

# 基于离焦成像的粒子轨迹测速

王宵宵<sup>1,2</sup>, 周鹭<sup>1,2\*</sup>, 王芳婷<sup>1,2</sup>, 唐欣然<sup>1,2</sup>, 蔡小舒<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>上海理工大学能源与动力工程学院, 上海 200093;

<sup>2</sup>上海市动力工程多相流动与传热重点实验室, 上海 200093

**摘要** 提出将离焦成像与粒子轨迹测速相结合, 分别针对直线型和曲线型粒子轨迹, 构建了离焦特征参数  $\sigma$  的识别算法, 形成了用于三维速度测量的离焦粒子轨迹测速(DPSV)方法。该方法基于粒子图像离焦特征参数  $\sigma$  沿运动轨迹线的线性变化假设, 通过拟合粒子图像的灰度分布来识别  $\sigma$ , 从而获得粒子深度信息。在直线轨迹拟合的基础上, 进一步采用圆弧拟合处理湍流实验中常见的弯曲轨迹图像。形成了相应的图像处理流程, 并采用仿真图像验证了参数识别的准确性, 在本文实验装置的噪声水平下相对误差为 9.4% 左右。采用 LED 光源和 5  $\mu\text{m}$  孔径光阑组成的发光点进行模拟实验, 验证了深度位置  $z$  与  $\sigma$  的线性关系。最后, 将 DPSV 技术应用于射流流场, 得到了三维速度分布。

**关键词** 测量; 粒子轨迹测速; 弯曲轨迹; 离焦成像; 三维速度; 灰度分布

中图分类号 TH815

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1912004

## Particle Streak Velocimetry Based on Defocused Imaging

Wang Xiaoxiao<sup>1,2</sup>, Zhou Wu<sup>1,2\*</sup>, Wang Fangting<sup>1,2</sup>, Tang Xinran<sup>1,2</sup>, Cai Xiaoshu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

<sup>2</sup>Shanghai Key Laboratory of Multiphase Flow and Heat Transfer for Power Engineering, Shanghai 200093, China

**Abstract** Particle streak velocimetry based on defocused imaging is proposed to measure three-dimensional (3D) velocity by recognizing defocusing parameter  $\sigma$  of straight and curve trajectories, called defocused particle streak velocimetry(DPSV). Assuming that  $\sigma$  varies linearly along the trajectory, it can be recognized by the surface fitting of the gray value distribution of particle images, and thereby the depth information of particles is estimated. Based on the linear fitting of straight trajectory, the arc fitting is proposed for the processing of images with curve trajectories, which are commonly captured in turbulent flow by PSV. The relevant image processing algorithm is developed and its correctness in the parameter recognition is validated by synthetic images. The results show that the relative error is about 9.4% in the presence of the noise from the experimental device in this paper. The linear relationship between  $\sigma$  and particle depth  $z$  is verified by experiments using an LED light and a diaphragm of 5  $\mu\text{m}$ . Finally, the DPSV technique is applied to a jet flow field and its 3D velocity distribution is presented.

**Key words** measurement; particle streak velocimetry; curve trajectory; defocused imaging; three-dimensional velocity; gray value distribution

**OCIS codes** 120.7250; 100.2000; 100.6890

## 1 引言

粒子轨迹测速(PSV)是一种基于示踪运动粒子图像获取流场速度信息的测量方法, 通过延长曝光

时间获取粒子运动轨迹图像, 提取粒子的运动信息以获得其速度。PSV 用于湍流的可视化最早可追溯到 20 世纪 30 年代<sup>[1]</sup>, 1981 年应用于二维(2D)流场的定量测量<sup>[2]</sup>。因其图像处理的复杂性, PSV 发

收稿日期: 2021-03-09; 修回日期: 2021-04-11; 录用日期: 2021-04-29

基金项目: 国家科技重大专项(2017-V-0016-0069)、国家自然科学基金(51576130)

