

## 改进最小费用流相位解包裹算法

邵珩\*, 周勇, 聂中原, 祁俊峰

中国空间技术研究院北京卫星制造厂有限公司, 北京 100094

**摘要** 在不同解包裹算法中, 最小费用流(MCF)解包裹法可以限制残差点误差远程扩散, 并将误差优先限制在低相干区域, 有利于保证高相干区域解包裹结果不受干扰, 精度较高, 但残差点数量较多时计算效率很低。为缩短解包裹时间, 提出一种残差点预处理方法。该方法将残差点视作正负电荷, 通过电场力, 引导距离较近的异号残差点互相抵消, 大幅减少残差点数量, 从而提高解包裹计算效率。仿真数据和实验数据表明, 残差点预处理对 MCF 解包裹精度影响很小, 在残差点数量超过 3000 时可以大幅提高解包裹计算效率。

**关键词** 图像处理; 电子散斑干涉; 最小费用流; 相位解包裹; 残差点

中图分类号 TP312

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.0210001

## Improved Minimum Cost Flow Algorithm for Phase Unwrapping

Shao Heng\*, Zhou Yong, Nie Zhongyuan, Qi Junfeng

Beijing Spacecraft Co., Ltd., China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China

**Abstract** In different unwrapping algorithms, the minimum cost flow (MCF) unwrapping method can limit the long-range diffusion of the residue error. Further, it can first limit the error to the low coherent region, which ensures that the unwrapping results in the high coherence region are not disturbed, and its accuracy is high. However, when the number of residues is large, the calculation efficiency is very low. To decrease the unwrapping time, a residue preprocessing method is proposed. In this method, the residues are regarded as positive and negative charges. Moreover, the electric field force is used to guide the residues with different signs close to each other to mutually offset, thus significantly reducing the number of residues and improving the efficiency of unwrapping calculations. Simulated and experimental data show that the residue preprocessing has little influence on the phase unwrapping accuracy. When the number of residues exceeds 3000, the residue preprocessing significantly improves the phase unwrapping efficiency.

**Key words** image processing; digital speckle pattern interferometry; minimum cost flow; phase unwrapping; residues

**OCIS codes** 100.2000; 100.5088; 120.6160

## 1 引言

在光学干涉测量技术中, 测得的干涉相位被包裹在 $[-\pi, \pi)$ 内, 要获得连续的相位信号, 必须对其进行相位展开。在实际测量过程中, 由于噪声、欠采样、阴影等因素的干扰, 干涉相位图中常存在大量的残差点, 对解包裹过程形成干扰<sup>[1]</sup>。通过合适的算法尽量减少和排除这些残差点的干扰, 生成准确的

解包裹图是光学干涉测量技术的关键。此外, 相位解包裹技术还被广泛应用于合成孔径雷达、数字全息术及光栅条纹投影形貌测量等领域<sup>[2-4]</sup>。

基于最小二乘法的解包裹算法, 如离散余弦变换法<sup>[5]</sup>、快速傅里叶变换法<sup>[6]</sup>, 因稳定性好、解包裹结果连续、计算速度较快而得到广泛应用, 但固有的误差全场扩散问题限制了其在精确解包裹方面的应用。预条件共轭梯度法<sup>[7]</sup>虽然能在一定程度上限制

收稿日期: 2020-07-07; 修回日期: 2020-08-17; 录用日期: 2020-08-26

基金项目: 重大科学仪器设备开发重点专项(2016YFF0101800)、十三五装备预研共用技术(41403010102)

\* E-mail: shao\_heng@126.com

误差扩散,改善结果,但也无法完全避免这个问题。网络流法中的最小费用流(MCF)法<sup>[8]</sup>和基于统计费用的网络流(SNAPHU)算法<sup>[9]</sup>可以将误差限制在相干质量差的区域而保证其余区域结果的准确性,精度较高,经常被用作其他算法的精度参照<sup>[10-15]</sup>。但 MCF 算法计算速度较慢,当相位差图相干性差、残差点数量多时,计算时间可达数百秒以上<sup>[16-17]</sup>。近年来,对 MCF 算法的改进更多地关注解包裹效果<sup>[18-21]</sup>,对算法效率的研究较少。Dudczyk 等<sup>[22]</sup>研究了分片 MCF 法中分片尺寸和相邻分片重合度对计算效率的影响,但其计算时间在 16~104 s 变化,未反映残差点数量巨大导致解包裹效率急剧降低时分片算法对效率的提升程度。Xu 等<sup>[23]</sup>认为在 MCF 解包裹过程中,同极性的残差点之间的连接没有实际意义,因此只保留了不同极性残差点之间和残差点到地节点之间的连接。他们将 MCF 问题转换为二部图问题,同时用残差点间费用的倒数替换费用,采用最大权最大基数算法处理,极大地提高了解包裹的效率,但该研究并未验证这种处理方法对解包裹结果是否造成了影响。MCF 法耗时难以控制的主要原因在于残差点数量较多时 MCF 计算耗时过久。因此本文提出一种消除残差点的方法,该方法将大部分残差点预先消除,在剩余的残差点之间执行 MCF 计算,从而大幅提高解包裹计算效率。

