第 41 卷 第 20 期/2021 年 10 月/光学学报



基于超表面透镜的偏振探测重构矩阵校准研究

肖顺元¹, 颜家豪¹, 胡铁¹, 王紫薇¹, 何广强², 赵茗^{1**}, 杨振宇^{1*}

1华中科技大学光学与电子信息学院, 湖北 武汉 430074;

²上海交通大学电子信息与电气工程学院先进光通信系统与网络国家重点实验室,上海 200240

摘要 偏振探测的重构矩阵校准影响着偏振态再现的准确性。针对基于超表面透镜的偏振探测系统的重构矩阵 校准进行了详细的理论分析,对校准基准态的选取进行了讨论,提出采用条件数与等加权方差两个准则来选择校 准基准态。通过对比仿真模拟和偏振探测还原实验,均证明了选取正八面体基准态进行校准能够得到更加精准的 重构矩阵,且具备更好的抗噪声能力。

关键词 测量; 超表面透镜; 校准; 等加权方差; 偏振探测 中图分类号 O436.3 **文献标志码** A

doi: 10.3788/AOS202141.2012006

Research on Calibration of Polarization Detection Reconstruction Matrix Based on Metalens

Xiao Shunyuan¹, Yan Jiahao¹, Hu Tie¹, Wang Ziwei¹, He Guangqiang², Zhao Ming^{1**}, Yang Zhenyu^{1*}

¹ School of Optical and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China;

² State Key Laboratory of Advanced Optical Communication Systems and Networks,

Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

Abstract The calibration of the reconstruction matrix for polarization detection affects the accuracy of the polarization state restoration. In this paper, a detailed theoretical analysis of the reconstruction matrix calibration problem of a polarization detection system based on metalens is carried out. The selection of the calibration reference state is discussed, and two criteria of condition number and equal weighted variance are used to select the calibration reference state. Through the comparison of simulation and polarization detection reduction experiments, it is proved that selecting a regular octahedron reference state for calibration can obtain a more accurate reconstruction matrix and have better anti-noise ability.

Key words measurement; metalens; calibration; equal weighted variance; polarization detection **OCIS codes** 120.2130; 120.4640; 260.5430

1引言

作为光强探测的补充,光的偏振探测在军事和 民用等诸多领域都有着非常重要的实用价值。无论 是图像去雾^[1-2]、军事目标识别^[3-4]、水下目标检 测^[5]、非接触指纹识别^[6]还是生物医学检测^[7-8],光 的偏振信息都能够发挥出强大的作用。目前的偏振 探测方法主要分为分时偏振探测^[9]、并行偏振探

收稿日期: 2021-03-11; 修回日期: 2021-04-21; 录用日期: 2021-05-12

基金项目:国家自然科学基金(62075073)、湖北省自然科学基金(2019CFB438)、中央高校基本科研业务费专项资金资助 (2019kfyXKJC038)、上海交通大学区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室开放基金(2019GZKF03001)

通信作者: *zyang@hust. edu. cn; **zhaoming@hust. edu. cn

第 41 卷 第 20 期/2021 年 10 月/光学学报

研究论文

测^[10-11]。分时偏振探测基于时间调制,利用多个透 光轴方向不同的检偏器,通过转轮来得到同一目标 不同时间下的偏振分量。并行偏振探测则将入射光 分成多路,每一路用单独的检偏器检测。近些年来, 超材料作为一种人工复合电磁材料,以其可以直接 在亚波长尺度下调控光的偏振、振幅、相位的特点受 到了国内外学者的关注^[12-16],而作为二维超材料的 超表面^[17-18],以其轻薄、小型化的特点,为光的偏振 探测器件设计提供了全新的思路。

Li 等^[19]提出一种偏振转换超表面,可以在 900 nm 波长处将垂直入射的圆偏光转化为线偏光。 Pors 等^[20]设计的等离子体光栅将不同偏振态的光 衍射到不同区域,通过衍射对比度来得到入射光的 完全偏振信息。Arbabi 等^[21]利用介质型超表面实 现了完整的斯托克斯参数测量并实现了偏振成像。 Yang 等^[22]首次把超表面透镜阵列引入系统设计, 实现了对入射光偏振态和相位信息的多参量信息同 时探测。Guo 等^[23]采用基于双相位调制法的氮化 镓超表面也实现了全斯托克斯参数测量。