通信作者: \*zhouwu@usst.edu.cn

展速度与应用广泛性不如粒子图像测速(PIV)和粒子追踪测速(PTV)<sup>[3-5]</sup>方法。但随着计算机技术和数字图像处理技术的发展,以及人们对三维(3D)流动,尤其是超高速流场<sup>[6]</sup>、微通道流场<sup>[7]</sup>、显微三维定位<sup>[8]</sup>等测量需求的提高,PSV 方法又重新获得研究人员的关注。1997 年,Hering 等<sup>[9]</sup>提出了灰度拟合法处理粒子轨迹图片,与传统基于二值图的处理方法相比,减小了轨迹参数的误差。2011 年,Dixon 等<sup>[10]</sup>将 PSV 与全息技术相结合,测量了微胶体球的三维位置与速度。2016 年,Willits 等<sup>[6]</sup>采用超高速相机利用 PSV 方法测量了速度为 2000 m/s 以上的一维流动。2019 年 Wang 等<sup>[11]</sup>结合彩色照明系统与双目 PSV,测得了吊扇气流的三维矢量场。

粒子在长曝光时间下成像很可能移动到景深之外,尤其在采用显微镜头或成像系统放大倍率较大时,离焦现象不可避免,甚至导致相应测速系统不可用。本文基于离焦现象,提出了离焦粒子轨迹测速(DPSV),在灰度拟合法的基礎上,通过对特征参数  $\sigma$  的线性拟合,将测量范围拓展到三维空间,并推出了弯曲轨迹的拟合模型,使该方法能适用于弯曲三维轨迹的速度测量。针对单帧长曝光图像法获得粒子运动轨迹,采用不同轨迹参数和不同噪声水平下的仿真图片,分析了离焦模糊度和噪声分别对识别运动参数的影响。采用  $5\ \mu\text{m}$  的运动发光点进行标定实验,验证了离焦特征参数  $\sigma$  与深度位置  $z$  呈线性关系。最后通过对流场实验图片的处理,证明了此方法获取轨迹深度信息并获得三维速度的可行性。

## 2 基本原理

对于二维直线轨迹,Hering 等<sup>[9]</sup>提出了采用灰

度分布拟合的方法对轨迹特征进行提取。单个静止粒子所成图像的灰度分布,可以用一个二维高斯函数来表示

$$g_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (1)$$

式中: $\sigma$  为高斯分布函数的标准差,也称离焦特征参数; $(x_0, y_0)$  为粒子的质心坐标。当曝光时间  $T$  内粒子存在平行于成像平面的运动(假设速度  $v$  为常数)时,由于积分效应成像为一条轨迹,如图 1(a)所示。其轨迹图像的灰度分布为(1)式在曝光时间内的积分,经过适当简化和整理可得

$$g_{\sigma}(\mathbf{x}') = A \frac{G\left(\frac{1}{\sigma} |\mathbf{x}' \times \mathbf{n}|\right)}{l\sigma} \int_{1/\sigma(\mathbf{x}' \cdot \mathbf{n} - l/2)}^{1/\sigma(\mathbf{x}' \cdot \mathbf{n} + l/2)} G(\tau) d\tau, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}'$  为以质心为原点的图片二维坐标向量; $\mathbf{n}$  为粒子运动方向向量,即代表了粒子运动角度  $\theta$ ;" $\times$ " 符号表示两向量外积;" $\cdot$ " 符号表示两向量内积; $l$  即为曝光时间下粒子运动长度; $\sigma$  则表征了轨迹的宽度或宽度方向上的灰度分布程度,其大小等于(1)式中的  $\sigma$  值; $A$  为归一化参数,表征了图像灰度值的总和。 $G(x)$  为方差为 1 的一维高斯分布,

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad -\infty < x < \infty. \quad (3)$$

通过对灰度分布进行曲面拟合,可得到粒子的二维运动长度  $l$ 、二维运动角度  $\alpha$ 、离焦特征参数  $\sigma$ 、轨迹中心坐标  $(x_0, y_0)$  以及图片的灰度总和  $A$ 。因此二维方向上的速度大小和速度方向都可确定,其中运动方向的二义性可结合图片序列或多曝光方法<sup>[12]</sup>来确定。