## 2 MCF 解包裹及残差点预处理原理

以电子剪切散斑干涉测量为例,干涉相位差图通常呈现多级明暗条纹,如图 1 所示。由于相位本身被包裹在 $[-\pi, \pi)$ 内,需要通过相位展开,将其还原到 $(-\infty, +\infty)$ 才能反映实际的形变。

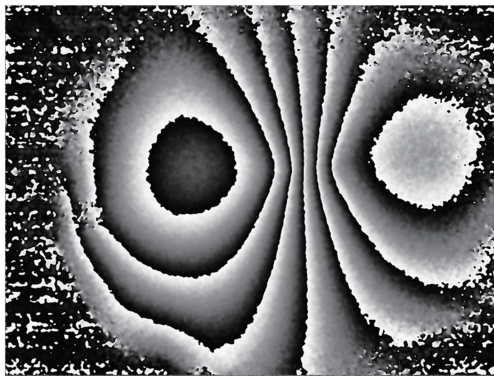


图 1 电子剪切散斑干涉相位差图

Fig. 1 Phase difference image of electronic speckle pattern shearing interferometry

定义包裹算子  $W$ ,其作用是对实数  $r$  进行加减  $2k\pi$  的操作,使其值落在 $[-\pi, \pi)$ ,表达式为

$$W(r) = r + 2k\pi, \quad (1)$$

式中: $k$  为使 $-\pi \leq W(r) < \pi$ 的整数。

设点 $(i, j)$ 的真实相位为 $\phi_{i,j}$ ,包裹相位为 $\varphi_{i,j}$ ,则有

$$\varphi_{i,j} = W(\phi_{i,j}), \quad (2)$$

式中: $0 \leq i < M, 0 \leq j < N, M$ 和 $N$ 分别为图像的宽度和高度, $M = 2592, N = 2048$ 。定义 $x, y$ 方向的包裹相位差为

$$\begin{cases} \Delta_{i,j}^x = W(\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}) \\ \Delta_{i,j}^y = W(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}) \end{cases} \quad (3)$$

对于大多数点 $(i, j)$ ,沿点 $(i, j), (i+1, j), (i+1, j+1), (i, j+1)$ 的包裹相位差环路积分为 0,即

$$\Delta_{i,j}^x + \Delta_{i+1,j}^y - \Delta_{i,j+1}^x - \Delta_{i,j}^y = 0. \quad (4)$$

若干涉图上所有点都符合这一条件,指定任意点为出发点,沿任意路径对 $\Delta_{i,j}^x$ 和 $\Delta_{i,j}^y$ 进行积分,就可以得到全图的真实相位。然而在实际情况下,由于噪声、阴影等原因,相位差图中某些点相应的环路积分为 $\pm 2\pi$ ,即残差点。定义残差为

$$e_{i,j} = \frac{1}{2\pi}(\Delta_{i,j}^x + \Delta_{i+1,j}^y - \Delta_{i,j+1}^x - \Delta_{i,j}^y). \quad (5)$$

在存在残差点的情况下,从某点出发的路径积分将与路径相关,无法得到全图的确定的积分。在这种情况下,就需要采取一定的措施,尽量减小残差点的影响,获得较为准确的解包裹图。在最小费用流解包裹过程中,将正/负残差点视为供应/需求节点,残差为其供应/需求量,其他点为转运节点。相邻节点通过弧连接,弧上存在流,以调节各节点的供需平衡。定义节点盈亏值为

$$\begin{aligned} K_{i,j} = & \frac{1}{2\pi}(\Delta_{i,j}^x + \Delta_{i+1,j}^y - \Delta_{i,j+1}^x - \Delta_{i,j}^y) + \\ & f_{i-1,j}^x - f_{i,j}^x + f_{i,j-1}^y - f_{i,j}^y, \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $f_{i,j}^x$ 为点 $(i, j)$ 到点 $(i+1, j)$ 的流量, $f_{i,j}^y$ 为点 $(i, j)$ 到点 $(i, j+1)$ 的流量, $1 \leq i \leq M-1, 1 \leq j \leq N-1$ ,即节点的盈亏值由残差和流出该点的流量之和组成。在初始状态下,整个计算域的流量为 0,残差由图像数据决定。最小费用流解包裹的目标是在所有节点供需平衡(盈亏值为 0)的前提下,让总费用  $J_{MCF}$  取最小值:

$$J_{MCF} = \min\left(\sum c_{i,j}^x |f_{i,j}^x| + \sum c_{i,j}^y |f_{i,j}^y|\right). \quad (7)$$

