

多平面波干涉的光学涡旋晶格特性研究

秦雪云^{1,2}, 朱刘昊¹, 台玉萍³, 汤洁², 李新忠^{1,2*}¹河南科技大学物理工程学院, 河南 洛阳 471023;²中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 陕西 西安 710119;³河南科技大学化工与制药学院, 河南 洛阳 471023

摘要 多平面波干涉(MPWI)是产生光学涡旋晶格(OVL)的一种经典方式。通过定义波矢空间坐标系,提出了一种基于 MPWI 的 OVL 调控方法,模拟生成了四个平面波和五个平面波干涉产生的 OVL,计算了其梯度力和能流分布,分析了其在微粒操纵领域中的应用。然后,通过调控其部分波矢大小和旋转波矢角度,得到了更加丰富灵活的光场分布。最终,通过分析其梯度力和能流分布,发现该调控方法可以定制适合粒子操纵的特殊光场。该研究丰富了基于 MPWI 的 OVL 的空间模式,为 OVL 的应用提供了新思路。

关键词 物理光学; 多平面波干涉; 光学涡旋晶格; 微粒操纵

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2126001

Properties of Optical Vortex Lattice Generated via Multiple Plane Wave Interference

Qin Xueyun^{1,2}, Zhu Liuha¹, Tai Yuping³, Tang Jie², Li Xinzhong^{1,2*}¹School of Physics and Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China;²State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China;³School of Chemical Engineering and Pharmaceutics, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China

Abstract Multiple plane wave interference (MPWI) is a typical method to produce an optical vortex lattice (OVL). In this letter, via defining the wave vector space coordinate system, a modulating method of OVL with MPWI is proposed, the OVLs generated by four plane wave and five plane wave interference are simulated, the gradient force and energy flow of the OVL are calculated, and its application in the field of particle manipulation is analyzed. Accordingly, a more flexible and richer optical field distribution is obtained via adjusting the size of the partial wave vector and the angle of the rotation wave vector. Finally, by analyzing the gradient force and energy flow, it is found that the light field with a specific purpose can be generated by this method when manipulating particles. This study enriches the diversity of modes of OVL generated by MPWI and provides a novel idea for the study of OVL based on MPWI.

Key words physical optics; multiple plane wave interference; optical vortex lattice; particle manipulation

OCIS codes 260.6042; 080.4865

收稿日期: 2021-03-18; 修回日期: 2021-05-10; 录用日期: 2021-05-18

基金项目: 国家自然科学基金(11974102)、瞬态光学与光子技术国家重点实验室开放基金(SKLS201901)、河南省高等学校重点科研项目(21zx002)

通信作者: *xzli@haust.edu.cn

1 引言

光学涡旋是一种独特的光场,它的特殊性主要表现在其特殊的波前结构和携带的光子轨道角动量。光学涡旋因其能提供额外的自由度成为了光学领域的一大研究热点,在量子信息^[1-2]、光通信^[3-5]、光学测量^[6-7]、微粒操纵^[8]、玻色-爱因斯坦凝聚^[9]、光学成像^[10-11]与处理^[12]等领域有着广泛的应用。光学涡旋晶格(OVL)由多个光学涡旋所组成,可提供额外的信息和自由度。因此,为了满足应用需求,人们对包含多个光学涡旋的 OVL 进行了广泛的研究^[13-15]。多光束干涉法(MPWI)是一种可产生结构各异的 OVL 的常用方法。

2001 年, Masajada 等^[16]提出可以使用三个平面波干涉产生 OVL,他们推导了该过程的必要条件,分析了这种方法产生的涡旋结构,并在实验上进行了验证。2006 年, O'Holleran 等^[17]分析了基于 MPWI 产生的 OVL 中涡旋线的拓扑结构。2007 年, Grzegorzczuk 等^[18]推导了使用 TE 或 TM 模式平面波产生的 OVL 中的力场解析表达式的统一形式,在理论上分析了该类 OVL 捕获和移动粒子的可行性。2008 年, Jákl 等^[19]使用三个平面波干涉产生的光场实现了酵母菌和聚苯乙烯粒子的分选,证明了 MPWI 光场在微粒操纵领域的实用性。之后,也有许多基于 MPWI 的 OVL 的产生^[20-22]和应用^[23-24]方面的研究。然而,上述关于该类 OVL 的研究仅停留在光场的初步产生,对其空间调控能力及模式的丰富性研究较少,这严重制约了该类光场应用的广度和深度。

