism system with a large prism vertex angle. When the method is applied, the maximum pointing error decreases by 52.4%, and the average pointing error reduces by 43.3%. The root-mean-square error decreases by 44.0%, and the fitting radius of the least squares method decreases by 44.7%.

Key words measurement; prism; Risley-prism; large vertex angle prism; particle swarm algorithm; pointing error correction

OCIS codes 120.4820; 230.5480; 150.1135

收稿日期: 2021-07-15; 修回日期: 2021-08-22; 录用日期: 2021-08-31

基金项目: 国家自然科学基金(62005049)、福建省自然科学基金(2020J01451)、福建省青年基金(2020J05101)、福建省教育厅青年基金(JAT200032)、福州大学科研启动基金(GXRC-20049)

通信作者: *liujc@fzu.edu.cn

1 引言

旋转双棱镜系统具备优异的视轴调整性能,能够起到扩大视场的作用^[1],但是棱镜会使光束产生非线性偏折,在扩大视场的同时引入了复杂的图像畸变和明显的光轴指向偏差。为了减少上述问题,常采用顶角为 10° 以内的棱镜^[2-3]。海域救援、目标跟踪等应用领域提出更高视场放大倍率的要求,因此需要通过进一步增大棱镜顶角来扩大成像视场。然而,增大棱镜顶角会导致更大的光束变形。研究表明:在相同条件下,顶角为 5° 和 10° 的棱镜会导致成像光束的最大变形程度分别达 2.09% 和 9.16% ^[1];当棱镜顶角大于 12° ,像素偏移误差急剧增大,严重影响基于图像处理算法的畸变校正效果^[4]。此外,大棱镜顶角会扩大装配误差对设备指向精度的影响,严重影响旋转双棱镜系统在激光通信、目标跟踪等领域的性能,并降低关键区域成像的质量。因此,针对大顶角旋转双棱镜系统提出一种可靠的指向误差校正算法具有重大的理论和实际意义。

指向精度即旋转双棱镜光轴实际指向与理论预期的一致性,是评价旋转双棱镜系统的重要指标之一。然而,在实际应用中,相机、棱镜和轴承等部件装配误差的存在均会降低系统的指向精度,这严重制约了旋转双棱镜系统在高精度场合的应用。直接测量装配误差并进行校正是一种常用的方法,但常规的测量工具难以保证测量精度,测量过程中的拆卸也会影响元件的配合精度。因此,近年来越来越多的研究者倾向于通过校正算法,在不破坏设备已有状态下,基于设备模型和数据来提升旋转双棱镜系统的指向精度。根据其基本原理,旋转双棱镜系统的误差校正算法可以分为三种:迭代调整法、数学补偿法和参数辨识法。其中迭代调整法基于闭环反馈策略,通过反馈信息调整棱镜转角,在线校正指向误差^[5-7],但重复迭代和电机的反复调整导致指向效率不高。数学补偿法基于指向误差和转角误差的关系构建补偿方程^[8],其过程复杂,需要提前完成大量的预处理,且无法保证全局优化效果^[9]。参数辨识法通过实验数据建立指向校正模型,以减小实际设备的指向偏差,无需在线迭代即可实现较高的指向精度^[10],校正所需数据由实际测试所得,因此可在开环条件下完成对旋转双棱镜指向误差的校正。

参数辨识的核心在于优化算法的选择,恰当的优化算法能够大幅降低指向校正问题求解的复杂度。粒子群优化(PSO)算法因其快速收敛和无需额

外编码的优点^[11],近年来在样品检测^[12]、图像校正^[13]、元件设计^[14]等方面得到广泛使用。相较于遗传算法、蚁群算法等优化算法,PSO 算法具有计算流程简单、算法参数调整方便、计算量适中的特点,因此本文选择 PSO 算法求解旋转双棱镜系统的指向校正问题。

为了满足在开环条件下提高设备指向精度的要求,本文提出了基于粒子群算法的参数辨识调整反向求解算法中棱镜顶角和折射率设定值的策略。为了实现该目的,建立基于装配误差分析的旋转双棱镜系统数学模型;根据系统数学模型和粒子群算法对反向求解算法中的棱镜设定值进行参数辨识;最终通过实验验证指向精度的变化。本文将从旋转双棱镜误差模型分析以及 PSO 算法构建两方面进行详细论述,通过仿真和实验得到一种无需在线迭代、在开环条件下实现较高指向精度的指向校正策略。

2 基本原理

为了提高旋转双棱镜的指向精度,需要建立装配误差模型和指向校正模型,并通过调整反向求解算法中的棱镜顶角和折射率设定值来提高实际设备的指向精度。

2.1 旋转双棱镜模型的正反向求解公式和误差公式

典型的旋转双棱镜模型如图 1 所示^[15]。元件 a 表示相机模块;元件 b 和元件 c 表示第一棱镜和第二棱镜,用斜体 i 区分两个棱镜的不同参数。为了实现在一定角度范围内指向的全覆盖,两棱镜的参数应完全相等^[16],即两棱镜顶角的设计值 α_1 和 α_2 均为 14.85° ,两棱镜的折射率设计值 n_1 和 n_2 均为 1.515;定义棱镜最厚端的最低位置为棱镜零位,两棱镜旋转角为 θ_1 、 θ_2 ;将棱镜各表面从左到右依次命名为 s_{11} 、 s_{12} 、 s_{21} 、 s_{22} ,其中 s_{12} 、 s_{21} 与光轴垂直,在理想模型下将 s_{12} 、 s_{21} 统称为垂直平面。d 为物平面,可简化认为物体落在该平面。e 为系统的光轴,光轴与棱镜的回转轴共线,且光轴过相机的成像区域的中心。f 为在逆光线追迹下,实际成像的某一光束沿中心光轴射出并经过两棱镜偏折的运动轨迹。

元件参数误差、棱镜旋转误差、棱镜位置误差等会导致旋转双棱镜系统产生指向偏差^[17]。其中,元件参数精度可由高精度光学器件的制造工艺保证,棱镜的转动精度可由高精度编码器保证,因此元件参数误差和棱镜旋转误差可以忽略不计。由于配合精度有限,相机、棱镜和轴承的装配误差是系统的重