约束条件为供需平衡:

$$K_{i,j} = 0, \quad (8)$$

式中:  $c_{i,j}^x$  为点  $(i,j)$  到点  $(i+1,j)$  对应的费用,  $c_{i,j}^y$  为点  $(i,j)$  到点  $(i,j+1)$  对应的费用, 相干质量越高则费用越高。相位图某一点的相干系数越小, 相位梯度或相位梯度导数越大, 相应位置的费用越小, 以引导连接节点的流尽量分布在这些区域。为降低计算量, 将初始状态下的残差点提取出来, 搜寻它们之间费用最小的路径。假设初始状态下的残差点为  $\{R_n | n=1, 2, \dots, N_R\}$ ,  $N_R$  为残差点数量, 它们之间的路径为  $\{w_{n_1, n_2} | n_1, n_2=0, 1, 2, \dots, N_R, n_1 \neq n_2\}$ , 每个残差点只与它附近的残差点及边界相连, 0 号残差点为地节点/边界。这样(7)式转换为

$$J_{MCF} = \min \sum_w c_w |f_w|. \quad (9)$$

约束条件转换为

$$K_{R_n} = 0. \quad (10)$$

由于(9)式为非线性问题, 通常将其转换为线性问题, 即

$$x_w^+ = \max(0, f_w), \quad x_w^- = -\min(0, f_w), \quad (11)$$

$$J_{MCF} = \min \sum_w c_w (x_w^+ + x_w^-). \quad (12)$$

在求解  $J_{MCF}$  的最小值过程中, 从零流开始, 每步增加一个费用最小的可行流, 直至所有的残差点

达到盈亏平衡。在图像处理过程中, 残差点数量较多时, 最小费用流计算量很大, 因此首先通过残差点湮灭算法将低相干区域的残差点大部分消除, 以减少最小费用流计算量, 提高解包裹效率。

由于最小费用流的目的是求出解包裹相位相邻像素差和包裹相位相邻像素差加权绝对误差最小的解, 因此湮灭残差点的过程也应尽量遵循这一原则, 尽量将距离相近、残差值符号相反的残差点成对消除, 在消除残差点的过程中避免引起过多相位改变。为此, 需要设计合理的判断机制, 决定哪些残差点需要消除、应该如何消除。可将残差点视为正负电荷, 以电场力计算残差点的受力大小和方向。这种做法有两个原因: 当一对异号残差点互相抵消时, 最小费用流网络中同时减少一个正源和一个负源, 不影响整体的平衡; 以电场力引导残差点相互抵消时, 会优先抵消空间距离近的残差点, 在最小费用流网络中, 这样的异号残差点有很大的概率互相连接而达到平衡, 因此预处理抵消时对其他节点影响较小。当一个残差点受到的合力  $F_k$  大于预先设定的阈值  $F_{\min}$  时, 该残差点才能启动消除处理, 并且该残差点按照所受合力的方向移动, 直到遇到异号残差点而互相抵消。残差点所受合力为

$$\begin{cases} F_{k,x} = \sum_{n \neq k} -e_{R_n} e_{R_k} (x_{R_n} - x_{R_k}) / [(x_{R_n} - x_{R_k})^2 + (y_{R_n} - y_{R_k})^2]^{3/2} \\ F_{k,y} = \sum_{n \neq k} -e_{R_n} e_{R_k} (y_{R_n} - y_{R_k}) / [(x_{R_n} - x_{R_k})^2 + (y_{R_n} - y_{R_k})^2]^{3/2}, \\ F_k = \sqrt{F_{k,x}^2 + F_{k,y}^2} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $F_{k,x}$  为残差点  $R_k$  受到其他残差点合力的水平分量;  $F_{k,y}$  为合力的垂直分量;  $F_k$  为合力的模;  $e_{R_n}, e_{R_k}$  是残差点  $R_n, R_k$  的电荷;  $x_{R_n}, y_{R_n}, x_{R_k}, y_{R_k}$  为残差点  $R_n, R_k$  的横、纵坐标。残差点的基本特点为其一侧存在相位跳变(相邻两点相位差超过  $\pi$ ), 另一侧的相位连续过渡(相邻点相位差不超过  $\pi$ )。以图 2(a) 为例, 有 2 个残差点, 对左上残差点

(圆点)而言, 以相位  $\pi$  为界, 残差点两侧有相位跳变分界线(实箭头)与相位过渡分界线(虚箭头)。假设这两个残差点之间的电场力大小已经超过阈值, 左上残差点受力方向为右下, 残差点应向右下移动, 意味着相位跳变线需要延长。在这种情况下, 先对残差点邻域进行重包裹操作, 使相位落到  $[0, 2\pi)$  区间, 即

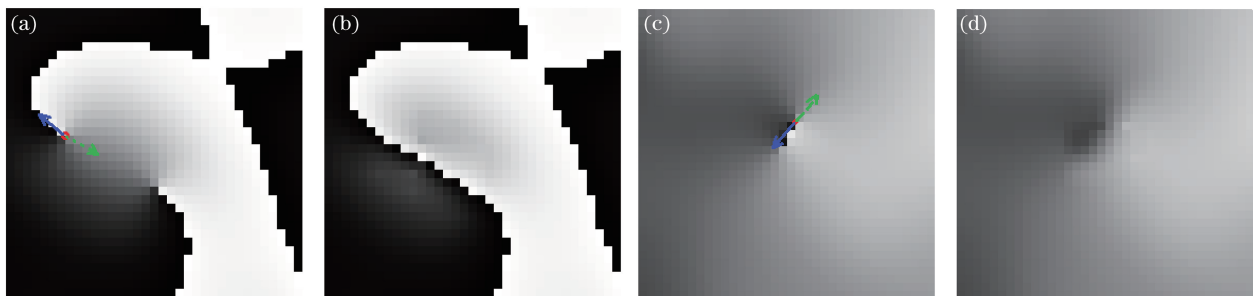


图 2 残差点预处理原理。(a)(c)残差点移动准则;(b)(d)残差点预处理结果

Fig. 2 Principle of residues preprocessing. (a)(c) Criterion for moving residues; (b)(d) result of residues preprocessing