针对该问题,本文通过定义波矢空间确定平面波波矢坐标;然后,利用极坐标性质给出了更加便于计算的矩阵形式,并以此来改变平面波的波矢;通过调控平面波数量、波矢大小和波矢方向,产生了不同的 OVL。结合微粒操纵的条件,对利用上述方法产生的 OVL 的能流和梯度力等物理量进行分析,证明了该方法对梯度力和能流的调控能力。该研究丰富了基于 MPWI 的 OVL 的空间模式,在微粒操纵等领域具有重要的意义。

2 理论基础

众所周知,在一个平面内平面波的波函数复振幅表达式为

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{A} \cdot \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (1)$$

式中: \mathbf{A} 代表振幅, \mathbf{k} 代表波矢, \mathbf{r} 代表波平面任意一点的位置矢量, i 为虚数单位。本文主要研究不同数量平面波在 x - y 坐标平面干涉生成的 OVL,并不考虑 z 轴分量,所以 z 方向分量可以忽略。同时,为了更好地定义叠加所用平面波,需要建立波矢坐标系,该坐标系任意点即可对应一个相应的平面波。此时,波函数复振幅的表达式可写为

$$E(x, y) = A \exp[i(xk_x + yk_y)], \quad (2)$$

式中: k_x 和 k_y 分别为波矢在 x 轴和 y 轴的分量。在波矢坐标系中使用 (x_N, y_N) 来表示波矢的坐标, $N = a, b, c, \dots$ 代表叠加所用平面波的波矢。利用不同数量的平面波干涉来产生涡旋晶格的原理流程图如图 1 所示。首先,建立波矢坐标系 o - x - y , 分别取波矢为 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \dots$, 并在建立的直角坐标系上组成如图 1(a1)~图 1(a3)所示的图案。为便于求解图中波矢的坐标,将波矢的初始点平移至直角坐标系的坐标原点进行定位分析,如图 1(b1)~图 1(b3)所示。

为便于分析,将直角坐标转换为极坐标,其关系如下

$$\begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_N \cos \theta_N \\ r_N \sin \theta_N \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中: r_N 为对应的波矢大小, θ_N 为波矢与 x 轴的角度,其旋转方向如图 1(b1)虚短线所示。

由文献[25]可知,当叠加所用平面波的波矢首尾相接时,即矢量之和为零时,最终得到的光场更加对称,奇点周围相位更加规整。因此,此种情况下光场的梯度力和轨道角动量更有利于微粒运动。这里分别选用了如图 1(a1)~图 1(a3)的矢量分布,接下来以三个平面波干涉产生涡旋晶格为例,对其坐标矩阵进行计算。首先为其相关参数赋予固定数值,取波矢长度 $r_a = r_b = r_c = 2$, 波矢与 x 轴的角度分别为 $\theta_a = \pi/3, \theta_b = \pi$ 和 $\theta_c = 5\pi/3$, 代入(3)式可得

$$\begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_a \cos \theta_a & r_b \cos \theta_b & r_c \cos \theta_c \\ r_a \sin \theta_a & r_b \sin \theta_b & r_c \sin \theta_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cos \frac{\pi}{3} & 2\cos \pi & 2\cos \frac{5\pi}{3} \\ 2\sin \frac{\pi}{3} & 2\sin \pi & 2\sin \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