要误差来源^[1,17],通过等效分析法可以将系统的误差归结为棱镜的装配误差^[1,18-19]。棱镜的装配误差

又可分为棱镜倾斜误差(TPE)和轴承轴倾斜误差(TBA),误差示意图如图 2 所示。

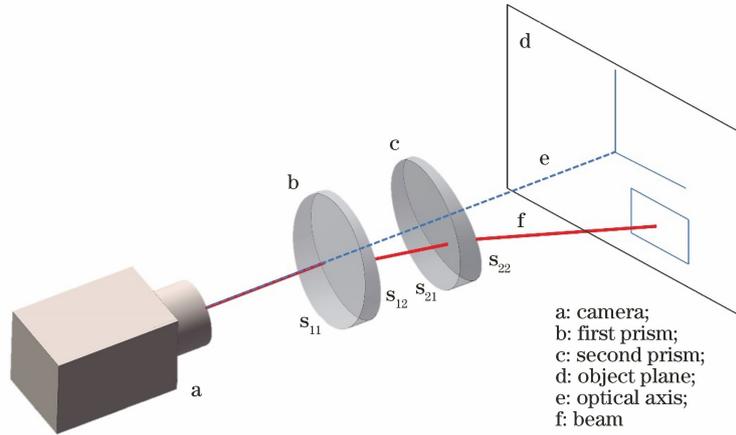


图 1 旋转双棱镜系统原理图
Fig. 1 Schematic diagram of Risley-prism system

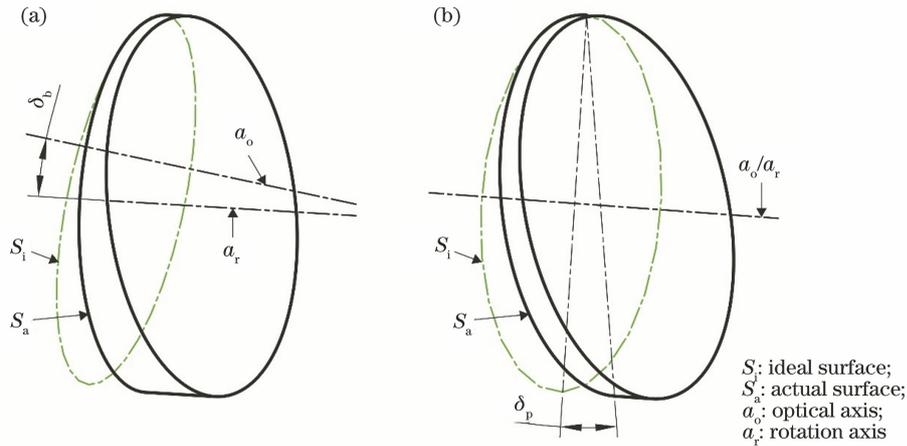


图 2 旋转双棱镜系统的主要装配误差示意图。(a)棱镜倾斜误差;(b)轴承轴倾斜误差
Fig. 2 Schematic diagrams of main assembly errors in Risley-prism system. (a) TPE; (b) TBA

根据棱镜与旋转双棱镜系统的位置关系,当仅存在棱镜倾斜误差时,假定棱镜的柱体表面处于理想位置,但棱镜的回转轴与中心光轴产生偏差,此时记棱镜回转轴与系统中心光轴的角度和方向分别为 δ_p^i 和 θ_{op}^i ,称这两个参数为棱镜倾斜误差的角度和方向;当仅存在轴承轴倾斜误差时,假定棱镜的旋转轴与系统的中心光轴重合,但棱镜的垂直平面与中心光轴并不垂直,定义该平面的法向量与中心光轴的角度和方向分别为 δ_b^i 和 θ_{ob}^i ,称这两个参数为轴承轴倾斜误差的角度和方向,其中 i 为棱镜的序号, i 取 1 或 2。由 Rodrigue 旋转公式^[18]可知,棱镜倾斜误差矩阵 $(\mathbf{M}_p^i)^T$ 和轴承轴倾斜误差矩阵 $(\mathbf{M}_b^i)^T$ 分别为

$$(\mathbf{M}_p^i)^T = \mathbf{A}_p^i + \cos \delta_p^i \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{A}_p^i) + \sin \delta_p^i \cdot \mathbf{B}_p^i, \quad (1)$$

$$(\mathbf{M}_b^i)^T = \mathbf{A}_b^i + \cos \theta_i \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{A}_b^i) + \sin \theta_i \cdot \mathbf{B}_b^i, \quad (2)$$

式中: \mathbf{I} 为 3 阶单位矩阵; \mathbf{A}_p^i 和 \mathbf{B}_p^i 为与棱镜倾斜误差相关的计算矩阵; \mathbf{A}_b^i 和 \mathbf{B}_b^i 为与轴承轴倾斜误差相关的计算矩阵; θ_i 为棱镜 i 的转动角度。

当不考虑棱镜倾斜误差,即 δ_p^i 和 θ_{op}^i 均为 0 时,棱镜倾斜误差矩阵为 3 阶单位矩阵,即 $(\mathbf{M}_p^i)^T = \mathbf{I}$;当不考虑轴承轴倾斜误差,即 δ_b^i 和 θ_{ob}^i 均为 0 时,轴承轴倾斜误差矩阵为矢量旋转矩阵 $\mathbf{z}(\theta_i)$,即 $(\mathbf{M}_b^i)^T = \mathbf{z}(\theta_i)$ 。综上所述,考虑棱镜倾斜误差和轴承轴倾斜误差时,棱镜各平面的法向量表示为

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{11} = [\sin \alpha_1 \ 0 \ \cos \alpha_1] \times \mathbf{M}_p^1 \times \mathbf{M}_b^1 \\ \mathbf{n}_{12} = [0 \ 0 \ 1] \times \mathbf{M}_p^1 \times \mathbf{M}_b^1 \\ \mathbf{n}_{21} = [0 \ 0 \ 1] \times \mathbf{M}_p^2 \times \mathbf{M}_b^2 \\ \mathbf{n}_{22} = [-\sin \alpha_2 \ 0 \ \cos \alpha_2] \times \mathbf{M}_p^2 \times \mathbf{M}_b^2 \end{cases}, \quad (3)$$

式中： α_1 和 α_2 分别为棱镜 1 和棱镜 2 的顶角值； n_{ij} 为第 i 个棱镜的第 j 个平面的单位法向量， i 取 1 或 2， j 取 1 或 2。其中，理想模型为误差角度和方向均为 0 时的误差模型。

考虑装配误差时，正向求解和反向求解的表达式^[9]分别为

$$\mathbf{P}_g = h_1(\boldsymbol{\alpha}_g, \mathbf{n}_g, \theta_1, \theta_2, \mathbf{m}), \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\theta}_g = h_2(\boldsymbol{\alpha}_g, \mathbf{n}_g, x, y, \mathbf{m}), \quad (5)$$