$$W_2(r) = r + 2k_2\pi, \quad (14)$$

式中:  $k_2$  为使  $0 \leq W_2(r) < 2\pi$  的整数。然后对残差点邻域进行均值滤波, 滤波之后对邻域按照(1)式执行包裹操作, 使相位重新回到  $[-\pi, \pi)$  区间。

如图 2(c) 所示, 如果计算得到的库伦力使残差点向相位跳变线(实箭头)方向移动, 则直接在残差点邻域进行均值滤波, 即可使相位连续过渡区域增大而跳变线缩短, 直至消失。经过处理后, 成对出现的异号残差点将相互靠近, 最后互相抵消, 如图 2(b)、(d) 所示。

对于整幅滤波图, 经过预处理后, 大部分残差点都互相抵消, 最后只剩下少数残差点, 如图 3 所示。

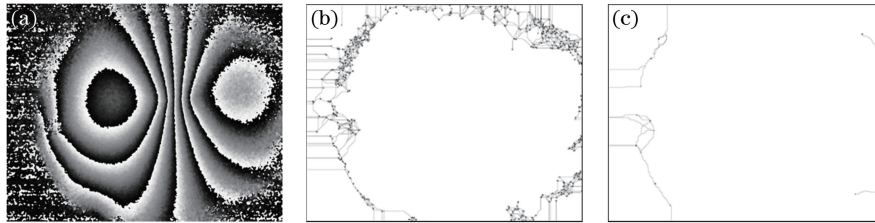


图 3 滤波图预处理前后的残差点及最低费用路径网络。(a) 滤波图; (b) 预处理前; (c) 预处理后  
Fig. 3 Residues and minimum cost path network before and after preprocessing for a filter image.

(a) Filter image; (b) before preprocessing; (c) after preprocessing

### 3 改进 MCF 解包裹算法精度与速度验证

残差点的消除会导致图像数据发生改变, 因此需要研究消除残差点是否会对解包裹精度造成不利影响。为便于研究, 首先采用模拟散斑与滤波图进行测试。模拟相位包含低频信号分量和高频信号分量, 相应的无噪声相位图和含噪声散斑图如图 4 所示。其中低频信号分量  $\phi_{i,j}^L$  为

$$\begin{cases} d_1 = \text{sqrt}[(i - M/2 - 400)^2 + (j - N/2)^2] \\ d_2 = \text{sqrt}[(i - M/2 + 400)^2 + (j - N/2)^2] \\ \phi_{i,j}^L = 24\pi \times [\exp(d_1/1000) - \exp(d_2/1000)] \end{cases}, \quad (15)$$

式中:  $d_1$  为点  $(i, j)$  到控制点  $(M/2 + 400, N/2)$  的

距离;  $d_2$  为点  $(i, j)$  到控制点  $(M/2 - 400, N/2)$  的距离。高频信号分量  $\phi_{i,j}^H$  为

$$\begin{cases} d_{n_x, n_y} = \sqrt{\left(i - \frac{2+n_x}{7}M\right)^2 + \left(j - \frac{2+n_y}{7}N\right)^2} \\ \phi_{i,j}^H = 14\pi \times \sum_{n_x=0}^3 \sum_{n_y=0}^3 [(-1)^{n_x} \exp(-d_{n_x, n_y}/50)] \end{cases}. \quad (16)$$

然后给模拟相位附加均值为 0、标准差随图片中心距离增大而增大的高斯噪声, 得到含噪声散斑图。噪声标准差  $\sigma_{i,j}$  为

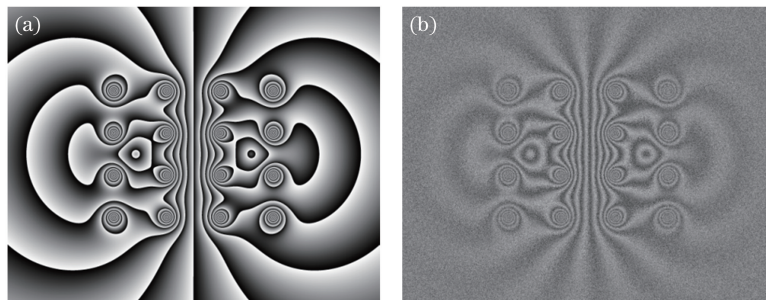
$$\sigma_{i,j} = 0.39\pi \times \{1 + [(i - M/2)^2 + (j - N/2)^2]/1200^2\}. \quad (17)$$


