

# 交叉相位引致艾里-厄米-高斯光束在单轴晶体传输时光斑连续转动

朱开成<sup>1,2</sup>, 吴梓豪<sup>1</sup>, 唐慧琴<sup>2</sup>, 朱洁<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>广州工商学院电子工程系, 广东 广州 510850;

<sup>2</sup>中南大学物理与电子学院, 湖南 长沙 410083;

<sup>3</sup>贵州理工学院理学院, 贵州 贵阳 550003

**摘要** 按照单轴晶体光束传输理论, 求得了具有交叉相位艾里-厄米-高斯光束 (AiHGB) 在单轴晶体中传输时的解析表达式。数值模拟计算结果表明, 具有初始交叉相位的 AiHGB 在晶体中传输时仍是线偏振的, 但不一定是传输不变的。具体地讲, 有赖于交叉相位系数、光束参数及晶体材料参数, 初始交叉相位会引起 AiHGB 光斑连续转动, 在从近场到远场的整个传输过程中总的转动角是  $90^\circ$ 。并且交叉相位系数足够大时, AiHGB 光斑只有纯转动; 而交叉相位系数适当小时, AiHGB 光斑除了取向转动还有光斑形状变化。这些结果表明通过恰当选择晶体材料 (即折射率) 和附加交叉相位因子的系数, 可以精准调控光束花样形状的取向与结构, 也可用于确定晶体材料折射率或测定交叉相位因子的系数。

**关键词** 物理光学; 艾里-厄米-高斯光束; 各向异性单轴晶体; 交叉相位; 寻常与非寻常折射指数

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2126002

## Continuous Rotation of Airy-Hermite-Gaussian Beams with a Cross Phase Propagating Through Uniaxial Crystals

Zhu Kaicheng<sup>1,2</sup>, Wu Zihao<sup>1</sup>, Tang Huiqin<sup>2</sup>, Zhu Jie<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Electronic and Information Engineering, Guangzhou College of Technology and Business, Guangzhou, Guangdong 510850, China;

<sup>2</sup>School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China;

<sup>3</sup>Science College, Guizhou Institute of Technology, Guiyang, Guizhou 550003, China

**Abstract** According to the beam transmission theory in uniaxial crystal, the analytical expression of Airy-Hermite-Gaussian beam (AiHGB) with a cross phase propagating in uniaxial crystal is obtained. The numerical simulation results show that AiHGB with initial cross phase is still linearly polarized, but not necessarily transmission invariant. Specifically, depending on the cross phase coefficient, beam parameters, and crystal material parameters, the initial cross phase will cause AiHGB spot to rotate continuously, and the total rotation angle is  $90^\circ$  in the whole transmission process from near field to far field. When the cross phase coefficient is large enough, the AiHGB spot only rotates; When the cross phase coefficient is appropriate small, the AiHGB spot not only rotates in orientation, but also changes in spot shape. These results show that by properly selecting the crystal material (i. e. refractive index) and the coefficient of additional cross phase factor, the orientation and structure of beam pattern shape can be accurately adjusted, and the refractive index of crystal material can be determined or the coefficient of cross phase factor can be measured.

**Key words** physical optics; Airy-Hermite-Gaussian beam; anisotropic uniaxial crystal; cross phase; ordinary and

收稿日期: 2021-03-29; 修回日期: 2021-05-13; 录用日期: 2021-05-19

基金项目: 贵州省科技计划项目科学技术基金([2020]1Y025)、广州工商学院科研基金(KA201930, xj202013714090)

通信作者: \*jiez\_h\_16@163.com

extraordinary refractive index

OCIS codes 260.1180; 140.3300; 070.2580

## 1 引言

艾里-厄米-高斯光束(AiHGB)<sup>[1]</sup>是艾里光束<sup>[2]</sup>大家族中一类重要成员,最初引入 AiHGB 的目的是描述弯曲金属条形波导的辐射场分布,其中平行于条带方向的场分布具有厄米-高斯分布形式,而垂直于条带方向的场分布具有艾里函数依赖关系<sup>[1,3]</sup>。随着技术的发展,目前这类光束也可以用亚波长金属波导或绕射光学元件实现。这类光束在自由空间、各种各向同性或异性介质及光学系统的传输性质已被广泛研究,如 Grossman 等<sup>[4]</sup>研究了 AiHGB 在自由空间的传输性质,Wen 等<sup>[5]</sup>研究了有限能 AiHGB 在一般 ABCD 光学系统的演变,Yu 等<sup>[6-7]</sup>研究了有限能 AiHGB 在单轴晶体、光折变介质等的传输问题。这些研究揭示了 AiHGB 在各类介质中传输时的有趣性质,也为某些潜在应用铺平了道路。

