

离轴椭圆柱面镜测量方法及调整误差分析

贾文昕¹, 韩森^{2,3*}, 张凌华², 韩博³, 朱大勇², 朱怀康²¹苏州科技大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215009;²上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093;³苏州慧利仪器有限责任公司, 江苏 苏州 215123

摘要 为了实现对离轴椭圆柱面镜面形的高精度检测, 提出一种无像差点法和计算全息法相结合的混合式干涉测量方法。针对离轴椭圆柱面镜的特殊面形, 将由平面镜与计算全息图(CGH)高度集合而成的标准柱面镜(TC)的出射柱面波作为检测光, 并将光轴移至入射一侧的椭圆焦点与离轴椭圆柱面镜中心的连线方向, 以减少测量光路的相对口径。再利用椭圆的一对无像差共轭点, 实现干涉测量。将离轴椭圆柱面镜作为光轴上具有 6 个自由度的空间刚体, 推导出误差分离矩阵。从波像差理论出发, 推算出调整量引起的调整误差的各部分参数, 确定了干涉测量方法中的调整量。实验结果表明, 该测量方法可以有效地实现离轴椭圆柱面镜形貌的测量, 利用误差分离矩阵可以推导出调整误差参数, 便于进一步的系统误差分析与校正。

关键词 测量; 非球面; 光学检测; 干涉测量; 调整误差

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.2012004

Measurement Method and Alignment Error Analysis of Off-Axis Elliptical Cylindrical Mirror

Jia Wenxin¹, Han Sen^{2,3*}, Zhang Linghua², Han Bo³, Zhu Dayong², Zhu Huaikang²

¹ School of Physical Science and Technology, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu 215009, China;

² School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

³ Suzhou H&L Instruments LLC., Suzhou, Jiangsu 215123, China

Abstract To achieve high-precision detection of surface shapes of off-axis elliptical cylindrical mirrors, this paper proposed hybrid interferometry integrating the aberration-free point method and the computer-generated hologram (CGH) method. In view of the special surface shapes of off-axis elliptical cylindrical mirrors, the emergent cylindrical wave of a typical cylindrical (TC) mirror, a highly integrated element composed of a plane mirror and a CGH, was used as the detection light. The optical axis was oriented to be in alignment with the line connecting the elliptical focus on the incident side and the center of the off-axis elliptical cylindrical mirror for a smaller relative aperture of the measurement optical path. Then, interferometry was implemented through the pair of aberration-free conjugate points of the ellipse. With the off-axis elliptical cylindrical mirror regarded as a spatial rigid body with six degrees of freedom on the optical axis, an error separation matrix was deduced. The wavefront aberration theory was applied to derive the parameters of the alignment error brought by the alignment amount and to determine the alignment amount in interferometry. The experimental results show that this method offers an effective measurement of the surface shape of the off-axis elliptical cylindrical mirror, and the parameters of the alignment error can be deduced via an error separation matrix, which paves the way for further analysis and correction of the system error.

收稿日期: 2021-03-17; 修回日期: 2021-04-08; 录用日期: 2021-05-06

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFF0101903)、江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX20_2754)

通信作者: *senhanemail@126.com

Key words measurement; aspheric surface; optical testing; interferometry; alignment error

OCIS codes 220.1250; 220.4840; 120.3180

1 引言

离轴非球面光学元件通常用于现代光学系统中,例如离轴三反射镜(TMA)、望远镜[如麦哲伦望远镜(GMT)、三十米望远镜(TMT)、欧洲超大型望远镜(E-ELT)]等^[1-2]。离轴非球面作为一种特殊的非球面,它是非旋转对称的,并且由于离轴量的存在,其几何轴与光轴并不重合,故离轴非球面相对于旋转对称的非球面而言,检测方法更为复杂。

为了有效地测量离轴非球面镜的形貌,研究人员相继研究出了多种测量方法^[3]。王孝坤等^[4]用子孔径拼接干涉仪测试了离轴非球面,并利用齐次坐标变换、最小二乘拟合建立了拼接数学模型。Wen等^[5]提出了离轴环形子孔径缝合干涉法来测试离轴双曲面镜表面形貌。Burke^[6]使用平面镜作为辅助元件来检测 90°离轴抛物面镜,属于自动准直测量方法,但是调整较为困难。Ahn等^[7]利用球面凸参考镜作为辅助元件来检测椭球面镜。同样,黎发志等^[8]提出了一种使用计算全息图(CGHI)实现离轴非球面高精度光学检测的方法。

检测离轴非球面的面形之所以困难,是因为其与光轴不共轴,使得测量光路较难调整。对于离轴非球面,如果被测离轴非球面镜相对于检测仪器的距离之间存在误差,则检测结果中不仅存在球差,而且还会引入倾斜、彗差和像散;如果被测离轴非球面在纵向上有调整误差,则检测结果中也会产生倾斜、彗差和像散^[9]。

离轴椭圆柱面镜由于其特殊的面形信息,如今被广泛运用于高科技军事领域和航天航空领域。正在建设中的上海软 X 射线自由电子激光光束线分为两条支线,其中北支线中的 Kirkpatrick-Baez 镜(KB 镜)组由一个平面镜和两个椭圆柱面镜构成,此装置主要应用于生物细胞成像实验站^[10]。其中椭圆柱面镜具有可以将点光斑转换成线光斑并以此增加输出带宽、提高能量分辨率、有效减小光斑发散度等优点^[11]。

对于具有特殊性质的二次曲面,如抛物面、椭球面、双曲面等,若其具有一对无像差共轭点,则可以利用干涉仪和辅助反射镜构成一段自准直光路,从而实现对于特殊的二次曲面面形的检测^[12]。近年来,使用衍射式光学元件 CGHI 作为补偿器来测量非球面的方法得到了广泛的关注。但是使用 CGHI

