

太阳能复合抛物聚光器面形结构一般性原理研究

陈飞^{1,2*}, 陈俊^{1,2}¹昆明理工大学化学工程学院, 云南 昆明 650500;²昆明理工大学太阳能工程研究所, 云南 昆明 650500

摘要 针对非凹表面吸收体, 基于边缘光线原理、微分几何曲线理论及几何光学反射定律, 构建了非成像太阳能复合抛物聚光器(CPC)面形结构一般性数学模型, 并获得模型求解的几何边界条件。针对常见的圆形、上平板形吸收体, 验证了所构建的一般性数学模型的适用性。结果表明该一般性原理方程在获取 CPC 面形结构参数方程过程中具有直观性和便捷性。基于此方法还获得了新型结构半圆形吸收体 CPC 结构方程, 并采用激光实验验证了所获得的半圆形吸收体 CPC 面形方程的正确性。

关键词 几何光学; 太阳能; 复合抛物聚光器; 微分几何; 数学模型; 解析解

中图分类号 O435.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2408001

Investigation on General Principle of Surface Structure for Solar Compound Parabolic Concentrator

Chen Fei^{1,2*}, Chen Jun^{1,2}¹ Faculty of Chemical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China;² Institute of Solar Energy Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China

Abstract Based on the principle of edge ray, the theory of differential geometry, and the law of geometrical optical reflection, a general mathematical model of non-imaging solar compound parabolic concentrator (CPC) surface structure is constructed for non-concave surface absorber, and the geometric boundary conditions for solving the model are obtained. The applicability of the general mathematical model is verified for the common circular and upper plate absorbers. The results show that the general principle equation is intuitive and convenient in the process of obtaining the structural parameter equation of CPC surface shape. Based on this method, the CPC structural equation of semi-circular absorber with new structure is obtained, and the correctness of the CPC surface equation of semi-circular absorber is verified by laser experiment.

Key words geometric optics; solar energy; compound parabolic concentrator; differential geometry; mathematic model; analytical solution

OCIS codes 080.2740; 220.4298; 260.2160; 350.6050

1 引言

太阳能作为一种清洁无污染的可再生能源, 具有普遍、无害及长久等特性, 被广泛应用于工农业生产中^[1]。由于单位面积太阳辐射的功率不强, 聚光

器可将分散的辐射能量有效聚集, 实现能流密度的倍增。固定光口式聚光器由于聚光过程中不需跟踪装置, 在经济效益上具有较好的可行性, 一直被科研人员研究。典型的固定光口式聚光器, 如复合抛物聚光器(CPC)可将在接收半角内的入射太阳光线聚

收稿日期: 2021-05-24; 修回日期: 2021-06-14; 录用日期: 2021-06-21

基金项目: 国家自然科学基金(51866005)、云南省“万人计划”青年拔尖人才专项(YNWR-QNBJ-2019-173)、云南省科技计划项目重大科技专项(2019ZE002)

通信作者: *solarcf@163.com

集到吸收体表面,且具有高效、稳定的光学性能。

CPC 是一种基于非成像光学原理所构建的理想型太阳能聚光器, Winston^[2] 于 1974 年提出了一种针对圆形吸收体的 CPC, 该聚光器是基于边缘光线原理所设计的, 且聚光特性得到了验证。为了完善圆形吸收体 CPC 的设计方法, Winston 等^[3] 又针对圆形吸收体构建了通用的数学模型, 该模型为任意接收半角的圆形吸收体 CPC 面形结构的设计提供了一般性的函数表达式。Xia 等^[4] 为了解决由间隙引起的损耗问题, 基于微分几何原理构建了改进的 CPC 数学模型, 改进后的 CPC 具有良好的光学性能。几何聚光比和有效工作时长是衡量 CPC 性能好坏的重要指标, 延长工作时间需要增加接收半角, 但几何聚光比会降低。针对这一问题, Gao 等^[5] 构造了一种同时改善初始接收角和聚光比的新型 CPC, 该聚光器有效提高了收集太阳辐射的性能。

平板形吸收体集热器在光热和光伏领域中均有着广泛的应用^[6], 因此科研人员对平板集热器结构的构建展开了众多研究。研究发现水生动物鱼的复眼中小眼晶体锥在外形和光学特性上与平板形吸收体 CPC 极为相似^[7], 这一发现也证实了 CPC 具有良好的应用特性。Russell 等^[8] 基于全塑料液体平板太阳能集热器的概念建立了数学模型, 为生产轻量化太阳能集热器提供了技术借鉴。Singh 等^[9] 还设计了一种非理想太阳能聚光器, 该聚光器的反射器由多个平板组成。为了研究平板吸收体非对称复合抛物物 (PACPC) 的结构和特性, 章波等^[10] 基于平板吸收体 CPC 的面形结构模型建立了 PACPC 的结构方程并得到解析解。

CPC 吸收体的表面结构众多, 在已有的研究

中, 科研人员根据吸收体自身的结构和形状特点, 基于几何光学设计原理, 获得了各种吸收体的 CPC 面形结构的计算方程, 有的只需一组方程 (上平板吸收体)、有的需要两组方程 (圆形吸收体)、有的需要一组或两组方程 (三角形吸收体)、有的甚至需要三组或更多组方程。为了获得不同吸收体 CPC 的面形结构方程, Rabl^[11] 提出了描述凸性吸收体理想聚光器面形结构的微分方程, 该方程为部分不同形状吸收体 CPC 的面形计算提供了参考。

根据吸收体的表面结构特征构建相应的 CPC 面形方程的方法不是一种通用方法, 例如平板吸收体与圆形吸收体的 CPC 面形方程求解方法具有显著的差异性, 特别是对于新型结构的吸收体, 甚至难以获得 CPC 面形结构方程, 从而局限了 CPC 的发展与应用。