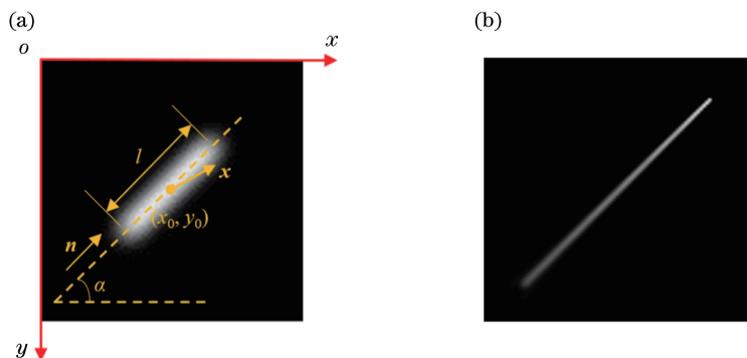


图 1 粒子轨迹示意图。(a)二维运动;(b)三维运动

Fig. 1 Typical particle trajectory image. (a) 2D movement; (b) 3D movement

但当粒子不平行于成像面的运动,即有深度方向上的速度分量时,轨迹的模糊程度将随运动而变化,如图 1(b)所示。对于尺度均一的标准颗粒,灰度分布情况蕴含着粒子距离镜头的远近,且离焦特征参数  $\sigma$  与深度距离  $z$  呈线性关系<sup>[13]</sup>。在这种情况下对于某一条轨迹,(2)式中的  $\sigma$  不再是一个定值,而是随  $x$  坐标线性变化的量。

$$\sigma = \sigma_1 + k(x - x_0), \quad (4)$$

式中:  $\sigma_1$  为轨迹中心处的离焦特征参数;  $k$  为  $\sigma$  随  $x$  坐标的变化率;  $\sigma_1$  和  $k$  都是待拟合参数。

弯曲轨迹在湍流实验图片中极易出现,可以看作是二维高斯分布沿曲线的积分。本文提出了圆弧模型用于拟合弯曲轨迹,如图 2 所示。在极坐标系下,点  $(r_0, \theta_0)$  为轨迹中心坐标,  $\theta_L$  是轨迹对应圆心角的一半。轨迹上任一点  $(r, \theta)$  的灰度可表示为

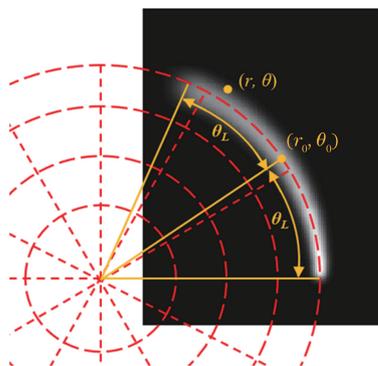


图 2 极坐标下弯曲轨迹模型

Fig. 2 Arc trajectory model in polar coordinates

$$g_s(\theta, r) = \frac{A}{2\pi} \int_{\theta-\theta_L}^{\theta+\theta_L} \frac{1}{\sigma^2} \exp \left[ -\frac{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\varphi - \theta_0)}{2\sigma^2} \right] r d\varphi, \quad (5)$$

式中:  $\sigma$  假定为  $\theta$  的线性函数,即  $\sigma = \sigma_1 + k(\theta - \theta_0)$ ;  $k$  为  $\sigma$  随角度的变化率;  $\sigma_1$  为轨迹中心处的离焦特征参数。

在准确得到  $\sigma$  的基础上,根据  $\sigma$  与深度  $z$  的线性关系可计算得出在曝光时间内深度方向的位移,从而计算出速度。

### 3 图像处理流程

本文所构建的轨迹图像处理流程如图 3 所示,主要分为图像分割和参数提取两部分。首先将灰度图像采用阈值分割,得到背景为黑色、轨迹为白色的二值图。本文采用阈值为 0.15 的定阈值分割,若图像存在光照不均问题可采用自适应阈值等其他图像分割方法<sup>[14]</sup>进行调整。通过识别二值图中的连通域获取每一条轨迹的位置及其周围矩形区域,将相应区域的灰度图像逐一截取出来,且仅保留该连通域内的灰度分布,连通域外赋为背景值(本文中背景值按整张原图的平均值估计),从而保证每一幅子图中有且只有一条轨迹,即实现单轨迹灰度图的分割。然后根据这条轨迹对应的骨架图判断是直线轨迹还是弯曲轨迹。若为直线轨迹则直接代入拟合公式 [(2)式]提取参数。若为弯曲轨迹,则将骨架图拟合