通过相位调制获得具有新结构或性质的光束一直是具有意义的研究主题,典型的例子如利用螺旋相位板产生涡旋光束等<sup>[8-9]</sup>。近年来,附加相位对 Airy 光束、Airy-Gaussian 光束等传输性质的影响已被广泛而深入地探讨,具有相位一阶、二阶啁啾的 Airy-Gaussian 光束或涡旋 Airy 光束在各类介质中传播时,光场强度分布、相位结构会呈现明显的变化,从而给调控光场性质提供了有效手段<sup>[10-11]</sup>。最近,附加交叉相位对椭圆光束或涡旋光束传输性质的影响引起了广泛的研究兴趣,例如,文献<sup>[12-17]</sup>报道了初始交叉相位能控制光斑的衍射,导致光斑

花样转动及光涡旋变化等。

再者,激光束在各向异性介质中的传输也一直是经久不衰的研究主题,而单轴晶体是典型的各向异性介质,在诸如光偏振器、振幅或相位调制器设计与制造中具有重要作用。近些年,涡旋光束、Airy 光束、Airy-Gaussian 光束等在单轴晶体中的传输性质演化已被广泛而深入地探讨<sup>[9-11, 18-27]</sup>,而且通过相位调制的初始光束在晶体中传输时呈现了有趣的新性质,如具有一阶、二阶相位啁啾 Airy-Gaussian 光束或涡旋 Airy 光束在单轴晶体中传播时会出现光斑取向的突然反转等<sup>[9-11]</sup>。本文讨论了具有附加交叉相位的 AiHGB 在单轴晶体中的传输,基于求得的解析传输表达式,运用数值方法分析了交叉相位对 AiHGB 在单轴晶体中传播时强度分布花样的影响。

## 2 具有交叉相位 AiHGB 在单轴晶体中传播时的场振幅

一般情况下,令光束沿  $z$  轴传输,而单轴晶体的光轴沿  $x$  方向,于是单轴晶体介电常数张量  $\boldsymbol{\varepsilon}$ <sup>[18-27]</sup>可表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} n_e^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_o^2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中: $n_o$  和  $n_e$  分别是寻常光波与非寻常光波的折射率。

设入射光束是具有交叉相位的 AiHGB、沿  $x$  方向偏振的线偏振光,在  $z=0$  处的场分布形式为

$$\begin{bmatrix} E_x(x_0, y_0) \\ E_y(x_0, y_0) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{Ai}\left(\frac{x_0}{w_x}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y_0}{w_y}\right) \exp\left(\frac{ax_0}{w_x} - \frac{y_0^2}{w_y^2} - \frac{i\beta}{w_y^2}x_0y_0\right), \quad (2)$$

式中: $w_x$ 、 $w_y$  分别是  $x$  和  $y$  方向特征主斑宽度的参数; $a$  是  $x$  方向截断参数; $\beta$  是交叉相位系数; $x_0$  和  $y_0$  是入射面上的位置坐标; $H_m(\cdot)$  是  $m$  阶厄米多项式;Ai( $\cdot$ )代表 Airy 函数。这里特别假定了与

Airy 束相关的分布沿  $x$  方向,而与 Hermite-Gaussian 束相关的场分布沿  $y$  方向。

在傍轴近似下,光场复振幅在正交穿过单轴晶体中传播时的演化<sup>[18-24]</sup>可表示为

$$E_x(x, y, z) = \frac{ikn_o}{2\pi z} \exp(ikn_e z) \iint_{-\infty}^{\infty} dx_0 dy_0 E_x(x_0, y_0, 0) \exp\left\{\frac{ik[n_o^2(x-x_0)^2 + n_e^2(y-y_0)^2]}{2zn_e}\right\}, \quad (3)$$

$$E_y(x, y, z) = \frac{ikn_o}{2\pi z} \exp(ikn_o z) \iint_{-\infty}^{\infty} dx_0 dy_0 E_y(x_0, y_0, 0) \exp\left\{\frac{ikn_o[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{2z}\right\}, \quad (4)$$