为此, 本文将微分几何曲线理论应用于非成像光学, 建立了任意非凹形状吸收体 CPC 面形结构的一般性微分方程, 并针对三种吸收体 (圆形、上平板、半圆形吸收体) 验证了该一般性方程的适用性。所构建的 CPC 一般性方程可方便地获得新型的半圆形吸收体 CPC 面形结构解析解, 研究结果可为新型吸收体结构 CPC 的设计提供一定的技术参考。

2 CPC 面形一般性原理模型构建

太阳能 CPC 面形的一般性结构如图 1 所示, 图中坐标系原点设置在非凹吸收体 A_{ab} 内部点 O 处, CPC 面形的接收半角为 θ_a , 此时连续光滑的 AT 曲线就是 CPC 右边面形。对于凸形吸收体, 光轴所在的临界边缘光线 S_0B 通常将 CPC 右边面形分为 AB 和 BT 两部分; 当吸收体为平面结构时, CPC 面形有

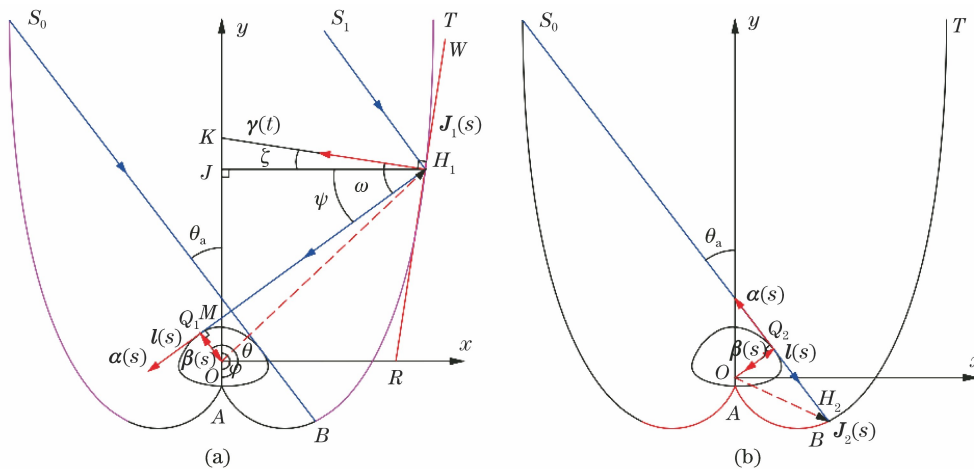


图 1 太阳能复合抛物聚光器面形结构。(a) BT 段; (b) AB 段
 Fig. 1 Surface structure of solar CPC. (a) BT section; (b) AB section

时只有 BT 部分,而 BT 面形有时由多个部分组成。

2.1 面形 BT 结构模型

图 1(a)中, H_1 点为 CPC 面形结构 BT 上的任意一动点,由非成像光学的边缘光线理论可知,为满足 CPC 面形具有 θ_a 的接收半角的条件, H_1 点的边缘光线 S_1H_1 被反射后必须上相切于吸收体 A_{sb} 的表面于 Q_1 点,因此向量 $\overrightarrow{OH_1}$ 的端点轨迹 $J_1(s)$ 就是 BT 面形,有

$$J_1(s) = l(s) - \lambda(s)\alpha(s), \quad (1)$$

式中: s 为吸收体的弧长参数; $l(s)$ 是切点 Q_1 处的径向向量(由吸收体内部指向 Q_1 点); $\lambda(s)$ 为点 Q_1 和点 H_1 的距离; $\alpha(s)$ 是点 Q_1 处的单位切向量。

由微分几何曲线论,有

$$J_1'(s) = \alpha(s) - \lambda'(s)\alpha(s) - \lambda(s)\alpha'(s). \quad (2)$$

显然 $J_1'(s)$ 为 BT 面形曲线 $J_1(s)$ 的切向量。设 $J_1(s)$ 曲线的单位主法向量为 $\gamma(t)$,有

$$J_1'(s)\gamma(t) = [1 - \lambda'(s)]\alpha(s)\gamma(t) - \lambda(s) \frac{1}{r(s)}\beta(s)\gamma(t), \quad (3)$$

式中: $\beta(s)$ 和 $r(s)$ 分别为吸收体 A_{sb} 在点 Q_1 处的单位主法向量和曲率半径。对(3)式进行化简,有

$$[1 - \lambda'(s)]\cos\omega - \frac{\lambda(s)}{r(s)}\cos(0.5\pi + \omega) = 0, \quad (4)$$

式中: ω 为入射角。(4)式就是太阳能 CPC 面形结构的一般方程。在图 1(a)中,为了获得 ω 的表达式,过点 H_1 作垂线交 y 轴于点 J , O 点为单位主法向量 $\beta(s)$ 延长后于 y 轴负半轴的交点。 θ 为以 O 点为顶点,从吸收体最底部的 A 点沿逆时针旋转到 Q_1 点的夹角,即 $\angle AOQ_1$,类似的 φ 为从 A 点旋转到 y 轴正半轴的角度,即 $\angle AOJ$, ψ 为 H_1J 和 H_1Q_1 的夹角。因此,有

$$\angle Q_1OJ = \theta - \varphi = \psi. \quad (5)$$

边缘入射光线 S_1H_1 与 y 轴正半轴夹角为 θ_a , ξ 为 H_1K 与 H_1J 的夹角,由反射定律及几何关系,有

$$\omega = 0.5\pi - \theta_a - \xi, \quad (6)$$

$$\psi = 0.5\pi - \theta_a - 2\xi. \quad (7)$$

联立(6)式和(7)式, ω 的表达式为

$$\omega = \frac{0.5\pi + \theta - \theta_a - \varphi}{2}. \quad (8)$$

将(8)式代入(4)式中即可得到太阳能 CPC BT 面形结构方程。

$$r(s)\lambda'(s) - \lambda(s)\tan\left(\frac{0.5\pi + \theta - \theta_a - \varphi}{2}\right) = r(s). \quad (9)$$