无论是哪一种偏振探测方法,偏振探测器在投入使用前均需要进行偏振重构矩阵的匹配校准,类 似于相机系统的内参校正。偏振态由斯托克斯参数 来表征,理论上需要至少四个已知线性独立偏振态 的入射光来计算重构矩阵。Azzam 等^[24]在对四通 道探测器偏振计的分析和优化中给出了偏振探测系 统校准技术的示例,他们比较了两种校准基准态,一 种为 XYAR/XYAL 基准态,由方位角相隔 45°的三 个线偏振态(水平线偏振态、垂直线偏振态、45°线偏 振态)和右旋/左旋圆偏振态构成。另一种为正四面 体基准态,由三个左旋椭圆偏振态和右旋圆偏振态 构成。由此得出在偏振态对应的庞加莱球上四个偏 振态表征点之间距离尽可能远时达到最佳选择,然 而这并不是最好的校准方法。

利用超表面透镜进行偏振探测与四通道偏振探 测机理类似,但前者的系统更为集成,仅需一块超表 面透镜芯片与面阵探测器匹配,就可以将入射光束 中不同偏振分量分离聚焦至感光面上进行并行探 测。本文对校准超表面透镜的偏振探测重构矩阵的 入射光偏振态进行了研究,提出了一种采用正八面 体基准态校准超表面透镜重构矩阵的方法,该方法 能够更精准地得到超表面对应的重构矩阵,同时具 有更好的抗噪能力。

2 超表面透镜偏振探测系统及探测原理

2.1 超表面透镜偏振探测系统

实验中采用自主研制的超表面透镜偏振探测系统,其系统结构原理如图 1(a)所示,在镜筒最前方的玻璃基板中心固定超表面透镜阵列芯片,该芯片



图 1 超表面透镜偏振探测系统。(a)超表面透镜偏振探测系统图;(b)偏振探测原理图; (c)超表面透镜单元结构扫描电子显微镜(SEM)图

Fig. 1 Metalens polarization detecting system. (a) Setup of metalens polarization system; (b) polarization detection principle; (c) scanning electron microscope (SEM) pictures of metalens units

研究论文

由阵列排布的超透镜单元构成,每个超透镜单元结构由 2×2 个子透镜组成,可将入射光中不同偏振分量的光聚焦,经物镜放大后再聚焦于 CMOS 相机感光面上,经后续数据采集系统和算法分析处理后可实现对偏振态信息的实时探测。图中,*x*、*y*、*a*、*r*分别对应水平线偏振聚焦超透镜、垂直线偏振聚焦超透镜、45°线偏振聚焦超透镜、右旋圆偏振聚焦超透镜。

2.2 偏振探测原理

光的偏振信息可以用斯托克斯参量进行表征, 斯托克斯参量由4个参数组成,它们与光的振幅相 位信息的关系为

$$s_0 = A_x^2 + A_y^2, \tag{1}$$

$$s_1 = A_x^2 - A_y^2,$$
 (2)

$$s_2 = 2A_x A_y \cos \delta, \qquad (3)$$

$$s_3 = 2A_x A_y \sin \delta, \qquad (4)$$

式中: A_x 、 A_y 分别为传播光在x和y方向上的电场 振幅; δ 为x和y方向上的电场相位差。

如图 1(b)所示,超表面透镜芯片由阵列排布的 超透镜单元构成,每个超透镜单元结构由 2×2 个子 透镜组成,4 个子透镜分别将入射光中的水平线偏 振光分量、垂直线偏振光分量、45°线偏振光分量以 及右旋圆偏振光分量聚焦于 CMOS 相机感光面上, 4 个聚焦光强 $I_x \sim I_r$ 、斯托克斯参量 $s_0 \sim s_3$ 和重构 矩阵 M 之间的关系表示为