式中： $\boldsymbol{\alpha}_g$ 表示棱镜 1 和棱镜 2 组成的顶角矢量； \mathbf{n}_g 表示棱镜 1 和棱镜 2 组成的折射率矢量； (x, y) 表示目标点在图片上的坐标； \mathbf{m} 表示棱镜 1 和棱镜 2 的误差矩阵， $\mathbf{m} = (\delta_p^1, \theta_{op}^1, \delta_p^2, \theta_{op}^2, \delta_b^1, \theta_{ob}^1, \delta_b^2, \theta_{ob}^2)$ ； \mathbf{P}_g 表示正向求解算法求得的高度角和方位角组成的矢量； $h_1(\boldsymbol{\alpha}_g, \mathbf{n}_g, \theta_1, \theta_2, \mathbf{m})$ 表示正向求解算法的计算公式； $\boldsymbol{\theta}_g$ 表示反向求解算法求得的棱镜 1 和棱镜 2 的转动角度组成的矢量； $h_2(\boldsymbol{\alpha}_g, \mathbf{n}_g, x, y, \mathbf{m})$ 表示反向求解算法的计算公式。

2.2 PSO 算法的构建

PSO 算法中各粒子的位置和运动速度均受到粒子本身以及所有粒子历史最优信息的影响，驱动粒子在解空间中逼近最优解。PSO 算法的基本过程如下。

假设在 M 维的搜索空间中共有 N 个粒子， \mathbf{X}_t 表示了 M 维搜索空间中第 t 次迭代得到的位置矢量，可表示为

$$\mathbf{X}_t = (x_{t,1}, x_{t,2}, \dots, x_{t,M-1}, x_{t,M}), \quad (6)$$

式中： $x_{t,q}$ 为位置粒子第 t 次迭代时第 q 个维度的数值， q 的取值范围为 $[1, M]$ 。

粒子的速度矢量与粒子位置的维度一致，可表示为

$$\mathbf{V}_t = (v_{t,1}, v_{t,2}, \dots, v_{t,M-1}, v_{t,M}), \quad (7)$$

式中： $v_{t,q}$ 为速度粒子第 t 次迭代时第 q 个维度的速度。

PSO 算法^[20]的速度更新公式和位置更新公式分别可表示为

$$\mathbf{V}_{t+1} = \omega \times \mathbf{V}_t + c_1 \times r_1 \times (\mathbf{p}_t - \mathbf{X}_t) + c_2 \times r_2 \times (\mathbf{g} - \mathbf{X}_t), \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_{t+1} = \mathbf{X}_t + \mathbf{V}_{t+1}, \quad (9)$$

式中： ω 为惯性因子，表示粒子当前迭代的速度对下一次迭代速度的影响； t 为当前迭代次数； r_1 和 r_2 表示取值范围为 $[0, 1]$ 的均匀分布的随机值； c_1 和 c_2 表示算法的学习因子，其取值越大，越有利于算法的收敛，设定为 1.49445^[20]； \mathbf{p}_t 为个体最优解，为该粒子 t 次迭代中所搜索到的最优位置； \mathbf{g} 为全局最优解，为

所有粒子 t 次迭代中所搜索到的最优位置。最优位置的粒子为适应度函数最小时所对应的粒子。

适应度函数的设计是 PSO 算法设计的重点和难点。本文采用二维均方根函数作为适应度函数，用于评价粒子的当前取值与最终结果的偏离程度，所得适应度值 f 越小，则实际值越接近最终结果。适应度函数的定义为

$$f = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{n=1}^m \{ \{a[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)] - a_1\}^2 + \{b[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)] - b_1\}^2 \}}, \quad (10)$$

根据求解模型的不同，(10) 式中各参数对应的物理含义有所区别。在装配误差模型中， a_1 和 b_1 分别表示实验所得的棱镜 1 和棱镜 2 的转角值； m 表示基于设计值在样机中进行的指向实验次数； \mathbf{X} 表示系统装配误差，即 \mathbf{X}_t^M ； $a[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 和 $b[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 表示由 (5) 式所得的转角值 $\boldsymbol{\theta}_g$ 矢量中的参数； $\mathbf{u}(n)$ 表示误差校正坐标。在指向校正模型中， a_1 和 b_1 分别为理想指向模型下转角所对应的理想坐标值； m 表示求解适应度值时所计算的次数； \mathbf{X} 表示指向校正参数，即 \mathbf{X}_t^C ； $a[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 和 $b[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 表示由 (4) 式所得的高度角和方位角矢量中的参数 Φ_c 和 θ_c ； $\mathbf{u}(n)$ 表示由当前适应度值下对应的转角值组成的矢量。

PSO 算法包含两个终止条件，满足其一即可终止迭代过程：1) 为达到最大迭代次数，设定最大迭代次数为 5000 次；2) 连续 400 次迭代所得的全局最优解的适应度函数值差值小于 10^{-6} 。

标准 PSO 算法流程图如图 3(a) 所示。其中 \mathbf{X} 表示粒子的位置向量， \mathbf{V} 表示粒子的速度向量（在不同的模型中 \mathbf{X} 的物理含义与维度有不同的定义， \mathbf{V} 的维度有不同的定义）； \mathbf{g}_t 表示全局最优解值， \mathbf{p}_t 表示个体最优解值， e 表示所求的两个参数的欧氏距离。

在装配误差模型中，由于两个棱镜可能同时包含棱镜倾斜误差和轴承轴倾斜误差，因此将 \mathbf{X}_t 定义为 8 维的粒子，记为 \mathbf{X}_t^M ，8 维误差参数粒子及其运动矢量可分别表示为

$$\mathbf{X}_t^M = (\delta_p^1, \theta_{op}^1, \delta_p^2, \theta_{op}^2, \delta_b^1, \theta_{ob}^1, \delta_b^2, \theta_{ob}^2), \quad (11)$$

$$\mathbf{V}_t^M = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8). \quad (12)$$

根据误差方向和误差角度的物理定义依次对 \mathbf{X}_t^M 中序号为奇数和序号为偶数的两组参数设定不同的取值区间，速度变化范围设定为取值范围的 30%。定义理想情况下误差参数粒子 $\mathbf{X}_0^M = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ 。

