

## 基于材料组分先验的 X 射线多能投影盲分离算法

李毅红<sup>1</sup>, 屈赵燕<sup>2</sup>, 赵晓杰<sup>1</sup>, 魏交统<sup>1</sup>, 陈平<sup>1\*</sup><sup>1</sup>中北大学信息探测与处理山西省重点实验室, 山西 太原 030051;<sup>2</sup>运城学院物理与电子工程系, 山西 运城 044000

**摘要** 能谱计算机断层成像(CT)可以利用多个不同能谱的衰减数据来获取窄能谱投影,窄能谱 CT 图像能够提高组分定量表征的准确性。鉴于此,基于未知的 X 射线能谱提出一种获取窄能谱投影的能谱 CT 盲分离算法。首先建立带有材料先验的 X 射线多能谱正演模型,其能够为窄能谱投影提供能量指向。其次依据测量数据的泊松统计特性,构建关于能谱拟合系数向量和厚度向量的约束优化问题,并采用块坐标下降算法对其进行求解。该算法在非负矩阵分解和高斯牛顿算法之间可以交替更新。仿真和实际实验结果表明,与已有算法相比,所提算法分解的 CT 图像具有更少的硬化伪影和噪声,各分解投影图像符合窄能谱投影的特征,能够提高获取窄能谱投影的准确性。

**关键词** 图像处理; X 射线计算机断层成像; 多能投影; 盲分离; 能谱计算断层成像

中图分类号 TP391

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2310001

## Blind Separation Algorithm of X-Ray Polychromatic Projections Based on Material Composition Prior

Li Yihong<sup>1</sup>, Qu Zhaoyan<sup>2</sup>, Zhao Xiaojie<sup>1</sup>, Wei Jiaotong<sup>1</sup>, Chen Ping<sup>1\*</sup><sup>1</sup>*Shanxi Key Laboratory of Signal Capturing & Processing, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China;*<sup>2</sup>*Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng, Shanxi 044000, China*

**Abstract** Energy spectrum computed tomography (CT) can use attenuated data of multiple different energy spectra to obtain narrow energy spectrum projection, which can improve the accuracy of the quantitative characterization of components. Based on the unknown X-ray energy spectrum, a blind CT separation algorithm is proposed to obtain the projection of narrow energy spectrum. First, the X-ray multi-energy spectrum forward model with material prior is established, which can provide energy direction for narrow energy spectrum projection. Second, according to the Poisson statistical characteristics of the measured data, the constrained optimization problem about the energy spectrum fitting coefficient vector and the thickness vector is constructed, and the block coordinate descent algorithm is used to solve the problem. The algorithm can be updated alternately between non-negative matrix factorization and Gaussian-Newton algorithm. The simulation and experimental results show that compared with the existing algorithms, the CT images decomposed by the proposed algorithm have fewer hardening artifacts and noises, and each decomposed projection image conforms to the characteristics of narrow energy spectrum projections, which can improve the accuracy of obtaining narrow energy spectrum projection.

**Key words** image processing; X-ray computed tomography; polychromatic projections; blind separation; spectral computed tomography

**OCIS codes** 100.3008; 040.1880; 170.0110

收稿日期: 2021-06-21; 修回日期: 2021-08-01; 录用日期: 2021-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(61801437, 61871351, 61971381, 62122070)、山西省自然科学基金(201801D221206, 201801D221207)

通信作者: \*pc0912@163.com

## 1 引言

X 射线计算机断层成像(CT)在医学诊断、材料分析和表征以及工业无损检测中起到不可替代的作用<sup>[1]</sup>。在常规的 CT 系统中,入射的 X 射线是由具有较宽能量范围的光子构成,而材料的衰减系数与光子能量相关,通常能量越高衰减系数越小<sup>[2]</sup>。因此,当多能 X 射线穿过物体时会存在射线束硬化效应,该射线束硬化效应会使传统方法重建的图像出现伪影,如杯状伪影和条状伪影,这限制了物体组分的定量分析<sup>[3]</sup>。能谱 CT 利用多个不同光子能谱来获得衰减系数所依赖的附加信息,考虑到 X 射线能谱的多色性,其可以抑制硬化伪影,现已被应用在硬化伪影校正、定量成像以及对比度-噪声比提高的过程中<sup>[4]</sup>。

能谱 CT 重建方法主要分为三类,即基于图像、直接反演以及基于投影的方法。基于图像的方法虽然在计算方面相对简单,但无法从根本上消除硬化伪影<sup>[5]</sup>。直接反演方法能够同时实现测量数据的分解和图像重建。Li 等<sup>[2]</sup>提出了一种能够保留边缘的双能 CT 多材料分解方法;Barber 等<sup>[6]</sup>提出了一种原始对偶算法来实现基映射的分解;陈佩君等<sup>[7]</sup>提出了一种基于图像全变分和传统张量字典学习的材料分解与识别算法;张海娇等<sup>[8]</sup>根据不同能量通道下的重建图像具有结构相似性,提出一种基于结构先验的加权非局部全变分(NLTV)重建算法。直接反演方法没有中间过程,因此不会存在信息缺失的风险<sup>[9]</sup>,其中一些正则化方法也比较成熟,但缺点是计算量较大,收敛速度较慢。基于投影的方法可以将分解和重建过程分开,首先从测量数据中分解出基映射(特定材料)的线积分,然后对各线积分分别进行线性化重建,其中如何快速、准确地实现测量数据的分解是该方法的关键。Schlomka 等<sup>[10]</sup>利用 Nelder-Mead 方法来求解基效应系数和高 Z 材料系数的线积分。随后,Schirra 等<sup>[11]</sup>通过 Fisher 信息估计了特定材料线积分的方差,从而提高重建图像的质量;Perelli 等<sup>[5]</sup>提出了基于下采样牛顿法的谱 CT 多材料分解正则化方法,用来快速求解基材料的线积分;最近,Abascal 等<sup>[12]</sup>提出了一种基于 Bregman 距离的正则化迭代方法,用来提高多种材料在分解过程中的全局收敛性。基于投影的方法可实现并行化分解,在充分利用多能数据的基础上加快计算速度,不过在分解过程中产生的误差会引入重建图像中。

以上所述的能谱 CT 重建方法是从获取基映射的线积分为出发点对多色衰减测量数据进行分解,但大多需要 X 射线能谱的详细知识。由于实际中 X 射线能谱很难测得,而且测量得到的能谱精度和稳定性也很难保证,故这些方法在实际使用中受到限制。在能谱未知的情形下,Chang 等<sup>[13]</sup>提出了一种同时恢复能谱和材料成分图像的双能 CT 迭代重建算法。