式中:波数  $k=2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  是单色光波长。可以看到  $x$  方向线偏振场分量经历了各向异性衍射,而  $y$  方向线偏振场分量等同于各向同性介质中的衍射。于是,将(2)式代入(3)和(4)式,有

$$E_y(x, y, z) = 0, \quad (5)$$

$$E_x(x, y, z) = P(x, y, z)U(x, y, z), \quad (6)$$

$$U(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} dx'_0 dy'_0 \text{Ai}(\delta x'_0) \exp[i\Omega_x x_0'^2 + (a\delta - 2i\Omega_x x_w) x'_0] \times \\ H_m(\sqrt{2} y'_0) \exp[-(1 - i\Omega_y) y_0'^2 - i(2\Omega_y y_w - \beta x'_0) y'_0], \quad (7)$$

$$P(x, y, z) = -\frac{iz_y n_o}{\pi z} \exp[ikn_e z + i(\Omega_x x_w^2 + \Omega_y y_w^2)], \quad (8)$$

式中:  $\delta = \omega_y / \omega_x$ ;  $\Omega_x = \frac{n_o^2 z_y}{n_e z}$ ;  $\Omega_y = \frac{n_e z_y}{z}$ ; 与光束中高斯因子相关的真空瑞利距离  $z_y = \pi \omega_y^2 / \lambda$ ;  $x_w = x / \omega_x$ ,  $y_w = y / \omega_y$  是横向标度坐标。显然这光束仍是沿  $x$  方向的线偏振光。

应用积分公式<sup>[5,9]</sup>, 得到

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy H_n(\sqrt{2} y) \exp(-\beta y^2 + by) = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \left(1 - \frac{2}{\beta}\right)^{n/2} H_n\left(\frac{b}{\sqrt{2\beta(\beta-2)}}\right) \exp\left(\frac{b^2}{4\beta}\right), \quad (9)$$

完成对  $y'_0$  的积分并整理后,得

$$U_m(x, y, z) = Q(y, z) \int_{-\infty}^{\infty} dx'_0 \text{Ai}(\delta x'_0) H_m\left(\frac{\beta x'_0 - 2\Omega_y y_w}{\sqrt{2(1 + \Omega_y^2)}}\right) \exp(-\Theta x_0'^2 - iX x'_0), \quad (10)$$

其中

$$Q(y, z) = \sqrt{\frac{\pi}{1 - i\Omega_y}} \left(\frac{i\Omega_y + 1}{i\Omega_y - 1}\right)^{m/2} \exp\left(-\frac{\Omega_y^2 y_w^2}{1 - i\Omega_y}\right), \quad (11)$$

$$X = 2\Omega_x x_w + ia\delta + \frac{i\beta\Omega_y}{1 - i\Omega_y} y_w, \quad (12)$$

$$\Theta = \frac{\beta^2}{4(1 - i\Omega_y)} - i\Omega_x. \quad (13)$$

利用厄米多项式关系  $H_m(x+y) = 2^{-m/2} \sum_{l=0}^m \binom{m}{l} H_{m-l}(\sqrt{2}x) H_l(\sqrt{2}y)$ , (10)式可表示为

$$U_m(x, y, z) = 2^{-m/2} Q(y, z) \sum_{l=0}^m \binom{m}{l} H_{m-l}\left(\frac{-2\Omega_y y_w}{\sqrt{1 + \Omega_y^2}}\right) R_l(x, y, z), \quad (14)$$

其中

$$R_l(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} dx'_0 \text{Ai}(\delta x'_0) H_l(dx'_0) \exp(-\Theta x_0'^2 - iX x'_0) = \\ H_l\left(id \frac{\partial}{\partial X}\right) \int_{-\infty}^{\infty} dx'_0 \text{Ai}(\delta x'_0) \exp(-\Theta x_0'^2 - iX x'_0), \quad (15)$$

其中  $d = \beta / \sqrt{1 + \Omega_y^2}$ 。按照公式<sup>[28]</sup>

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Ai}(\delta x) \exp(-\alpha x^2 + \beta x) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp\left(\frac{\beta^2}{4\alpha} + \frac{\beta\delta^3}{8\alpha^2} + \frac{\delta^6}{96\alpha^3}\right) \text{Ai}\left(\frac{\beta\delta}{2\alpha} + \frac{\delta^4}{16\alpha^2}\right), \quad (16)$$

