

# 4 $\pi$ 聚焦系统中衍射光学元件对聚焦场多光球结构的影响

段慧慧, 杨艳芳\*, 何英, 闫皙玉, 李路路

上海大学理学院物理系, 上海 200444

**摘要** 主要研究了调制入射光场的衍射光学元件 (DOE) 对聚焦场的影响。以贝塞尔-高斯光束为例, 利用 Richards-Wolf 矢量衍射积分理论, 分析几种不同 DOE 结构调制的径向偏振光束的 4 $\pi$  聚焦场。数值模拟结果表明径向偏振光束经 DOE 调制后的 4 $\pi$  聚焦, 在焦平面附近形成了具有潜在应用价值的多光球结构, 并且发现形成的光球的个数与 DOE 的环数有关, 而 DOE 的透射函数对其影响较小, 且所形成光球的个数会随着 DOE 结构环数的增加而增加。

**关键词** 物理光学; 偏振; 衍射光学元件; 4 $\pi$  聚焦系统; 光球

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2026001

## Influence of Diffractive Optical Elements on Multiple Spherical Spots in a 4 $\pi$ Focusing System

Duan Huihui, Yang Yanfang\*, He Ying, Yan Xiyu, Li Lulu

Department of Physics, College of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China

**Abstract** The effect of diffractive optical elements (DOE) modulating the incident light field on the focusing field is studied. The 4 $\pi$  focusing properties of Bessel-Gaussian beams radially polarized after modulated by several different DOEs are analyzed via the Richards-Wolf vector diffraction theory. The numerical simulation results show that multiple spherical spots of potential applications form near the focal plane, and the number of spherical spots is related to that of the belts on DOE, while the DOE transmission function has little influence upon it. Moreover, the number of spherical spots increases with that of the belts on the DOE.

**Key words** physical optics; polarization; diffractive optical element; 4 $\pi$  focusing system; spherical spot

**OCIS codes** 260.5430; 050.1960; 140.3300; 220.2560

## 1 引言

矢量光束的高数值孔径 (NA) 聚焦因能产生一些独特的焦场分布引起了人们的广泛关注<sup>[1-5]</sup>, 例如球形光斑、光学囚笼、光链、平顶光场等。其中, 聚焦透镜的 NA 对形成的聚焦光斑大小有比较大的影响。以径向偏振光束为例, 径向偏振光束强聚焦后具有更强的纵向分量和更小的聚焦光斑<sup>[6-9]</sup>。光斑的大小与聚焦透镜的 NA 有关, NA 越大, 产生的焦

斑越小。若要得到更小的光斑就需要进一步提高透镜的 NA, 但单透镜的 NA 有限, 可以用两个透镜实现, 即 4 $\pi$  聚焦系统<sup>[10]</sup>。4 $\pi$  聚焦系统由两个相同的透镜组成, 并且其焦点重合, 左右两侧光束同时入射到透镜上而发生相干作用。当入射光束的光学参数发生改变时, 聚焦光场结构就会重组, 从而形成新的聚焦光场结构<sup>[11]</sup>。研究表明, 接近球对称的亚波长聚焦光斑可以在径向偏振光场的 4 $\pi$  聚焦中产生, 根据结构将其称之为光球<sup>[12-13]</sup>。此外发现适当地调制

收稿日期: 2021-02-03; 修回日期: 2021-03-15; 录用日期: 2021-05-06

基金项目: 上海市自然科学基金 (16ZR1411600)、国家自然科学基金 (611108010, 11574195)