考虑到实际成像中光轴所在区域的畸变程度较小,假定该区域无畸变,并根据指向结果的偏差值对原始坐标进行调整,以得到误差校正坐标。计算适应度值时,(10)式中的 $a[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 和 $b[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 分别表示将粒子 \mathbf{X}_i^M 和误差校正坐标代入(5)式所得的棱镜 1 的转角 θ_1^c 和棱镜 2 的转角 θ_2^c ; a_1 和 b_1 分别表示将理想模型误差粒子 \mathbf{X}_0^M 和原始坐标代入(5)式所得的棱镜转角值 θ_1^{nc} 和 θ_2^{nc} ; m 为 60,表示实际指向测试组数。装配误差模型参数辨识流程如图 3(b)所示。

在指向校正模型中,旋转双棱镜系统指向精度的提升通过调整棱镜顶角和折射率的设定值来实现,定义 \mathbf{X}_i^C 为 4 维的粒子, \mathbf{X}_i^C 及其运动矢量可分别表示为

$$\mathbf{X}_i^C = (\alpha_1^{\text{set}}, \alpha_2^{\text{set}}, n_1^{\text{set}}, n_2^{\text{set}}), \quad (13)$$

$$\mathbf{V}_i^C = (v_1, v_2, v_3, v_4), \quad (14)$$

式中: α_1^{set} 和 α_2^{set} 为棱镜顶角设定值,其取值范围为 $12^\circ \sim 18^\circ$; n_1^{set} 和 n_2^{set} 为棱镜折射率设定值,其取值范围为 $1.48 \sim 1.55$ 。速度变化范围为粒子取值范围的 30%。仿照设定值粒子 \mathbf{X}_0^C ,定义理想模型中设定值粒子 $\mathbf{X}_0^C = (14.85, 14.85, 1.515, 1.515)$ 。

采用遍历计算求解不同转角对的适应度值,(10)式中的 a_l 和 b_l 分别为将粒子 \mathbf{X}_0^C 和棱镜转角对代入(4)式解得的高度角 Φ 和方位角 Θ , $a[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 和 $b[\mathbf{X}, \mathbf{u}(n)]$ 分别表示将粒子 \mathbf{X}_i^C 和棱镜转角对代入(4)式求解得到的高度角 Φ_e 和方位角 Θ_e ; 此时 m 取 12960,对应的棱镜转角对为 $(\theta_1, \theta_1 + \Delta\theta)$,其中 θ_1 为 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内的整数角度, $\Delta\theta_1$ 为 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内的整数角度且为 5 的倍数。棱镜顶角和折射率设定值的辨识过程图如图 3(c)所示。

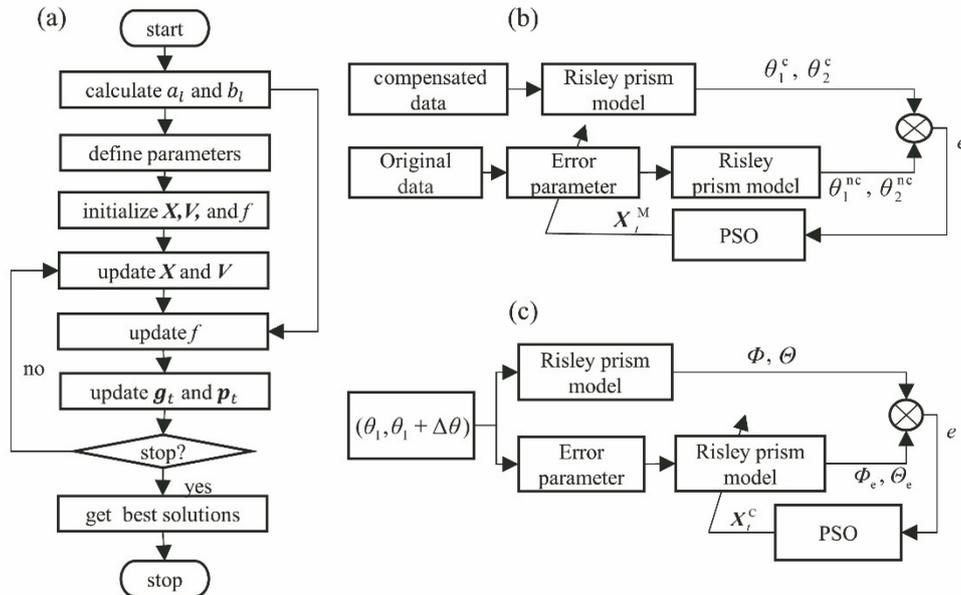


图 3 PSO 算法流程图。(a)标准 PSO 算法流程图; (b) PSO 算法辨识系统误差; (c) PSO 算法求解设定值
Fig. 3 Flow chart of PSO algorithm. (a) Flow chart of standard PSO algorithm; (b) PSO algorithm is used to identify system error; (c) PSO algorithm is used to obtain setting values

3 仿真结果及分析

3.1 大顶角棱镜对指向精度的影响

假定系统误差保持不变,但对于具有不同棱镜顶角的旋转双棱镜系统,其指向偏差程度并不相同。本节将通过仿真证明对大顶角的旋转双棱镜系统使用指向校正算法的必要性。图 4(a)和图 4(b)分别体现了棱镜顶角对高度角差值 $\Delta\Phi$ 和方位角差值 $\Delta\Theta$ 的影响,图中虚线标注的顶角分别为 7.5° 、 10° 和 14.85° ,对应的高度角差值分别为 0.041 、 0.079 和 0.204 ,方位角差值分别为 0.0023 、 0.0034 和

0.0056 。记顶角值为 α 。从图 4(a)可以看到,当 α 较小时, $\Delta\Phi$ 和 $\Delta\Theta$ 数值较小,认为指向偏差可以忽略;但随着 α 逐渐增大, $\Delta\Phi$ 和 $\Delta\Theta$ 均呈增加趋势,但 $\Delta\Phi$ 随着 α 的增大而增大,其增大速度越来越快。由此可见,在相同装配误差下,棱镜顶角越大,造成的理论模型和设备模型之间指向的偏差越大,因此有必要对大顶角棱镜系统使用指向校正算法来减小装配误差对指向精度的影响。

3.2 装配误差模型的辨识结果分析

为了得到考虑实际误差的设备模型,利用(5)式在实验样机进行 60 组的指向测试,其中 $m = \mathbf{X}_0^M$,记

录每次指向测试后得到的目标点在图像中的坐标信息;对所得实验数据进行系统参数辨识以求解得到设备的误差值。考虑到求解过程的输出是棱镜转角的粗略解,粗略解和精确解相差较小,计算适应度值