(9)式中, $\lambda(s)$ 的解不唯一,还需补充条件。由于吸收体 A_{sb} 结构不同, s 与 θ 之间就有不同的函数关系,可以表示为

$$f(s, \theta, r) = 0. \quad (10)$$

(9)式和(10)式就是太阳能 CPC 面形的一般性结构参数方程。在实际应用中,通常先根据已确定的吸收体 A_{sb} 结构,获得弧长 s 、角度 θ 、曲率半径 r 三者之间的关系,然后再对(9)式的微分方程进行唯一解求解。

2.2 面形 AB 结构模型

面形 AB 部分位于光轴临界边缘光线的下部, H_2 为 CPC 面形结构 AB 上的任意一动点, H_2Q_2 恰好相切吸收体于 Q_2 点,如图 1(b)所示。为满足来自 CPC 采光口 S_0T 的太阳光线直接或经反射间到达 AB 曲面后,都能够被 AB 面反射后到达吸收体表面的条件,边缘光线 Q_2H_2 到达 H_2 点被反射后必须沿着 H_2Q_2 光线路径返回,因此向量 $\overrightarrow{OH_2}$ 的端点轨迹 $J_2(s)$ 就是 AB 面形,类似于 $J_1(s)$ 轨迹, $J_2(s)$ 为

$$J_2(s) = l(s) - \lambda(s)\alpha(s). \quad (11)$$

为了满足 $J_2(s)$ 面形的光学特性,图 1(a)中 ω 值须为 0,有

$$1 - \lambda'(s) = 0. \quad (12)$$

于是, AB 面形结构 $J_2(s)$ 为

$$J_2(s) = l(s) + (c - s)\alpha(s), \quad (13)$$

式中: $c - s$ 表示 AB 曲线上任意一点与吸收体对应点的距离, c 为待定常数,由吸收体的极端点 A 的边界条件确定。从这里也可以看出, AB 面形结构只是 BT 面形结构的一种特例,也进一步说明了(4)式就是太阳能 CPC 面形结构的通用方程。

2.3 CPC 面形方程求解流程

太阳能 CPC 面形一般性原理的求解流程如图 2 所示。依据吸收体的形状,采用(10)式获取吸收面的数学方程,通过给定的接收半角确定临界边缘光线,然后依据临界边缘光线判断太阳能 CPC 面形结构是否存在图 1 中 AB 曲线部分。若 CPC 面形结构存在图 1 中 AB 部分曲线,采用(13)式先获取曲线 AB 的数学方程,然后再采用(9)式求解 BT 部分曲线的数学方程,合为一体且连续可导的 ABT 曲线则为 CPC 面形结构。若 CPC 面形结构只有图 1 中 BT 部分曲线,直接采用(9)式求解获得 BT 部分曲线的数学方程即为 CPC 面形结构。

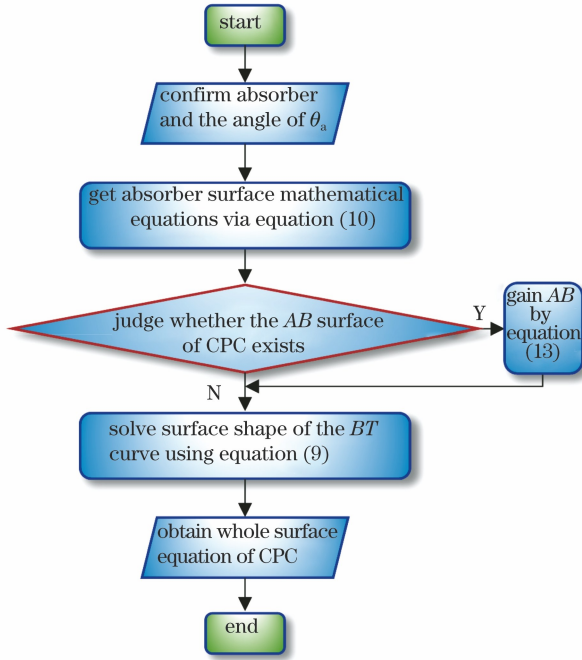


图 2 CPC 面形结构求解流程图

Fig. 2 Solution flow chart of CPC surface structure

3 CPC 面形一般性原理应用与验证

3.1 圆形吸收体 CPC

圆形吸收体面形结构如图 3 所示,边缘光线 S_0B (入射角为 θ_a) 将圆形吸收体 CPC 右边面形分为 AB 和 BT 两个部分。在图 3 中,坐标系原点设置在圆形吸收体 A_{sb} 内部圆心 O 点, $\alpha(s)$ (反射光线 HQ 的单位向量) 的径向向量 $\beta(s)$ 指向圆心。

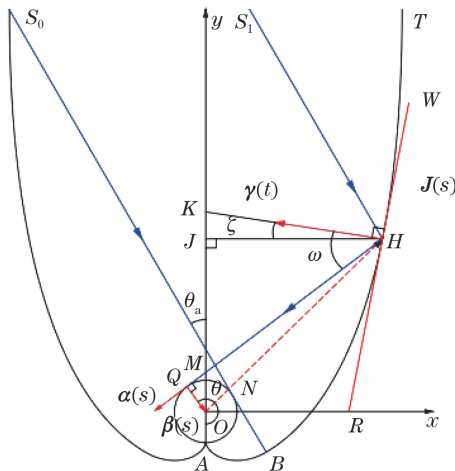


图 3 圆形吸收体 CPC 面形结构

Fig. 3 Surface structure of circular absorber CPC

图 3 中,圆形吸收体 A_{sb} 的参数方程为

$$\mathbf{r} = (r \sin \theta, -r \cos \theta). \quad (14)$$

根据弧长 s 和角度 θ 的关系,对(14)式求导并改写,有

$$\boldsymbol{\alpha}(s) = \mathbf{r}'(s) = \left(\cos \frac{s}{r}, \sin \frac{s}{r} \right). \quad (15)$$