注意到在常规 CT 成像系统中,探测器每个探测元响应包含了连续 X 射线能谱中所有透射能量的光子衰减信息。同时,受到盲源分离方法的启发<sup>[14]</sup>,为了实现多色衰减测量数据的能谱分离,Wei 等<sup>[15-16]</sup>在未知 X 射线能谱的情况下,对测量数据进行分解以实现窄能谱投影,而且先后提出了带非负约束的加权最小二乘和残差最小局部方差和方法,并使用一阶 Karush-Kuhn-Tucker(KKT)条件推导出乘性迭代公式以实现交替更新,其在一定程度上提高了衰减特性相近材料的组分区分度,分解所得的一些投影具有真实窄能谱投影的特征。不过,虽然两种方法在降低硬化伪影以及提高材料对比度方面有一定效果,但求解结果中许多投影并不是真正的窄能谱投影,而且各投影所对应的能量区间不明确,大多数投影比原始投影具有更多的噪声,对于问题的非凸性也并没有给出一种有效的初始化方法。近年来,为了确定窄能谱投影的能量指向,Zhao 等<sup>[17]</sup>提出了一种基于基效应分解的多电压投影序列盲分离算法,不过算法需要良好的初始值。

为此,本文提出一种新的用于求解窄能谱投影的 X 射线能谱 CT 盲分离算法。该算法使用 X 射线多能谱正演模型,模型中引入了材料先验。同时,该算法中测量数据统计独立且服从泊松分布,采用一种有效的交替优化算法对测量数据进行求解。在仿真和实际实验中给出一种有效的初始化算法,实验结果表明新算法提高了获取窄能谱投影的准确性。

## 2 算 法

### 2.1 X 射线多能谱正演模型

在常规 X 射线 CT 系统中,当一束 X 射线穿过物体时,根据 Beer-Lambert 定理,到达探测器像素位置  $\mathbf{u} \in \Phi$  ( $\Phi$  为探测器平面)处的射线强度平均值可以表示为

$$\bar{\mathbf{I}}(\mathbf{u}) = \mathbf{I}^{(0)} \int_0^{E_{\max}} S(E) \exp \left[ - \int_{L'(\mathbf{u})} \mu(\mathbf{x}, E) dl' \right] dE, \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{I}^{(0)}$  为入射 X 射线的初始强度;  $\mu(\mathbf{x}, E)$  为成像物体在能量  $E$  和空间位置  $\mathbf{x} \in \Omega$  处的线性衰减系数, 其中  $\Omega$  为物体空间;  $L'(\mathbf{u})$  为取决于成像几何(平行束和扇束等)的射线路径,  $l'$  为射线路径中积分变量;  $S(E)$  为归一化能谱函数;  $E_{\max}$  为 X 射线光子的最大能量。

依据材料信息可将  $\mu(\mathbf{x}, E)$  分解<sup>[18]</sup>, 表达式为

$$\mu(\mathbf{x}, E) = \sum_{k=1}^K \mu_k(E) b_k(\mathbf{x}), \quad (2)$$

式中:  $\mu_k(E)$  为与物体空间无关  $k$  种材料的线性衰减系数函数, 当物体材料已知时, 其便是确定的;  $b_k(\mathbf{x})$  为  $k$  种材料的空间分布。

探测器上每个像素位置包含连续 X 射线能谱中所有光子的衰减信息, 这为从多色测量数据中提取窄能谱投影提供了依据。将 X 射线能谱分成  $R$  个窄带能谱, 每个窄带能谱的能量范围为  $[E_{r-1}, E_r]$ , 其中  $r=1, \dots, R, E_0=0, E_R=E_{\max}$ 。一般可将窄带能谱的能量间隔限制在 10 keV 以内。因此, 由推广的第一积分中值定理可将(1)式改写为

$$\bar{\mathbf{I}}(\mathbf{u}) = \mathbf{I}^{(0)} \sum_{r=1}^R S_r \exp \left[ - \sum_{k=1}^K \mu_k(\xi_r) d_k(\mathbf{u}) \right], \quad (3)$$

式中:  $d_k(\mathbf{u}) = \int_{L'(\mathbf{u})} b_k(\mathbf{x}) dl'$ ;  $S_r = \int_{E_{r-1}}^{E_r} S(E) dE$ ;  $\xi_r \in [E_{r-1}, E_r]$ 。

相比于完整能谱而言, 窄带能谱的能量范围小, 所以材料的衰减系数变化小, 故可以将物体内每种材料在窄带能谱中的衰减系数看作是恒定的, 可令  $\xi_r = (E_{r-1} + E_r)/2$ 。由于  $S(E)$  为归一化能谱函数, 故  $S_r$  满足归一化约束。令  $d_k$  为厚度,  $S_r$  为能谱分解权重, 则第  $r$  个重建图像  $p_r(\Omega) = \sum_{k=1}^K \mu_k(\xi_r) \cdot d_k(\Omega) p_r(\Omega)$  能体现出物体在窄带能谱上的衰减信息, 即窄能谱投影。考虑到 X 射线能谱未知, 即能谱分解权重  $S_r$  是“盲”的。

为了降低估计  $S_r$  过程中的数值不稳定性, 引入模型谱来表示  $S(E)$ <sup>[19]</sup>, 即

$$S(E) = \sum_{l=1}^L c_l S_l(E), \quad (4)$$

$$S_r = \sum_{l=1}^L c_l \int_{E_{r-1}}^{E_r} S_l(E) dE = \sum_{l=1}^L c_l S_{l,r}, \quad (5)$$

式中:  $S_l(E)$  为第  $l$  个模型谱的函数, 可由能谱生成器预先生成;  $c_l$  为拟合系数, 其满足非负约束以及归一化约束。参考文献[19]可知, 模型谱数目  $L$  设置为 6。因此, (3)式可表示为

$$\bar{\mathbf{I}}(\mathbf{u}) = \mathbf{I}^{(0)} \sum_{r=1}^R \sum_{l=1}^L c_l S_{l,r} \exp \left[ - \sum_{k=1}^K \mu_k(\xi_r) d_k(\mathbf{u}) \right]. \quad (6)$$

(5)式将未知量  $S_r$  转化为  $c_l$ , 通常  $R > L$ , 因此转化后能够降低求解参数的自由度。假设能谱个数为  $N, E_{\max}$  仍为所有能谱下 X 射线光子的最大能量, 对每个能谱下的射线强度采用相同的能谱划分范围  $[E_{r-1}, E_r]$  并取相同的能量值  $\xi_r$ , 引入索引  $n$  来表示不同能谱的变量  $\bar{\mathbf{I}}_n(\mathbf{u}), \mathbf{I}_n^{(0)}(\mathbf{u}), S_{n,r}, c_{n,l}$  和  $S_{n,l,r}$ 。与此同时, 对探测器的像素空间分布进行离散化, 设探测器由位于  $\mathbf{u}_q$  处的  $Q$  个像素阵列组成, CT 扫描过程角度数为  $T, M$  为总射线数,  $M=QT$ 。

记  $\bar{\mathbf{I}} \in \mathbf{R}^{N \times M}$  和  $\mathbf{I} \in \mathbf{R}^{N \times M}$  ( $\mathbf{R}^{N \times M}$  表示  $N \times M$  维的欧氏空间) 分别为理想条件和由探测器实际获取的投影测量数据向量, 它们被定义为

$$\bar{\mathbf{I}} = [\bar{I}_{1,1} \ \dots \ \bar{I}_{N,1} \ \dots \ \bar{I}_{1,M} \ \dots \ \bar{I}_{N,M}]^T, \quad (7)$$

$$\mathbf{I} = [I_{1,1} \ \dots \ I_{N,1} \ \dots \ I_{1,M} \ \dots \ I_{N,M}]^T, \quad (8)$$