$$\begin{pmatrix} s_{0} \\ s_{1} \\ s_{2} \\ s_{3} \end{pmatrix} = \boldsymbol{M} \cdot \begin{pmatrix} I_{x} \\ I_{y} \\ I_{a} \\ I_{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{x} \\ I_{y} \\ I_{a} \\ I_{r} \end{pmatrix} \circ$$

$$(5)$$

理论上,恢复入射光的偏振信息,只需将4个光 强分量结合重构矩阵 *M*,然而实际上由于对准、工 艺误差等影响,超表面透镜的重构矩阵 *M*′与理想 的*M*之间存在差异,因此需要通过已知偏振态来进 行校准。

3 重构矩阵校准理论和校准基准态的 选取

3.1 重构矩阵校准理论

由偏振探测原理可知,通过聚焦光强 I 和超表 面透镜的重构矩阵 M',入射光的偏振信息可以被恢 复,而由于重构矩阵 M'非理想,因此需要通过已知 偏振态的偏振光(基准态)进行校准得到,即,

$$\boldsymbol{M}' = \boldsymbol{S} \boldsymbol{I}^{-1}, \qquad (6)$$

$$\mathbf{M}' = \mathbf{S}(\mathbf{I}^{\mathrm{T}}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{I}^{\mathrm{T}} = \mathbf{S}\mathbf{I}^{+}, \qquad (7)$$

式中: I^+ 为聚焦光强矩阵 I 的 Moore-Penrose 广义 逆。当已知的校准偏振态数量 n=4 时,M'由聚焦 光强矩阵 I 的逆矩阵 I^{-1} 和校准基准态 S 求出;当 已知的校准偏振态数量 n>4 时,M'由聚焦光强矩 阵 I 的广义逆矩阵 I^+ 和校准基准态 S 求出。为了 得到更为准确的重构矩阵 M',就需要对校准基准 态 S 进行研究与选择。

由于聚焦光强矩阵 I 由测量得出,考虑测量过 程中存在误差,可以得到以下关系,

$$\delta \boldsymbol{M} = \boldsymbol{S} \delta \boldsymbol{I}^+, \qquad (8)$$

式中:*δ***M** 为校准得到的重构矩阵**M**["]与超表面透镜 实际重构矩阵**M**[']之间的误差;*δ***I**⁺ 为聚焦光强矩阵 **I** 引入的误差。

3.2 校准基准态的选取

为了使重构矩阵 M'的误差 dM 尽可能的小,需 要从两个方面来考虑校准基准态 S,一方面,要使误 差传递的放大系数尽可能的小,另一方面需要有更 好的抗噪声能力。本文提出用两个准则来衡量校准 基准态 S 的选择标准:一是条件数,用来衡量校准 基准态 S 是否是良态的,它决定了误差传递的放大 系数,条件数越小越好;另一个衡量准则为等加权方 差^[25],它决定了校准基准态 S 的抗噪声能力。条件 数和等加权方差定义分别为

$$\kappa(\mathbf{S}) = \sigma_{\max} \times \sigma_{\min}^{-1}, \qquad (9)$$

$$D(\mathbf{S}) = \sum_{i=0}^{R-1} \frac{1}{\sigma_i^2}, \qquad (10)$$

式中: σ 为校准基准态S奇异值分解得到的非零奇 异值; σ_{max} 为奇异值分解后得到的最大的奇异值; σ_{min} 为奇异值分解后得到的最小奇异值;R为校准 基准态S的秩。

关于条件数最小的选择已经有过一些研究,当 校准基准态 *S* 选择的斯托克斯参量在庞加莱球上 分布为柏拉图固体(正多面体)的顶点时可以取得最 小条件数 1.7321^[26]。由于柏拉图固体包括正四面 体、正八面体、正六面体、正二十面体以及正十二面 体,而顶点数越多,校准所需要的偏振态越多。