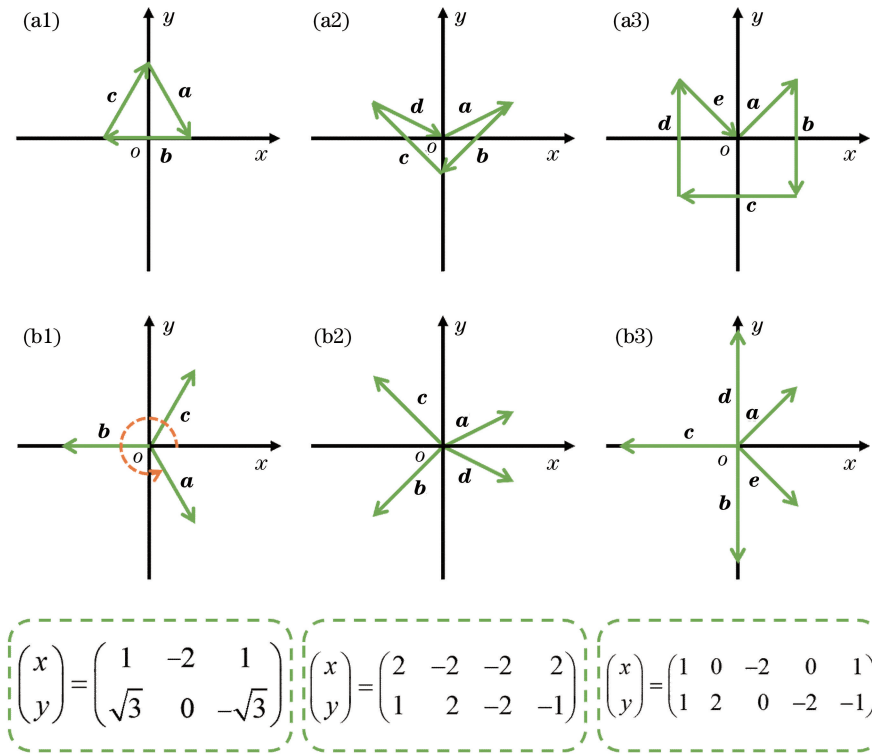


图 1 波矢坐标及其矩阵表示。(a1)~(a3)波矢坐标分布图;(b1)~(b3)平移后的波矢坐标分布图;底端为其对应的波矢坐标矩阵表示

Fig. 1 Representation of wave vector coordinate and matrix. (a1)–(a3) Wave vector coordinate distribution patterns; (b1)–(b3) transferred wave vector coordinate distribution patterns. Bottom panel is its corresponding wave vector coordinate matrix representation

代入相对应的复振幅表达式为

$$G(x, y) = \exp[i(x + \sqrt{3}y)] + \exp(-2ix) + \exp[i(x - \sqrt{3}y)], \quad (5)$$

式中 $G(x, y)$ 表示在(4)式条件下得到的光场复振幅。同理,可得到不同矢量分布所对应的复振幅表达式。

3 结果与讨论

根据上述方法对初始波矢分布如图 1(a1)~图 1(a3)所示的光场进行模拟仿真,其光强、相位和涡旋点的模拟结果如图 2 所示。其中,光强正比于波函数复振幅与其复共轭的乘积, $I = G \cdot G^*$ 。图 2(a1)~图 2(a3)分别代表三、四、五个平面波干涉所产生的涡旋晶格的光强模拟图。图中白色虚线框标注位置为一个奇点的位置。由图可见,四个平面波和五个平面波干涉得到的光场奇点周围的光强得到了明显的增强。众所周知,涡旋光束的轨道角动量是由光子携带的,每个光子携带 lh 的轨道角动量, l 是涡旋光束的拓扑荷值。所以在操纵粒子时这种光强分布的光场可以明显增强轨道角动量对粒子的作用。

图 2(b1)~图 2(b3)是其对应的相位模拟图与涡旋点,闭合圆环标记位置所示为涡旋点位置。其中,白色闭合圆环表示正涡旋,黑色闭合圆环表示负涡旋。

为确定微粒位于 OVL 中不同位置的运动状态,需要进一步分析该类光场对粒子的作用力。OVL 中光强分布不均匀产生的梯度力与坡印廷矢量所导致的横向力是决定粒子运动状态的关键。其中,梯度力可以抵消粒子反射产生的散射力,将粒子捕获在操纵面内的平衡位置,横向力将在粒子进入平衡位置后使其在操纵面内垂直于光轴运动。作用于粒子上的梯度力可表示为^[26-29]

$$\mathbf{F}_g = \frac{1}{4} \text{Re}(\alpha) \nabla I, \quad (6)$$

式中: $\text{Re}(\cdot)$ 表示取函数的实部, ∇ 为梯度算子, α 为与粒子大小有关的参数,表示为

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 - i\alpha_0 k^3 / (6\pi\epsilon_0)}, \alpha_0 = 4\pi\epsilon_0 R^3 \frac{n_2^2/n_1^2 - 1}{n_2^2/n_1^2 + 2}, \quad (7)$$

式中: ϵ_0 为真空介电常数, R 为粒子半径, n_1 为粒子周围介质的折射率, n_2 为粒子的折射率, $k = 2\pi n_1 / \lambda$, λ 为波长。