通信作者: \*yanfangyang@shu.edu.cn

径向偏振光束的振幅和相位后,在聚焦光场可以获得多光球结构<sup>[14-15]</sup>,可以实现多点光学捕获<sup>[16-19]</sup>。

近年来,依靠  $4\pi$  聚焦系统在焦平面上得到多个球状光斑阵列实现多点光学捕获成为一个新的研究趋势。例如:2004 年 Bokor 等<sup>[12]</sup>证明了在  $4\pi$  聚焦系统能产生一个带有比较低的旁瓣强度的光球。2009 年詹其文教授的研究小组<sup>[13]</sup>发现径向偏振光束的  $4\pi$  聚焦系统能获得单光球,若改变入射条件,则会形成两个光球的光场结构。2016 年东南大学崔一平教授的研究小组<sup>[20]</sup>通过调制径向偏振光的空间分布和  $4\pi$  聚焦系统的聚焦条件,在聚焦光场能获得五个和九个光球结构。2020 年美国亚利桑那大学的研究学者提出用径向偏振的拉盖尔高斯涡旋光束在  $4\pi$  聚焦系统中得到光球结构<sup>[21]</sup>。本文的重点不是改变聚焦条件来构造多光球结构,而是研究了调制径向偏振光束振幅的衍射光学元件(DOE)对聚焦场中形成光球结构的影响。从整体结构来看,DOE 有两个参数,不同环的相对大小和相对应

的透射函数。文中详细分析了三环 DOE、四环 DOE、五环 DOE 和六环 DOE 分别在两种透射函数下,在焦平面附近形成光球的个数,这个研究能很好地提高粒子捕获的效率,对于微小粒子的捕获和移动有着重要的指导意义。

## 2 理论模型

$4\pi$  聚焦系统的结构如图 1(a)所示,图中带箭头的实线表示两束方向相反入射光束,带箭头的虚线表示入射光束的偏振状态,两边入射的光束相差  $\pi$  相位。图中的  $\alpha_{\max}$  为透镜的最大孔径角, $\alpha_{\max} = \arcsin(NA/n)$ ,  $n$  是透镜像空间的折射率,模拟计算中取  $n=1$ 。图中的 DOE 能实现入射径向偏振光束的振幅调制,一个六环的 DOE 结构如图 1(b)所示。DOE 是一个二元相位波带片,根据每一环加载的相位就可以改变相应的复振幅透射率。对于六环的 DOE,改变环带的半径就可以改变环带外沿对应的光线与光轴的夹角  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ ,其中  $\alpha_6 = \alpha_{\max}$ 。

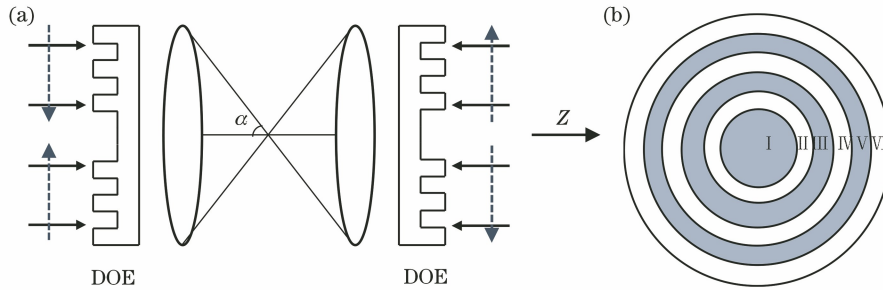


图 1 模型图。(a)  $4\pi$  聚焦系统;(b)一个六环的 DOE 结构

Fig. 1 Diagrams. (a) Schematic of the  $4\pi$  focusing system; (b) schematic diagram of six-belt DOE

2000 年 Youngworth 等<sup>[6]</sup>依据 Richards-Wolf 矢量衍射积分理论给出了径向偏振光束强聚焦光场的表达式为<sup>[22]</sup>

$$\begin{bmatrix} E_{\varphi}^{(s)} \\ E_r^{(s)} \\ E_z^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A \int_0^{\alpha} \cos \frac{1}{2} \theta \sin(2\theta) l_0(\theta) J_1(kr_s \sin \theta) \exp(ikz_s \cos \theta) d\theta \\ 2iA \int_0^{\alpha} \cos \frac{1}{2} \theta \sin^2 \theta l_0(\theta) J_0(kr_s \sin \theta) \exp(ikz_s \cos \theta) d\theta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