式中:  $\bar{I}_{n,m}$  和  $I_{n,m}$  分别为第  $n$  个能谱下第  $m$  条射线的强度平均值和实际测量值, 其中  $n \in \{1, 2, \dots, N\}, m \in \{1, 2, \dots, M\}$ 。同样, 记  $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^{N \times L}$  为能谱拟合系数向量,  $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^{K \times M}$  为厚度向量, 它们被定义为

$$\mathbf{c} = [c_{1,1} \ \dots \ c_{N,1} \ \dots \ c_{1,L} \ \dots \ c_{N,L}]^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{d} = [d_{1,1} \ \dots \ d_{K,1} \ \dots \ d_{1,M} \ \dots \ d_{K,M}]^T. \quad (10)$$

于是, (6)式可以表示为

$$\bar{\mathbf{I}} = \mathcal{F}(\mathbf{c}, \mathbf{d}), \quad (11)$$

式中:  $\mathcal{F}$  为由(6)式诱导的非线性映射, 称(10)式为 X 射线多能谱正演模型。

## 2.2 带约束的正则化最大似然估计

假设实际获取的射线强度服从泊松分布, 即

$$I_{n,m} \sim P(\lambda = \bar{I}_{n,m}), \quad (12)$$

式中:  $P(\lambda)$  为均值为  $\lambda$  的泊松分布。

为了从多能衰减强度中分解出各窄能谱投影, 需要求解能谱拟合系数向量以及厚度向量。为此, 依据极大似然原理建立约束最优化问题, 表达式为

$$\min_{\mathbf{c}, \mathbf{d}} \frac{1}{2} \|\mathbf{I} - \mathcal{F}(\mathbf{c}, \mathbf{d})\|_{\mathbf{W}}^2 + \alpha \mathcal{G}(\mathbf{d}),$$

$$\text{s. t. } \mathbf{c} \geq \mathbf{0}, \mathbf{d} \geq \mathbf{0}, \sum_{l=1}^L c_{n,l} = 1, \forall n, \quad (13)$$

式中:  $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{W}}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{x}$ , 其中  $\mathbf{W}$  为权重矩阵, 令  $\mathbf{W} = \text{diag}(1/\sqrt{\bar{\mathbf{I}}})$ , 可以使  $\|\mathbf{I} - \mathcal{F}(\mathbf{c}, \mathbf{d})\|_{\mathbf{W}}^2/2$  成为适用于泊松分布的加权最小二乘保真项;  $\mathcal{G}$  为正则化函数;  $\alpha$  为正则化参数。由于 CT 分解问题的病态性, 引入正则化函数  $\mathcal{G}$ , 可表示为

$$\mathcal{G}(\mathbf{d}) = \sum_{k=1}^K \mathcal{G}_k(\mathbf{H}\mathbf{d}_k), \quad (14)$$

式中:  $\mathcal{G}_k$  和  $\mathbf{d}_k$  分别为第  $k$  种材料的正则化函数和厚度向量,  $\mathcal{G}_k(\mathbf{H}\mathbf{d}_k) = \|\mathbf{H}\mathbf{d}_k\|_2^2$ ;  $\mathbf{H} \in \mathbf{Z}^{M \times M}$  为离散拉普拉斯矩阵, 其中  $\mathbf{Z}^{M \times M}$  为  $M \times M$  维的矩阵空间。

为了确保(13)式的非欠定, 则  $N$ 、 $R$ 、 $K$  和  $M$  必须满足

$$NM \geq NR + KM. \quad (15)$$

### 2.3 优化算法

在(12)式中, 虽然由约束条件确定的可行域是凸集, 但目标函数是非凸函数。所以下文的优化算法旨在求出此问题的感兴趣(局部)解, 为此需要一种有效的初始化算法。

由于数量规模以及约束条件等差异, 求解变量可以很自然地分为两组, 即  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{d}$ 。借鉴块坐标下降方法<sup>[20]</sup>, 分别对  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{d}$  选取不同的迭代算法进行交替优化, 以此来寻求(12)式的解。其中非负矩阵分解(NMF)算法<sup>[21]</sup>和高斯牛顿(GN)算法<sup>[22]</sup>分别用来更新  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{d}$ 。

NMF 算法是一种十分有效的盲分离方法, 其自带非负性约束, 另外采用文献[23]的方法也可以将归一化约束引入到 NMF 算法中。相较于  $\mathbf{c}$ , 厚度向量  $\mathbf{d}$  中的未知量规模庞大, 并且在交替优化框架中, 关于  $\mathbf{d}$  的目标函数是非线性的, 倘若与  $\mathbf{c}$  一同采用一阶求解器会使算法整体的收敛速度变慢。GN 算法是一种经典的非线性优化方法, 具有二阶的收敛速度, 因此采用 GN 算法来作为  $\mathbf{d}$  的求解器。

为了交替更新  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{d}$  以实现(12)式的最小化, 其中第  $i$  次的迭代过程如下。

1) 将厚度向量固定为  $\mathbf{d}^{(i-1)}$ , 采用 NMF 算法来求解子问题, 表达式为

$$\min_{\mathbf{c}} \frac{1}{2} \|\mathbf{I} - \mathcal{F}(\mathbf{c}, \mathbf{d}^{(i-1)})\|_w^2, \quad (16)$$

s. t.  $\mathbf{c} \geq \mathbf{0}, \sum_{l=1}^L c_{n,l} = 1, \forall n.$

参考文献[21, 23]可得

$$c_{n,l}^{(i)} = c_{n,l}^{(i-1)} \times \frac{\sum_{m=1}^M I_{n,m}^{(0)} \sum_{r=1}^R S_{n,l,r} t_{r,m}^{(i-1)} + I_{n,M}^{(0)} \delta}{\sum_{m=1}^M \frac{I_{n,m}^{(0)}}{I_{n,m}} \left( \sum_{r=1}^R S_{n,l,r} t_{r,m}^{(i-1)} \right) I_{n,m} + I_{n,M}^{(0)} \delta \sum_{l=1}^L c_{n,l}^{(i-1)}}, \quad (17)$$

式中:  $\delta$  为控制归一化约束的参数,  $\delta$  值越大,  $\sum_l c_{n,l}$

值越接近于 1;  $t_{r,m}^{(i-1)} = \exp[-\sum_k t_k (\xi_r) d_{k,m}^{(i-1)}]$ , 设置  $\delta = t_{1,M}^{(0)}$ 。

2) 将能谱拟合系数向量固定为  $\mathbf{c}^{(i)}$ , 采用 GN 算法来求解子问题, 表达式为

$$\min_{\mathbf{d} \geq \mathbf{0}} \frac{1}{2} \|\mathbf{I} - \mathcal{F}(\mathbf{c}^{(i)}, \mathbf{d})\|_w^2 + \alpha \mathcal{G}(\mathbf{d}). \quad (18)$$

对于非负约束, 采用内点障碍法<sup>[24]</sup>来求解对数障碍函数, 可表示为

$$h(\mathbf{d}, u) = \frac{1}{2} \|\mathbf{I} - \mathcal{F}(\mathbf{c}^{(i)}, \mathbf{d})\|_w^2 + \alpha \mathcal{G}(\mathbf{d}) - u \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \ln(d_{k,m}), \quad (19)$$