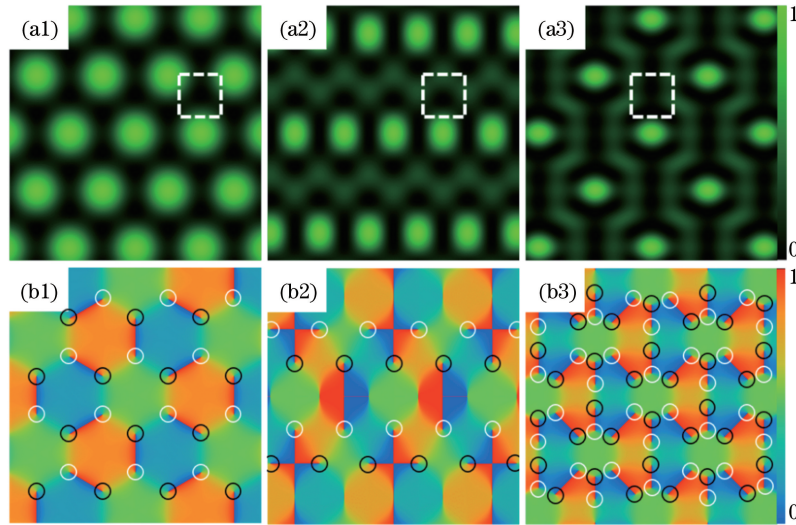


图 2 基于 MPWI 产生的 OVL 的光强、相位及涡旋点。(a1)~(a3)光强分布图;(b1)~(b3)相位及涡旋点分布图
Fig. 2 Light intensity, phase, and vortex point of OVL based on MPWI. (a1)~(a3) Intensity distribution patterns;
(b1)~(b3) distribution patterns of phase and vortex point

由文献[30]可知,光场的坡印廷矢量公式可表示为

$$\mathbf{P} = \frac{\epsilon_0}{2\omega} \text{Im}[G^* \cdot (\nabla G)], \quad (8)$$

式中: $\text{Im}(\cdot)$ 表示取函数的虚部, $\omega = kc$, c 为光速。坡印廷矢量所导致的横向力表示为

$$\mathbf{F}_c = \frac{\omega}{\epsilon_0} \text{Im}(\alpha) \mathbf{P}. \quad (9)$$

取 $\lambda = 532 \text{ nm}$, $R = 25 \text{ nm}$, $n_1 = 1.33$, $n_2 = 1.60$ 。通过(6)式计算所得梯度力归一化分布如图 3(a1)~图 3(a4)所示。通过(9)式计算所得横向力的归一化分布如图 3(b1)~图 3(b4)所示,其中,图 3(a2),图 3(a4),图 3(b2),图 3(b4)分别是图 3(a1),图 3(a3),图 3(b1),图 3(b3)中白色线框内的细节放大图。结果显示,作用在微粒上的梯度力远大于能流所产生的力^[27],所以梯度力可以决定微粒在光场中所处位置。微粒所受梯度力的大小和方向如图 3(a1)~图 3(a4)中白色箭头所示。其中,箭头的长度代表梯度力的大小、箭头方向代表梯度力的方向。因此,当大量微粒处在基于 MPWI 产生的 OVL 中 Q1 区域时,梯度力会把粒子束缚在图 3(a2)和图 3(a4)中的实曲线上,处于 Q2 区域的微粒则会被梯度力束缚在干涉产生的亮点中心。

为进一步研究微粒捕获后的运动轨迹,需要对 OVL 的能流进行分析,结果如图 3(b1)~图 3(b4)所示。箭头的长度表示能流的大小,箭头方向表示能流的方向。观察可知,由于奇点呈现一正一负交替分布,其产生的能流方向恰好与交界处方向相同。

与梯度力结合后图 3(b2)两条虚线之间区域内的粒子恰好沿着实曲线运动。当粒子群被光场照射时,粒子位于 Q1 区域的会被运输至右侧,位于 Q2 区域的会被光点捕获。同理当粒子群被五个平面波干涉的光场照射时,位于 Q1 区域的粒子会被牵引至上下两端,位于 Q2 区域的粒子会沿着箭头方向被牵引至光点处。与文献[18]仅研究了三个具有特定角度波矢的 OVL 不同,提出的基于 MPWI 产生的 OVL 在实现对粒子捕获的同时还可以实现粒子分选、运输等功能。

为丰富 OVL 的结构,使其应用范围更加宽广,需要对波矢进一步调控(即改变波矢的大小或角度),并对生成的 OVL 的梯度力和能流特性进行分析。以四个平面波干涉为例,首先,探究波矢在不同大小下所产生的 OVL 的梯度力、能流等特性。初始波矢大小以及生成 OVL 的原理流程图如图 1(b1)~图 1(b3)所示,设改变波矢大小后的坐标为 (x'_N, y'_N) ,对应的表达式如下

$$\begin{pmatrix} x'_N \\ y'_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (r_N + r_0) \cos \theta_N \\ (r_N + r_0) \sin \theta_N \end{pmatrix}, \quad (10)$$