图 4 模拟相位图。(a) 无噪声; (b) 有噪声

Fig. 4 Simulated phase diagram. (a) Without noise; (b) with noise



计算费用时首先进行 Goldstein 滤波,然后按照相位导数变化率计算质量分布。由于相位导数变化率越大,质量越差,因此将其反向归一化到[0,1],即

相位导数变化率最小处费用为 1,最大处费用为 0,其余部位线性映射到[0,1]。以图 4(b)为例,图 5(a)为 Goldstein 滤波结果,图 5(b)为对应的费用图。

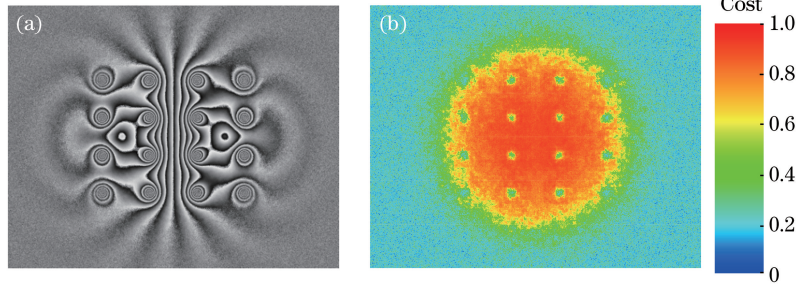


图 5 滤波结果。(a)滤波图;(b)费用图

Fig. 5 Filter result. (a) Filter image; (b) cost image

由于 Goldstein 滤波对强噪声处的滤波效果不佳,会遗留大量残差点,因此最小费用流解包裹前采用 Butterworth 低通滤波器,当消除绝大部分残差点后再进行解包裹处理。将相位差图任意点 $(i, j)$ 的相位值 $\theta_{i,j}$ 转换为模为 1、辐角为 $\theta_{i,j}$ 的复数 $a_{i,j}$ 。对 $a_{i,j}$ 进行傅里叶变换,得到 $A_{u,v}$ ,然后进行低通滤波,表达式为

$$A_{u,v}^* = A_{u,v} / [1 + (D_{u,v}/D_0)^{2m}], \quad (18)$$

式中: $D_{u,v}$ 为到原点的距离; $D_0$ 为截止距离; $m$ 为滤波器的阶数。对 $A_{u,v}^*$ 进行傅里叶逆变换,得到 $a_{i,j}^*$ ,再通过反正切函数即可还原相位值 $\bar{\theta}$ 。

采用二阶 Butterworth 低通滤波器对图 4(b)所示的相位差图进行滤波,然后采用前述费用图对滤波图进行解包裹处理,所得滤波图与解包裹图如图 6 所示。

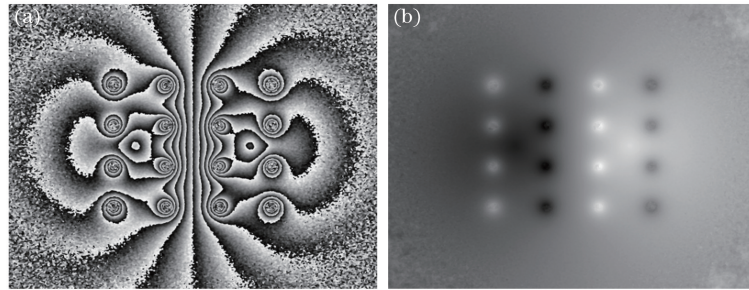


图 6 Butterworth 滤波图和解包裹相位图。(a)滤波图;(b)解包裹相位图

Fig. 6 Butterworth filter image and unwrapped phase image. (a) Filter image; (b) unwrapped phase image

比较未经预处理的 MCF 算法处理效果与设定不同阈值预处理后的 MCF 算法效果,所得不同滤波截止频率下解包裹相位与原始相位之间的加权方均根误差如图 7 所示,其中 $f_{\text{cut-off}}$ 为滤波截止频率。加权方均根误差 $E_{\text{WMS}}$ 为

$$E_{\text{WMS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} c_{i,j} (\phi_{i,j} - \psi_{i,j})^2}{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} c_{i,j}}}, \quad (19)$$

式中: $\psi_{i,j}$ 为解包裹相位。费用由 Goldstein 滤波后的相位导数变化率求得。

从图 7 可以看出,随着滤波截止频率升高,解包裹误差变化的总趋势是先降低,后趋于稳定,在 120 Hz 以上时,解包裹误差在一定范围内波动。从预处理的角度看:当预处理阈值为 0.01 时,解包裹

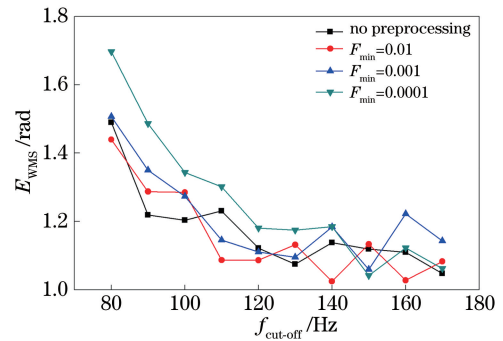


图 7 残差点预处理参数对 MCF 相位解包裹精度的影响

Fig. 7 Influence of residues preprocessing parameters on MCF phase unwrapping accuracy