时将相差较大的实验数据舍去。为了得到较小的适应度值,通过改变粒子的运动边界来减小适应度值。表 1 所示为在设定偏差阈值为 8 pixel 的情况下,辨识所得系统的误差结果。

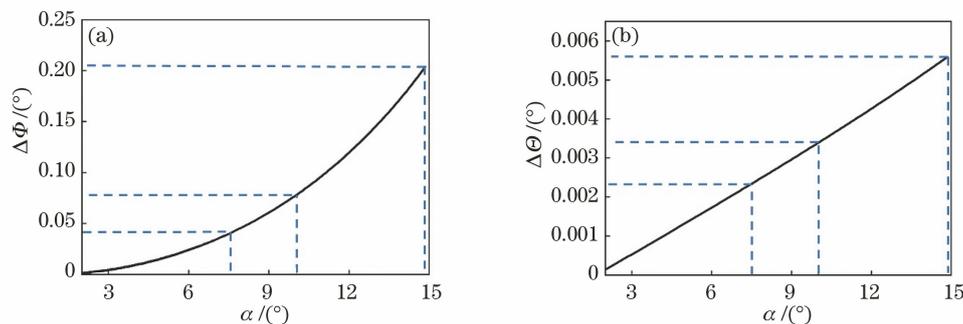


图 4 棱镜顶角对高度角差值和方位角差值的影响。(a)高度角差值;(b)方位角差值

Fig. 4 Influence of vertex angle on height angle difference and azimuth angle difference.

(a) Height angle difference; (b) azimuth angle difference

表 1 设备误差辨识结果

Table 1 Error identification results of actual equipment

Prism	Error source	Tilt angle / (°)	Tilt direction / (°)	Fitness / (°)
Prism 1	TPE	2.04	0	1.62
	TBA	1.16	12.59	
Prism 2	TPE	1.16	12.59	
	TBA	-2.22	24.31	

图 5 所示为系统误差辨识过程中,全局最优解各维度参数随迭代次数的增加而变化的示意图,其中图 5(a)为棱镜倾斜误差和轴承轴倾斜误差的角度值的变化情况,图 5(b)为棱镜倾斜误差和轴承轴倾斜误差的方向值的变化情况;图 5(c)为适应度值的变化情况;图 5(d)为不同取值范围下的适应度函数值。图中 p_{1_TBA} 、 p_{2_TBA} 、 p_{1_TPE} 、 p_{2_TPE} 分别表示棱镜 1 的棱镜倾斜误差、棱镜 2 的棱镜倾斜误差、棱镜

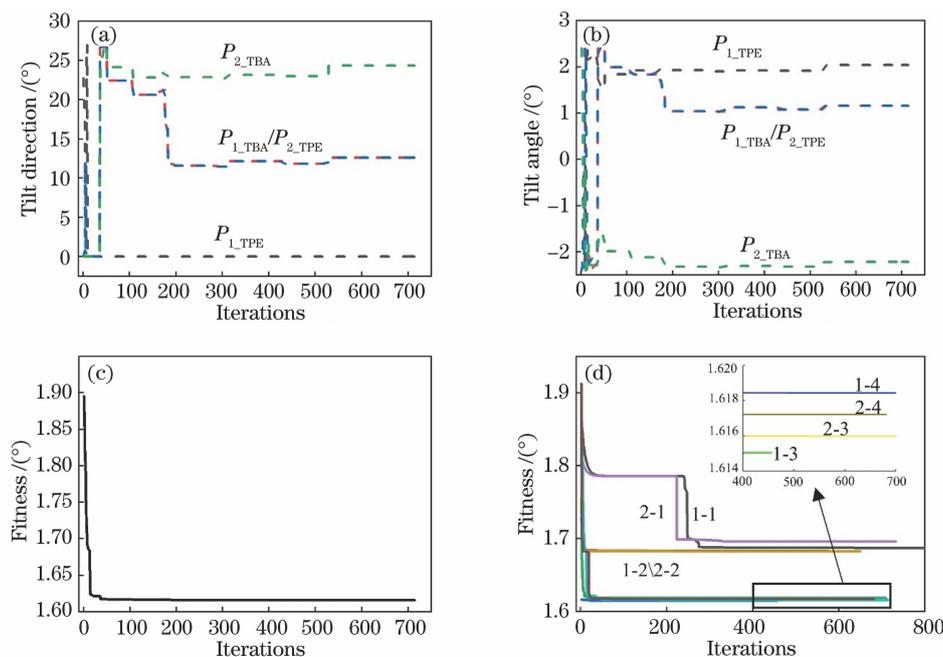


图 5 系统误差辨识结果。(a)各棱镜的 TPE 和 TBA 的方向变化值;(b)各棱镜的 TPE 和 TBA 的角度变化值;

(c)适应度函数变化曲线;(d)不同运动边界对最终适应度的影响

Fig. 5 System error identification results. (a) Direction change values of TPE and TBA of each prism; (b) angle change values of TPE and TBA of each prism; (c) curve of fitness function; (d) effect of motion boundary on final fitness

1 的轴承轴倾斜误差和棱镜 2 的轴承轴倾斜误差。如图 5 所示,迭代次数为 715 时,满足连续 400 次迭代的适应度值小于 10^{-6} 的条件,这证明本次求解收敛于稳定值,迭代结果有效。适应度值的物理意义为经坐标校正后所求得的转角值($\theta_1^{pc}, \theta_2^{pc}$)与未经坐标校正所求得的(θ_1^s, θ_2^s)的欧氏距离,通过调整粒子各维度的取值范围来减小适应度值,如图 5(d) 所示,图例 $r-k$ 中 r 和 k 分别表示方向变化范围和角度变化范围。当 r 为 1,2 时,对应的方向变化范围分别为 $0^\circ \sim 90^\circ, 0^\circ \sim 180^\circ$; 当 k 为 1,2,3,4 时,对应的角度变化范围为 $-1^\circ \sim 1^\circ, -2^\circ \sim 2^\circ, -4^\circ \sim 4^\circ$ 和 $-8^\circ \sim 8^\circ$ 。根据文献[18],随着棱镜倾斜方向的变化,棱镜倾斜误差和轴承轴倾斜误差将呈周期性变化,周期为 180° ,且每个周期内图像关于 90° 方向对称[18],因此将方向的取值范围确定为 $0^\circ \sim 90^\circ$ 和 $0^\circ \sim 180^\circ$ 。由图 5(d) 中可以看到,当装配误差方向的范围设定在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 、装配误差角度的取值范围为 $-4^\circ \sim 4^\circ$ 时,取得的适应度值最小;改变棱镜倾斜误差的角度值的取值范围和轴承轴倾斜误差的角度值的取值范围对适应度值的降低效果更为明显,