式中:  $\alpha$  为参数。最终得到

$$R_l(x, y, z) = H_l\left(id \frac{\partial}{\partial X}\right) \exp\left(-\frac{X^2}{4\Theta} - \frac{i\delta^3 X}{8\Theta^2} + \frac{\delta^6}{96\Theta^3}\right) \text{Ai}\left(\frac{\delta^4}{16\Theta^2} - \frac{i\delta X}{2\Theta}\right). \quad (17)$$

例如,当  $m=0$  时,  $H_0(x)=1$ , 直接可得

$$U_{m=0}(x, y, z) = \sqrt{\frac{\pi}{1 - i\Omega_y}} \exp\left(\frac{\delta^6}{96\Theta^3} - \frac{X^2}{4\Theta} - \frac{i\delta^3 X}{8\Theta^2} - \frac{\Omega_y^2 y_w^2}{1 - i\Omega_y}\right) \text{Ai}\left(\frac{\delta^4}{16\Theta^2} - \frac{i\delta X}{2\Theta}\right). \quad (18)$$

而对于  $m=1$ , 则有

$$U_{m=1}(x, y, z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{1 - i\Omega_y}} \left( \frac{i\Omega_y + 1}{i\Omega_y - 1} \right)^{1/2} \exp\left( \frac{\delta^6}{96\Theta^3} - \frac{X^2}{4\Theta} - \frac{i\delta^3 X}{8\Theta^2} - \frac{\Omega_y^2 y^2}{1 - i\Omega_y} \right) \times \left[ \left( \frac{d\delta^3}{8\Theta^2} - \frac{idX}{2\Theta} - \frac{2\Omega_y y_w}{\sqrt{1 + \Omega_y^2}} \right) \text{Ai}\left( \frac{\delta^4}{16\Theta^2} - \frac{i\delta X}{2\Theta} \right) + \frac{d\delta}{2\Theta} \text{Ai}'\left( \frac{\delta^4}{16\Theta^2} - \frac{i\delta X}{2\Theta} \right) \right]. \quad (19)$$

实际上,这个结果也可通过(10)式直接积分得到,因为  $H_1(x) = x$  以及积分公式<sup>[28]</sup>

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \text{Ai}(\delta x) \exp(-\alpha x^2 + \beta x) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp\left( \frac{\beta^2}{4\alpha} + \frac{\beta\delta^3}{8\alpha^2} + \frac{\delta^6}{96\alpha^3} \right) \left[ \left( \frac{\beta}{2\alpha} + \frac{\delta^3}{8\alpha^2} \right) \text{Ai}\left( \frac{\beta\delta}{2\alpha} + \frac{\delta^4}{16\alpha^2} \right) + \frac{\delta}{2\alpha} \text{Ai}'\left( \frac{\beta\delta}{2\alpha} + \frac{\delta^4}{16\alpha^2} \right) \right]. \quad (20)$$

因此,求得了具有交叉相位 AiHGB 沿光轴正交方向入射到单轴各向异性晶体中传输时场的复振幅的解析表达式,据此可讨论光束的强度分布等性质的演化。实际上,由(18)式可知,  $m = 0$  时 AiHGB 的场振幅是高斯函数与 Airy 函数的乘积,光斑花样的取向主要由 Airy 函数决定。由(12)式可知:给出的  $X$  在没有交叉相位( $\beta = 0$ )时仅与  $x$  相关,从而花样不会转动而仍沿初始取向;但当有交叉相位( $\beta \neq 0$ )时,  $X$  即与横向坐标  $x$  相关也与  $y$  相关,这时与 Airy 函数相关的强度分布花样将不再沿  $x$  分布从而会在横平面内转动,因此光斑花样转动正是交叉相位的结果。同理,(19)式所表征的光场强度花样也可类似讨论。

### 3 数值模拟结果与分析

对具有交叉相位 AiHGB 垂直于单轴晶体光轴的传输场强度分布性质演化进行数值计算,没有特别说明时取金红石晶体为例子,寻常光和非寻常光折射率分别为 2.616 和 2.903。