式中:  $u$  为障碍参数。对于给定的障碍参数  $u^{(j)}$ , (18)式的迭代公式为

$$\mathbf{d}^{(i)} = \mathbf{d}^{(i-1)} + \gamma^{(i)} \mathbf{a}^{(i)}, \quad (20)$$

式中:  $\mathbf{a}^{(i)}$  为高斯牛顿方向,  $\mathbf{a}^{(i)} \in \mathbf{R}^{K \times M}$ ;  $\gamma^{(i)}$  为搜索步长,  $\gamma^{(i)} \in \mathbf{R}$ 。搜索步长  $\gamma^{(i)}$  的选取会决定(18)式中的  $\mathbf{d}^{(i)}$  是否能够持续保持可行解, 此时可采用回溯线性搜索算法来确定<sup>[25]</sup>。

对(17)式和(20)式进行不断交替迭代, 直到满足收敛条件。为了简化将上述算法称为 NMF-GN 算法, 该算法的时间复杂度为  $O[(KM)^3]$ , 利用该算法求解  $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{d}$  后便可得到分解投影  $p_{rm}$ 。

## 3 实验结果

实验中采用滤波反投影(FBP)算法来验证分离效果, 滤波过程中采用斜坡滤波器。分离模型中的正则化参数  $\alpha$  依据 L 曲线法来选取<sup>[26]</sup>, 障碍参数  $u$  根据经验设为 0.01。由于(13)式是非凸函数, 所以提供了一种有效的初始化方法。 $\mathbf{d}^{(0)}$  是依据成像参数对数字化模型投影获得的, 计算过程中可以添加微小扰动。数字化模型是对多能谱投影的 FBP 重建图像进行阈值分割确定的。特别的是, 当图像中两种材料的灰度值有重叠(硅和铝)时会将它们分割为“同种材料”, 最终这两种材料的厚度大小各取投影数值的 1/2。 $\mathbf{c}^{(0)}$  设置为常函数, 即  $c_{n,l} = 1/L$ 。实验中使用 SpectrumGUI\_1.03 (<https://sourceforge.net/projects/spectrumgui/>) 或 Spekpy v2.0<sup>[27]</sup> 来确定模型谱。

为了验证算法是否有效, 将所提算法与文献[17]进行对比, 记为 BSS-LV-BE(Blind Separation Based on Sum of Local Variance with Base Effect) 算法, 此算法的时间复杂度为  $O(KM^2)$ 。硬化伪影的强弱程度是区分多能谱投影重建图像和窄能谱投

影重建图像的一个重要特征,实验主要以此为依据对算法进行评估。所有实验均在配备 AMD R7-5800H、16 GB RAM、64 位 Windows10 和 MATLAB 2019a 的计算机上进行。表 1 为所有实验满足收敛条件的时间花销,收敛条件为目标函数的相对差小于  $1 \times 10^{-5}$ 。从表 1 可以看到,虽然 NMF-GN 算法的时间复杂度更高,但其耗时量与 BSS-LV-BE 算法相比仍在可接受范围内,甚至可能比 BSS-LV-BE 算法少,这是由于 NMF-GN 算法使用更少的迭代次数就可达到收敛。

表 1 三个实验的时间花销

Table 1 Time cost of three experiments unit: s

Algorithm	Simulation	Sample 1	Sample 2
NMF-GN	6417	2520	3940
BSS-LV-BE	5531	1338	5156

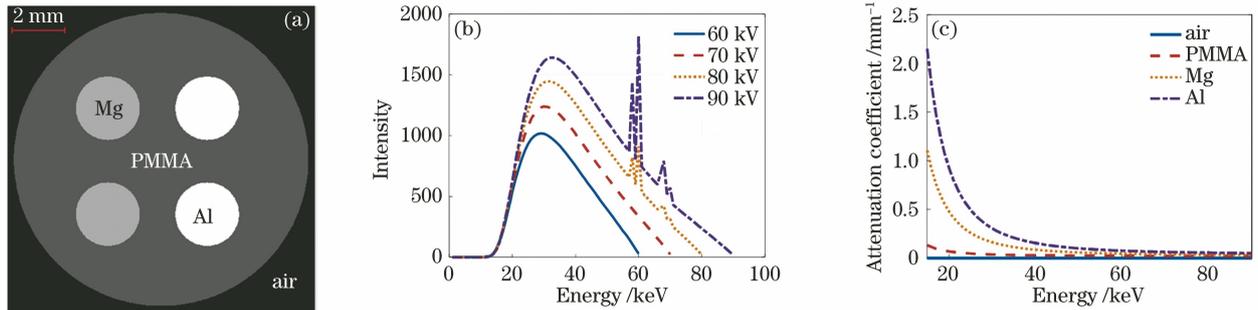


图 1 仿真设置。(a)仿真模体;(b)由 Spekpy v2.0 生成的仿真能谱;(c)材料的衰减系数(来自 NIST)  
Fig. 1 Simulation setting. (a) Simulation body; (b) simulation energy spectrum generated by Spekpy v2.0; (c) attenuation coefficient of material (from NIST)

70 kV 和 90 kV 电压下的 FBP 重建图像如图 2 所示,重建图像的大小为  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 。将能量范围(5, 90]等间隔划分为 17 个区间,即窄能谱段个数  $R=17, E_r=(r+1) \times 5$ ,使用所提算法对仿真测量数据进行分解,分解过程中不考虑空气,即  $K=3$ ,模型谱个数  $L$  为 6,1.0,2.0,5.0,8.0,12.0,16.0 mm 厚度的铝滤波后的归一化能谱分别由 Spekpy v2.0 生成,依据 L 曲线法来选取正则化参数  $\alpha=3.16$ 。从分解结果中选取了第 5、7、9 和 11 张投影图像进行重建,它们对应的能量分别为 28, 38,48,58 keV(窄能谱能量区间中值),重建图像如图 3 所示。图 3 的第 1 行为真值图像,第 2 行和第 3 行分别为 NMF-GN 算法和 BSS-LV-BE 算法的重建图像。

在图 2(a)箭头处能够看到清晰的带状伪影,这主要是由射线束硬化引起的。图 3 中此带状伪影被有效去除,同时与 BSS-LV-BE 算法相比,NMF-GN

### 3.1 仿真实验

对图 1(a)的模体进行扇束 CT 扫描,该模体由空气(air)、有机玻璃(PMMA)、镁(Mg)和铝(Al)4 种材质构成,图像大小为  $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 。为了简化模型,模拟点 X 射线源的射线能谱由 Spekpy v2.0 产生,管电压分别为 60,70,80,90 kV,管电流为 0.7 mA,阳极材料为钨(tungsten),采用 1.5 mm 厚的铝进行滤波,由 Spekpy v2.0 生成的仿真能谱如图 1(b)所示。图 1(c)为 4 种材料的线性衰减系数曲线,其是在美国国家标准与技术研究所网站(NIST)上获取的。设平板探测器的宽度为 105.66 mm,像素个数为 832,像素大小为  $0.127 \text{ mm} \times 0.127 \text{ mm}$ ,射线源与旋转中心和探测器中心的距离分别为 140.00 mm 和 780.57 mm。每个电压在  $0^\circ \sim 360^\circ$  角度之间等间隔取 360 个投影角度,同时对每个投影测量值添加泊松噪声。仿真过程中不考虑散射等因素的影响。