在  $4\pi$  聚焦系统中,考虑两边场的叠加,焦点附近的电场表示为

$$E(\varphi, r, z) = E_1(\varphi, r, z) + E_2(\varphi, r, -z), \quad (2)$$

式中: $E_1(\varphi, r, z)$ 和  $E_2(\varphi, r, -z)$ 分别为左右两束径向偏振光束经透镜聚焦后在焦平面上的电场。由于两边入射的径向偏振光束相差  $\pi$  相位,结合(1)式和(2)式, $4\pi$  聚焦系统中焦点附近的电场表示为

$$\begin{bmatrix} E_{\varphi}^{(s)} \\ E_r^{(s)} \\ E_z^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ AT_j \sum_1^j \int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} \cos \frac{1}{2} \theta \sin(2\theta) l_0(\theta) J_1(kr_s \sin \theta) [\exp(ikz_s \cos \theta) + \exp(-ikz_s \cos \theta + i\pi)] d\theta \\ 2iAT_j \sum_1^n \int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} \cos \frac{1}{2} \theta \sin^2 \theta l_0(\theta) J_0(kr_s \sin \theta) [\exp(ikz_s \cos \theta) - \exp(-ikz_s \cos \theta + i\pi)] d\theta \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中:  $A = kf/2\pi$ ;  $k$  是波矢大小;  $f$  为透镜的焦距。模拟计算中使坐标轴以波长归一化, 入射波长的取值并不会影响聚焦场的结构, 取  $\lambda = 1, A = 1$ 。像空间的径向坐标和纵向坐标用  $r_s$  和  $z_s$  表征, 坐标原点在焦点处,  $\theta$  是透镜瞳面上的收敛角。  $l_0(\theta)$  为入射光束在透镜光瞳面上的振幅函数, 本文以贝塞尔高斯光束为研究对象。

$$l_0(\theta) = \exp \left[ -\beta^2 \left( \frac{\sin \theta}{\sin \alpha_{\max}} \right)^2 \right] J_1 \left[ 2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha_{\max}} \right], \quad (4)$$

式中: 拦截比是透镜光瞳半径  $R$  与入射光束的光腰半径  $w$  的比值,  $\beta = R/w$ 。模拟计算时取  $\beta = 1$ 。

(3) 式中的  $T_j$  表示 DOE 第  $j$  环的透射函数, 根据加载在 DOE 不同环的相位, 透射系数也不同。DOE 的透射函数表示为  $T_j = \exp(i\varphi_j)$ , 若  $\varphi_j = 0$ , 则  $T_j = 1$ ; 若  $\varphi_j = \pi$ , 则  $T_j = -1$ ; 若  $T_j = 0$ , 则表示光束被拦截。在模拟计算中选取 DOE 结构有两种透射函数。第一种, 若透射函数取为  $1, 0, 1, 0, \dots$ , 则  $j$  为奇数时,  $T = 1$ ,  $j$  为偶数时,  $T = 0$ , 如六环 DOE 的透射函数  $T_j$  表示为  $T_j = \begin{cases} 1, (j=1, 3, 5) \\ 0, (j=2, 4, 6) \end{cases}$ 。第二种, 若选取透射函数取为  $1, -1, 1, -1, \dots$ , 则  $j$

为奇数时,  $T = 1$ ,  $j$  为偶数时,  $T = -1$ , 如六环 DOE 的透射函数  $T_j$  表示为  $T_j = \begin{cases} 1, (j=1, 3, 5) \\ -1, (j=2, 4, 6) \end{cases}$ 。

### 3 模拟结果与讨论

首先为了说明 DOE 对入射光束的调制作用, 图 2(a) 给出了没有 DOE 调制的径向偏振光束在  $NA = 0.95$  的  $4\pi$  聚焦光场。从图中可以看出, 在焦平面形成了一个具有极低旁瓣的聚焦光斑, 但这个聚焦光斑不是球形结构。若要形成光球结构, 就需要增大入射光线与光轴的夹角  $\alpha$  值, 即增大透镜的  $NA$  值。这是由于两边入射的光束相差  $\pi$  相位, 在入射光角度较小的时候, 聚焦区域电场的径向分量会减弱。如果要增大电场的纵向分量, 就需要增大入射光束的会聚角度  $\alpha$  值。对于干式透镜, 不能  $NA \geq 1$ , 选取油浸后的透镜  $NA = 1.4$ , 并考虑油的折射率约为 1.47, 如图 2(b) 所示, 在焦平面处形成了旁瓣更低、光斑尺寸更小的光球结构。光斑尺寸变小是因为随着  $NA$  的增大, 聚焦能力不断增强, 其能量分布向焦点处会聚。这种在  $4\pi$  聚焦系统中增大透镜的  $NA$  值是形成光球结构的一种简单的方法。