首先,模拟了光束在金红石晶体中传输时不同

传输距离处的光场强度分布。数值模拟结果表明,附加交叉相位明显地改变了 AiHGB 传输特征。图 1 是  $m = 0$  的具有交叉相位 AiHGB 在不同传输距离处的光强度分布,从这些图中的强度分布变化可以看出,对足够大的交叉相位系数  $\beta$ (图 1 中上行对应  $\beta = -5$ ),AiHGB 强度分布花样在从输入平面到远场的传输过程中除了衍射(花样变大)还呈现了连续转动,即花样中与 Airy 束相关的位于  $x$  方向的旁斑沿顺时针方向转到了  $y$  轴方向,连续转动了  $90^\circ$ ,但光束光斑花样基本结构不变。而对适当小的交叉相位系数  $\beta$ (图 1 中下行对应  $\beta = -1$ ),光场强度分布则在传输过程中除了转动,还表现了与 Airy 束相关旁斑的融合与变形,使之从初始的沿  $x$  方向排布的 AiHGB 多斑花样转变成了单个花样,主斑与旁斑等完全融合形成了一个类似于两个长耳朵的形状,而在远场“长耳朵”指向  $y$  的方向(相对于初始取向转动了  $90^\circ$ )。数值结果表明对其他阶(如  $m = 1$ ),AiHGB 也呈现了这一类似演化特征,只是在适当小的交叉相位系数  $\beta$  时融合光斑是包含两个(即  $m + 1$  个),如图 2 所示。

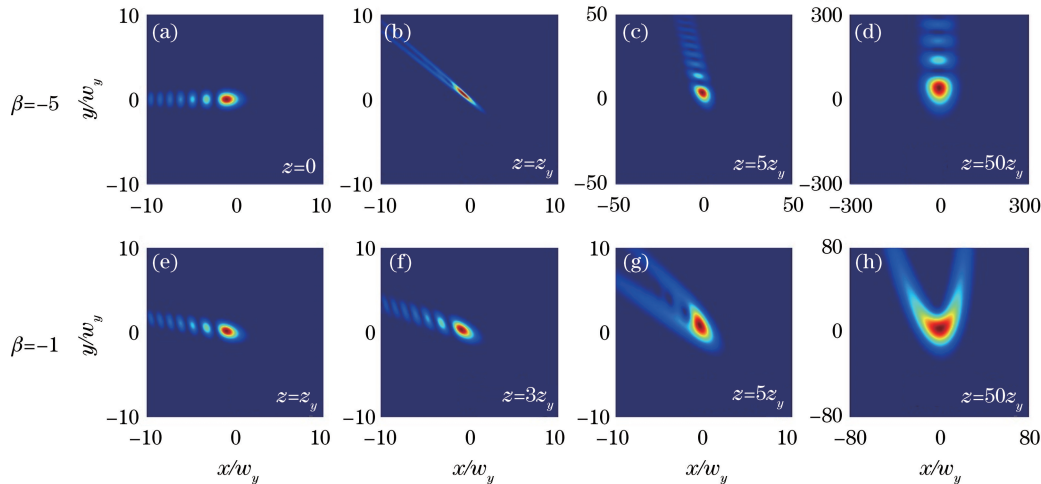


图 1 AiHGB 在不同传输距离处的光场强度花样,其他参数  $a = 0.05$ ,  $\delta = 1$  和  $m = 0$

Fig. 1 Intensity patterns of AiHGB at different propagating distances, other parameters  $a = 0.05$ ,  $\delta = 1$ , and  $m = 0$