精度略好于无预处理时(平均 $E_{\text{WMS}}$ 为 1.159,小于未预处理时的 1.175);当预处理阈值进一步降低到 0.001 和 0.0001 时,解包裹精度反而有所降低(平

均  $E_{\text{WMS}}$  为 1.209 和 1.259)。计算耗时如表 1 所示,表中的时间包括了预处理时间。

表 1 表明,截止频率升高时,解包裹时间随残差点数量的增多而大幅延长,尤其在无预处理的情况下。在解包裹效果最佳的截止频率为 120 Hz 及以

表 1 残差点预处理参数对 MCF 相位解包裹耗时的影响

$f_{\text{cut-off}}/\text{Hz}$	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
$N_{\text{R}}$	2994	4015	5350	6786	8497	10398	12629	14993	17807	20717
No preprocessing	17.8	39.9	89.2	187	383	776	1560	2930	5380	9050
$F_{\text{min}}=0.01$	6.70	8.44	9.94	11.20	13.10	14.60	18.80	19.80	21.60	27.60
$F_{\text{min}}=0.001$	2.70	3.12	3.37	4.01	4.41	5.46	6.59	7.65	10.20	13.20
$F_{\text{min}}=0.0001$	2.70	2.85	2.85	3.24	3.95	4.91	6.07	7.41	10.30	12.70

在最小费用流解包裹计算过程中,当残差点数量较多时,最小费用流计算本身耗时决定了总体耗时。由于最小费用流计算耗时受节点(残差点)数量影响很大,提取不同截止频率滤波图的残差点数量和不经预处理直接进行最小费用流解包裹的处理时间,结果如图 8 所示。

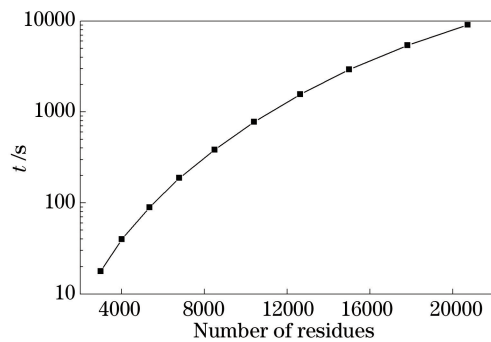


图 8 残差点数量对解包裹时间的影响

Fig. 8 Influence of number of residues on unwrapping time

根据残差点与解包裹计算时间之间的关系,当残差点数量达到 3000 时,无预处理直接解包裹耗时仅 18 s,这时进行残差点预处理必要性不大。当残差点数量超过 6000 以后,不进行预处理的最小费用流解包裹时间超过 100 s,这时有必要进行残差点预处理,以提高解包裹效率。虽然降低滤波器截止频率可以减少残差点数量,但图 7 表明,需要采用较高的截止频率才能保留高频信号,保证较好的解包裹效果。因此在相位差图中含有高频信号,同时又有较大噪声污染时,较高的滤波截止频率会导致残差点数量较多,需要进行残差点预处理以提高解包裹处理的效率。

## 4 实 验

对实验中获得的 2 幅相位差图进行滤波与解包

裹,无预理解包裹时间达 383 s 及以上;预处理阈值  $F_{\text{min}}=0.01$  时,解包裹时间下降到 6.7~27.63 s,降幅达 62%~99.7%,且随着残差点数量增加而提高;预处理阈值进一步下降时,解包裹时间随之下降。