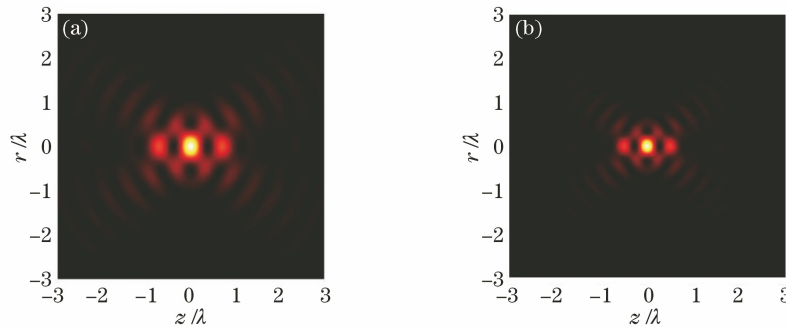


图 2 无 DOE 调制的径向偏振光束的  $4\pi$  聚焦场。(a)  $NA = 0.95$ ; (b)  $NA = 1.4$

Fig. 2  $4\pi$  focusing field of radially polarized beam without DOE. (a)  $NA = 0.95$ ; (b)  $NA = 1.4$

但是仅仅增大透镜的  $NA$  值形成光球方法有很大的局限性, 为了得到多光球结构, 就需要调制入射光场的参数, 一般用 DOE 结构调制入射光场。在不改变数值孔径  $NA = 0.95$  的情况下, 加入 DOE 振幅调制入射光场, 为了减小聚焦横向光场分量, 就需要屏蔽入射光束的内环部分<sup>[23]</sup>, 模拟发现若仅让角度大于  $44.58^\circ$  的入射光通过, 即相当于两环的 DOE 结构, 则透射函数为 0 和 1, 在焦平面就可以获得三个光球焦斑, 如图 3 所示。为了能更清晰地判断是否完全圆对称的光斑阵列, 图 3(b) 给出了沿光轴  $z$  的强度分布线图, 并且发现每个光球的半峰

全宽 (FWHM) 相等, 约为  $0.45\lambda$ 。说明调节 DOE 结构是产生光球的另一种方法。在这个基础上, 不改变其他参数, 下面详细分析 DOE 结构分别是三环、四环、五环和六环在两种透射函数下产生光球的个数, 进而得到 DOE 结构对光球个数的影响。

第一种情况取 DOE 的透射函数为  $1, -1, 1, -1, \dots$ , 研究三环、四环、五环和六环四种 DOE 结构调制径向偏振光束的  $4\pi$  聚焦场, 如图 4 所示。发现在聚焦场能形成多光球结构, 三环 DOE 和四环 DOE 调制后均形成了三个光球, 而五环 DOE 和六环 DOE 调制后均形成了五个光球, 且形成的

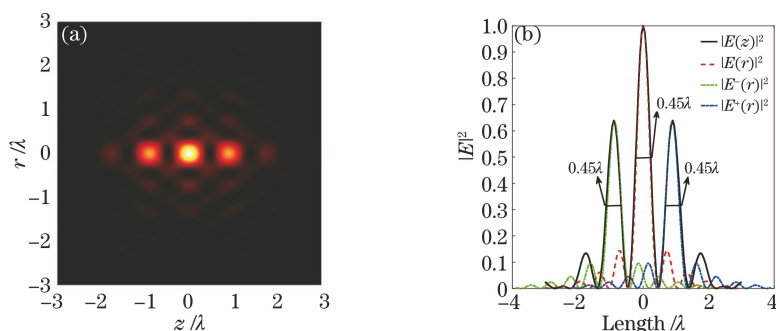


图 3  $4\pi$  聚焦系统中双环 DOE 振幅调制的径向偏振光束产生三个光球结构  
 Fig. 3 Three spherical spots produced by radial polarized beam with amplitude modulation double-belt DOE in  $4\pi$  focusing system