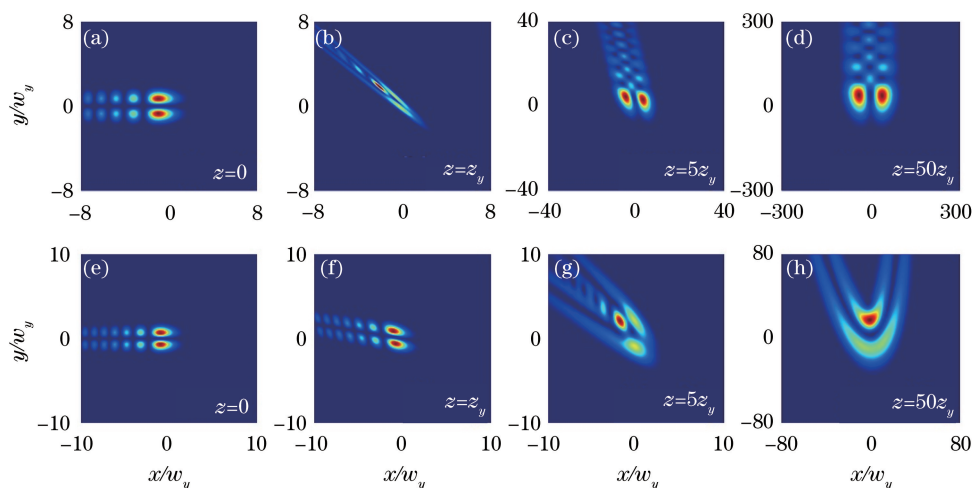


图 2 同图 1 但  $m=1$

Fig. 2 Same as Fig.1 but  $m=1$

讨论结果也表明,虽然整个传输过程中光斑花样总的转动角是  $90^\circ$ ,但转动速度不是均匀的, $\beta$  愈大,近场传输时转动愈快,直达  $90^\circ$  后转动停止,如图 1(b) 和图 1(e) 所示,如在距离  $z=z_y$  处  $\beta=-1$  时的光斑转动角明显小于  $\beta=-5$  时的转动角。再则, $\beta$  大于 0 时光斑花样逆时针方向转动,而  $\beta$  小于 0 时光斑花样顺时针方向转动,这些特征为实际应用中精准控制光斑取向提供了有用的调制手段。此外,Airy 因子相关的截断参数  $a$  只是控制了光束的旁斑分布而似乎不影响光斑花样的转动。

同时计算也表明, Airy 相关束宽  $w_x$  与

Hermite-Gaussian 束宽  $w_y$  的比值  $\delta=w_y/w_x$  对光斑花样转动不敏感,主要影响的是传输过程中光斑花样形状的变化。当  $\delta$  小于 1,即  $w_y < w_x$  时,此参数影响甚微,如图 3(b) 和图 3(c) 所示;但当  $\delta$  大于 1 时,其对光斑花样形状变化影响明显。当  $\beta$  较小时,它会导致花样形状变化在较小的传输距离上提前发生,如图 1(f) 和图 3(a) 所示,传输距离  $z=3z_y$ ;而当  $\beta$  较大时,也能导致光斑花样形状变化,如图 3(c) 和图 3(d) 所示。图 1 结果指明在  $\beta=-5$  及  $\delta=1$  时,整个传输过程中只有光斑转动而没有形状变化。

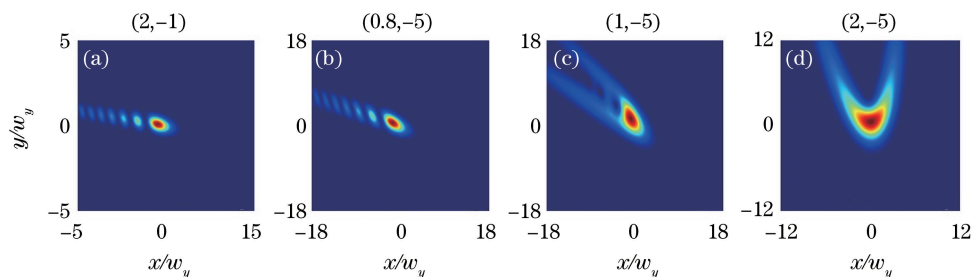


图 3 光斑强度花样转动对光束参数  $(\delta, \beta)$  的依赖关系,其他参数  $a=0.1, m=0, z=3z_y$

Fig. 3 Dependence of intensity pattern rotation of AiHGBs on the beam parameters  $(\delta, \beta)$ , other parameters  $a=0.1, m=0$ , and  $z=3z_y$

另外也讨论了光斑花样转动对晶体各向异性折射率的依赖关系,结果表明光斑花样转动也敏感地依赖于折射率的各向异性。相较于  $n_e=n_o$ ,即各向同性介质, $n_e < n_o$  时,在近场光斑花样转动得更快些,但当  $n_e > n_o$  时,光斑花样转动与各向同性介质中的几乎没有差别,如图 4 所示。这一特征可在实

际应用中用以确定  $n_e, n_o$  间的大小关系或通过选用材料精准调控光斑取向转动快慢。最后,图 5 显示了光场强度分布花样取向转动角与传输距离的关系的数值拟合结果,显然在其他参数固定的情况下,光斑花样转动敏感地依赖于交叉相位系数  $\beta$ ,即传输同样距离时花样转过的角度是不同的。