在条件数最小的基础之上,比较柏拉图固体对 应的等加权方差,结果如图2所示。可以看出,随着 校准基准态 S 选择的基准态数量增多,等加权方差 随之减小,即随着选取校准基准态 S 的基准态数量 (顶点数)增多,校准过程抗干扰能力越强。考虑到 校准过程准确性与实验的可行性,本文采用了正四

研究论文

面体、正六面体以及正八面体所对应的校准基准态 进行校准对比仿真实验。







4 基准态选取的仿真验证

本节将对上节所选取的三种校准基准态应用于 基于超表面透镜偏振探测系统开展时域差分算法仿 真,并比较不同基准态的抗噪声能力。

仿真验证包括两个步骤:1)校准过程的仿真。 将三种校准基准态输入超表面透镜偏振探测系统, 得到聚焦光斑强度数据再用 matlab 进行数据处理。 由于噪声主要影响不同偏振分量的聚焦光斑强度, 因此在 matlab 中引入了不同信噪比的高斯白噪声, 再按(7)式来校准重构矩阵。2)验证阶段的仿真。 将庞加莱球上均匀分布的 18 种偏振态输入超表面 透镜偏振探测系统,得到聚焦光斑强度数据后,用前 一步骤校准得到的重构矩阵去还原偏振信息,对比 还原与输入的 18 种偏振态信息,以其相对误差的平 均值来评价不同基准态的抗噪声能力。相对误差 E 定义为庞加莱球上理论和测量点的直线距离除以半 径,表示为

$$E = \frac{\sqrt{(s_1 - s_1')^2 + (s_2 - s_2')^2 + (s_3 - s_3')^2}}{s_0'},$$
(11)

式中: $s'_0 \sim s'_3$ 为还原得到的斯托克斯参量; $s_1 \sim s_3$ 为理论输入的斯托克斯参量。

不同信噪比下用 4 种校准基准态校准后的 18 种偏振态还原平均误差仿真结果如图 3 所示。在信 噪比为 20 dB 的条件下,采用 XYAR(X 偏振态、Y 偏振态、45°偏振态以及右旋圆偏振)作为基准态校 准重构矩阵还原 18 种偏振态的平均误差为 33.52%,采用正四面体、正八面体、正六面体顶点作

第 41 卷 第 20 期/2021 年 10 月/光学学报



- 图 3 不同信噪比下用 4 种校准基准态校准后的 18 种偏 振态还原平均误差(插图:18 种偏振态在庞加莱球 上的位置示意图)
- Fig. 3 Mean error of 18 polarization states after being calibrated with four calibration reference states under different signal-to-noise ratios (inset: schematic diagram of the positions of 18 polarization states on the Poincaré sphere)

为基准态校准重构矩阵还原 18 种偏振态的平均误 差分别为 22.00%、17.40%、14.74%,随着顶点数 增多,抗干扰能力增强,在信噪比为 40 dB 的条件 下,4 种不同基准态还原 18 种偏振态的平均误差为 2.84%、2.16%、1.73%、1.50%,随着顶点数增多, 依次递减。在信噪比继续增加的情况下,4 种校准 基准态的平均误差都会减小,其中正六面体效果最 佳,正八面体次之。这种规律在信噪比整个变化过 程中都存在,但在信噪比偏小时不同基准态还原 18 种偏振态平均误差之间的差距更大,因此选择合适 的基准态在精确还原重构矩阵和具备一定的抗噪声 能力方面非常重要。

5 校准实验与分析

本节将基于实验室自制的超表面偏振探测系统 开展上述4种校准基准态的实验验证。实验光路如 图4所示,光源为810 nm 激光,起偏后经波片组合 原则上可获得所需校准基准态偏振态以及庞加莱球 上均匀分布的18种待测偏振态。调节光功率确保 超表面偏振探测系统中CMOS相机图像上聚焦光 斑不会出现饱和,同时还可验证弱光条件下噪声较 大的探测实验。