为满足来自圆形吸收体 CPC 采光口 S_0T 的太阳光线入射到达 AB 曲面后,都能经 AB 面反射后到达圆形吸收体表面的条件,圆形吸收体 CPC AB 部分的面形结构满足(13)式,有

$$\mathbf{J}_2(s) = \begin{bmatrix} r \sin \frac{s}{r} + (c-s) \cos \frac{s}{r}, \\ -r \cos \frac{s}{r} + (c-s) \sin \frac{s}{r} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

当边界条件 s 为 0, $|\mathbf{J}_2(s)|$ 的值为 r 时,常数 c 的值为 0,并用 $r\theta$ 替换(16)式中的弧长参数 s ,即求得 AB 段面形参数方程。

$$\mathbf{J}_2(s) = (r \sin \theta - r\theta \cos \theta, -r \cos \theta - r\theta \sin \theta). \quad (17)$$

同样为了满足圆形吸收体 CPC 面形在 H 点的边缘光线 S_1H 被反射后必须上相切于吸收体 A_{sb} 的表面于 Q 点的条件, BT 部分面形结构方程需满足(1)式。在圆形吸收体中,点 Q 处的曲率半径即为圆的半径 r ,因此可得到弧长 s 、角度 θ 、曲率半径 r 三者之间的关系为

$$\frac{d\lambda}{ds} = \frac{d\lambda}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\lambda}{d\theta} \cdot \frac{1}{r(s)}. \quad (18)$$

由定义可知,在圆形吸收体 CPC 中 φ 为 π ,并将已知条件代入(9)式, BT 部分面形结构微分方程为

$$\frac{d\lambda}{d\theta} - \lambda(\theta) \tan\left(\frac{-0.5\pi + \theta - \theta_a}{2}\right) = r. \quad (19)$$

(19)式的通解为

$$\lambda(\theta) = \frac{r\theta - r \cos(\theta - \theta_a) + 2C}{1 + \sin(\theta - \theta_a)}. \quad (20)$$

由于面形 BT 在 B 点是连续的,将边界条件 θ 为 $0.5\pi + \theta_a$, $\lambda(\theta)$ 为 $r(0.5\pi + \theta_a)$ 代入(20)式,求得常数 C 为 $0.5r(0.5\pi + \theta_a)$,有

$$\lambda(\theta) = \frac{r(\theta + 0.5\pi + \theta_a) - r \cos(\theta - \theta_a)}{1 + \sin(\theta - \theta_a)}. \quad (21)$$

因此圆形吸收体 BT 部分复合抛物面形方程为

$$\begin{cases} x = r \sin \theta - \frac{r(\theta + 0.5\pi + \theta_a) - r \cos(\theta - \theta_a)}{1 + \sin(\theta - \theta_a)} \cos \theta \\ y = -r \cos \theta - \frac{r(\theta + 0.5\pi + \theta_a) - r \cos(\theta - \theta_a)}{1 + \sin(\theta - \theta_a)} \sin \theta \end{cases}, \quad 0.5\pi + \theta_a \leq \theta \leq 1.5\pi - \theta_a. \quad (22)$$

圆形吸收体 CPC 面形结构方程(17)式和(22)式与文献[12]中的结果一致。但使用一般性原

理方程求解 CPC 面形结构时不仅可以快速找到各参变量之间的关系,而且便于面形方程的求解,具有一定的直观性和便捷性。

3.2 平板吸收体 CPC

当 CPC 是长度为 L 的平板时,坐标系原点 O 设置在吸收体左端点 Q 处,如图 4 所示。由边缘光线理论可知,该吸收体的面形结构只由一段构成且面形方程有且仅有一对,在坐标系 xO_1y_1 中,边缘光线 S_1H 经过平板形吸收体 CPC 右边面形 BT 反射后,需要到达吸收体左端点 Q 处。可将点 Q 看作一个半径趋近于 0 的圆,则吸收体的曲率半径为 0, $\alpha(s)$ 的径向向量 $\beta(s)$ 与 y_1 轴负半轴交于点 G 。

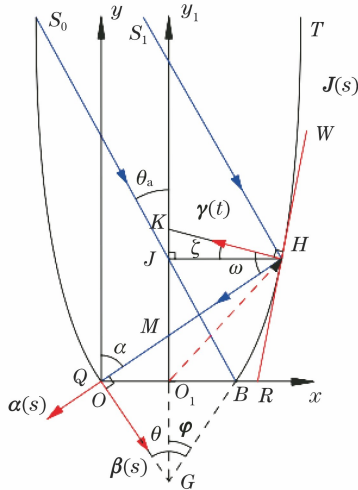


图 4 平板吸收体 CPC 面形结构

Fig. 4 Surface structure of plate absorber CPC

在平板吸收体 CPC 中,接收半角内的入射光线均可直接或经反射到达平板吸收体表面 OB 上,故平板吸收体 CPC 的面形结构方程满足(1)式。对(1)式进行求导并代入已知条件,有

$$r(s)\lambda'(s) - \lambda(s)\tan\left(\frac{0.5\pi + \theta - \theta_a - \varphi}{2}\right) = 0. \quad (23)$$

点 Q 为一个半径趋近于 0 的圆,则弧长 s 、角度 θ 、曲率半径 r 三者之间的关系同样满足(18)式,故平板吸收体 CPC 面形结构微分方程为

$$\frac{d\lambda}{d\theta} - \lambda(\theta)\tan\left(\frac{0.5\pi + \theta - \theta_a - \varphi}{2}\right) = 0. \quad (24)$$

参数方程 $\lambda(\theta)$ 为

$$\lambda(\theta) = \frac{2C}{1 + \cos(0.5\pi - \varphi + \theta - \theta_a)}. \quad (25)$$