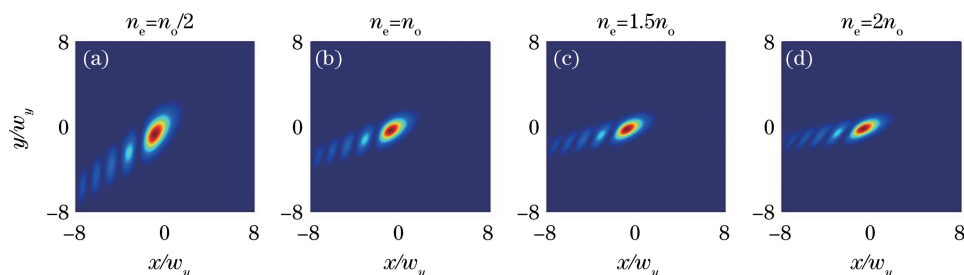


图 4 光场强度花样转动与材料折射率  $n_e(n_o)$  的依赖关系,其他参数  $\delta=1, m=0, a=0.1, \beta=1, z=2z_y$

Fig. 4 Dependence of intensity pattern rotation of AiHGBs on the refractive indexes  $n_e(n_o)$ ,

other parameters  $\delta=1, m=0, a=0.1, \delta=1, z=2z_y$

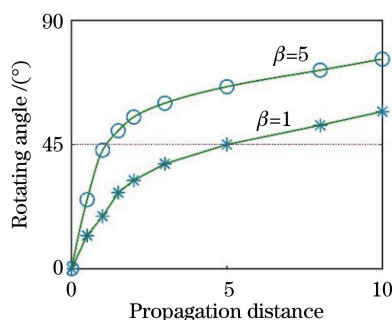


图 5 参数  $\beta$  不同时,光场强度花样转动角(逆时针方向角为正)与传输距离的关系,其他参数  $\delta=1, m=0, a=0.1, n_e=2.903, n_o=2.616$

Fig. 5 Relation of rotating angle of intensity pattern with propagation distance for different parameter  $\beta$ , other parameters  $\delta=1, m=0, a=0.1, n_e=2.903, n_o=2.616$

## 4 结 论

总之,基于光束在各向异性介质中的傍轴矢量传输理论,推导出了具有交叉相位 AiHGB 垂直于各向异性单轴晶体光轴的传输公式,并利用该表达式进行了数值模拟计算与分析,研究了交叉相位对 AiHGB 垂直于晶体光轴传输特性的影响。结果表明,线偏振附加交叉相位 AiHGB 在晶体中传输时仍为线偏振的,但不一定是传输不变的,即具有交叉相位 AiHGB 在晶体中传输时由于光束参数与晶体参数的不同,光斑花样会发生转动或转动还伴有光斑形状变化,整个传输过程的转动角是  $90^\circ$ ,从而使初始 Airy 相关束光斑沿  $x$  轴取向转换成沿  $y$  轴取向。例如, Airy 相关束宽  $w_x$  与 Hermite-Gaussian 相关束宽  $w_y$  相同,而交叉相位因子参数较大时,光斑花样只有转动,而当交叉相位因子系数较小时,光斑花样除了转动还伴有光斑形状变化。相较于在各向同性介质中传输,在各向异性介质中传输时,通过选择合适的正、负性单轴晶体可实现对这种转动快

慢程度的调节控制。这些结果表明了交叉相位能使 AiHGB 在各向异性介质中传输时激发出更多新特性,并有可能在光斑花样取向控制中具有潜在应用。

## 参 考 文 献

- [1] Casperson L, Garfield T. Guided beams in concave metallic waveguides [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1979, 15(6): 491-496.
- [2] Efremidis N K, Chen Z G, Segev M, et al. Airy beams and accelerating waves: an overview of recent advances [J]. Optica, 2019, 6(5): 686-701.
- [3] Grossman J G, Casperson L W, Stafsudd O M. Radio-frequency-excited carbon dioxide metal waveguide laser [J]. Applied Optics, 1983, 22(9): 1298-1305.
- [4] Grossman J G, Casperson L W, Stafsudd O M, et al. Propagation of Airy-Hermite-Gaussian waveguide modes in free space [J]. Applied Optics, 1984, 23(1): 48-52.
- [5] Wen W, Song K H, Dong Y M, et al. Finite energy Airy-Hermite-Gaussian beam and its paraxial propagation [J]. Optics & Laser Technology, 2013, 48: 28-34.
- [6] Yu J, Xiao S L, Yao L, et al. Propagation of the finite energy Airy-Hermite-Gaussian beams in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis [J]. Journal of Modern Optics, 2017, 64(6): 616-623.
- [7] Jiang Q C, Su Y L, Nie H X, et al. Propagation and interaction of finite-energy Airy-Hermite-Gaussian beams in photorefractive media [J]. Applied Physics B, 2018, 124(3): 1-7.
- [8] Andrews D L. Structured light and its applications: an introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces [M]. Amsterdam: Academic Press, 2011.
- [9] Jiang C Z, Zhang W R, Wang B, et al. Influence of aberration on far-field distribution of laser beam emitted by space laser communication system [J].