但角度值取值范围的增加并不能无限制地降低适应度。从降低适应度值的角度来说,减小高度角的变化才是有效的方法,但这违背了旋转双棱镜系统的大视场的要求,因此本文中仅对粒子各维度的取值范围进行限制。

3.3 指向校正模型的辨识结果分析

由 3.2 节得到实际样机的辨识误差参数,利用遍历求解(4)式的方法,基于 PSO 算法求解指向校正模型中棱镜顶角和折射率的设定值。辨识过程中全局最优解的粒子各维度的数值变化情况如图 6 所示,其中图 6(a)为棱镜折射率和棱镜顶角随迭代次数的变化情况,图 6(b)为全局最优解的适应度值随迭代次数的变化情况。

从图 6 中可以看到,当迭代次数为 513 次时,满足适应度值连续 400 次小于 10^{-6} ,判定粒子收敛,迭代过程提前结束。算法的棱镜顶角和折射率的辨识结果为: $\alpha_1^{set} = 13.41^\circ, \alpha_2^{set} = 15.92^\circ, n_1^{set} = 1.508, n_2^{set} = 1.480$;考虑到实际视场覆盖范围和设备精度,对比相类似的文献结论[10],可知所得适应度值为 0.010° 是可以接受的。

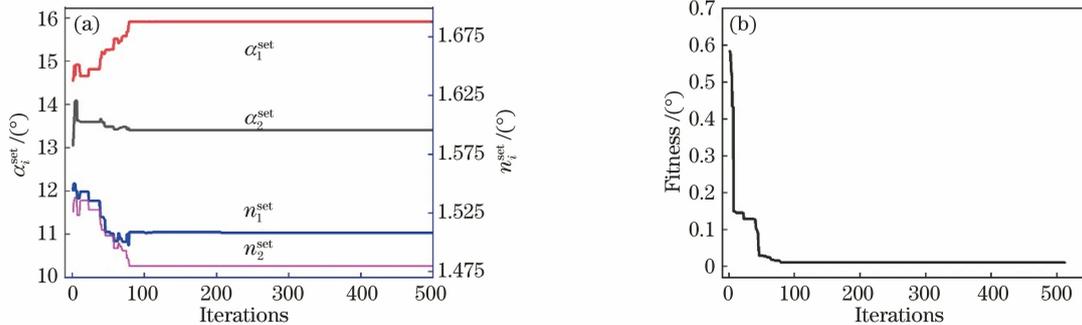


图 6 设定值的变化情况。(a)棱镜顶角值 α_i^{set} 和折射率值 n_i^{set} 随迭代次数的变化;(b)适应度值随迭代次数的变化

Fig. 6 Changes of setting values. (a) Changes in prism apex angle α_i^{set} and refractive index value n_i^{set} with iterations; (b) fitness varying with iterations

4 实验验证

4.1 实验结果分析

由 3.3 节得到指向校正模型的棱镜顶角和折射率的设定值,使用设定值在实验样机中进行指向精度测试。为了评价实际设备的指向误差,定义棱镜转动到位后,目标点与图像正中心的距离为 d_e ,即

$$d_e = \sqrt{(x_m - x)^2 + (y_m - y)^2}, \quad (15)$$

式中: (x_m, y_m) 表示图像正中心的坐标值; (x, y) 表示目标点在图像中的坐标值。测试流程为:在每个象限随机选取 15 个静止目标点作为测试目标,指向结束后,计算每次的指向偏离距离 d_e 。校正前后的

指向精度指标变化情况如表 2 所示。表 2 中 p_{mean} 为平均指向误差, p_{max} 为最大指向误差, D_{rmsc} 为均方根误差, (x_{MAX}, y_{MAX}) 表示最大值圆的圆心坐标, r_{MAX} 为最大值圆的半径值, d_{MAX} 为最大值圆的圆心偏离的距离, (x_{LSM}, y_{LSM}) 表示最小二乘法拟合圆的圆心坐标, r_{LSM} 为最小二乘法拟合圆的半径值, d_{LSM} 为最小二乘法拟合圆的圆心偏离的距离。

图 7 所示为校正前后指向结果分布和部分评价指标的示意图。图 7(a)所示为校正前的测试结果示意图,图 7(b)所示为校正后的测试结果示意图,图 7(c)所示为校正前后拟合圆的关系图,图 7(d)所示为 60 次重复测试的指向结果偏差 d_e 的变化情况。

以每次指向实验中目标点与图像正中心的距离为 d_e 作为分析对象,使用不同的统计量对设备的指向精度进行评价,指标包括:平均指向误差 p_{mean} 、最大指向误差 p_{max} 和均方根误差 D_{rsme} 。平均指向误差 p_{mean} 为 60 组偏差距离 d_e 的平均值,反映了系统的平均指向精度,校正前后 p_{mean} 从 10.52 pixel 降低到了 5.97 pixel,下降了约 43.3%。最大指向误差 p_{max} 为 60 组偏差距离 d_e 的最大值,反映了系统的最低指向精度,校正前后 p_{max} 从 18.79 pixel 降低到了 8.94 pixel,下降了约 52.4%。均方根误差 D_{rsme} 用于评价偏差距离 d_e 的波动情况,从图 7(d) 可以看到,校正前后指向误差幅度和波动情况均有较为明显的改善, D_{rsme} 从 11.08 pixel 降低到了

表 2 指向精度指标对比

Table 2 Comparison of pointing accuracy indicators pixel

Evaluation index	Index	Before	After
		correction	correction
Statistics	p_{mean}	10.52	5.97
	p_{max}	18.79	8.94
	D_{rsme}	11.08	6.21
Fitting circle	$(x_{\text{MAX}}, y_{\text{MAX}})$	(2.03, -0.92)	(1.18, -1.32)
	r_{MAX}	21.02	8.59
	d_{MAX}	2.23	1.77
	$(x_{\text{LSM}}, y_{\text{LSM}})$	(0.35, 1.22)	(1.57, -0.52)
	r_{LSM}	10.67	5.90
	d_{LSM}	1.27	1.65