由于平板吸收体的 φ 和 θ 参数均为变量,不便于方程的求解,引入 α 角,该角为反射光线 HQ 与 y 轴正半轴的夹角, α 角与 φ 和 θ 的关系为

$$\pi - \alpha = 0.5\pi - \varphi + \theta. \quad (26)$$

当 α 为 0.5π 时, $\lambda(\alpha)$ 为 L ,此时入射光线直接照射在 B 点处。将(26)式以及边界条件代入(25)式中,有

$$\lambda(\alpha) = \frac{L(1 + \sin \theta_a)}{1 - \cos(\alpha + \theta_a)}. \quad (27)$$

故平板形吸收体 CPC 在坐标系 xOy 中的复合抛物面形方程为

$$\begin{cases} x = \frac{L \sin \alpha (1 + \sin \theta_a)}{1 - \cos(\alpha + \theta_a)} \\ y = \frac{L \cos \alpha (1 + \sin \theta_a)}{1 - \cos(\alpha + \theta_a)} \end{cases}, \theta_a \leq \alpha \leq 0.5\pi. \quad (28)$$

(27)式与 Gupta 等^[13]所得出的平板吸收体参数方程一致,同时与 Gordon^[14]针对平板吸收体提出的两侧均带有接收器的吸收体 CPC 反射面形方程相比,所提方法获取 CPC 面形结构使用的步骤更少,这也再一次验证了所提 CPC 面形结构一般性原理在应用上具有一定的便捷性。

4 新型吸收体 CPC 面形与验证

4.1 半圆形吸收体 CPC

常见的平板太阳能集热器吸热部件主要由升流管、吸热面、绝热材料组成,如图 5(a)所示^[15]。平板太阳能集热器运行时,太阳光均匀地照射到吸热部件上。温度较低的集热工质在升流管内部流动时将导致距离升流管较近的吸热面温度低于较远的吸热面,使得较远的吸热面光热转换所产生的高温热能需要通过热传导的方式到达升流管,然后再通过对流传热的方式被升流管内的集热工质吸收成为有用能。

这一过程中由于导热传热增加了传热热阻(特别是吸热面材料厚度较薄,减小了传热横截面积,并且升流管间距远大于吸热面材料厚度,增加了导热距离,这些因素都增加了传热热阻),从而增加了集热器的热损失。为此构建了半圆形吸收体 CPC,如图 5(b)所示,太阳能照射到 CPC 表面后,被反射到升流管表面直接进行光热转换,然后被升流管内的集热工质吸收,这样就消除了图 5(a)中的导热热阻,从而有益于平板集热器光热转换性能的提升。另一方面由于半圆形吸收体 CPC 反射面工作时表面温度较低,不需要保温措施,这也减少了太阳能集热器保温材料的使用,从而有效地降低了集热器成本,同时还减轻了集热器的质量,也有利于提升平板集热器的可操作性。

4.2 半圆形吸收体 CPC 面形结构

半圆形吸收体 CPC 面形结构如图 6 所示,坐标系

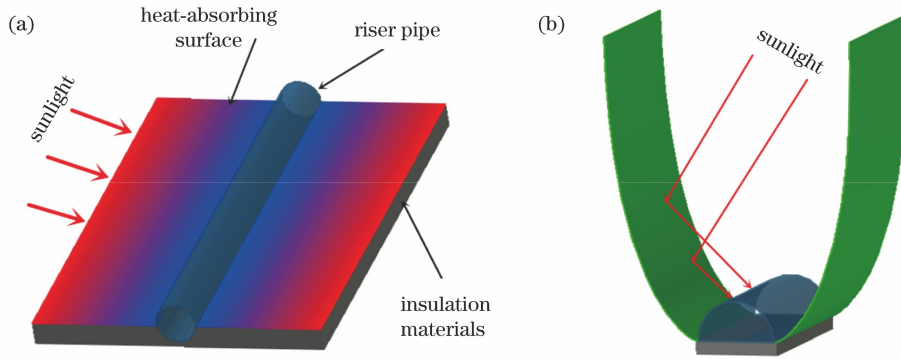


图 5 太阳能集热器吸热部件与半圆形吸收体 CPC 结构。(a)太阳能集热器吸热部件^[15]; (b)半圆形吸收体 CPC 结构
Fig. 5 Heat absorbing parts of solar collector and structure of semicircular absorber CPC.

(a) Heat absorbing parts of solar collector^[15]; (b) structure of semicircular absorber CPC

原点设置在半圆形吸收体 A_{sb} 圆心 O 点。边缘光线 S_0B 将 CPC 右边面形分为 AB 和 BT 两个部分。边缘光线 S_1H 经反射相切于半圆形吸收体 A_{sb} 表面 Q 点。

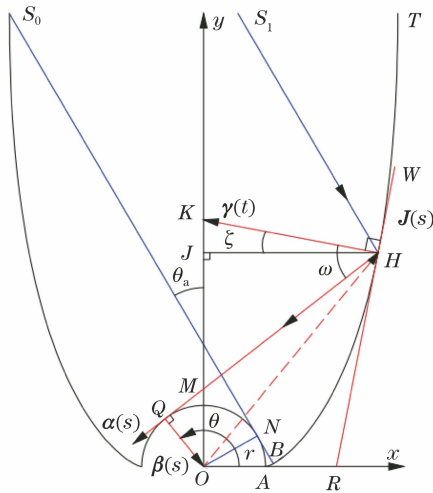


图 6 半圆形吸收体 CPC 面形结构

Fig. 6 Surface structure of semicircular absorber CPC

半圆形吸收体 A_{sb} 的参数方程为

$$\mathbf{r} = (r \cos \theta, r \sin \theta). \quad (29)$$

根据圆的弧长 s 与参数 θ 的关系, (29) 式可改写为

$$\mathbf{r}(s) = \left(r \cos \frac{s}{r}, r \sin \frac{s}{r} \right). \quad (30)$$

为使 AB 部分的曲线面形方程满足(13)式, 将(30)式代入(13)式, 有

$$\mathbf{J}(s) = \left[r \cos \frac{s}{r} - (c-s) \sin \frac{s}{r}, r \sin \frac{s}{r} + (c-s) \cos \frac{s}{r} \right]. \quad (31)$$