测量离轴非球面,需引入高载频和非回旋对称畸变^[13],且测量的通用性较差,对于不同面形的非球面需要进行不同的设计,无法对于离轴柱状非球面实现快速测量。

本文针对离轴椭圆柱面镜的面形特征,提出一种将无像差点法与计算全息法相结合的混合式测量方法,将曲面 CGHI 与标准平面镜高度集成构成标准柱面镜(TC),使检测光波转化为柱面光波,利用椭圆面形具有的特殊光学成像特性,实现对离轴椭圆柱面镜面形的检测。此方法可以实现对于任意具有无像差共轭点的离轴柱状非球面面形的测量。选择倾斜的载频方式,减少了用到的载频量,从而减小了衍射区域的条纹密度。利用无像差共轭点补偿离轴椭圆柱面镜产生的大部分初级像差,利用 CGHI 补偿剩余像差。由于空间刚体具有 6 个自由度,在检测过程中的调整量变化会引起调整量误差,进而对面形测量精度产生影响,故本文基于波像差理论分析在该方法下调整量对面形信息产生的影响,构建误差分离矩阵,提取出调整量引起的调整误差的各部分参数,实现了检测中调整量的确定。

2 测量原理

离轴椭圆柱面属于特殊的非球面面形,商用干涉仪通常出射平面波或者球面波,无法利用无像差点法对离轴椭圆柱面镜进行面形检测。CGHI 作为一种衍射光学元件,可以通过衍射效应生成与待测非球面相匹配的波前,实现对非球面的检测。然而当被测元件的非球面度非常大或者非球面偏离度较大时,需要补偿的像差增大,导致 CGHI 上的波差梯度增大。CGHI 上的条纹密度大幅度增加。CGHI 属于一种一对一的检测元件,测量的通用性较差。对于不同切面面形的柱面镜需要制作与之相对应的 CGHI,这使得 CGHI 的制作变得更加复杂。根据离轴椭圆柱面镜的特点,考虑到无像差点法的局限性以及 CGHI 可以对任意类型像差进行补偿的优点,本文提出将无像差点法和计算全息法相结合的混合式检测方法,以实现对于任意具有无像差共轭点的二次曲面的离轴柱面镜面形的检测。

CGHI 在进行非球面面形测量时,可以放置于干涉仪的干涉臂、参考臂或者检测臂中^[14],为了更好地与实验室现有的干涉仪相结合,本文选择 TC 镜

作为参考镜。本文摒弃了将离轴椭圆柱面镜作为同轴母镜一部分进行检测的旋转对称检测方式,而是将椭圆中的一个焦点与待测镜面中心点的连线方向作为光轴,并将离轴椭圆柱面镜的几何中心移至光轴上,以此针对光轴上的自由曲面进行检测,减小了测量光路的相对口径。

计算全息图是一种二元变间距光栅,与条纹周期渐变的二元环形光栅类似^[15]。二元环形光栅切面图如图 1 所示。

干涉仪出射光波经过 TC 中的平面镜后为归一化的平面波,其衍射光波可以表示为^[16]

$$u(x) = A_0 + [A_1 \exp(i\varphi) - A_0] \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{L_1}\right) * \frac{1}{L} \text{comb}\left(\frac{x}{L}\right), \quad (1)$$

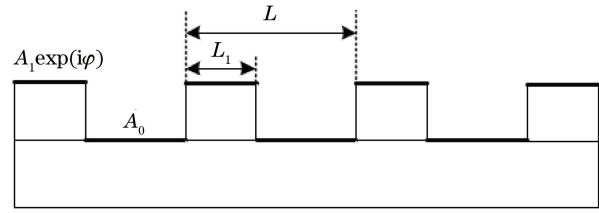


图 1 二元环形光栅切面图

Fig. 1 Sectional view of binary ring grating

式中: φ 为相位深度; L 为光栅周期; L_1 为非刻蚀区宽度;当光透过之后, A_0 为刻蚀区的复振幅; $A_1 \exp(i\varphi)$ 为非刻蚀区的复振幅。

CGH 应用在光学检测中可以近似为远场衍射,属于夫琅禾费衍射,平面波经过光栅衍射后对应的出射波面可表示为

$$U(\xi) = \left[A_0 \delta(\xi) + (A_1 \cos \varphi - A_0) D \text{sinc}(DL\xi) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(\xi - \frac{m}{L} \right) \right] + i \left\{ A_1 D \sin \varphi \text{sinc}(DL\xi) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(\xi - \frac{m}{L} \right) \right\} = \begin{cases} [A_1 + (A_1 \cos \varphi - A_0) D] + i[A_1 D \sin \varphi], m = 0 \\ [(A_1 \cos \varphi - A_0) D \text{sinc}(mD)] + i[A_1 D \sin \varphi \text{sinc}(mD)], m = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}, \quad (2)$$

式中: D 为占宽比, $D = \frac{L_1}{L}$; m 为衍射级次。则 CGH 的衍射效率可表示为

$$\eta = \frac{|U(\xi)|^2}{|U_0(\xi)|^2} = \begin{cases} A_0^2(1-D)^2 + A_1^2 D^2 + 2A_0 A_1 D(1-D) \cos \varphi, m = 0 \\ (A_0^2 + A_1^2 - 2A_0 A_1 \cos \varphi) D^2 \text{sinc}^2(mD), m = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}. \quad (3)$$

由(3)式衍射效率公式可知,1 级衍射光波的衍射效率最大。由于参考光波两次通过 CGH,导致光强存在一定的损失,因此选择 1 级衍射光波对离轴椭圆柱面镜面形进行测量。

测量原理如图 2 所示,其中 PBS 为偏振分光镜,PZT 为相移驱动器, F_1 为椭圆第一焦点, F_2 为椭圆第二焦点,TC 为标准柱面镜,出射标准为柱面波。该测量方法的基本思想就是利用干涉原理,将计算全息法与无像差点法结合,使用柱面波测量离轴椭圆柱面镜,从而获得离轴椭圆柱面镜的面形。