表1给出了经不同校准基准态校准重构矩阵 后,得到的18种还原偏振态平均误差,同时为比较 抗噪声性能,表中还对比了三种不同入射光功率条 件的结果。

从表 1 中可以看出:1) 在入射光功率为 69.98 nW的情况下,4种不同基准态校准还原1种偏





图 4 校准实验设置

Fig. 4 Experimental setup for calibration

表1 不同入射光功率条件下4种校准方式校准后还原18种偏振态平均误差

Table 1 Mean error of 18 polarization states after calibration with four calibration methods under

different incident optical power conditions

Number	Optical power /nW —	Mean error /%			
		XYAR-base	Tetrahedron-base	Octahedron-base	Hexahedron-base
1	69.98	16.72	16.40	14.82	15.81
2	73.91	11.31	11.28	10.43	10.58
3	80.75	5.00	5.93	4.33	5.22

振态的平均误差为 16.72%、16.40%、14.82%、 15.81%,选用正八面体对应基准态误差最小,采用 XYAR 基准态误差最大; 2) 在入射光功率为 73.91 nW的情况下,4种不同基准态还原18种偏 振态的平均误差分别为 11. 31%、11. 28%、 10.43%、10.58%,选用正八面体对应基准态还原误 差最小;3)在入射光功率增大为 80.75 nW 的情况 下,4种不同基准态还原18种偏振态的平均误差分 别为 5.00%、5.93%、4.33%、5.22%,正八面体对应 的基准态还原误差最小,而正四面体和正六面体对应 的基准态还原误差均大于选用 XYAR 基准态校准的 方法,与预期结果(XYAR>正四面体>正八面体> 正六面体)有一定偏差,其主要原因是正四面体和正 六面体顶点对应的偏振态无法通过现有精度的 1/2 波片和1/4波片手动调节获得,只能调节出近似值, 而近似值对应的偏振态无法使校准基准态的条件数 最小,因此引入了较大误差。可以看到,在整个光功 率变化过程中,选用正八面体基准态校准的还原误差 始终小于选用常规 XYAR 基准态校准的还原误差, 实验结果与仿真结果一致。因此,考虑到实际探测系 统的可操作性,本文综合选取了正八面体基准态进行 校准。能够比较准确地得到超表面的实际重构矩阵。

6 结 论

本文针对偏振探测系统的重构矩阵的精确重建

的问题,研究了基准态的选取准则,仿真对比了不同 基准态偏振态校准超表面透镜探测系统重构矩阵的 误差和抗噪声能力,然后结合实验系统验证了方法 的可行性。结合实际探测系统综合考虑,采用正八面 体基准态偏振态能够更加精准地得到超表面透镜对 应的重构矩阵,并具有较好的抗噪声能力。该基准态 选取方法不但适用于超表面透镜探测系统重构矩阵 的校准,也可作为其他偏振探测系统的校准参考。

参考文献

- Fang S, Xia X S, Huo X, et al. Image dehazing using polarization effects of objects and airlight [J]. Optics Express, 2014, 22(16): 19523-19537.
- [2] Zhang S, Zhan J T, Fu Q, et al. Polarization detection defogging technology based on multi-wavelet fusion [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(12): 122602.
 张肃,战俊彤,付强,等.基于多小波融合的偏振探测去雾技术[J].激光与光电子学进展, 2018, 55 (12): 122602.
- [3] Tyo J S, Goldstein D L, Chenault D B, et al. Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications [J]. Applied Optics, 2006, 45 (22): 5453-5469.
- [4] Puttonen E, Suomalainen J, Hakala T, et al. Measurement of reflectance properties of asphalt surfaces and their usability as reference targets for

第 41 卷 第 20 期/2021 年 10 月/光学学报

研究论文

aerial photos [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(7): 2330-2339.