6.21 pixel,下降了约 44.0%。

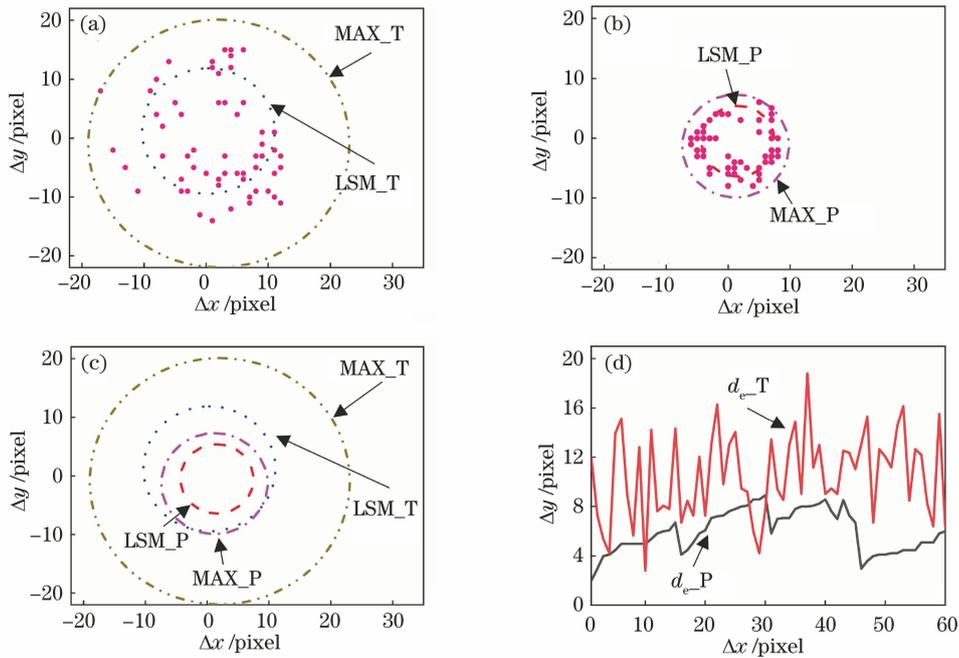


图 7 指向结果分布图。(a)理论值指向结果;(b)设定值指向结果;(c)拟合圆关系图;(d)指向结果偏离图像中心的变化情况

Fig. 7 Pointing result distribution maps. (a) Theoretical value pointing results; (b) setting value pointing results; (c) relationship among fitting circles; (d) deviation of pointing results from center of image

拟合圆指标分析以指向结果的分布为分析对象,使用不同的函数对指向结果进行曲线拟合,拟合圆指标反映指向结果的分布中心和分布范围。每个拟合圆指标分别包含圆心和半径两个参数:拟合圆圆心表明指向结果的分布区域中心的偏离情况,主要反映了棱镜位置和算法设定参数的不对称导致的指向偏差;拟合圆半径表明指向结果的集中程度,主要反映设备误差导致的指向偏差。本文使用了两种拟合圆作为实际的指向精度评价指标^[3],即最大值圆和最小二乘法拟合圆。为了在图中区分校正前后不同的圆指标,定义 MAX 和 LSM 分别为最大值圆

和最小二乘法拟合圆,标记“_T”和“_P”分别表示使用设计值和 PSO 算法校正值得结果。

考虑到指向结果区域的中心会因为装配误差和校正参数的调整而发生偏移,最大值圆 MAX 的圆心 $(x_{\text{MAX}}, y_{\text{MAX}})$ 定义为所得结果的平均值,半径 r_{MAX} 定义为实际指向与 $(x_{\text{MAX}}, y_{\text{MAX}})$ 的几何距离的最大值,校正前后,圆心由 (2.03 pixel, -0.92 pixel) 移动到了 (1.18 pixel, -1.32 pixel),指向结果中心与图像中心的距离从 2.23 pixel 减小到 1.77 pixel,减小了约 20.6%。LMS 的圆心和半径基于最小二乘法所得,校正前后,圆心由

(0.35 pixel, 1.22 pixel) 偏离到了 (1.57 pixel, -0.52 pixel), 与图像正中心的距离从 1.27 pixel 增大到了 1.65 pixel, 拟合圆半径由 10.67 pixel 减小到 5.90 pixel, 减小了 44.7%。LSM 的圆心坐标发生较明显的偏离, 这是由于 PSO 算法求解过程的较强随机性影响了最值点的求解, 且求解设定值时高度角变化较大导致拟合效果不佳。如图 7(c) 所示, LSM_P 和 MAX_P 的绝大部分区域落在 LSM_T 和 MAX_T 之中, 由此可见, 指向中心虽然产生向外偏离的情况, 但这对实际的指向精度的影响小于半径对指向精度的影响。

4.2 与其他方法的对比

迭代细化法^[5]和粗细焦距法^[21]是两种常见的闭环型旋转双棱镜指向校正方法, 这两种方法需要将反馈信息代入迭代公式以得到棱镜转角的调整值, 而获取反馈信息的过程需要等待电机转动到位, 因此实时性较差。已有文献表明使用迭代细化法进行动态跟踪, 完成一个目标点的指向过程需要 4 s 的时间^[3]。本文提出的基于 PSO 算法的指向校正方法通过现有实验数据, 建立基于装配误差分析的实验样机数学模型, 实现对反向求解算法中棱镜顶角设定值和折射率设定值的参数辨识, 无需进行转角补偿计算, 因此可以明显提高实际的指向速度。在指向精度方面, 通过本文算法得到的 r_{LSM} (5.90) 和 D_{rsme} (6.21) 分别优于文献^[21]中的粗细焦距法得到的 r_{LSM} (6.97) 和 D_{rsme} (7.04)。目前研究人员对旋转双棱镜误差的理论研究较多, 但鲜有利用理论误差分析对实际设备进行指向校正的研究, 而本文所使用的方法正是以旋转双棱镜误差分析为基础, 对实际设备进行数学建模, 因此使用开环型校正方法能够从设备层面验证旋转双棱镜设备误差分析对指向精度的影响。

综上所述, 相比于已有算法, 本文提出的基于 PSO 算法的旋转双棱镜指向校正方法能够在开环条件下保持较高的指向精度, 其指向结果的分布区域面积有了较为明显的减小, 从而提高了指向结果的集中程度。由此可见, 本文提出的基于 PSO 算法的指向校正方法能够使得大顶角旋转双棱镜系统在开环条件下实现较大的指向精度提升。