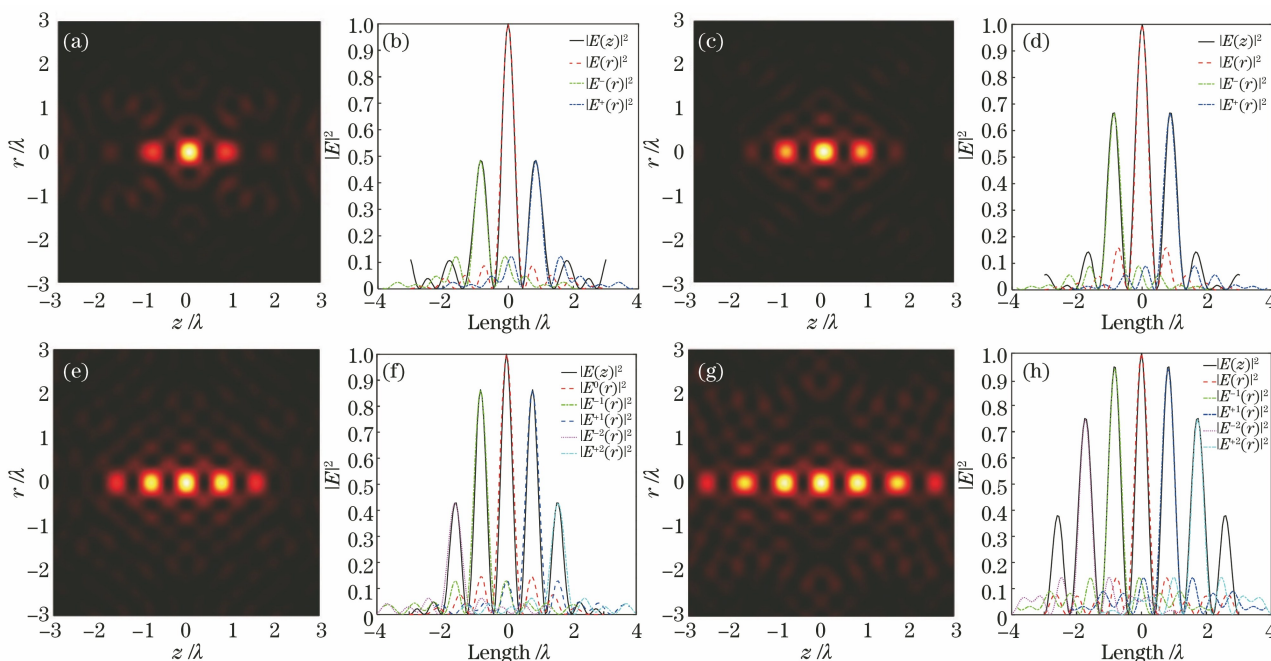


图 4 透射函数取为 1, -1, 1, -1 时, 四种 DOE 结构调制径向偏振光束产生多光球聚焦光斑。  
 (a)(b)三环 DOE; (c)(d)四环 DOE; (e)(f)五环 DOE; (g)(h)六环 DOE

Fig. 4 Multi-sphere focusing spots are generated by modulating radially polarized beams in four kinds of DOE structures when the transmission function of DOE is 1, -1, 1, -1. (a)(b) Three-belt DOE; (c)(d) four-belt DOE; (e)(f) five-belt DOE; (g)(h) six-belt DOE