裹,结果如图 9 和表 2 所示。其中图 9(a)的被测物

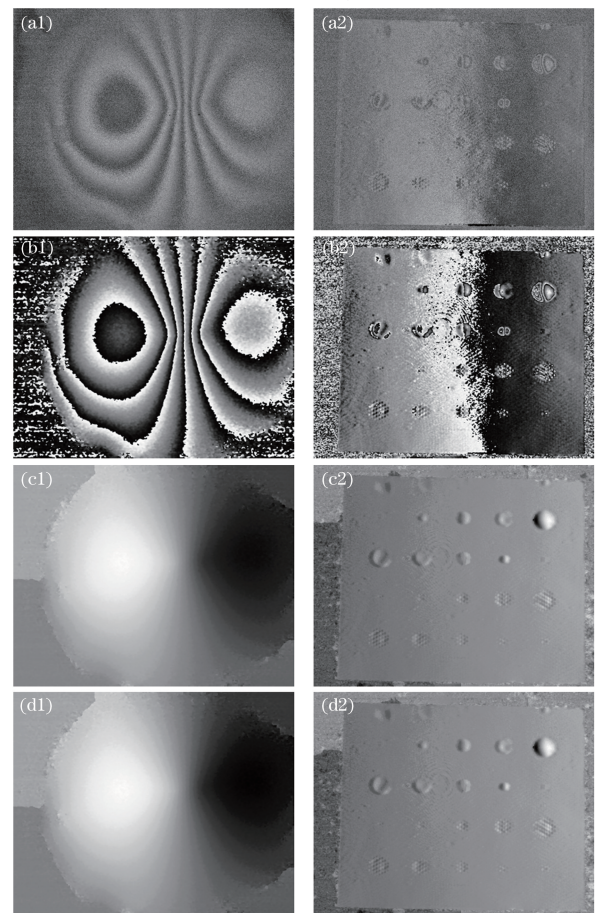


图 9 残差点预处理对实测相位差图 MCF 解包裹结果的影响。(a)(b)实测相位差图及其滤波图;(c)(d)未经预处理和经过预处理的 MCF 解包裹图

Fig. 9 Influence of the residues preprocessing on the MCF unwrapped phase of measured phase difference images. (a)(b) Measured phase difference images and corresponding filter images; (c)(d) MCF unwrapped phase images without and with preprocessing

为直径为 200 mm 的铜盘,周围固定,背后中心处采用螺旋千分尺的螺杆加载;图 9(b)为尺寸是 500 mm×400 mm 的铝蒙皮蜂窝板,预制 4 排直径为 10,15,20,30,40 mm 的缺陷,采用热加载。照明采用功率为 400 mW 的 532 nm 激光,采用自行搭建的迈克耳孙剪切干涉装置采图。

对图 9(a2)进行滤波时采用 150 Hz 的截止频率,目的是保留被测物内部缺陷处的细节。对比图 9(c)和(d)表明,预处理对高相干区域的解包裹结果基本没有影响,对低相干区域则可能有一定不同,其中图 9(c1)和图 9(d1)几乎完全一致,图 9(c2)和图 9(d2)则大体一致。定量上看,由于实验图没有原始相位图,因此采用加权包裹相位标准差  $E_{\text{wwms}}$  表示,表达式为

$$E_{\text{wwms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} c_{i,j} W(\phi_{i,j} - \varphi_{i,j})^2}{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} c_{i,j}}} \quad (20)$$

表 2 为对两幅实验图进行滤波和解包裹的结果。实验表明:对于残差点较少的图 9(b1),预处理对图像改变小,有、无预处理对解包裹精度基本没有影响,其解包裹时间原本就短,预处理后时间减少约 2 s,效率提升不是很高;而对于残差点较多的图 9(b2),预处理对图像改变稍大,增加预处理后对解包裹精度有细微影响,但在计算效率上获得了明显提升。表 2 表明,预处理对解包裹精度影响极小。总体上,预处理保留了最小费用流解包裹方法将误差尽量限制在低相干区域的特点,保证了高相干区域解包裹结果的准确性。同时,残差点预处理大幅缩短了包裹时间,提高了最小费用流法的效率。

表 2 残差点预处理对 MCF 相位解包裹处理时间与精度的影响

Table 2 Influence of residues preprocessing on the processing time and accuracy of the MCF phase unwrapping

Image		Fig. 9(a1)	Fig. 9(a2)
$f_{\text{cut-off}}/\text{Hz}$		80	150
Number of residues		740	6874
Without preprocessing	Time /s	3.45	221
	$E_{\text{wwms}}/\text{rad}$	0.860	0.850
Preprocessing with $F_{\text{min}}=0.01$	Time /s	1.60	5.43
	$E_{\text{wwms}}/\text{rad}$	0.860	0.852

## 5 结 论

针对最小费用流法在残差点数量很多时解包裹耗时久的缺点,提出了一种新的残差点预处理方法,

将残差点视为正负电荷,通过电场力引导异号残差点互相抵消。选取较大的电场力阈值时,残差点预处理对解包裹精度影响很小,保持了最小费用流解包裹算法限制误差传播的优点。当残差点数量超过 3000 时,残差点预处理对最小费用流解包裹过程有显著加速效果,且残差点数量越多,加速效果越好。

## 参 考 文 献

- [1] Li W S. Phase unwrapping algorithm based on phase fitting reliability in structured light projection [J]. *Optical Engineering*, 2002, 41(6): 1365-1372.
- [2] Yu H Y, Ni W J. Extraction of digital elevation model from Chinese GF-3 C-band synthetic aperture radar data with a step-wise method focusing on facilitating phase unwrapping [J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2018, 12(3): 035004.
- [3] Zhang B, Wang K R, Yan B B, et al. Phase unwrapping method based on dual wavelength and 3×3 fiber coupler with interferometric measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(4): 0412004.  
张冰, 王葵如, 颜纷纷, 等. 基于双波长和 3×3 光纤耦合器的干涉测量相位解卷绕方法 [J]. *光学学报*, 2018, 38(4): 0412004.
- [4] Peng K, Cao Y P, Wu Y C. An on-line three-dimensional measurement method of composite grating projection without filtering [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(11): 1112003.  
彭旷, 曹益平, 武迎春. 一种无需滤波的复合光栅投影的在线三维测量方法 [J]. *光学学报*, 2018, 38(11): 1112003.
- [5] Ghiglia D C, Romero L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, 11(1): 107-117.
- [6] Pritt M D, Shipman J S. Least-squares two-dimensional phase unwrapping using FFT's [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, 32(3): 706-708.
- [7] Lu Y G, Wang X Z, Zhang X P. Weighted least-squares phase unwrapping algorithm based on derivative variance correlation map [J]. *Optik*, 2007, 118(2): 62-66.
- [8] Yu Y, Wang C, Zhang H, et al. A phase unwrapping method based on network flow algorithm in irregular network [J]. *Journal of Remote Sensing*, 2003, 7(6): 472-477.  
于勇, 王超, 张红, 等. 基于不规则网络下网络流算法的相位解缠方法 [J]. *遥感学报*, 2003, 7(6): 472-477.