式中: r_N 为波矢的初始长度, r_0 为改变的长度, θ_N 为波矢的初始角度。图 4(a1)~图 4(a4)为波矢坐标示意图。将相关数值代入(6)式和(8)式进行模拟计算,得到的图 4(b1)~图 4(b4)与图 4(c1)~图 4(c4)分别为改变波矢长度后所生成的 OVL 的梯度力与能流模拟图。图 4(a1)与图 1(b2)完全相同,图 4(a2)中将波矢 b 和 c 的大小变为原来的 2 倍。对

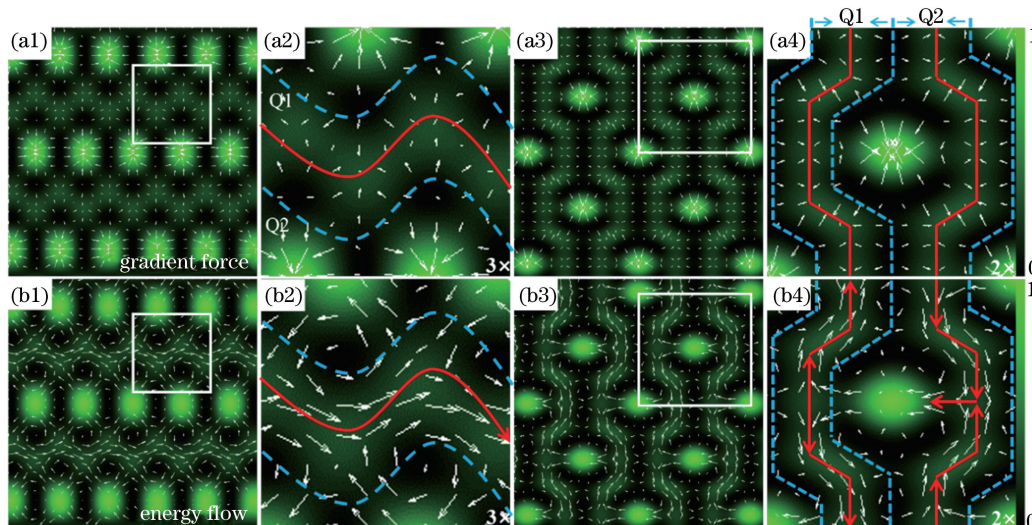


图 3 四个平面波和五个平面波产生的 OVL 的能流和梯度力。(a1)~(a4)梯度力分布图;(b1)~(b4)能流分布图;(a2)和 (b2)两条虚线之间区域为 Q1,虚线之外区域为 Q2;(a4)和(b4)左侧两条虚线之间区域为 Q1,右侧两条虚线之间区域为 Q2
 Fig. 3 Four plane wave and five plane wave generate energy flow and gradient force in OVL . (a1)~(a4) Gradient force distribution patterns; (b1)~(b4) energy flow distribution patterns; (a2)~(b2) area between the two dash lines curves is Q1, and area outside the two dash lines is Q2; (a4)~(b4) area between the two left dash lines is Q1, and area between the right two dash lines is Q2