光球的 FWHM 均相等, 大约等于  $0.45\lambda$ , 如图 4 (b)、(d)、(f)、(h) 所示, 这和两环 DOE 调制形成的光球的 FWHM 相同。表 1 给出了在焦平面形成多光球的 DOE 结构的参数值。第二种情况取 DOE 的透射函数为 1, 0, 1, 0, ..., 同样研究四种 DOE 结构在焦平面形成的光球的情况。研究发现微小调节 DOE 环的半径大小后, 也可以在焦平面得到和图 4 相同的情况, 即三环 DOE 和四环 DOE 调制后均形成了三个光球, 五环 DOE 和六环 DOE 调制后均形成了五个光球, 光球的 FWHM 均大约

等于  $0.45\lambda$ , 调节的 DOE 环的结构参数如表 2 所示。

从表 1 和表 2 可以看出, 选取 DOE 透射函数后, 适当调节 DOE 环的相对大小可以在焦平面获得多光球结构。在两种不同的透射函数下, 调节相同环数的 DOE 发现形成光球的个数相等, 并且每个光球的 FWHM 基本相等。随着 DOE 环数的增加, 形成光球的个数也会增加, 因此可以认为形成光球的个数主要受 DOE 环数的影响, DOE 的透射函数对其影响比较小。

表 1 DOE 透射函数为 1, -1, 1, -1, ... 形成的光球个数和 DOE 结构的参数

Table 1 Number of spherical spots and parameters of DOE structure when transmission function of DOE is 1, -1, 1, -1, ...

Structure of DOE	Transmission function	Number of spherical spots	$\alpha_1/\text{rad}$	$\alpha_2/\text{rad}$	$\alpha_3/\text{rad}$	$\alpha_4/\text{rad}$	$\alpha_5/\text{rad}$	$\alpha_6/\text{rad}$
Three-belt	1, -1, 1	3	0.52	0.68	1.25			
Four-belt	1, -1, 1, -1	3	0.38	0.53	0.66	1.25		
Five-belt	1, -1, 1, -1, 1	5	0.18	0.38	0.58	1.19	1.25	
Six-belt	1, -1, 1, -1, 1, -1	5	0.07	0.35	0.56	0.72	1.17	1.25

表 2 DOE 透射函数为 1, 0, 1, 0, ... 形成的光球个数和 DOE 结构的参数

Table 2 Number of spherical spots and parameters of DOE structure when transmission function of DOE is 1, 0, 1, 0, ...

Structure of DOE	Transmission function	Number of spherical spots	$\alpha_1/\text{rad}$	$\alpha_2/\text{rad}$	$\alpha_3/\text{rad}$	$\alpha_4/\text{rad}$	$\alpha_5/\text{rad}$	$\alpha_6/\text{rad}$
Three-belt	1, 0, 1	3	0.35	0.72	1.25			
Four-belt	1, 0, 1, 0	3	0.37	0.79	1.18	1.25		
Five-belt	1, 0, 1, 0, 1	5	0.18	0.84	1.05	1.20	1.25	
Six-belt	1, 0, 1, 0, 1, 0	5	0.07	0.35	0.42	0.79	1.17	1.25

## 4 结 论

本文通过研究径向偏振光束的  $4\pi$  聚焦特性提出了两种形成多个亚波长球形光斑的方法, 即增大透镜 NA 值或者在聚焦系统中引入 DOE 结构振幅调制入射光场。由于增大透镜 NA 有限, 所以用 DOE 调制入射光场来调控聚焦光斑的研究更为多见。通过详细分析 DOE 结构在两种透射函数下, 四种类型环数的 DOE 结构在焦平面产生光球个数的结果发现, 在焦平面形成光球的个数主要受 DOE 环数的影响, DOE 的透射函数的影响较小。DOE 的环数越多, 形成光球的个数越多, 并且在所有情况下, 所形成的光球的 FWHM 基本为  $0.45\lambda$ 。