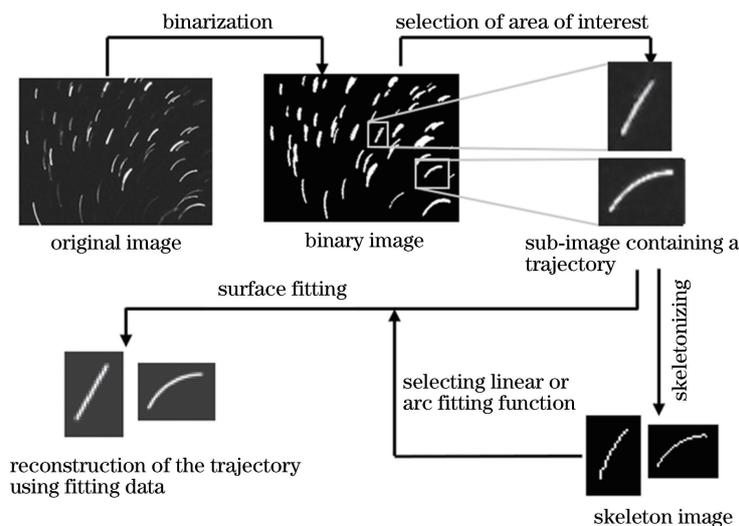


图 3 灰度拟合法图像处理流程

Fig. 3 Image processing flow chart for gray level fitting

成圆弧,并以圆心为坐标原点,将灰度图的图片坐标变换为极坐标,再代入(5)式拟合提取参数。待拟合参数包括轨迹位置坐标 $(x_0, y_0)$ 或 $(r_0, \theta_0)$ 、运动参数(轨迹长度 $l$ ,运动角度 $\alpha$ 或半圆心角 $\theta_L$ )、离焦参数 $\sigma$ 以及图片灰度总和 $A$ 。

#### 4 仿真图片验证

为验证图像处理算法的准确性,按照将静止

粒子沿轨迹方向叠加的方式仿真了一系列参数不同的仿真图像。图 4(a)展示了在不同深度平面二维运动的粒子仿真图像。背景灰度为 0,高斯核尺寸为 51 pixel $\times$ 51 pixel。运动长度为 50 pixel,运动方向与水平方向夹角为 30°。十条轨迹所对应的 $\sigma$ 值为 1~10。对图 4(a)分别添加噪声水平(噪声分布方差)为 5 和 10 的高斯噪声,得到图 4(b)和(c)。

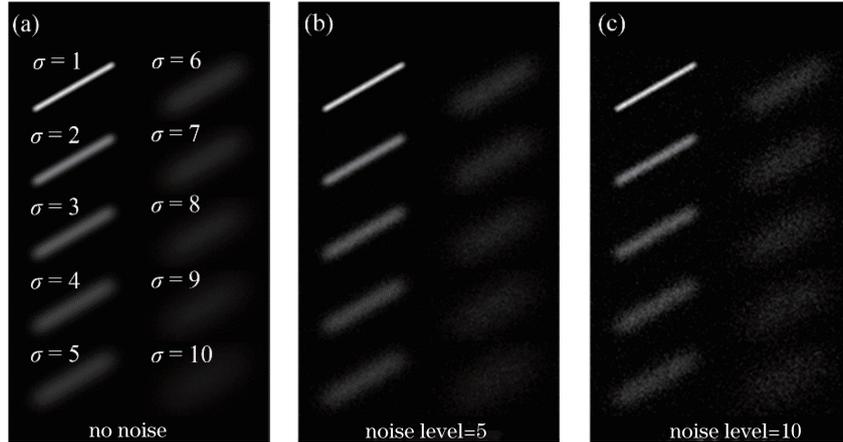


图 4 不同参数的仿真直线轨迹图像

Fig. 4 Synthetic straight trajectory images with different parameters

对仿真图像进行灰度拟合,得到的参数结果如图 5 所示。在无噪声情况下,参数识别结果与理论值相符,离焦特征参数 $\sigma$ 的误差不超过 0.08,运动长度 $l$

的误差不超过 0.1 pixel,运动角度 $\alpha$ 的误差不超过 0.2°。一般地,误差随噪声的增加而增大,且 $\sigma$ 越大,轨迹越模糊,越容易受到噪声的影响。