- [9] Chen C W, Zebker H A. Phase unwrapping for large SAR interferograms: statistical segmentation and generalized network models [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(8): 1709-1719.
- [10] Liu W, Pan G Z, Yang J. A new global phase unwrapping algorithms based on least squares [J]. *Computer Measurement & Control*, 2015, 23(9): 3114-3118.  
刘稳, 潘广贞, 杨剑. 基于取整最小二乘的全局相位展开新方法 [J]. *计算机测量与控制*, 2015, 23(9): 3114-3118.
- [11] Zuo R H, Qu C Y, Zhang G H, et al. Coseismic displacement and fault slip of the  $M_w$  6.1 Napa earthquake in America revealed by Sentinel-1A insar data [J]. *Seismology and Geology*, 2016, 38(2): 278-289.  
左荣虎, 屈春燕, 张国宏, 等. 基于 Sentinel-1A 数据获取美国纳帕  $M_w$  6.1 地震同震形变场及断层滑动反演 [J]. *地震地质*, 2016, 38(2): 278-289.
- [12] Meng H D, Liu Z J. Research on phase unwrapping algorithm applied in monitoring settlement of mining area [J]. *Coal Technology*, 2017, 36(7): 111-113.  
孟海东, 刘志坚. 应用于监测矿区沉降的相位解缠算法研究 [J]. *煤炭技术*, 2017, 36(7): 111-113.
- [13] Liu W L, Bian Z F, Liu Z G, et al. Evaluation of a cubature Kalman filtering-based phase unwrapping method for differential interferograms with high noise in coal mining areas [J]. *Sensors*, 2015, 15(7): 16336-16357.
- [14] Danisor C, Dancu M. Extension of PS-InSAR approach for DEM and linear deformation rates estimation. Case study of Bucharest area [C] // *EUSAR 2018*, June 4-7, 2018, Aachen. Berlin: VDE Verlag GmbH, 2018: 365-370.
- [15] Gao Y D, Zhang S B, Li T, et al. Adaptive unscented Kalman filter phase unwrapping method and its application on Gaofen-3 interferometric SAR data [J]. *Sensors*, 2018, 18(6): 1793-1808.
- [16] Li T, Zhang S Y, Zhou C X. Comparison among methods of filtering and phase unwrapping for SAR interferogram [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2007, 27(1): 59-64.  
李陶, 张诗玉, 周春霞. SAR 干涉图滤波与相位解缠算法比较研究 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2007, 27(1): 59-64.
- [17] Jiang T C. Ameliorative minimum cost flow algorithm for phase unwrapping [J]. *Procedia Environmental Sciences*, 2011, 10: 2560-2566.
- [18] Wang Y, Huang H F, Wu M Q. A new phase unwrapping method for interferograms with discontinuities [C] // *2014 IEEE Radar Conference*, May 19-23, 2014, Cincinnati, OH, USA. New York: IEEE Press, 2014: 56-59.
- [19] Wang C S, Ding X L, Li Q Q, et al. Using an integer least squares estimator to connect isolated InSAR fringes in earthquake slip inversion [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(5): 2899-2910.
- [20] Jiang L B, Liu Y J, Che L. Hybrid phase unwrapping algorithm combining surface-fitting and network flow [J]. *Radar Science and Technology*, 2018, 16(5): 539-546.  
蒋留兵, 刘永吉, 车俐. 网络流与曲面拟合结合的相位解缠方法 [J]. *雷达科学与技术*, 2018, 16(5): 539-546.
- [21] Duan W, Lü X L. A new phase unwrapping algorithm of time series InSAR for large bridges [J]. *Journal of University of Chinese Academy of Sciences*, 2019, 36(2): 251-258.  
段伟, 吕孝雷. 一种新的桥梁区域时序 InSAR 相位解缠方法 [J]. *中国科学院大学学报*, 2019, 36(2): 251-258.
- [22] Dudczyk J, Kawalec A. Optimizing the minimum cost flow algorithm for the phase unwrapping process in SAR radar [J]. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 2014, 62(3): 511-516.
- [23] Xu J Y, An D X, Huang X T, et al. Phase unwrapping based on weighted bipartite matching [C] // *IET International Radar Conference 2015*, October 14-16, 2015, Hangzhou, China. Hangzhou: IET, 2015.