激光在干涉仪内经过照明物镜后,入射到带有 CGH 的标准柱面镜上。由透镜反射回的标准平面波作为参考波前。检测光第一次通过 CGH 时,由于光的衍射效应,波前经 CGH 后附加一个相位函数 $\varphi(x, y)$,形成 1 级衍射波前,此时平面波转变为柱面波。令出射柱面波光波的聚焦位置处于椭圆中的一个焦点位置,以确保干涉仪出射光全部照射在该待测离轴椭圆柱面镜上,且柱面光波经过离轴椭圆柱面镜反射后,反射光的聚焦位置位于椭圆的另一个焦点处;在反射光路中放置柱面反射镜,使光路

按原路返回。当带有被测非球面信息的反射波前第二次通过 CGH 时,根据 CGH 的衍射效应,反射波前经 CGH 后附加一个相位函数 $-\varphi(x, y)$,此时标准柱面波前转化为标准平面波^[8]。由待测样品反射回的待测波前与由透镜反射回的参考波前经过干涉仪中的分束器反射后,再由成像透镜成像到 CCD 探测器上,最终获得离轴椭圆柱面面形的干涉条纹。

由于使用到的检测光为一级衍射光,需要对待测的离轴椭圆柱面镜引入一定的倾斜误差,本研究将倾斜作为载频方式^[17],并在聚焦位置利用小孔滤波的原理,滤除有效衍射级之外的其他衍射级次以免引起鬼像,此时使用到的载频量少,有效地减小了衍射区域的条纹密度。由于离轴椭圆柱面镜的几何中心已移至光轴上,因此相对于光轴而言,离轴椭圆柱面镜不具有旋转对称性。利用无像差共轭点补偿离轴椭圆柱面镜产生的大部分初级像差,由 CGH 补偿的像差不再是具有旋转对称性的球差,而是椭圆柱面母镜在离轴区域内分解得到的多种像差的组合^[8],由此对离轴椭圆柱面镜产生的像差进行了完全补偿。

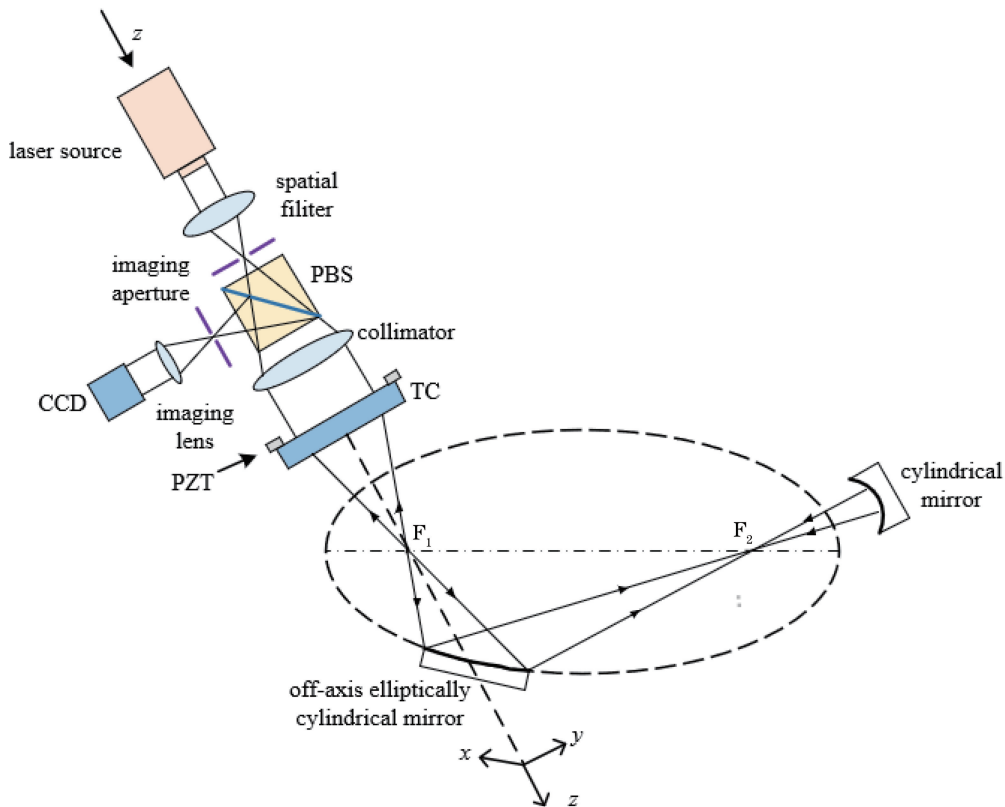


图 2 测量原理图

Fig. 2 Measurement principle diagram

3 误差分析

对于非球面光学元件的干涉测量,测量结果中的误差不仅包括干涉仪所使用的标准镜和辅助镜的精度误差,检测时湿度、温度、空气扰动带来的误差,还包括在检测光路中各个光学元件之间控制的距离精度误差,故测量得到的干涉图的误差为各项误差的总和,表达式为

$$E_{\text{total}} = E_{\text{system}} + E_{\text{random}} + E_{\text{adjustment}}, \quad (4)$$

式中: E_{total} 指测量的总误差; E_{system} 指系统误差,即在测量前就存在的误差(例如 TC 镜、辅助元件带来的误差); E_{random} 指随机误差,即在测量过程中随机出现的误差(例如温度、湿度等引起的误差); $E_{\text{adjustment}}$ 指调整误差,即在测量过程中离轴椭圆柱面镜的倾斜以及偏心等引起的误差^[18]。一般来说,TC 的质量较好,且实验处于恒温恒湿环境中,所以 TC 及环境带来的误差可忽略不计。如果辅助元件的误差远小于被测元件的误差,则系统总误差主要来自被测元件;如果辅助元件的误差远大于被测元件的误差,则系统的总误差主要来自辅助元件^[19]。在实际测量中,为了获得被测元件的准确面形信息,