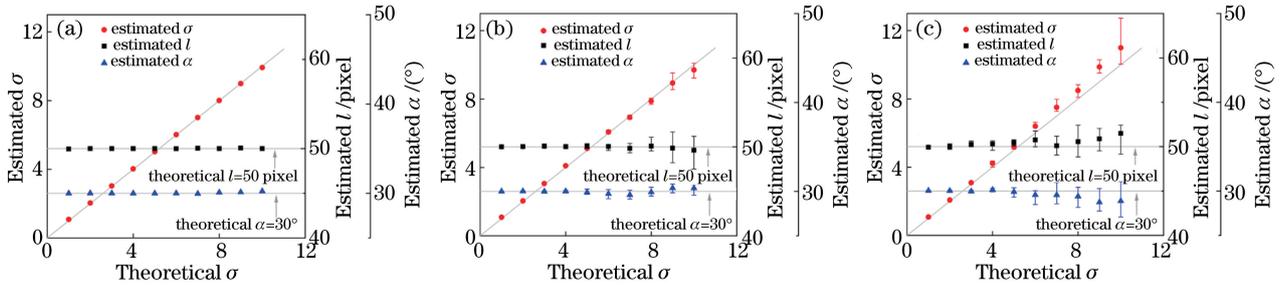


图 5 对图 4 中轨迹的参数识别结果。(a)无噪声下的识别结果;(b)噪声水平为 5 的识别结果;(c)噪声水平为 10 的识别结果

Fig. 5 Results of parameters measurement for trajectories in Fig. 4. (a) Result of image with no noise; (b) result of image with noise level of 5; (c) result of image with noise level of 10

图 6(a)展示了具有三维运动特征的弯曲轨迹,圆弧半径为 50 pixel,圆心角为 60°。轨迹上每一点处的 $\sigma$ 与此点的角度坐标呈线性关系,即 $\sigma = \sigma_1 + k(\theta - \theta_0)$ 。五条轨迹中 $\sigma$ 随角度的变化率 $k$ 都为 1,而轨迹中心处的离焦特征参数 $\sigma_1$ 的值为从 1 到 5 依次增加。以较清晰一端作为 A 点,较模糊一端为

B 点。图 6(b)、(c)为对图 6(a)分别添加方差为 3 和 5 的高斯噪声结果。对图 6(a)~(c)的处理结果如图 7 所示。无噪声时, $\sigma$ 的相对误差不超过 3.8%,运动长度 $l$ 的相对误差不超过 1%。当噪声水平为 3 时,在 $\sigma_1$ 不大于 3 的范围内 $\sigma$ 的相对误差约为 9.4%。轨迹越模糊,识别的 $\sigma$ 值误差越大。