- [5] Yao T F, Zhu J, Fan Y, et al. Usage of polarization characteristic of laser beam in underwater target image detection [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2010, 47(6): 061402.
 姚天甫,朱靖,樊烨,等.激光偏振特性用于水下目 标探测[J].激光与光电子学进展, 2010, 47(6): 061402.
- [6] El-Saba A M, Alam M S. Polarization-encoded fringe-adjusted joint-transform correlator for fingerprint verification systems for high-security applications [J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5404: 248-258.
- [7] Pierangelo A, Benali A, Antonelli M R, et al. Exvivo characterization of human colon cancer by Mueller polarimetric imaging [J]. Optics Express, 2011, 19(2): 1582-1593.
- [8] Qiu L, Pleskow D K, Chuttani R, et al. Multispectral scanning during endoscopy guides biopsy of dysplasia in Barrett's esophagus [J]. Nature Medicine, 2010, 16(5): 603-606.
- [9] Zhang H Y, Li Y, Yan C X, et al. Calibration of polarized effect for time-divided polarization spectral measurement system [J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(2): 325-333.
 张海洋,李颐,颜昌翔,等.分时偏振光谱测量系统 的起偏效应校正[J].光学 精密工程, 2017, 25(2): 325-333.
- [10] Zhang H Y, Zhang J Q, Yang B, et al. Calibration for polarization remote sensing system with focal plane divided by multi-linear array[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(11): 1128003.
 张海洋,张军强,杨斌,等.多线阵分焦平面型偏振 遥感探测系统的标定[J].光学学报, 2016, 36(11): 1128003.
- [11] Fan H M, Kang Q, Qiu Z W, et al. Polarization calibration for multi-spectral aperture-divided simultaneous detection system [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(2): 0228001.
 范慧敏,康晴,裘桢炜,等. 多光谱分孔径同时探测 系统偏振定标方法[J]. 光学学报, 2017, 37(2): 0228001.
- [12] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ[J]. Soviet Physics Uspekhi, 1968, 10(4): 509-514.
- [13] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. Science, 2001, 292(5514): 77-79.
- [14] Pendry J. Negative refraction makes a perfect lens

[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(18): 3966-3969.

- [15] Yang Z Y, Zhang P, Xie P Y, et al. Polarization properties in helical metamaterials [J]. Frontiers of Optoelectronics, 2012, 5(3): 248-255.
- [16] Yang B, Cheng H, Chen S Q, et al. Multidimensional manipulation of optical field by metasurfaces based on Fourier analysis [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(1): 0126005.
 杨渤, 程化, 陈树琪, 等. 基于傅里叶分析的超表面 多维光场调控[J]. 光学学报, 2019, 39(1): 0126005.
- [17] Yu N F, Genevet P, Kats M A, et al. Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction [J]. Science, 2011, 334(6054): 333-337.
- [18] Yu N F, Capasso F. Flat optics with designer metasurfaces [J]. Nature Materials, 2014, 13(2): 139-150.
- [19] Li J X, Chen S Q, Yang H F, et al. Simultaneous control of light polarization and phase distributions using plasmonic metasurfaces [J]. Advanced Functional Materials, 2015, 25(5): 704-710.
- [20] Pors A, Nielsen M G, Bozhevolnyi S I. Plasmonic metagratings for simultaneous determination of Stokes parameters [J]. Optica, 2015, 2(8): 716-723.
- [21] Arbabi E, Kamali S M, Arbabi A, et al. Full-stokes imaging polarimetry using dielectric metasurfaces[J].
 ACS Photonics, 2018, 5(8): 3132-3140.
- [22] Yang Z Y, Wang Z K, Wang Y X, et al. Generalized Hartmann-Shack array of dielectric metalens subarrays for polarimetric beam profiling [J]. Nature Communications, 2018, 9: 4607.
- [23] Guo Z Y, Xu H S, Guo K, et al. High-efficiency visible transmitting polarizations devices based on the GaN metasurface [J]. Nanomaterials, 2018, 8(5): 333.
- [24] Azzam R M A, Elminyawi I M, El-Saba A M. General analysis and optimization of the four-detector photopolarimeter[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1988, 5(5): 681-689.
- [25] Sabatke D S, Descour M R, Dereniak E L, et al. Optimization of retardance for a complete Stokes polarimeter[J]. Optics Letters, 2000, 25(11): 802-804.
- [26] Peinado A, Lizana A, Vidal J, et al. Optimization and performance criteria of a Stokes polarimeter based on two variable retarders[J]. Optics Express, 2010, 18(10): 9815-9830.