将边界条件 s 为 0, $|\mathbf{J}(s)|$ 为 r 代入(31)式, 并用 $r\theta$ 替换(31)式中的弧长参数 s , 求得 AB 段曲线面形方程为

$$\mathbf{J}(s) = (r \cos \theta + r \theta \sin \theta, r \sin \theta - r \theta \cos \theta), \quad 0 \leq \theta \leq \theta_a. \quad (32)$$

BT 部分面形结构方程满足(1)式, 由图 6 可知, 反射光线 HQ 的径向向量 $\mathbf{B}(s)$ 指向 G 点, G 点与 O 点重合, 在半圆形吸收体中, Q 点处的曲率半径即为半圆半径 r , 由此可得弧长 s 、角度 θ 、曲率半径 r 三者之间的关系为

$$\frac{d\lambda}{ds} = \frac{d\lambda}{d\theta} \cdot \frac{1}{r(s)}. \quad (33)$$

由定义可知, 在半圆形吸收体 CPC 中 φ 为 0.5π , 并将(33)式代入(9)式中, 可得半圆形吸收体 CPC 微分方程为

$$\frac{d\lambda}{d\theta} - \lambda(\theta) \tan\left(\frac{\theta - \theta_a}{2}\right) = r. \quad (34)$$

参数方程为

$$\lambda(\theta) = \frac{r\theta + r \sin(\theta - \theta_a) + 2C}{1 + \cos(\theta - \theta_a)}. \quad (35)$$

由于面形 BT 在 B 点是连续可导的, 将半圆形吸收体边界条件 θ 为 θ_a , $\lambda(\theta)$ 为 $r\theta_a$ 代入(35)式中, 可求得常数 C 为 $0.5r\theta_a$, 有

$$\lambda(\theta) = \frac{r[\theta + \theta_a + \sin(\theta - \theta_a)]}{1 + \cos(\theta - \theta_a)}. \quad (36)$$

故半圆形吸收体 BT 部分面形方程为

$$\begin{cases} x = r \cos \theta + \frac{r[\theta + \theta_a + \sin(\theta - \theta_a)]}{1 + \cos(\theta - \theta_a)} \sin \theta \\ y = r \sin \theta - \frac{r[\theta + \theta_a + \sin(\theta - \theta_a)]}{1 + \cos(\theta - \theta_a)} \cos \theta \end{cases}, \quad \theta_a \leq \theta \leq \pi - \theta_a. \quad (37)$$

4.3 模型制作和验证

4.3.1 模型构建与实验验证

半圆形吸收体 CPC 实体模型采用 3D 打印增材

制造技术获得,如图 7 所示。半圆形吸收体 CPC 模型采用的材料为聚乳酸纤维(PLA),PLA 的直径为 1.75 mm。

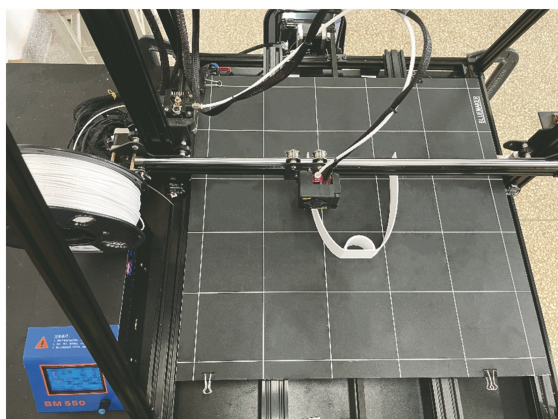
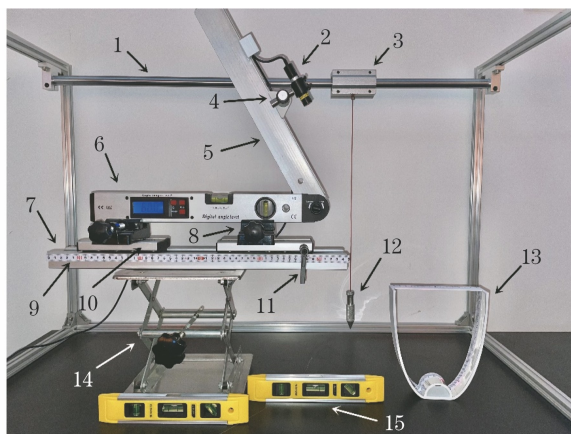


图 7 半圆形吸收体 CPC 模型

Fig. 7 Semicircular absorber CPC model

为验证半圆形吸收体 CPC(可接收半角为 30°)面形结构的聚光特性,构建了激光(用平行激光模拟太阳光线)验证实验平台,如图 8 所示。图 8 中,水平仪用于辅助调节水平面平整度,铅垂线用于标定垂直面。激光发射器通过角度调节器固定在旋转臂上并需要校准使激光平行入射,改变滑块位置可调节激光从不同的光口位置入射。模型表面上覆有太阳能反射膜和刻度纸,可得到反射激光到达吸收体上的位置。



1: column sliding rail; 2: laser transmitter; 3: slider of controlling plumb; 4: direction regulator; 5: rotating arm of angular regulator; 6: angle regulator; 7: pulley guide rail; 8: locking device; 9: calibrated scale; 10: unidirectional adjustable positioning slider; 11: slider movement controller; 12: plumb bob; 13: experimental model; 14: vertical lifting platform; 15: bubble level

图 8 激光实验平台

Fig. 8 Laser experimental platform

4.3.2 实验结果分析

实验过程中,激光发射器分别以 $0^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ 的入射角照射半圆形吸收体 CPC 的采光口,调节滑块使激光从不同的光口位置入射并记录激光到达吸收体的位置,入射激光到达吸收体表面位置的实验值与计算值如图 9 所示。实验结果表明,激光到达吸收体上的位置计算值与实验值的最大误差为 1.2 mm,平均误差为 0.4 mm,这也验证了所构建的半圆形吸收体 CPC 面形在会聚光线过程中,理论计算光线路径与光线真实传输路径是吻合的。