应当分别校准(4)式中所提及的各部分误差并在测量结果中逐一去除。本文实验所选用的辅助元件质量较好,所以对于该项带来的系统误差可忽略不计,仅考虑由调整带来的误差影响。

在实际测量中,因为该系统需要满足椭圆的焦点参数,各距离参量满足椭圆的几何关系,所以很难通过机械装调装置来实现绝对校准。在不同的装调情况下,带来的装调误差不同。在精密仪器的检测过程中,装调带来的误差会影响实际测量得到的参数,所以为了得到被测元件的真实面形信息,需要排除测试中存在的主要误差。

将离轴椭圆柱面镜视为空间中的自由刚体,其存在 6 个自由度,分别为沿 xyz 坐标系下 3 个方向的平动位移 D_x 、 D_y 、 D_z 和沿 xyz 坐标轴下 3 个方向的旋转位移 θ_x 、 θ_y 、 θ_z ,检测光路的主光轴由干涉仪出射柱面波的焦线即椭圆中的一个焦点和离轴椭圆柱面镜中心的连线设定,如图 2 所示。由于将离轴椭圆柱面镜作为光轴上自由曲面进行测量时,相对于主光轴而言,离轴椭圆柱面镜不具有旋转对称性,因此上述 6 个自由度的调整均会引起调整量误差。

设离轴椭圆柱面镜上任意一点 P 的位置矢量为 $\mathbf{P}(x, y, z) = [x, y, z, 1]^T$, 当离轴椭圆柱面镜沿坐标轴发生平动时, 平动操作可用平动矩阵 $\mathbf{T}(D_x, D_y, D_z)$ 表示, 绕坐标轴转动时转动操作可用转动矩阵 $\mathbf{X}(\theta_x)$ 、 $\mathbf{Y}(\theta_y)$ 、 $\mathbf{Z}(\theta_z)$ 表示。根据刚体的运动定理, 当离轴椭圆柱面镜出现调整量时, P 点坐标可表示为^[20]

$$\mathbf{P}'(x, y, z) = \mathbf{T}(D_x, D_y, D_z) \times \mathbf{X}(\theta_x) \times \mathbf{Y}(\theta_y) \times \mathbf{Z}(\theta_z) \times \mathbf{P}(x, y, z), \quad (5)$$

其中平动矩阵 $\mathbf{T}(D_x, D_y, D_z)$ 可表示为

$$\mathbf{T}(D_x, D_y, D_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_x \\ 0 & 1 & 0 & D_y \\ 0 & 0 & 1 & D_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

绕坐标轴转动矩阵可分别表示为

$$\mathbf{X}(\theta_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x & 0 \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{Y}(\theta_y) = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{Z}(\theta_z) = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

根据(5)式可得

$$\mathbf{P}'(x, y, z) = \begin{bmatrix} x \cos \theta_y \cos \theta_z + y \cos \theta_y \sin \theta_z - z \sin \theta_y + D_x \\ x \sin \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z - x \cos \theta_x \sin \theta_z + y \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z + y \cos \theta_x \cos \theta_z + z \sin \theta_x \cos \theta_y + D_y \\ x \cos \theta_x \sin \theta_y \cos \theta_z + x \sin \theta_x \sin \theta_z + y \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z - y \sin \theta_x \cos \theta_z + z \cos \theta_x \cos \theta_y + D_z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

当 θ 较小时, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$, 因此(10)式可以简化为

$$\mathbf{P}'(x, y, z) = \begin{bmatrix} x + y\theta_z - z\theta_y + D_x \\ x\theta_x\theta_y - x\theta_z + y\theta_x\theta_y\theta_z + y + z\theta_x + D_y \\ x\theta_y + x\theta_x\theta_z + y\theta_y\theta_z - y\theta_x + z + D_z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

根据(11)式, 可知离轴椭圆柱面镜上任意一点由调整量误差导致的位移矢量可以用 $\delta\mathbf{P}$ 表示, 表达式为

$$\delta\mathbf{P} = \mathbf{P}'(x, y, z) - \mathbf{P}(x, y, z) = \begin{bmatrix} y\theta_z - z\theta_y + D_x \\ x\theta_x\theta_y - x\theta_z + y\theta_x\theta_y\theta_z + z\theta_x + D_y \\ x\theta_y + x\theta_x\theta_z + y\theta_y\theta_z - y\theta_x + D_z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

被测非球面可以表示为

$$z = \frac{1}{2}cp^2 + \frac{k+1}{8}c^3p^4 + \dots, \quad (13)$$

式中: $p^2 = x^2 + y^2$, 表示非球面面形内任意一点与镜面中心的几何距离; c 表示顶点的曲率; k 为二次曲面系数。

由于检测柱面波沿离轴椭圆柱面镜法线方向入射, 故调整误差可表示为该点的位移矢量在其法线方向上的投影, 且检测柱面波两次经过离轴椭圆柱面镜, 故引入的波像差可以表示为^[20]

$$W = -2(\delta\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}) = \frac{-2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta z}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta z}{\delta y}\right)^2}} \left(\delta P_z - \frac{\delta z}{\delta x} \delta P_x - \frac{\delta z}{\delta y} \delta P_y \right), \quad (14)$$

将(12)式和(13)式代入(14)式, 并忽略高次项可得

$$W = W_{\text{Piston}} + W_{\text{Defocus}} + W_{\text{Tilt}} + W_{\text{Astigmatism}} + W_{\text{Coma}} + W_{\text{Spherical}} =$$

$$\underbrace{-2D_z}_{\text{Piston}} + \underbrace{c^2 p^2 D_z}_{\text{Defocus}} + \underbrace{2x(cD_x - \theta_y - \theta_x \theta_z) + 2y(cD_y + \theta_x - \theta_y \theta_z)}_{\text{Tilt}} +$$

$$\underbrace{2cy(x - y\theta_z)\theta_x \theta_y}_{\text{Astigmatism}} + \underbrace{c^2 p^2 x(\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) + c^2 p^2 y(\theta_y \theta_z - \theta_x + kcD_y)}_{\text{Coma}} + \underbrace{c^4 p^4 \frac{4k+1}{4} D_z}_{\text{Spherical}}。 \quad (15)$$