算法分解后的图像噪声降低。

第 5 张和第 7 张重建图像在图 2(a)横线处的衰减系数曲线如图 4(a)和图 4(b)所示。与图 2(b)相比,NMF-GN 算法分解后的衰减系数曲线噪声有所降低,杯状伪影减少,PMMA、Mg 和 Al 的对比度提升。

为了评估分解所得投影的准确性,使用归一化均方根误差(NRMSE)对两种算法的重建图像进行对比,表达式为

$$\epsilon_{\text{NRMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (y_j - \bar{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^J \bar{y}_j^2}}, \quad (21)$$

式中: $y$  为重建图像; $\bar{y}$  为真值; $J$  为重建像素数。NRMSE 随各重建图像的变化曲线如图 4(c)所示。从图 4(c)可以看到,BSS-LV-BE 算法的 NRMSE 随图像序号的增大呈现先变小后变大的趋势,在

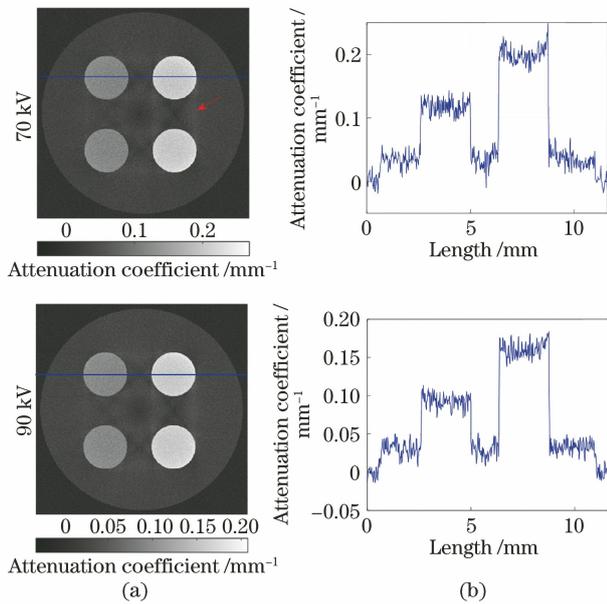


图 2 多能谱投影图像在 17 个区间下的直接重建结果。  
(a)重建图像;(b)衰减系数曲线

Fig. 2 Direct reconstruction results of multi-energy spectrum projection images in 17 intervals.  
(a) Reconstructed image; (b) attenuation coefficient curve

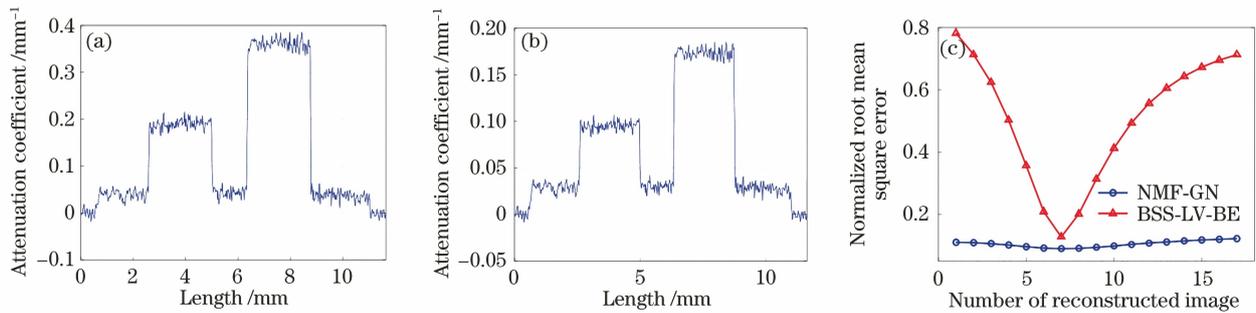


图 4 重建图像的衰减系数曲线和归一化均方根误差。(a) NMF-GN 算法处理第 5 张重建图像的衰减系数;  
(b) NMF-GN 算法处理第 7 张重建图像的衰减系数;(c)归一化均方根误差随重建图像序号的变化曲线

Fig. 4 Attenuation coefficient curve and normalized root mean square error of reconstructed image. (a) Attenuation coefficient of 5<sup>th</sup> reconstructed image processed by NMF-GN algorithm; (b) attenuation coefficient of 7<sup>th</sup> reconstructed image processed by NMF-GN algorithm; (c) change curve of normalized root mean square error with sequence number of reconstructed image

### 3.2 实际实验

实际中,使用 YXLON FF20CT 设备对实验样品进行 CT 扫描。X 射线管的靶材采用钨靶,焦点尺寸为 2.0 μm。使用的平板探测器的分辨率为 1122 pixel×1122 pixel,每个像素大小为 0.127 mm×0.127 mm。为了简化,在实验中仅对射线中心扇形束数据进行处理。

样品 1 由 4 个不规则小块(2 块镁和 2 块铝)组成。扫描过程中使用的电压分别为 70,80,90 kV,电流和曝

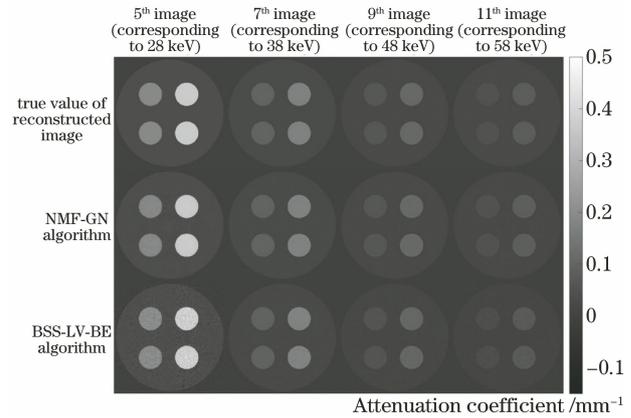


图 3 NMF-GN 算法和 BSS-BE 算法分解第 5、7、9 和 11 张投影图像得到的部分重建图像

Fig. 3 Partially reconstructed images obtained by decomposing 5<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup>, 9<sup>th</sup>, and 11<sup>th</sup> projection images by NMF-GN algorithm and BSS-BE algorithm

第 7 张重建图像取得最小值;NMF-GN 算法的 NRMSE 变化较稳定,且整体小于前者,表明 NMF-GN 算法在窄能谱投影的准确性优于 BSS-LV-BE 算法。

光时间分别为 70 μA 和 300 ms。射线源与旋转中心和探测器中心之间的距离分别为 90.00 mm 和 780.57 mm。在 70 kV 和 90 kV 电压下的直接重建图像如图 5 所示。将能量范围(0, 90]等间隔划分为 18 个区间,即窄能谱段个数  $R=18$ ,  $E_r=r \times 5$ ,使用所提算法对多能谱投影图像进行分解,设置  $K=2$ ,模型谱个数  $L$  为 6,1.0,2.0,3.0,4.0,5.0,6.0 mm 厚度的铝滤波后的归一化能谱分别由 SpectrumGUI\_1.03 生成,依据 L 曲线法来选取正则化参数  $\alpha=10.0$ 。