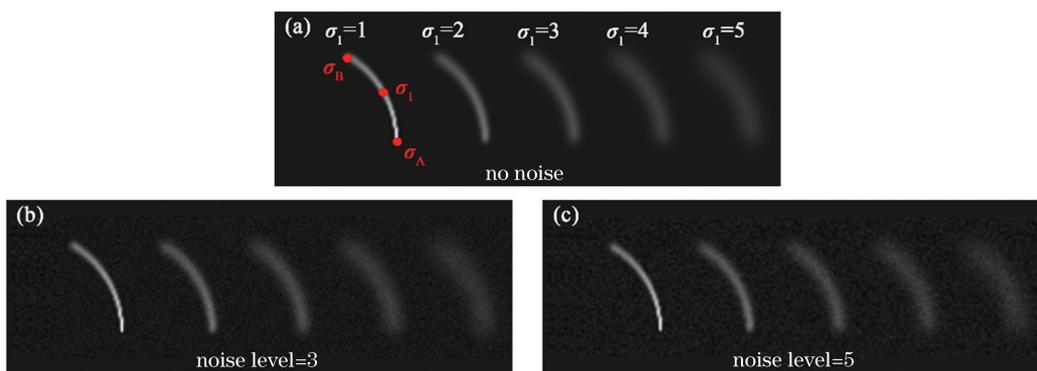


图 6 仿真弯曲轨迹图像

Fig. 6 Synthetic arc trajectory images

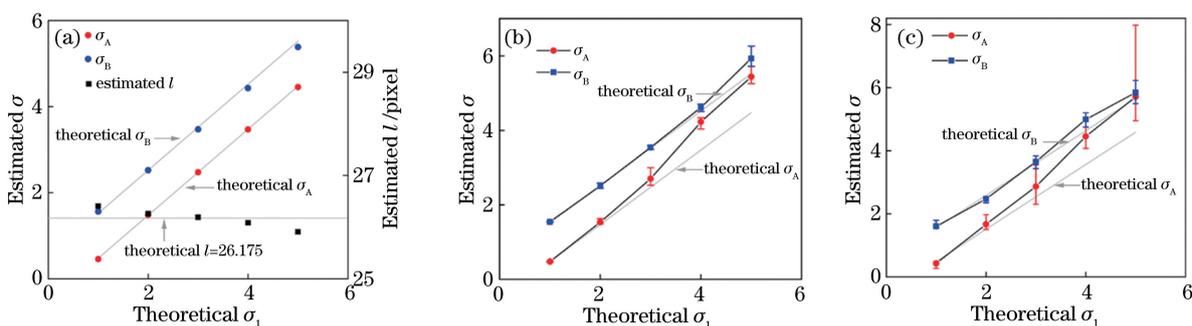


图 7 对图 6 中轨迹的参数识别结果。(a)无噪声下的识别结果;(b)噪声水平为 3 的识别结果;(c)噪声水平为 5 的识别结果

Fig. 7 Recognition results of parameters measurement for trajectories in Fig. 6. (a) Result of image with no noise; (b) result of image with noise level of 3; (c) result of image with noise level of 5

## 5 实验验证

### 5.1 发光点模拟实验

为验证 DPSV 的可靠性,设计了如图 8 所示的实验装置。LED 光源发射出的光经过直径为  $5\ \mu\text{m}$  的孔径光阑后形成类似示踪粒子的发光圆点,固定在滑轨上使之做匀速运动,为了体现深度方向上的速度,滑轨方向与成像面呈  $30^\circ$  角。成像系统对发光点进行长曝光拍摄成像。采用灿锐远心镜头,其型号为 XF-5MDT0.5 $\times$ 65,放大倍率为 0.5,景深为 0.7 mm,相机像元大小为  $4.8\ \mu\text{m}$ 。发光点运动速度由数控滑轨控制,拍摄不同速度(30~60 mm/s)和不同曝光时间下(15~30 ms)的轨迹,得到不同的轨迹图片进行误差分析。图 9 展示了发光点速度为 30 mm/s、曝光时间为 20 ms 的情况下拍摄的一组图像。

假定成像最清晰处发光点的深度位置为  $z = 0$ ,则图片上任一点的  $z$  坐标都可通过  $x$  坐标求出。采用灰度拟合法识别出每条轨迹中心处对应的  $\sigma$  值, $\sigma$  与  $z$  的关系如图 10 所示。可以看出  $z$  在  $-1.5\sim 1.5\ \text{mm}$  的范围内,景深外的数据表明  $\sigma$  与

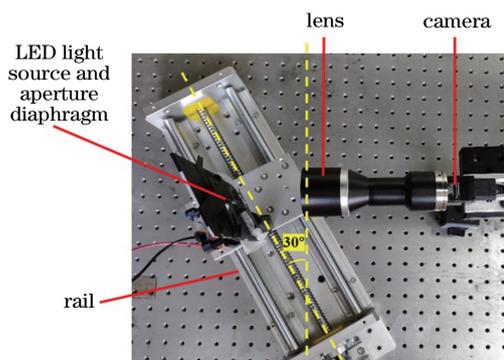


图 8 用于  $\sigma$  与  $z$  关系标定的实验系统

Fig. 8 Experiment system for  $\sigma$  and  $z$  calibration

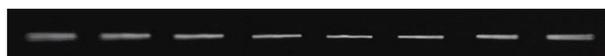
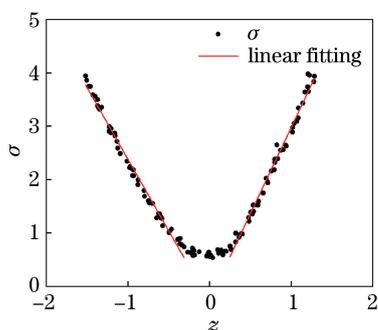