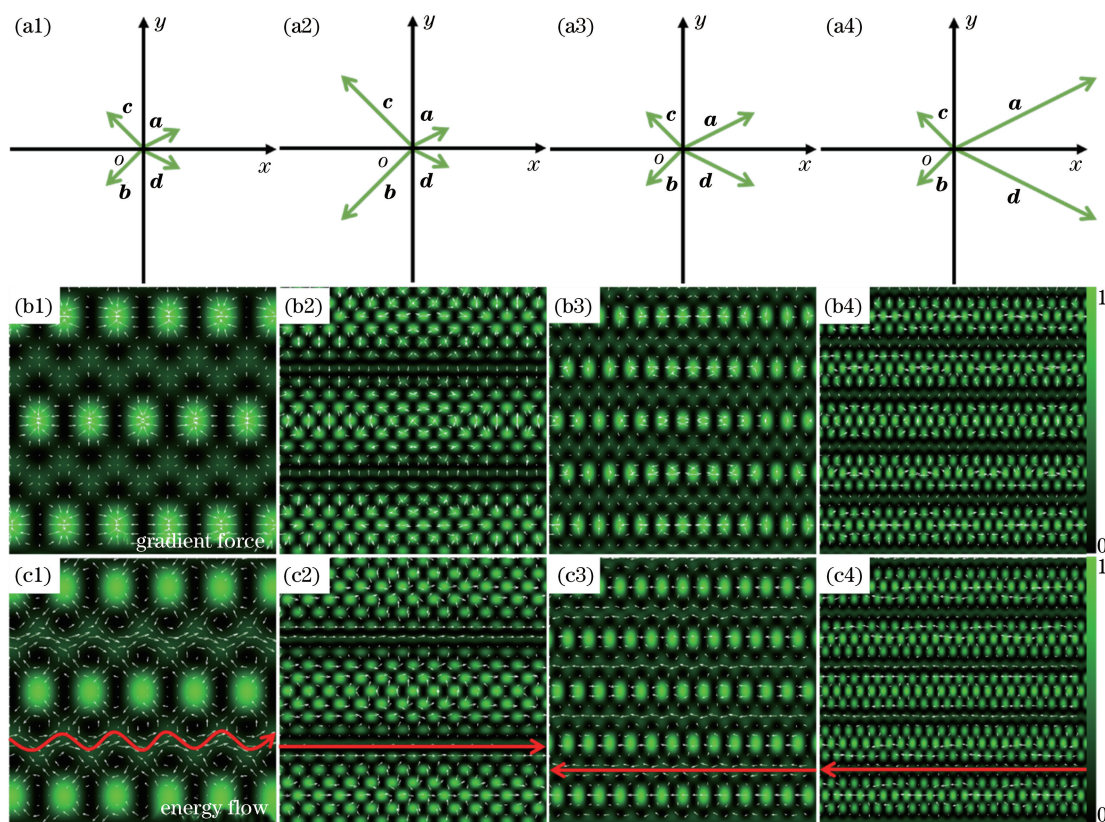


图 4 增大部分波矢的能流和梯度力。(a1)~(a4)波矢坐标分布图;(b1)~(b4)梯度力分布图; (c1)~(c4)能流分布图,长箭头线为捕获后微粒的运动轨迹

Fig. 4 Energy flow and gradient force as partial wave vectors are increased. (a1)~(a4) Wave vector coordinate distribution patterns; (b1)~(b4) gradient force distribution patterns; (c1)~(c4) energy flow distribution patterns, and longer-arrow lines are the movement tracks of the captured particles

比发现,图 4(b2)和图 4(c2)中虽然运输粒子的通道所占空间变少,但其光强分布更加趋于直线,相比之前的 S 型更加利于粒子传输。图 4(a3)中将波矢 a 和 d 的大小变为原来的 2 倍,图 4(a4)中将波矢 a 和 d 的大小变为原来的 4 倍。图 4(b3)和图 4(c3)中运输粒子的通道变多,同时能流反向导致粒子运动方向相反。图 4(b4)和图 4(c4)中粒子通道与图 4(b3)和图 4(c3)相同,但通道变窄可以筛选更小的粒子。由此可见,改变部分波矢大小会使该类 OVL 产生丰富且具有特色的变化。

接下来,探究波矢在不同角度下所产生的 OVL 的梯度力、能流特性的分析。若改变波矢角度,其改变后的坐标为

$$\begin{pmatrix} x'_N \\ y'_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix}, \quad (11)$$

式中, θ_0 为改变的角度。

如图 5 所示,图 5(a1)~图 5(a5)为改变波矢角度后的波矢分布示意图。其中,同步旋转波矢 a 、 b 、 c 、 d ,取改变的角度为 $\pi/4$ ($\theta_0 = \pi/4$),等间隔旋转至 π 。将相关数值代入(6)式和(8)式进行模拟计算。改变波矢角度后的四个平面波干涉所生成的 OVL 的梯度力与能流模拟图分别如图 5(b1)~图 5(b5)与图 5(c1)~图 5(c5)所示。通过同步改变波矢 a 、 b 、 c 、 d 的角度,梯度力与能流大小不变,方向同步发生改变。因此,通过调节波矢与坐标轴之间的夹角,即仅仅改变波矢参数 θ_0 ,可实现多方位的粒子运输。结合上述波矢大小的改变,可组合出多方向、多通道的 OVL,极大地丰富了 OVL 的空间结构,为适应特殊场合和特殊形貌微粒的捕获、运输等需求提供了理论基础。