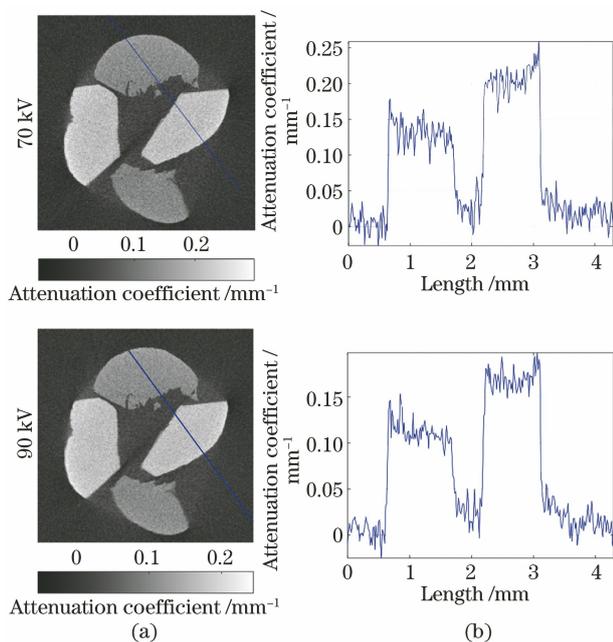


图 5 多能谱投影图像在 18 个区间下的直接重建结果。  
(a)重建图像;(b)衰减系数

Fig. 5 Direct reconstruction results of multi-energy spectrum projection images in 18 intervals. (a) Reconstructed image images; (b) attenuation coefficient curve

从分解结果中选取了第 7、8、9 和 16 张分解投影图像进行重建,它们对应的能量分别为 3, 38, 43, 78 keV(窄能谱能量区间中值), NMF-GN 算法和 BSS-LV-BE 算法分解得到的部分重建图像如图 6 所示。图 6 的第 1 行和第 2 行分别为 NMF-GN 算法和 BSS-LV-BE 算法的重建图像,相比于图 5 的直

接重建图像,两种算法分解后的重建图像噪声降低;不过,BSS-LV-BE 算法的重建图像仍存在严重的硬化伪影,尤其是图 6 箭头处,而 NMF-GN 算法的重建图像中硬化伪影基本消失。

第 8 张和第 16 张重建图像在图 5(a)横线处的衰减系数曲线如图 7 所示。从图 7 可以看到,BSS-LV-BE 算法分解得到的衰减系数曲线在图 7(a)箭头处突起,这说明重建图像的硬化伪影未有效去除; NMF-GN 算法分解得到的衰减系数曲线变化较平稳,这说明重建图像的硬化伪影基本去除。

为了进一步描述硬化伪影的强弱程度,选取变异系数(CV)作为衰减系数不一致性的指标。在噪声相似的情形下,CV 值越小,衰减系数不一致性越小,硬化伪影的程度越低。表 2 列出了 NMF-GN 算法分解重建图像中各材料区域的灰度均值(mean)、标准差(STD)和 CV。从表 2 可以看到,分解后的 CV 值均明显小于直接重建图像中的 CV 值,说明 NMF-GN 算法分解后的重建图像硬化伪影减弱。

实际中窄能谱图像的真值未知,所以无法计算分解图像与真值图像的 NRMSE。因此,为了确定分解图像的准确性,验证分解图像与窄能谱能量区间的一致性,图 8 给出了每种材料的平均衰减系数随重建图像序号的变化曲线,其中衰减系数真值是窄能谱能量区间中间能量处的衰减系数。从图 8 可以看到,真值与 NMF-GN 算法的计算值基本吻合,虽然图 8(b)中第 2 张重建图像的衰减系数存在一定误差,但仍能说明分解图像的衰减系数与预先设

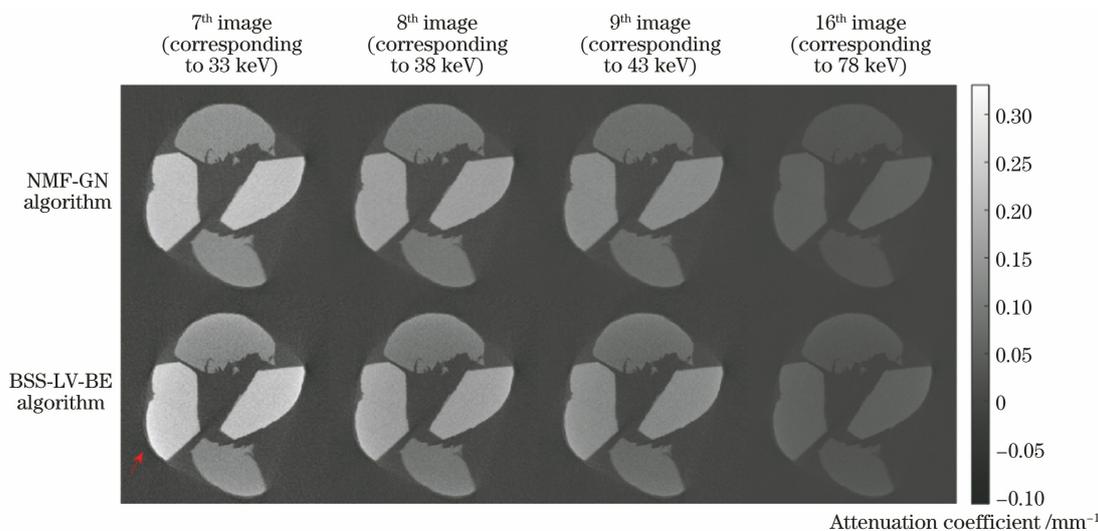


图 6 NMF-GN 算法和 BSS-LV-BE 算法分解第 7、8、9 和 16 张投影得到的部分重建图像

Fig. 6 Partially reconstructed images obtained by decomposing 7<sup>th</sup>, 8<sup>th</sup>, 9<sup>th</sup> and 16<sup>th</sup> projection images by NMF-GN algorithm and BSS-BE algorithm

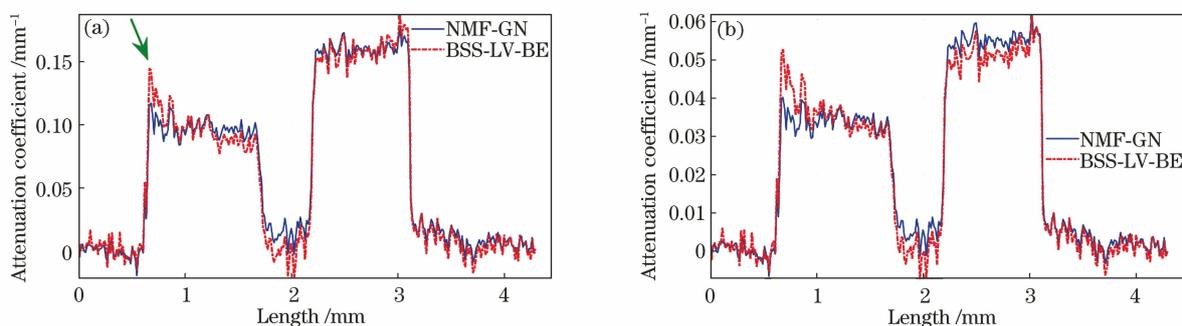


图 7 NMF-GN 算法和 BSS-LV-BE 算法分解的衰减系数曲线。(a)第 8 张重建图像在图 5(a)线条处的衰减系数；(b)第 16 张重建图像在图 5(a)线条处的衰减系数