图 9 移速为 30 mm/s 的轨迹图像(有增强)

Fig. 9 Trajectory images when the target moves at speed of 30 mm/s (enhanced image)

$z$  呈线性关系。景深内的轨迹成像清晰,故  $\sigma$  变化不明显。对景深外的数据做线性拟合,得到的相对误差不超过 8%。 $\sigma$  与  $z$  的线性关系符合轨迹模型的假设,也符合多数学者的研究<sup>[13, 15]</sup>。对于不同的实验系统, $\sigma$  与  $z$  的确切关系需要标定。

图 10  $z$  和  $\sigma$  的关系Fig. 10 Relationship between  $z$  and  $\sigma$ 

## 5.2 流场实验图片中的应用

图 11 展示了水下射流实验在长曝光下拍摄到的图像,其中含有一个明显的涡旋。为避免离焦二义性,激光片光位于清晰成像面的一侧,厚度约为 2 mm。成像系统放大倍率为 0.1,相机像元大小为

3.45  $\mu\text{m}$ ,曝光时间为 130 ms,视场大小为 25.9 mm $\times$ 19.1 mm。采用灰度拟合法获得了轨迹的二维位置和离焦特征参数  $\sigma$ ,根据参数重建轨迹得到如图 11(b)所示的图像。暂以发光点实验中的标定关系计算出深度方向  $z$ ,已知轨迹长度在三个方向的分量,除以图片的曝光时间即可得到三维速度场,如图 12(a)所示。因所用的激光片光较薄,故深度方向范围较小,结果中  $z > 2$  mm 的轨迹应属于由于轨迹交叉引起的识别错误,故舍去。由实验原图可看出,位于图像左下角的轨迹较清晰,而右上角的轨迹较模糊,可推测出右上角轨迹离清晰成像面更远,右上角轨迹所对应的  $z$  方向坐标应大于左下角的,可知图 12(a)的结果与实际情况相符。图 12(b)为俯视图,可看出轨迹位置与速度大小都与实际情况大致相符。目前对于重叠、交叉轨迹的处理流程还有待优化。

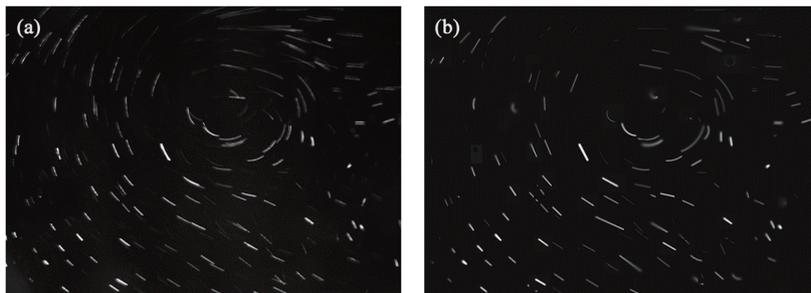


图 11 射流实验图像(有增强)。(a)原图;(b)通过灰度拟合法重建后图像

Fig. 11 Images of jet experiment (enhanced image). (a) Original image; (b) image reconstructed by gray-level fitting method

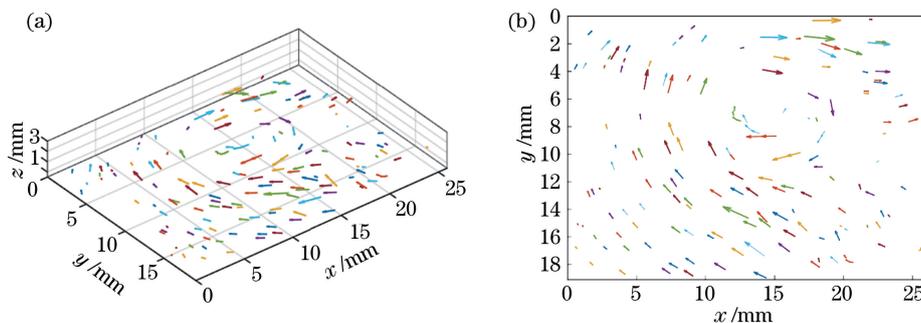


图 12 图 11 的三维速度处理结果。(a)三维速度场图;(b)俯视图

Fig. 12 3D velocity results for Fig. 11. (a) 3D velocity field; (b) top view

## 6 结 论

本文提出了基于灰度拟合的离焦粒子轨迹测速法,采用单目系统实现了三维 PSV。通过对仿真图片的测试,证明了灰度拟合法识别粒子的运动参数和离焦特征参数  $\sigma$  的准确性,无噪声时  $\sigma$  的相对误