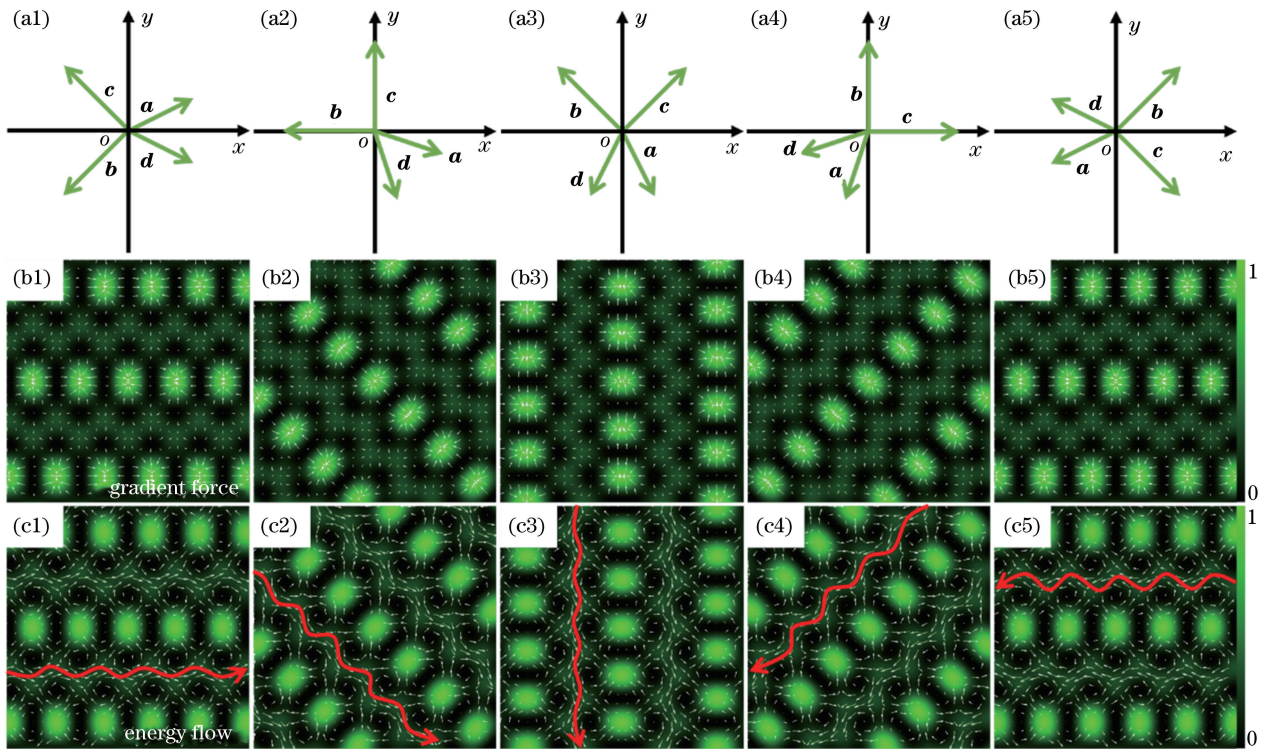


图 5 同步改变波矢角度的能流和梯度力。(a1)~(a5)波矢坐标分布图;(b1)~(b5)梯度力分布图;

(c1)~(c5)能流分布图,长箭头线为捕获后微粒的运动轨迹

Fig. 5 Energy flow and gradient force as the angles of the wave vector are simultaneously changed. (a1)~(a5) Wave vector coordinate distribution patterns; (b1)~(b5) gradient force distribution patterns; (c1)~(c5) energy flow distribution patterns, and longer-arrow lines are the movement tracks of the trapped particles

4 结 论

为了得到更加丰富的基于 MPWI 产生的 OVL 模式,通过建立平面波的波矢坐标系,结合极坐标性质给出了一种叠加所用平面波波矢简便的计算方

法。通过该方法调控了波矢矢量相加为零的一些特殊情况下叠加生成的 OVL,分别计算了它们的梯度力和能流分布。研究发现,四个平面波和五个平面波叠加生成的 OVL 相比于三个平面波生成的 OVL 在操纵粒子方面更加灵活,可以完成粒子的分

选、运输等一系列操作。调控波矢长度可以控制粒子运输的通道数量、筛选不同大小的粒子;调控波矢角度可以控制粒子运输的方向。该研究丰富了 OVL 的分布模式,为基于 MPWI 产生的 OVL 的研究及应用提供了新思路。