- Acta Optica Sinica, 2020, 40(22): 2206001.  
姜承志, 张文睿, 汪波, 等. 像差对空间激光通信系统发射光束远场分布的影响[J]. 光学学报, 2020, 40(22): 2206001.
- [10] Zhu K C, Liang R S, Yi Y J, et al. Dual mirror evolutions of Airy beams propagating through uniaxial crystals induced by added spherical phase[J]. Acta Physica Sinica, 2020, 69(9): 094102.  
朱开成, 梁瑞生, 易亚军, 等. 附加球面相位引致 Airy 光束在单轴晶体传输时的两次镜像演化[J]. 物理学报, 2020, 69(9): 094102.
- [11] Zhu J, Tang H Q, Gao Q L. Propagation of an Airy-Gaussian beam passing through a lens with low effective Fresnel number [J]. Results in Physics, 2020, 16: 102854.
- [12] Liang G, Wang Y Q, Guo Q, et al. Anisotropic diffraction induced by orbital angular momentum during propagations of optical beams [J]. Optics Express, 2018, 26(7): 8084-8094.
- [13] Kotlyar V V, Kovalev A A, Porfirev A P. Astigmatic laser beams with a large orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2018, 26(1): 141-156.
- [14] Kotlyar V V, Kovalev A A, Porfirev A P, et al. Three different types of astigmatic Hermite-Gaussian beams with orbital angular momentum[J]. Journal of Optics, 2019, 21(11): 115601.
- [15] Liang G, Wang Q. Controllable conversion between Hermite Gaussian and Laguerre Gaussian modes due to cross phase[J]. Optics Express, 2019, 27(8): 10684-10691.
- [16] Kotlyar V V, Kovalev A A, Porfirev A P. Vortex astigmatic Fourier-invariant Gaussian beams [J]. Optics Express, 2019, 27(2): 657-666.
- [17] Liu Z L, Zhao D M. Effect of the astigmatic phase on the intensity of nonsingular beams during propagation [J]. Laser Physics, 2020, 30(1): 015003.
- [18] Zhou M L, Chen C D, Chen B, et al. Propagation of an Airy-Gaussian beam in uniaxial crystals [J]. Chinese Physics B, 2015, 24(12): 124102.
- [19] Deng F, Deng D M. Nonparaxial propagation of an Airy-Gaussian beam in uniaxial crystal orthogonal to the optical axis[J]. Optics Communications, 2016, 380: 280-286.
- [20] Yu W H, Zhao R H, Deng F, et al. Propagation of Airy Gaussian vortex beams in uniaxial crystals[J]. Chinese Physics B, 2016, 25(4): 044201.
- [21] Li D D, Peng X, Peng Y L, et al. Nonparaxial evolution of the Airy-Gaussian vortex beam in uniaxial crystal[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2017, 34(4): 891-898.
- [22] Zheng G L, Deng X Q, Xu S X, et al. Propagation dynamics of a circular Airy beam in a uniaxial crystal [J]. Applied Optics, 2017, 56(9): 2444-2448.
- [23] Zheng G L, Xu S X, Wu Q Y, et al. Electro-optical coupling of a circular Airy beam in a uniaxial crystal [J]. Optics Express, 2017, 25(13): 14654-14667.
- [24] Zhou G Q, Chen R P, Chu X X. Propagation of cosh-Airy beams in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis[J]. Optics & Laser Technology, 2019, 116: 72-82.
- [25] Yang Q, Zhu W Z, Xu C J, et al. Propagation of the radially polarized Airy vortex beams in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2019, 36(6): 994-1002.
- [26] Xu C J, Lin L D, Huang Z Z, et al. Propagation of a Pearcey beam in uniaxial crystals[J]. Chinese Physics B, 2019, 28(2): 024201.
- [27] Wang Q M, Li H H, Wang C, et al. Interference effect of cosh-Airy beam in uniaxial crystals [J]. Optik, 2020, 202: 163647.
- [28] Valloee O, Soares M. Airy functions and applications to physics [M]. Singapore: World Scientific Publishing, 2004.