由于本文测量方法中光轴由干涉仪出射柱面波的焦线即椭圆中的一个焦点和离轴椭圆柱面镜中心的连线设定,坐标原点为椭圆此焦点,故需将非球面表达式进行调整,新坐标系 $x'o'y'$ 是由 x 轴平移距离 d 并旋转角度 α 而成,坐标 (x', y') 可以表示为

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha + d \\ y' = y \cos \alpha - x \sin \alpha \end{cases}, \quad (16)$$

坐标变换后,令 $h^2 = x^2 + y^2$, $p^2 = x'^2 + y'^2$, 则有

$$p^2 = h^2 + 2xd \cos \alpha + 2yd \sin \alpha + d^2, \quad (17)$$

$$p^4 = h^4 + 2h^2(2x \cos \alpha + 2y \sin \alpha + d)d + 4x^2 d^2 \cos^2 \alpha + 4y^2 d^2 \sin^2 \alpha +$$

$$4xd^3 \cos \alpha + 4yd^3 \sin \alpha + 8xyd^2 \sin \alpha \cos \alpha + d^4。 \quad (18)$$

将(17)式和(18)式代入(15)式进行坐标变换且忽略高次项,可得离轴椭圆柱面镜作为主光轴上的自由曲面时,6个自由度调整误差引起的波像差公式分别为

$$W_{\text{Piston}} = D_x(kc^3 d^3 \cos \alpha - 2cd \cos \alpha) + D_y(kc^3 d^3 \sin \alpha - 2cd \sin \alpha) - D_z \left(2 + c^2 d^2 - c^4 d^4 \frac{4k+1}{4} \right), \quad (19)$$

$$W_{\text{Defocus}} = c^2 h^2 D_z - c^2 h^2 (\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) d \cos \alpha - c^2 h^2 (\theta_y \theta_z - \theta_x + kcD_y) d \sin \alpha - c^4 d^2 h^2 D_z \frac{4k+1}{2}, \quad (20)$$

$$W_{\text{Tilt}} = 2x'(\theta_x \sin \alpha - \theta_y \cos \alpha - \theta_x \theta_z \cos \alpha - \theta_y \theta_z \sin \alpha) - 3c^2 d^2 x'(\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) \cos \alpha -$$

$$c^2 d^2 x'(\theta_y \theta_z - \theta_x + kcD_y) \sin \alpha + 2cx'(cdD_z + D_y \sin \alpha - 2d\theta_x \theta_y \sin \alpha \cos \alpha + 2d\theta_x \theta_y \theta_z \sin^2 \alpha) +$$

$$2y'(cD_y + \theta_x - \theta_y \theta_z) \sec \alpha + 2y'(\theta_y - cD_x + \theta_x \theta_z) + 2y'(\theta_y \theta_z - \theta_x - cD_y) \sin \alpha \tan \alpha +$$

$$c^4 d^3 y'(\sin \alpha \cos \alpha - \tan \alpha + \sin^2 \alpha \tan \alpha)(4k+1)D_z -$$

$$c^2 d^2 y'(3\sin \alpha - 2\sin^3 \alpha - 2\sin \alpha \cos^2 \alpha)(\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) -$$

$$c^2 d^2 y'(\sec \alpha + 2\tan \alpha \sin \alpha - 2\sin^3 \alpha \tan \alpha)(\theta_y \theta_z - \theta_x + kcD_y) -$$

$$2c^2 dy'(\sin \alpha \cos \alpha - \tan \alpha + \sin^2 \alpha \tan \alpha)D_z + 2cdy'(2\theta_z \tan \alpha + 2\sin^2 \alpha - 2\theta_z \sin^2 \alpha \tan \alpha - 1)\theta_x \theta_y, \quad (21)$$

$$W_{\text{Coma}} = c^2 h^2 (x' \cos \alpha - y' \sin \alpha)(\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) + c^4 h^2 dx'(4k+1)D_z +$$

$$c^2 h^2 (y' \sec \alpha + x' \sin \alpha + y' \tan \alpha \sec \alpha)(\theta_y \theta_z - \theta_x + kcD_y) +$$

$$c^4 h^2 dx'(\tan \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - \sin^2 \alpha \tan \alpha)(4k+1)D_z, \quad (22)$$

$$W_{\text{Astigmatism}} = 2cx'y'(1 - 2\theta_z \tan \alpha - \sin^2 \alpha + 2\theta_z \sin^2 \alpha \tan \alpha - \sin \alpha \cos \alpha)\theta_x \theta_y -$$

$$2c^2 x'y'd(\sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^3 \alpha)(\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) +$$

$$2c^2 x'y'd(\sec \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha - \sin^3 \alpha \tan \alpha)(\theta_y \theta_z - \theta_x + kcD_y) -$$

$$2c^4 x'y'd^2(\sin \alpha \cos \alpha - \tan \alpha + \sin^2 \alpha \tan \alpha)(4k+1)D_z +$$

$$2cx'^2(\sin \alpha \cos \alpha - \theta_z \sin^2 \alpha)\theta_x \theta_y + c^4 x'^2 d^2(4k+1)D_z + 2cx'^2 d \cos \alpha(\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) +$$

$$2cy'^2(2\theta_z \tan^2 \alpha - \tan \alpha - \theta_z \sec^2 \alpha + \sin^2 \alpha \tan \alpha - \theta_z \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha)\theta_x \theta_y +$$

$$2c^2 dy'^2(\sin^2 \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \tan \alpha + \sin^3 \alpha \tan \alpha)(\theta_y + \theta_x \theta_y - kcD_x) +$$