## 参 考 文 献

- [1] Curtis J E, Koss B A, Grier D G. Dynamic holographic optical tweezers [J]. Optics Communications, 2002, 207 (1/2/3/4/5/6): 169-175.
- [2] Eriksen R L, Mogensen P C, Glückstad J. Multiple-beam optical tweezers generated by the generalized phase-contrast method[J]. Optics Letters, 2002, 27 (4): 267-269.
- [3] Zhan Q W. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications[J]. Advances in Optics and Photonics, 2009, 1(1): 1-57.
- [4] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424(6950): 810-816.
- [5] Abouraddy A F, Toussaint K C, Jr. Three-dimensional polarization control in microscopy [J]. Physical Review Letter, 2006, 96(15): 153901.
- [6] Youngworth K S, Brown T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J]. Optics Express, 2000, 7(2): 77-87.
- [7] Quabis S, Dorn R, Eberler M, et al. Focusing light to a tighter spot[J]. Optics Communications, 2000, 179(1/2/3/4/5/6): 1-7.
- [8] Kitamura K, Sakai K, Noda S. Sub-wavelength focal spot with long depth of focus generated by radially polarized, narrow-width annular beam [J]. Optics Express, 2010, 18(5): 4518-4525.
- [9] Chen J, Zhan Q W. Tailoring laser focal fields with vectorial optical fields[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(1): 0126002.  
陈建, 詹其文. 矢量光场与激光焦场定制[J]. 光学学报, 2019, 39(1): 0126002.
- [10] Hell S, Stelzer E H K. Properties of a  $4\pi$  confocal fluorescence microscope [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1992, 9(12): 2159-2166.
- [11] Li H Y, Yang Y F, He Y, et al. Conversion between special focal field structures based on  $4\pi$  focusing system [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40 (12): 1226001.  
李红艳, 杨艳芳, 何英, 等. 基于  $4\pi$  聚焦系统实现特殊焦场结构之间的转换 [J]. 光学学报, 2020, 40 (12): 1226001.
- [12] Bokor N, Davidson N. Toward a spherical spot distribution with  $4\pi$  focusing of radially polarized light [J]. Optics Letters, 2004, 29(17): 1968-1970.
- [13] Chen W B, Zhan Q W. Creating a spherical focal spot with spatially modulated radial polarization in  $4\pi$  microscopy[J]. Optics Letters, 2009, 34(16): 2444-2446.
- [14] Yan S H, Yao B L, Zhao W, et al. Generation of

- multiple spherical spots with a radially polarized beam in a  $4\pi$  focusing system [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2010, 27(9): 2033-2037.
- [15] Chang Q, Yang Y F, He Y, et al. Study of the focusing features of spatial amplitude and phase modulated radially polarized vortex beams in a  $4\pi$  focusing system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(10): 104202.  
常强, 杨艳芳, 何英, 等.  $4\pi$  聚焦系统中振幅和相位调制的径向偏振涡旋光束聚焦特性的研究 [J]. *物理学报*, 2013, 62(10): 104202.
- [16] Zhan Q W. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization [J]. *Optics Express*, 2004, 12(15): 3377-3382.
- [17] Hansen P M, Bhatia V K, Harrit N, et al. Expanding the optical trapping range of gold nanoparticles [J]. *Nano Letters*, 2005, 5(10): 1937-1942.
- [18] Yan S H, Yao B L. Radiation forces of a highly focused radially polarized beam on spherical particles [J]. *Physical Review A*, 2007, 76(5): 053836.
- [19] Nieminen T A, Heckenberg N R, Rubinsztein-Dunlop H. Forces in optical tweezers with radially and azimuthally polarized trapping beams [J]. *Optics Letters*, 2008, 33(2): 122-124.
- [20] Wang X Y, Rui G H, Gong L P, et al. Manipulation of resonant metallic nanoparticle using  $4\pi$  focusing system [J]. *Optics Express*, 2016, 24(21): 24143-24152.
- [21] Luo M Y, Sun D Q, Yang Y J, et al. Three-dimensional isotropic STED microscopy generated by  $4\pi$  focusing of a radially polarized vortex Laguerre-Gaussian beam [J]. *Optics Communications*, 2020, 463: 125434.
- [22] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system [J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1959, 253(1274): 358-379.
- [23] Huang K, Shi P, Kang X L, et al. Design of DOE for generating a needle of a strong longitudinally polarized field [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(7): 965-967.