参 考 文 献

- [1] Fickler R, Lapkiewicz R, Plick W N, et al. Quantum entanglement of high angular momenta[J]. *Science*, 2012, 338(6107): 640-643.
- [2] Ndagano B, Perez-Garcia B, Roux F S, et al. Characterizing quantum channels with non-separable states of classical light[J]. *Nature Physics*, 2017, 13(4): 397-402.
- [3] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(7): 488-496.
- [4] Willner A E, Wang J, Huang H. A different angle on light communications[J]. *Science*, 2012, 337(6095): 655-656.
- [5] Guo Z Y, Gong C F, Liu H J, et al. Research advances of orbital angular momentum based optical communication technology[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(3): 190593.
郭忠义, 龚超凡, 刘洪郡, 等. OAM 光通信技术研究进展[J]. *光电工程*, 2020, 47(3): 190593.
- [6] Li X Z, Tai Y P, Nie Z G. Digital speckle correlation method based on phase vortices[J]. *Optical Engineering*, 2012, 51(7): 077004.
- [7] Li X Z, Tai Y P, Zhang L P, et al. Characterization of dynamic random process using optical vortex metrology[J]. *Applied Physics B*, 2014, 116(4): 901-909.
- [8] Padgett M, Bowman R. Tweezers with a twist[J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(6): 343-348.
- [9] Franke-Arnold S, Leach J, Padgett M J, et al. Optical Ferris wheel for ultracold atoms[J]. *Optics Express*, 2007, 15(14): 8619-8625.
- [10] Aleksanyan A, Kravets N, Brasselet E. Multiple-star system adaptive vortex coronagraphy using a liquid crystal light valve[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(20): 203902.
- [11] Yang W D, Qiu X D, Chen L X. Research progress in detection, imaging, sensing, and micromanipulation application of orbital angular momentum of beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(5): 0500013.
杨伟东, 邱晓东, 陈理想. 光轨道角动量分离、成像、传感及微操控应用研究进展[J]. *中国激光*, 2020, 47(5): 0500013.
- [12] Khonina S N, Kotlyar V V, Shinkaryev M V, et al. The phase rotor filter[J]. *Journal of Modern Optics*, 1992, 39(5): 1147-1154.
- [13] Zhang Y, Wu Z, Yuan C, et al. Optical vortices induced in nonlinear multilevel atomic vapors[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(21): 4507-4509.
- [14] Zhang Y Q, Belić M, Wu Z K, et al. Multicharged optical vortices induced in a dissipative atomic vapor system [J]. *Physical Review A*, 2013, 88(1): 013847.
- [15] Li W, Yu J W, Yan A M. Research progress of vortex beam array generation technology[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(9): 090002.
李伟, 俞嘉文, 闫爱民. 涡旋激光阵列产生技术研究进展 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(9): 090002.
- [16] Masajada J, Dubik B. Optical vortex generation by three plane wave interference[J]. *Optics Communications*, 2001, 198(1/2/3): 21-27.
- [17] O'Holleran K, Padgett M J, Dennis M R. Topology of optical vortex lines formed by the interference of three, four, and five plane waves[J]. *Optics Express*, 2006, 14(7): 3039-3044.
- [18] Grzegorzczak T M, Kong J A. Analytical prediction of stable optical trapping in optical vortices created by three TE or TM plane waves [J]. *Optics Express*, 2007, 15(13): 8010-8020.
- [19] Jákl P, Čížmár T, Šerý M, et al. Static optical sorting in a laser interference field[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(16): 161110.
- [20] Vyas S, Senthilkumaran P. Vortex array generation by interference of spherical waves[J]. *Applied Optics*, 2007, 46(32): 7862-7867.
- [21] Senthilkumaran P, Masajada J, Sato S. Interferometry with vortices[J]. *International Journal of Optics*, 2012, 2012: 1-18.
- [22] Li Z, Cheng C. Generation of second-order vortex arrays with six-pinhole interferometers under plane wave illumination[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(8): 1629-1635.
- [23] Masajada J. Small-angle rotations measurement using optical vortex interferometer[J]. *Optics Communications*, 2004, 239(4/5/6): 373-381.
- [24] Masajada J, Leniec M, Jankowska E, et al. Deep microstructure topography characterization with optical vortex interferometer[J]. *Optics Express*, 2008, 16(23): 19179-19191.
- [25] O'Holleran K. Fractality and topology of optical singularities [D]. Scotland: University of Glasgow,

- 2008: 63-75.
- [26] Sztul H I, Alfano R R. The Poynting vector and angular momentum of Airy beams[J]. Optics Express, 2008, 16(13): 9411-9416.
- [27] Zhang Y D, Xue Y X, Zhu Z Q, et al. Theoretical investigation on asymmetrical spinning and orbiting motions of particles in a tightly focused power-exponent azimuthal-variant vector field [J]. Optics Express, 2018, 26(4): 4318-4329.
- [28] Canaguier-Durand A, Cuche A, Genet C, et al. Force and torque on an electric dipole by spinning light fields [J]. Physical Review A, 2013, 88(3): 033831.
- [29] Ruffner D B, Grier D G. Optical forces and torques in nonuniform beams of light [J]. Physical Review Letters, 2012, 108(17): 173602.
- [30] Rashid M, Maragò O M, Jones P H. Focusing of high order cylindrical vector beams [J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2009, 11(6): 065204.