$$2c^2 dy'^2(\sin^3 \alpha - \sin \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha + \tan \alpha \sec \alpha + \sin^3 \alpha \tan^2 \alpha - 2\sin \alpha \tan^2 \alpha)(\theta_y \theta_z - \theta_x + kcD_y) +$$

$$c^4 y'^2 d^2(\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha + \sin^4 \alpha \tan^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha - 2\sin^4 \alpha - 2\tan^2 \alpha \sin^2 \alpha), \quad (23)$$

$$W_{\text{Spherical}} = c^4 h^4 \frac{4k+1}{4} D_z。 \quad (24)$$

从(19)式至(24)式中可以看出,对于离轴椭圆柱面镜的面形检测,将离轴椭圆柱面镜置于光轴上时,由调整量引起的误差主要为平移、离焦、倾斜、彗差、像散和球差。

令干涉检测得到的波像差 W_0 与调整量引起的波像差 W 的差值为 ΔW ,则有

$$\Delta W = W_0 - W, \quad (25)$$

根据最小二乘法原理,获得调整量的最小二乘解的充要条件是:

$$\begin{aligned} \frac{\delta(\Delta W)^2}{\delta D_x} = 0; \frac{\delta(\Delta W)^2}{\delta D_y} = 0; \frac{\delta(\Delta W)^2}{\delta D_z} = 0; \\ \frac{\delta(\Delta W)^2}{\delta \theta_x} = 0; \frac{\delta(\Delta W)^2}{\delta \theta_y} = 0; \frac{\delta(\Delta W)^2}{\delta \theta_z} = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

从波像差理论出发,得出误差分离矩阵,提取出由调整误差导致的各种像差的影响参数,实现了调整量误差的确定性,使调整量带来的误差最小,获得了待测元件的真实面形,为计算机辅助调整提供了指导。

4 实验验证

为了验证该方法的正确性,根据实验室条件,选择一块 $55 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ (长 \times 宽 \times 高)的椭圆柱面镜,如图 3 所示。根据实验室现有元件,选择合适的柱面反射镜作为辅助光学元件,实验装置包括带有 $F\#$ 为 5.5 的标准柱面镜的非索干涉仪和两个柱面夹持装置(分别用来固定和调整被测离轴椭圆柱面镜及柱面反射镜)。光源波长为 632.8 nm 。整个实验装置固定于隔振平台上,以降

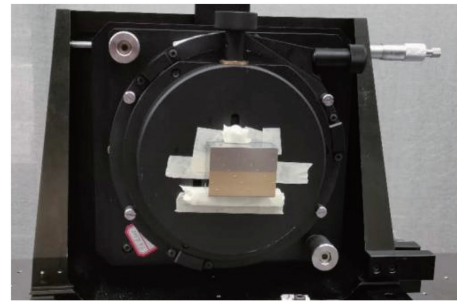


图 3 离轴椭圆柱面镜置于柱面加持装置上

Fig. 3 Off-axis elliptically cylindrical mirror placed on the cylindrical holding device

低外界振动对测量的影响。

该离轴椭圆柱面镜的基本参数为:椭圆长轴 $A=502.15 \text{ mm}$,椭圆短轴 $B=15.1102 \text{ mm}$,镜面中心矢高 $X_m=411.036 \text{ mm}$,镜面中心离轴量 $Y_m=-8.6798 \text{ mm}$,出射臂长 $l_1=913 \text{ mm}$,入射臂长 $l_2=91.3 \text{ mm}$,外形尺寸 $(L \times W \times H)=55 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$, $\theta=3^\circ$ 。其中入射臂长指靠近干涉仪一侧的椭圆焦点与离轴椭圆柱面镜中心的距离,出射臂长指离轴椭圆柱面镜中心与远离干涉仪一侧的椭圆焦点的距离, θ 指入射臂与离轴椭圆柱面镜中心处切线的夹角。

在实验过程中保持干涉仪、被测元件以及辅助反射镜中心的高度一致,仪器摆放过程中要使得离轴椭圆柱面镜的几何中心与干涉仪出射柱面波的聚焦位置 A、反射光的聚焦位置 B 满足椭圆的各参数之间的几何关系,测量实验装置如图 4 所示。

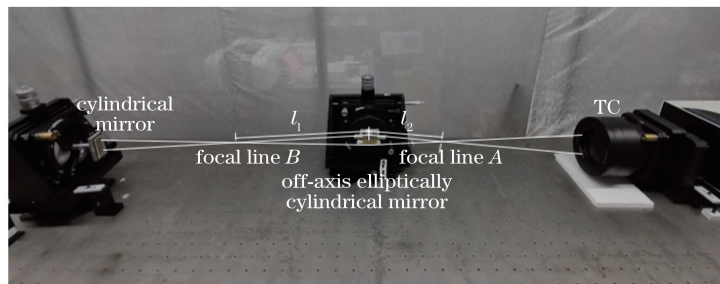


图 4 实验装置图

Fig. 4 Experimental setup

实验所测得的离轴椭圆柱面镜的形貌结果如图 5 所示。图 5(a)反映的是通过干涉原理测量得出的离轴椭圆柱面镜的干涉条纹图;图 5(b)中可通过颜色分布分析离轴椭圆柱面镜的表面形貌;图 5(c)为干涉仪系统自带软件中的泽尼克系数分析结果,由于泽尼克系数常用来描述光学系统中的像差,根据测得的泽尼克系数可知测量结果中存在大量的像差,这些像差对干涉图反映的离轴椭圆柱面镜的真实面形存

在影响;图 5(d)为实际测量得到的表面参数值,其中 PV 为波面中最高峰与最低谷之间的差值, PV_r 为改进后的 PV 值, $10PV$ 为取 10 个峰谷值的平均值, RMS 为均方根值即被检波面相对于参考面的均方根偏离, Ra 为平均面粗糙度,由图可知 PV 值为 12.3334λ 。实验结果存在较大像差且测量结果的 PV 值较差,因此需根据误差分离矩阵计算出 6 个调整量,并在实验中对调整量进行调整,以减小由调整量