激光到达吸收体上的位置计算值与实验值的误差主要来自 3 个方面:1)由于激光器所产生的激光束具有一定的发散角,光斑经过反射后直径会变大,并与可见光混合导致读数精度降低;2)覆在 CPC 表面的刻度纸和反射膜的厚度均为 0.1 mm,激光到达吸收体的位置会有所偏移,影响了实验数据的准确性;3)半圆形吸收体 CPC 在打印过程中会存在误差,致使实际模型与理论模型不完全吻合。

不确定度是用来评价实验测量准确度的一个重要指标^[16-17],为验证模型的可靠性以及方程的准确性,对实验数据进行不确定度分析。合成不确定度 u_c 为

$$u_c(D) = \sqrt{\frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{n(n-1)} + u_B^2}; \quad (38)$$

式中:根号内第一项为 A 类不确定度; u_B 是实验仪器的 B 类不确定度^[18]。实验中最大合成不确定度为 0.92 mm,误差均在合理范围内。因此,激光验证实验有效验证了所构建的半圆形吸收体 CPC 模型的可靠性及理论计算激光到达吸收体位置的准确性。

4.3.3 光线追迹验证

针对所构建的接收半角为 30° 半圆形吸收体 CPC,应用蒙特卡罗光线追迹法^[19]实现光线路径可视化追迹,如图 10 所示。图 10 中,所有入射光从 CPC 采光口位置发出,直至追迹光线到达半圆形吸收体或从采光口逃逸。从图中可以看出:当入射光线入射角为 20° 时,入射光线直接被 CPC 反射后到达半圆形吸收体;当入射光线入射角为 30° 时,入射光线被 CPC 反射后相切于半圆形吸收体表面;当入射光线入射角为 40° 时,入射光线被 CPC 反射后从采光口处逃逸,不能到达半圆形吸收体表面。

所构建的半圆形吸收体 CPC 的聚光特性表明,

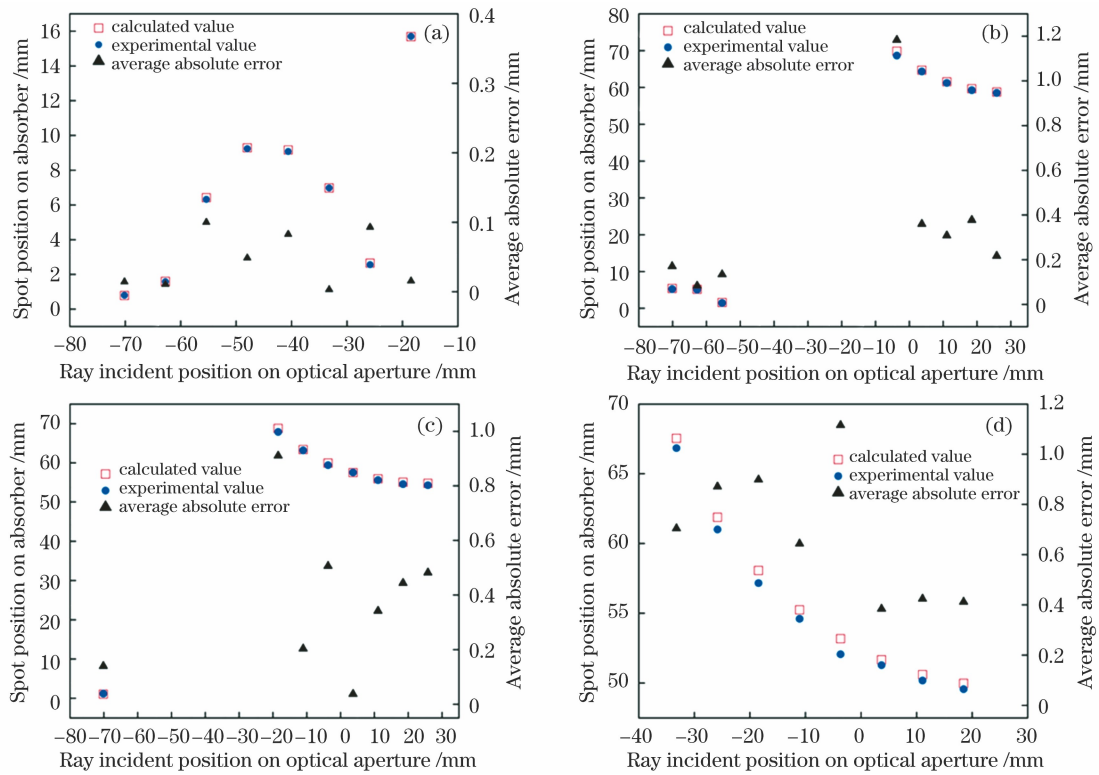


图 9 激光实验和理论结果误差分析图。(a) 入射角为 0° ;(b) 入射角为 10° ;(c) 入射角为 15° ;(d) 入射角为 20°
 Fig. 9 Error analysis diagrams of laser experimental results and theoretical results. (a) Incident angle is 0° ;
 (b) incident angle is 10° ; (c) incident angle is 15° ; (d) incident angle is 20°