Fig. 7 Attenuation coefficient curves decomposed by NMF-GN algorithm and BSS-LV-BE algorithm. (a) Attenuation coefficient of 8<sup>th</sup> reconstructed image at line in Fig. 5(a); (b) attenuation coefficient of 16<sup>th</sup> reconstructed image at line in Fig. 5(a)

表 2 样品 1 部分重建图像中各材料灰度均值、标准差和变异系数

Table 2 Gray mean, standard deviation, and coefficient of variation of each material in partially reconstructed images of sample 1

Parameter	Direct reconstructed image (power is 90 kV)		8 <sup>th</sup> CT image		16 <sup>th</sup> CT image	
	Mg	Al	Mg	Al	Mg	Al
Mean /mm <sup>-1</sup>	0.11000	0.17300	0.09560	0.16100	0.03380	0.05490
STD /mm <sup>-1</sup>	0.01290	0.01400	0.00691	0.00682	0.00262	0.00291
CV	0.11800	0.08110	0.07190	0.04240	0.07850	0.05500

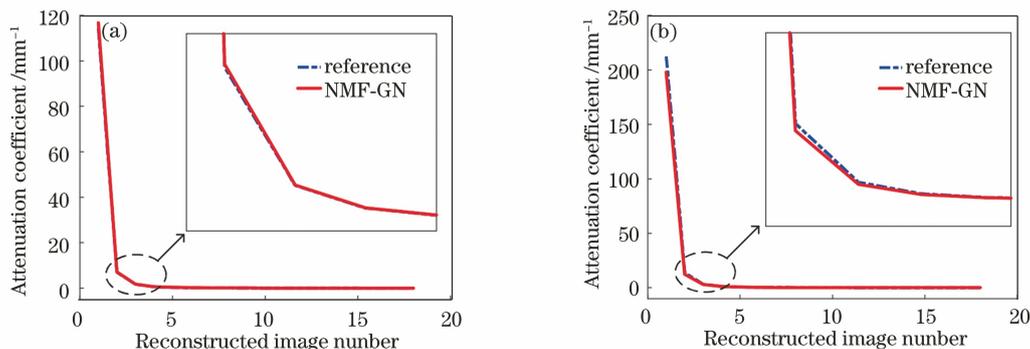


图 8 不同材料的平均衰减系数随重建图像序号的变化曲线。(a) Mg; (b) Al

Fig. 8 Change curves of average attenuation coefficient of different materials with sequence number of reconstructed image.

(a) Mg; (b) Al

定的窄能谱投影图像基本一致。

使用样品 2 来验证所提算法的实用性,其是模拟含能材料,由铝、面粉和黏合剂构成。扫描电压分别为 60,70,80 kV,电流和曝光时间分别为 90  $\mu$ A 和 800 ms。射线源与旋转中心和探测器中心之间的距离分别为 85.00 mm 和 780.57 mm。60 kV 电压下的直接重建图像如图 9(a)所示。将能量范围 (5, 80]等间隔划分为 15 个区间,即窄能谱段个数  $R=15, E_r=(r+1) \times 5$ ,使用所提算法对多能谱投影图像进行分解,由于黏合剂的具体成分未知,故选取铝和面粉作为分解材料,设置  $K=2$ ,模型谱个数

$L$  为 6,1.0,2.0,5.0,8.0,12.0,16.0 mm 厚的铝滤波后的归一化能谱分别由 Spekpy v2.0 生成,依据  $L$  曲线法来选取正则化参数  $\alpha=1.00$ 。选取第 7 张分解投影图像进行重建,其对应的能量为 38 keV,重建图像如图 9(b)所示。图 9(c)为 BSS-LV-BE 算法的第 7 张重建图像,图 9(d)~9(f)为它们在线条处的衰减系数曲线,其中虚线表示铝在 38 keV 电压下的线性衰减系数。

在图 9(a)和图 9(c)的边缘处能够看到明显的硬化伪影,而图 9(b)的硬化伪影明显减少。同时,图 9(d)的衰减系数曲线呈现杯状伪影;图 9(f)的杯

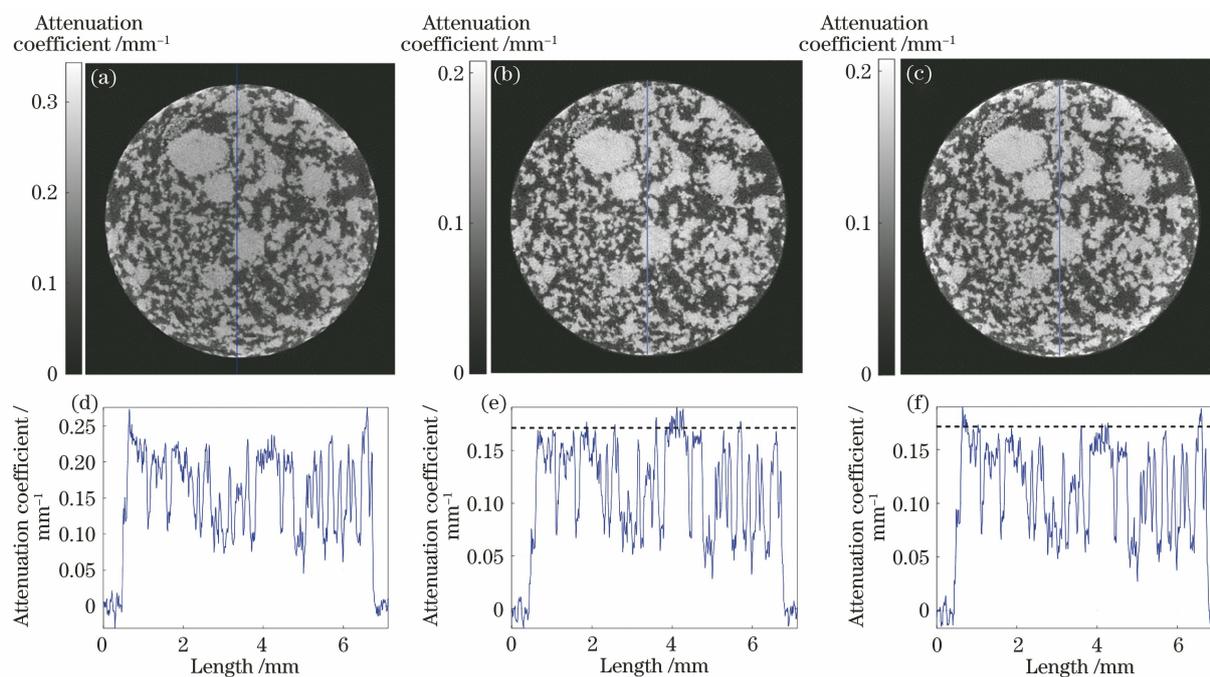


图 9 样品 2 的重建图像与衰减系数曲线。(a) 60 kV 电压下的直接重建图像;(b) NMF-GN 算法所得的第 7 张重建图像 (对应能量为 38 keV);(c) BSS-LV-BE 算法所得的第 7 张重建图像;(d)(e)(f)重建图像(a)(b)(c)在线条处的衰减系数  
Fig. 9 Reconstructed images and attenuation coefficient curves of sample 2. (a) Directly reconstructed image under 60 kV voltage; (b) 7<sup>th</sup> reconstructed image obtained by NMF-GN algorithm (corresponding energy is 38 keV); (c) 7<sup>th</sup> reconstructed image obtained by BSS-LV-BE algorithm; (d) (e) (f) attenuation coefficient of reconstructed image (a)(b)(c) at line of Fig. (a)