引起的误差,提升测量结果的准确性。

根据上述调整误差分析,得出系统的调整量 D_x 、 D_y 、 D_z 以及 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 的值,计算结果如表 1 所示。

根据计算得出的调整量对实验光路中的离轴椭圆柱面镜相对于检测系统的位置进行调整,得到的实验结果如图 6 所示。

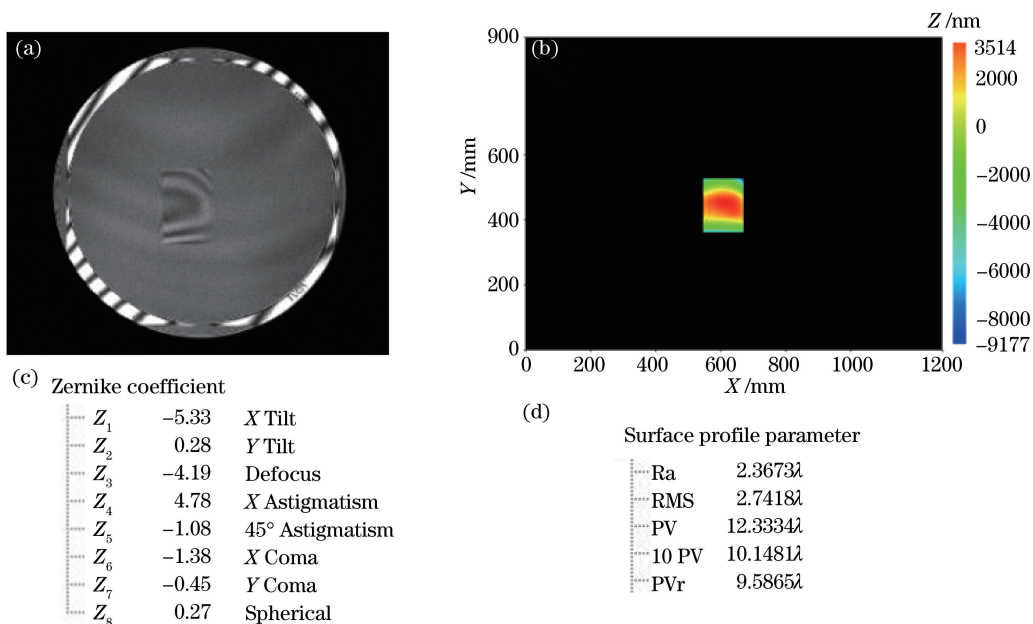


图 5 实验测量结果。(a)实际测量干涉图;(b)测量形貌图;(c)泽尼克系数;(d)表面参数

Fig. 5 Experimental measurement results. (a) Actual measurement of interference fringe pattern; (b) measurement topography; (c) Zernike coefficients; (d) surface parameters

表 1 实验调整量结果

Table 1 The adjustment amount in experiment

D_x /mm	D_y /mm	D_z /mm	$\theta_x/(10^{-5}$ rad)	$\theta_y/(10^{-5}$ rad)	$\theta_z/(10^{-5}$ rad)
-0.035	-0.018	-0.012	4.802	-1.06	-2.402

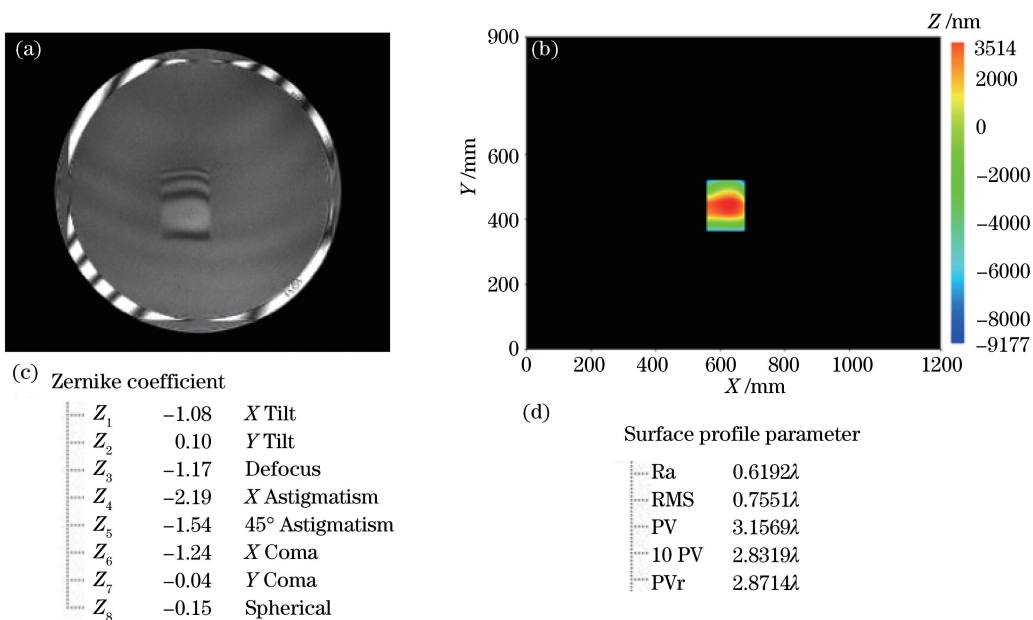


图 6 调整后结果。(a)实际测量干涉图;(b)测量形貌图;(c)泽尼克系数;(d)表面参数

Fig. 6 Adjusted results. (a) Actual measurement of interference fringe pattern; (b) measurement topography; (c) Zernike coefficients; (d) surface parameters