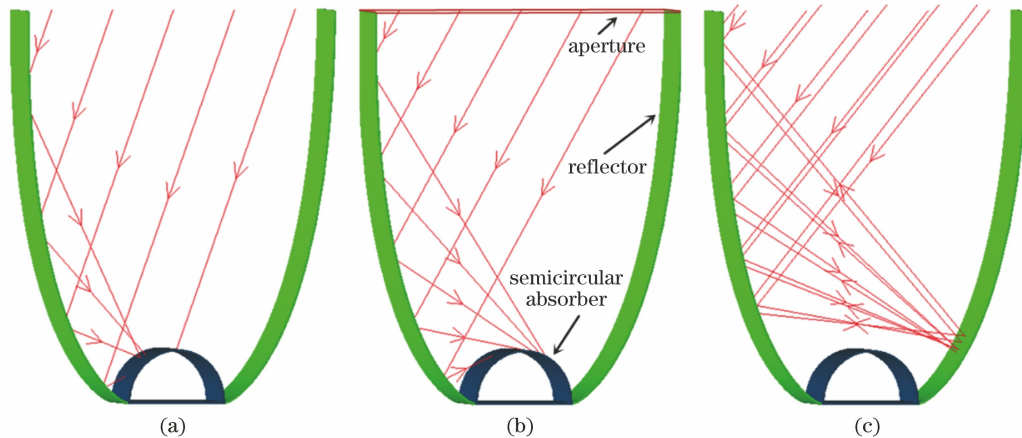


图 10 光线追迹图。(a) 入射角为 20° ;(b) 入射角为 30° ;(c) 入射角为 40°

Fig. 10 Ray tracing diagrams. (a) Incident angle is 20° ; (b) incident angle is 30° ; (c) incident angle is 40°

聚光器对入射光线的入射角具有界限分明的选择性,当入射角不大于接收半角时,所有的入射光最终都能够到达吸收体表面,反之则拒绝会聚入射光线。所构建的半圆形吸收体聚光器面形对入射光线具有这种选择性特性,也验证了所设计结构吻合了 CPC 的要求,这也再一次验证了所构建的太阳能 CPC 面形结构一般性原理的正确性。

5 结 论

基于边缘光线原理、微分几何曲线理论、几何光学反射定律,构建了太阳能 CPC 的一般性原理的结构方程。应用所构建的模型方程,对常见吸收体 CPC 面形结构进行了检验,并对新型吸收体 CPC 面形结构开展了实验与可视化验证,得到以下结论。

1) 所构建的太阳能 CPC 数学模型在非凹表面吸收体(半圆形、圆形、上平板等吸收体结构)CPC 的面形结构方程求解过程中具有直观性和便捷性, 具有普适的应用特性。

2) 针对新型的半圆形吸收体 CPC 面形结构, 采用激光实验与可视化光线追迹验证了所构建的太阳能 CPC 面形结构一般性原理的正确性。太阳能 CPC 一般性数学模型在新型吸收体 CPC 面形结构开发方面具有技术可行性。

参 考 文 献

- [1] Kabir E, Kumar P, Kumar S, et al. Solar energy: potential and future prospects [J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2018, 82: 894-900.
- [2] Winston R. Principles of solar concentrators of a novel design[J]. *Solar Energy*, 1974, 16(2): 89-95.
- [3] Winston R, Hinterberger H. Principles of cylindrical concentrators for solar energy [J]. *Solar Energy*, 1975, 17(4): 255-258.
- [4] Xia E T, Xu J T, Chen F. Investigation on structural and optical characteristics for an improved compound parabolic concentrator based on cylindrical absorber [J]. *Energy*, 2021, 219: 119683.
- [5] Gao C, Chen F. Model building and optical performance analysis on a novel designed compound parabolic concentrator[J]. *Energy Conversion and Management*, 2020, 209: 112619.
- [6] Tian M, Su Y H, Zheng H F, et al. A review on the recent research progress in the compound parabolic concentrator (CPC) for solar energy applications[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2018, 82: 1272-1296.
- [7] Levi-Setti R, Park D A, Winston R. The conical cones of Limulus as optimised light concentrators[J]. *Nature*, 1975, 253(5487): 115-116.
- [8] Russell L D, Guven H M. Modeling and analysis of an all-plastic flat-plate solar collector[J]. *Journal of Solar Energy Engineering*, 1982, 104(4): 333-339.
- [9] Singh P, Liburdy J A. A solar concentrator design for uniform flux on a flat receiver [J]. *Energy Conversion and Management*, 1993, 34(7): 533-543.
- [10] Zhang B, Chen F, Duan P F, et al. Research on structure and characteristics of asymmetrical compound parabolic concentrator with plane absorber [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(12): 1208002. 章波, 陈飞, 段鹏飞, 等. 平板吸收体非对称复合抛物物聚光器结构及特性研究 [J]. *光学学报*, 2017, 37(12): 1208002.
- [11] Rabl A. Solar concentrators with maximal concentration for cylindrical absorbers [J]. *Applied Optics*, 1976, 15(7): 1871-1873.
- [12] McIntire W R. Truncation of nonimaging cusp concentrators[J]. *Solar Energy*, 1979, 23(4): 351-355.
- [13] Gupta A, Kumar S, Murlidhar V K, et al. Design and testing of a uniformly illuminating nontracking concentrator[J]. *Solar Energy*, 1981, 27(5): 387-391.
- [14] Gordon J M. Nonimaging solar energy concentrators (CPC's) with fully illuminated flat receivers: a viable alternative to flat-plate collectors[J]. *Journal of Solar Energy Engineering*, 1986, 108(3): 252-256.
- [15] Li J H, Jiang Q. Experimental research on a high efficient flat plate solar collector [J]. *Acta Energetica Solaris Sinica*, 2001, 22(2): 131-135. 李戡洪, 江晴. 一种高效平板太阳能集热器试验研究 [J]. *太阳能学报*, 2001, 22(2): 131-135.
- [16] Kaya H, Eltugral N, Kurukavak A, et al. Efficiency assessment of an evacuated U-tube solar collector using silver nanofluid [J]. *Journal of Solar Energy Engineering*, 2019, 141(6): 061016.
- [17] Moffat R J. Describing the uncertainties in experimental results[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 1988, 1(1): 3-17.
- [18] Xu J T, Chen F, Deng C G. Design and analysis of a novel multi-sectioned compound parabolic concentrator with multi-objective genetic algorithm [J]. *Energy*, 2021, 225: 120216.
- [19] Ward G J, Rubinstein F M, Clear R D. A ray tracing solution for diffuse interreflection[J]. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1988, 22(4): 85-92.