5 结 论

建立了基于装配误差分析的大顶角旋转双棱镜系统的数学模型, 提出了一种基于粒子群算法的大顶角旋转双棱镜系统辨识方法, 以提升指向精度。

受制造、测量和安装的精度限制, 大顶角旋转双棱镜系统实际参数与设计值之间存在无法忽略的偏差, 该偏差制约了旋转双棱镜系统的指向精度。为了提高实际设备的指向精度, 基于旋转双棱镜系统的误差源分析, 提出了装配误差模型和指向校正模型, 使用粒子群算法对两个模型进行求解, 得到反向求解算法的棱镜设定值。最后基于实验样机进行指向测试以验证所提方法的有效性。相比于原方法的指向精度, 所提方法的最大指向误差降低了 52.4%, 平均指向误差降低了 43.3%, 均方根误差降低了 44.0%, 最小二乘法拟合半径减小了 44.7%。实验结果证明, 该方法可以在开环条件下有效提高基于大顶角棱镜的旋转双棱镜系统的指向精度。

参 考 文 献

- [1] Li A H. Double-prism multi-mode scanning theory and technology [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016: 1-153.
李安虎. 双棱镜多模式扫描理论与技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016: 1-153.
- [2] Li J Y, Chen K, Peng Q, et al. Wide-range, fast and high precision scanning technology based on rotational double prisms [J]. Electro-Optic Technology Application, 2020, 35(2): 44-48.
李锦英, 陈科, 彭起, 等. 旋转双棱镜大范围快速高精度扫描技术[J]. 光电技术应用, 2020, 35(2): 44-48.
- [3] Li A H, Zhao Z S, Liu X S, et al. Risley-prism-based tracking model for fast locating a target using imaging feedback[J]. Optics Express, 2020, 28(4): 5378-5392.
- [4] Wang Z, Cao J, Hao Q, et al. Super-resolution imaging and field of view extension using a single camera with Risley prisms [J]. The Review of Scientific Instruments, 2019, 90(3): 033701.
- [5] Li A H, Gao X J, Sun W S, et al. Inverse solutions for a Risley prism scanner with iterative refinement by a forward solution[J]. Applied Optics, 2015, 54(33): 9981-9989.
- [6] Tao X D, Cho H, Janabi-Sharifi F. Active optical system for variable view imaging of micro objects with emphasis on kinematic analysis [J]. Applied Optics, 2008, 47(22): 4121-4132.
- [7] Li J Y, Peng Q, Chen K, et al. Tracking device based on rotating double prism and control method: CN103631276A[P]. 2014-03-12.
李锦英, 彭起, 陈科, 等. 一种基于旋转双棱镜的跟踪装置及其控制方法: CN103631276A[P]. 2014-03-12.

- [8] Qiu S, Sheng L, Gao S J, et al. Correction method for angle compensation deviation of rotating biprism pointing system [J]. *Optical Communication Technology*, 2021, 45(2): 41-45.
邱赛, 盛磊, 高世杰, 等. 旋转双棱镜指向系统转角补偿偏差修正方法[J]. *光通信技术*, 2021, 45(2): 41-45.
- [9] Zhou S P. Beam pointing techniques based on achromatic risley prisms[D]. Chengdu: Institute of Optics And Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2016: 4-19.
周书芄. 消色差旋转双棱镜光束指向控制技术[D]. 成都: 中国科学院光电技术研究所, 2016: 4-19.
- [10] Li J Y, Chen K, Peng Q, et al. Improvement of pointing accuracy for Risley prisms by parameter identification[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(26): 7358-7366.
- [11] Zhang L P. The theorem and practice upon the particle swarm optimization algorithm [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005: 13.
张丽平. 粒子群优化算法的理论及实践[D]. 杭州: 浙江大学, 2005: 13.
- [12] Bai H X, Yang F, Li D Y, et al. Surface enhanced Raman multi-component substance classification and recognition algorithm design[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(20): 2024001.
白鹤轩, 杨峰, 李丹阳, 等. 表面增强拉曼多组分物质分类识别算法设计[J]. *光学学报*, 2021, 41(20): 2024001.
- [13] Bi J C, Gao Z S, Zhu D, et al. An optical coherence tomographic aberration correction method based on the particle swarm optimization algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(10): 1011002.
毕津慈, 高志山, 朱丹, 等. 基于粒子群优化算法的光学相干层析像差校正方法[J]. *光学学报*, 2020, 40(10): 1011002.
- [14] Liang Y, Xu Y Y, Zou Y, et al. Design of achromatic polarization-insensitive metalens [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(3): 0303001.
梁瑜, 徐媛媛, 邹阳, 等. 免偏振敏感消色差超构镜设计研究[J]. *中国激光*, 2021, 48(3): 0303001.
- [15] Qi Y, Shen Y, Huang F, et al. Method and evaluation of enlarging field of view based on rotational double prisms [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(16): 1611001.
漆勇, 沈英, 黄峰, 等. 基于旋转双棱镜的视场扩大方法和评价[J]. *光学学报*, 2021, 41(16): 1611001.
- [16] Zhou Y, Fan S X, Liu G C, et al. Image distortions caused by rotational double prisms and their correction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(9): 0911003.
周远, 范世珣, 刘光灿, 等. 旋转双棱镜引起的成像畸变及其校正[J]. *光学学报*, 2015, 35(9): 0911003.
- [17] Huang F, Ren H, Shen Y, et al. Error analysis and optimization for risley-prism imaging distortion correction[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(9): 2574-2582.
- [18] Zhou Y, Lu Y F, Hei M, et al. Pointing error analysis of Risley-prism-based beam steering system [J]. *Applied Optics*, 2014, 53(25): 5775-5783.
- [19] Li A H, Zuo Q Y, Bian Y M, et al. Assembly error analysis of laser tracking steering prisms with sub-microradian order accuracy[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(10): 9-16.
李安虎, 左其友, 卞永明, 等. 亚微弧度级激光跟踪转镜装配误差分析[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(10): 9-16.
- [20] Liu J H. The research of basic theory and improvement on particle swarm optimization [D]. Changsha: Central South University, 2009: 20-24.
刘建华. 粒子群算法的基本理论及其改进研究[D]. 长沙: 中南大学, 2009: 20-24.
- [21] Li A H, Deng Z J, Liu X S, et al. A cooperative camera surveillance method based on the principle of coarse-fine coupling boresight adjustment [J]. *Precision Engineering*, 2020, 66: 99-109.