状伪影有所减少,但仍可看见曲线两侧突起;图 9(e)的杯状伪影基本消失,并且铝材质的衰减系数与真值更为接近,这表明 NMF-GN 算法的分解投影图像更符合窄能谱投影的特征。

## 4 结 论

本文提出了一种从多能投影中获取窄能谱投影的 X 射线能谱 CT 盲分离算法,该算法通过求解 X 射线能谱的拟合系数可以避免能谱信息的额外获取,同时在 X 射线多能谱正演模型中添加材料先验用来确定窄能谱投影的能量指向。该算法根据多能投影的统计特性建立了约束加权最小二乘优化问题,并采用 NMF-GN 算法与所提初始策略对该非凸优化问题进行求解。仿真和实际实验结果表明,与已有算法相比,所提算法的分解图像具有更少的硬化伪影和噪声,各分解投影图像更加符合窄能谱投影的特征,能够提高窄能谱投影的准确性。不过,在实际实验的部分重建图像中相同材料的衰减系数存在轻微扰动,这表明窄能谱投影的精度还需进一步提高。另外为了提高算法对复杂物体的应用,可以将基效应分解引入到本文的分解框架中。

## 参 考 文 献

- [1] Luo T, Zhao Y S. An accelerated convergence algorithm for iterative reconstruction of dual energy spectrum CT[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(14): 1411001.  
罗婷, 赵云松. 双能谱 CT 迭代重建的一种加速收敛算法[J]. 光学学报, 2020, 40(14): 1411001.
- [2] Li Z P, Ravishankar S, Long Y, et al. DECT-MULTRA: dual-energy CT image decomposition with learned mixed material models and efficient clustering [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2020, 39(4): 1223-1234.
- [3] Bal G, Terzioğlu F. Uniqueness criteria in multi-energy CT [J]. Inverse Problems, 2020, 36(6): 065006.
- [4] Garnett R. A comprehensive review of dual-energy and multi-spectral computed tomography[J]. Clinical Imaging, 2020, 67: 160-169.
- [5] Perelli A, Andersen M S. Regularization by denoising sub-sampled Newton method for spectral CT multi-material decomposition [EB/OL]. (2021-03-25) [2021-06-20]. <https://arxiv.org/abs/2103.13909>.
- [6] Barber F R, Sidky E Y, Gilat Schmidt T, et al. An

- algorithm for constrained one-step inversion of spectral CT data [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2016, 61(10): 3784-3818.
- [7] Chen P J, Feng P, Wei W W, et al. Multi-energy spectrum CT material recognition based on image total variation and tensor dictionary[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(11): 1111002.  
陈佩君, 冯鹏, 伍伟文, 等. 基于图像总变分和张量字典的多能谱 CT 材料识别研究 [J]. *光学学报*, 2018, 38(11): 1111002.
- [8] Zhang H J, Kong H H, Sun Y G. Weighted NLTV reconstruction algorithm based on structural prior information for spectral CT[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(8): 0811003.  
张海娇, 孔慧华, 孙永刚. 基于结构先验的加权 NLTV 能谱 CT 重建算法 [J]. *光学学报*, 2018, 38(8): 0811003.
- [9] Zhou Z D, Zhang X L, Xin R C, et al. Direct iterative basis image reconstruction based on MAP-EM algorithm for spectral CT [J]. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 2021, 40(1): 5.
- [10] Schlomka J P, Roessl E, Dorscheid R, et al. Experimental feasibility of multi-energy photon-counting K-edge imaging in pre-clinical computed tomography[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2008, 53(15): 4031-4047.
- [11] Schirra C O, Roessl E, Koehler T, et al. Statistical reconstruction of material decomposed data in spectral CT [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2013, 32(7): 1249-1257.
- [12] Abascal J F P J, Ducros N, Peyrin F. Nonlinear material decomposition using a regularized iterative scheme based on the Bregman distance [J]. *Inverse Problems*, 2018, 34(12): 124003.
- [13] Chang S J, Li M F, Yu H Y, et al. Spectrum estimation-guided iterative reconstruction algorithm for dual energy CT [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2020, 39(1): 246-258.
- [14] Xiao Y M, Lu W Z, Yan Q, et al. Blind separation of coherent multipath signals with impulsive interference and Gaussian noise in time-frequency domain[J]. *Signal Processing*, 2021, 178: 107750.
- [15] Wei J T, Han Y, Chen P. Improved contrast of materials based on multi-voltage images decomposition in X-ray CT[J]. *Measurement Science and Technology*, 2016, 27(2): 025402.
- [16] Wei J T, Han Y, Chen P. Narrow-energy-width CT based on multivoltage X-ray image decomposition[J]. *International Journal of Biomedical Imaging*, 2017, 2017: 2948493.
- [17] Zhao Y X, Han Y, Chen P. Blind separation of multi-voltage projection sequence based on fundamental effect decomposition [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2019, 39(9): 2763-2768.
- [18] Alvarez R E, Macovski A. Energy-selective reconstructions in X-ray computerised tomography [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 1976, 21(5): 733-744.
- [19] Zhao W, Niu K, Schafer S, et al. An indirect transmission measurement-based spectrum estimation method for computed tomography [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2015, 60(1): 339-357.
- [20] Xu Y Y, Yin W T. A block coordinate descent method for regularized multiconvex optimization with applications to nonnegative tensor factorization and completion[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2013, 6(3): 1758-1789.
- [21] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization [C]//*Proceedings of the 13th International Conference on Neural Information Processing Systems*, November 28-30, 2000, Denver, USA. Cambridge: NIPS, 2000: 535-541.
- [22] Schweiger M, Arridge S R, Nissilä I. Gauss-Newton method for image reconstruction in diffuse optical tomography [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2005, 50(10): 2365-2386.
- [23] Heinz D C, Chang C I. Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39(3): 529-545.
- [24] Forsgren A, Gill P E, Wright M H. Interior methods for nonlinear optimization [J]. *SIAM Review*, 2002, 44(4): 525-597.
- [25] Andrei N. An acceleration of gradient descent algorithm with backtracking for unconstrained optimization [J]. *Numerical Algorithms*, 2006, 42(1): 63-73.
- [26] Hansen P C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve [J]. *SIAM Review*, 1992, 34(4): 561-580.
- [27] Poludniowski G, Omar A, Bujila R, et al. Technical Note: SpekPy v2.0: a software toolkit for modeling X-ray tube spectra [J]. *Medical Physics*, 2021, 48(7): 3630-3637.