差不超过 3.8%,在本文实验装置噪声水平(高斯方差约为 3)下,对于  $\sigma$  不超过 3 的弯曲轨迹,其  $\sigma$  相对误差约为 9.4%,直线轨迹的误差可低至 1.9%。采用发光点实验验证了景深外部离焦特征参数  $\sigma$  与深度位置  $z$  的线性关系,在  $-1.5 \sim 1.5$  mm 的测量范围内,拟合误差不超过 8%。以射流实验图片为

例证明了 DPSV 应用于三维流场测量的可行性。

### 参 考 文 献

- [1] Fage A, Townend H. An examination of turbulent flow with an ultramicroscope[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 1932, 135(828): 656-677.
- [2] Dimotakis P E, Debussy F D, Koochesfahani M M. Particle streak velocity field measurements in a two-dimensional mixing layer [J]. Physics of Fluids, 1981, 24(6): 995-999.
- [3] Pecora C. Particle tracking velocimetry: a review [D]. Washington, D.C.: University of Washington, 2018.
- [4] Tauro F, Piscopia R, Grimaldi S. PTV-Stream: a simplified particle tracking velocimetry framework for stream surface flow monitoring [J]. CATENA, 2019, 172: 378-386.
- [5] Luan K P, Ye J F, Wang S, et al. Flow field measurements in gain zone of XeF(C-A) gas laser based on particle image velocimetry [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(2): 0204007.  
栾昆鹏, 叶景峰, 王晟, 等. 基于粒子图像测速的 XeF(C-A)气体激光器增益区流场测量[J]. 中国激光, 2019, 46(2): 0204007.
- [6] Willits J D, Pourpoint T L. Particle streak velocimetry of supersonic nozzle flows [R]. West Lafayette: JANNAF Propulsion Meeting, 2016.
- [7] Mahanti P. Micro-particle streak velocimetry-theory, simulation methods and applications [D]. Phoenix: Arizona State University, 2011.
- [8] Fu Y, Wang T L, Zhao S. Imaging principles and applications of super-resolution optical microscopy [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(24): 240002.  
付芸, 王天乐, 赵森. 超分辨光学显微的成像原理及应用进展[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(24): 240002.
- [9] Hering F, Leue C, Wierzimok D, et al. Particle tracking velocimetry beneath water waves. Part I: visualization and tracking algorithms [J]. Experiments in Fluids, 1997, 23(6): 472-482.
- [10] Dixon L, Cheong F C, Grier D G. Holographic particle-streak velocimetry [J]. Optics Express, 2011, 19(5): 4393-4398.
- [11] Wang H, Zhang H, Hu X W, et al. Measurement of airflow pattern induced by ceiling fan with quad-view colour sequence particle streak velocimetry [J]. Building and Environment, 2019, 152: 122-134.
- [12] Zhou W, Wang F T, Wang X X, et al. Investigation on the particle streak velocimetry method based on binocular vision and multiple exposure [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(12): 1215001.  
周骛, 王芳婷, 王宵宵, 等. 基于双目多曝光的粒子轨迹测速方法研究[J]. 光学学报, 2021, 41(12): 1215001.
- [13] Zhou W, Tropea C, Chen B T, et al. Spray drop measurements using depth from defocus [J]. Measurement Science and Technology, 2020, 31(7): 075901.
- [14] Wu Z P, Ma Z W, Yan H, et al. Local threshold segmentation method based on multi-direction grayscale wave for image [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(6): 061016.  
吴正平, 马占稳, 颜华, 等. 基于图像的多方向灰度波动局部阈值分割方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(6): 061016.
- [15] Subbarao M, Gurumoorthy N. Depth recovery from blurred edges [C] // Proceedings CVPR '88: The Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 5-9, 1988, Ann Arbor, MI, USA. New York: IEEE Press, 1988: 498-503.