对比实验结果可知,泽尼克系数各分量减少即测量结果存在的像差减少,因此去除分析得到的 6 个调整量可以减小由调整量引起的误差,PV 值由调整前的 12.3334λ 降为 3.1569λ 。利用本文设立的调整误差分离矩阵对离轴椭圆柱面镜进行调整,有效地减小了调整量引起的调整误差,使测得的离轴椭圆柱面镜结果更为准确。实验结果表明本文提出的离轴椭圆柱面镜测量方法可行有效,且误差分离的算法可以有效地提高检测效率。

5 结 论

针对离轴椭圆柱面镜的面形特征,提出将无像差点法与计算全息法相结合的混合式测量方法。将平面镜与 CGH 高度集成构成标准柱面镜,使检测光波转化为柱面波,将离轴椭圆柱面镜作为光轴上的自由曲面,利用椭圆无像差共轭点实现测量。平面镜与 CGH 的高度集成有效地减小了调整 CGH 时引起的测量误差。基于空间刚体的 6 个自由度,推算出调整量引起的调整误差的各部分参数,实现了干涉测量方法中调整量的确定。该方法在实际检测过程中可以有效地减少调整误差带来的影响,提高面形检测精度,具有较好的应用价值。

参 考 文 献

- [1] Yan F, Tao X P. Experimental study of an off-axis three mirror anastigmatic system with wavefront coding technology [J]. *Applied Optics*, 2012, 51(11): 1749-1756.
- [2] Kim Y S, Ahn K B, Park K J, et al. Accuracy assessment for measuring surface figures of large aspheric mirrors[J]. *Journal of the Optical Society of Korea*, 2009, 13(2): 178-183.
- [3] Meinel A B, Meinel M P. Optical testing of off-axis parabolic segments without auxiliary optical elements [J]. *Optical Engineering*, 1989, 28(1): 280171.
- [4] Wang X K, Zheng L G, Zhang X J, et al. Testing an off-axis asphere by subaperture stitching interferometry[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, 40(1): 92-97.
王孝坤, 郑立功, 张学军, 等. 子孔径拼接干涉检测离轴非球面研究[J]. *光子学报*, 2011, 40(1): 92-97.
- [5] Wen Y F, Cheng H B. Measurement for off-axis aspheric mirror using off-axis annular subaperture stitching interferometry: theory and applications[J]. *Optical Engineering*, 2015, 54(1): 014103.
- [6] Burke J. Null test of an off-axis parabolic mirror. II. Configuration with planar reference wave and spherical return surface[J]. *Optics Express*, 2009, 17(5): 3242-3254.
- [7] Ahn K B, Kim Y S, Lee S, et al. Sensitivity analysis of test methods for aspheric off-axis mirrors [J]. *Advances in Space Research*, 2011, 47(11): 1905-1911.
- [8] Li F Z, Luo X, Zhao J L, et al. Test of off-axis aspheric surfaces with CGH[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(4): 709-716.
黎发志, 罗霄, 赵晶丽, 等. 离轴非球面的计算全息图高精度检测技术[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(4): 709-716.
- [9] Chen Q F, Li Y C, Ma Z, et al. Alignment of off-axis conic aspheric mirrors in stigmatic null test[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(2): 0222001.
陈钦芳, 李英才, 马臻, 等. 离轴二次非球面反射镜无像差点法检测的误差分离技术[J]. *光学学报*, 2011, 31(2): 0222001.
- [10] Zhang X M, Guo Z, Meng X Y, et al. Research on the influence of slope error on free-electron laser focusing spot[J]. *Nuclear Techniques*, 2020, 43(6): 57-65.
张熙明, 郭智, 孟祥雨, 等. 面形误差对自由电子激光聚焦光斑影响的研究[J]. *核技术*, 2020, 43(6): 57-65.
- [11] Qin C. Research on synchrotron radiation elliptic cylinder mirror bender [D]. Shanghai: Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Sciences, 2018.
秦超. 同步辐射椭圆柱面压弯镜机构的研究[D]. 上海: 中国科学院上海应用物理研究所, 2018.
- [12] Liu X M, Li H G. Design of off-axis aspheric non-power system[J]. *Infrared*, 2010, 31(7): 14-17.
刘秀梅, 李红光. 离轴非球面无光焦度系统的设计[J]. *红外*, 2010, 31(7): 14-17.
- [13] Zeng X F, Yan F, Xue D L, et al. Distortion correction in testing of off-axis asphere with computer-generated hologram[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2013, 40(11): 1109003.
曾雪峰, 闫锋, 薛栋林, 等. 计算全息图补偿检测离轴非球面中的投影畸变校正技术[J]. *中国激光*, 2013, 40(11): 1109003.
- [14] Burge J H. Applications of computer-generated holograms for interferometric measurement of large aspheric optics [J]. *Proceedings of SPIE*, 1995, 2576: 258-269.
- [15] Chang Y C. Diffraction wavefront analysis of computer-generated holograms [D]. Tucson: The University of Arizona, 1999: 4686.
- [16] Gao S T. Research on ultra-precise aspheric surface

- testing [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2014.
- 高松涛. 超高精度非球面面形检测技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2014.
- [17] Lindlein N. Analysis of the disturbing diffraction orders of computer-generated holograms used for testing optical aspherics [J]. *Applied Optics*, 2001, 40(16): 2698-2708.
- [18] Ren W T, Xu H Y. Method of inverse iteration off-axis aspheric surface detection [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(21): 212301.
- 任王涛, 徐洪艳. 逆向迭代离轴非球面检测方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(21): 212301.
- [19] Li S J, Zhang J, Liu W G, et al. The methods and experiments of shape measurement for off-axis conic aspheric surface [J]. *Materials*, 2020, 13(9): 2101.
- [20] Cheng H B, Feng Z J. Error-separation model for interferometric testing aspheric surfaces based on wavefront aberrations [J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2006, 46(2): 187-190.
- 程灏波, 冯之敬. 波像差法构建非球面干涉检测的误差分离模型[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2006, 46(2): 187-190.