

可搬运铷喷泉原子钟量子化轴磁场的设计与优化

程鹤楠^{1,2}, 邓思敏^{1,2}, 张镇^{1,2}, 项静峰¹, 任伟¹, 吉经纬¹, 刘亮^{1*}, 吕德胜^{1,2**}¹中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学重点实验室, 上海 201800;²中国科学院大学材料科学与光电技术学院, 北京 100000

摘要 喷泉钟量子化轴磁场的空间均匀性和时间稳定性是制约原子钟输出频率稳定性和不确定度的重要因素。从外磁场屏蔽、磁场线圈设计、线圈电流源稳定性等方面考虑, 构建并优化设计了一套可搬运铷喷泉原子钟量子化轴磁场系统。为了消除环境磁场对量子化轴磁场的影响, 使用 5 层坡莫合金磁屏蔽进行外磁场的屏蔽; 利用 4 组对称的补偿线圈, 通过计算给予合适的电流, 获得喷泉钟内部 30 cm 原子自由飞行尺度内磁场波动小于 1 nT; 通过改善 C 场供电电流方式, 从而优化量子化轴磁场的稳定性, 磁场随时间的波动小于 0.1 nT。优化后喷泉钟长期频率稳定度达 2.9×10^{-16} , 磁场空间分布不均匀性带来的二阶塞曼频移不确定度为 3.4×10^{-19} , 由磁场随时间波动带来的二阶塞曼频移的不确定度为 5.1×10^{-17} 。

关键词 原子与分子物理学; 塞曼效应; 超精细结构; 原子钟; 磁敏跃迁法

中图分类号 O562

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1902001

Design and Optimization of Quantized Axial Magnetic Field for Transportable Rubidium Fountain Atomic ClockCheng Henan^{1,2}, Deng Siminda^{1,2}, Zhang Zhen^{1,2}, Xiang Jingfeng¹, Ren Wei¹,
Ji Jingwei¹, Liu Liang^{1*}, Lü Desheng^{1,2**}¹Key Laboratory of Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;²College of Materials Science and Opto-Electronic Technology, University of Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100000, China

Abstract The spatial homogeneity and temporal stability of a fountain clock's quantized axial magnetic field are essential factors that govern frequency stability and uncertainty. In this study, the quantized axial magnetic field system of a transportable rubidium fountain atomic clock is constructed and optimally designed considering several aspects, such as external magnetic field shielding, magnetic field coil design, and coil current source stability. A five-layer permalloy magnetic shield is used to shield the external magnetic field to eliminate the influence of the ambient magnetic field on the quantized axial magnetic field. The appropriate current is obtained through simulation using four groups of symmetrical compensation coils. The fluctuation of magnetic field less than 1 nT is obtained in a 30-cm free flight trajectory of the cold atoms cloud. The temporal stability of the quantized axial magnetic field is optimized by improving the C-field supply current method, and the fluctuation of the field over time is less than 0.1 nT. After optimization, the long-term frequency stability of the fountain clock reaches 2.9×10^{-16} , and the uncertainty of the second-order Zeeman frequency shift caused by the inhomogeneity of the magnetic field spatial distribution is less than 3.4×10^{-19} . Additionally, the uncertainty of the second-order Zeeman frequency shift caused by the fluctuation of the magnetic field with time is approximately 5.1×10^{-17} .

Key words atomic and molecular physics; Zeeman effect; hyperfine structure; atomic clock; magnetic-sensitive

收稿日期: 2021-04-02; 修回日期: 2021-04-15; 录用日期: 2021-04-27

基金项目: 国家自然科学基金(12004401)、科技部重大仪器专项(2013YQ09094304)

通信作者: *liang.liu@siom.ac.cn; **dshlv@siom.ac.cn

transition method

OCIS codes 020.7490; 020.2930; 120.3930

1 引言

喷泉原子钟作为当前最精密的原子钟之一,在守时授时、精密测量物理、导航定位等许多领域得到了广泛的应用^[1-3]。喷泉钟主要特点是利用激光冷却技术^[4],将原子团冷却到接近绝对零度($\sim \mu\text{K}$),然后在总长度为 0.8 m 左右的竖直真空管道内上抛原子团,在上抛和下落的过程中,利用激光和微波与冷原子团的相互作用,对原子团进行量子态制备、Ramsey 相互作用、量子态检测等操作,最后对微波误差信号进行反馈控制,完成一个时钟周期的运行。在每一个时钟周期内,由于存在多次微波场与冷原子的磁偶极跃迁相互作用,因此在原子团运动的特定位置需要给定量子化轴磁场,如果量子化轴磁场设置不合适,将会严重影响原子钟性能。量子化轴磁场主要关注两个方面:一是原子团在量子态制备后,原子运动路径不能有磁场零点和较大的磁场梯度,否则部分冷原子将会从单一的磁子能级量子态跃迁到其他能级,影响量子态制备效果;但更重要的是微波和原子 Ramsey 相互作用区域的 C 场,它是影响喷泉钟频移量较多因素当中较大的一项,由此引起的二阶塞曼频移通常在 10^{-13} 量级^[5-6]。为了使原子超精细能级退简并,发生塞曼分裂,喷泉钟 Ramsey 作用区及自由飞行区域内的弱磁场必须满足均匀、稳定且垂直向上三个因素。这三个条件主要是由 C 场磁场线圈和磁屏蔽来保证的。实验上,通常采用磁敏跃迁 Ramsey 条纹法^[7-9]来测量喷泉内部的剩余磁场,但是此方法对磁场空间分布的均匀性及磁场的稳定度要求很高,否则很难获得信噪比较高的 Ramsey 条纹^[10]。

本文利用特别的磁屏蔽设计和线圈设计,来满足量子态制备和 Ramsey 相互作用过程中原子钟对量子化轴磁场的要求。采用选态补偿线圈消除原子选态后可能存在的额磁场零点,采用有限长无磁螺线管并在两端对称增加 4 组无磁补偿线圈的方式来产生 C 场。并通过计算的方法得到较为均匀 C 场的电流大小,并通过磁通门磁强计测量未安装物理系统时各点的磁场大小。在喷泉钟完全装配后,利用磁敏跃迁法得到的 Ramsey 条纹测量不同配置下的磁场大小及其随时间的波动,并以此评估二阶塞曼频移的不确定度。通过增加补偿线圈及其配套的

磁屏蔽装置,有效改善了内部磁场分布情况,并且通过对供电电源的选择来优化内部磁场随时间的波动变化,从而减小了二阶塞曼频移的不确定度,使其进入小 10^{-17} 量级。

2 基本原理

在弱外磁场作用情况下,原子基态的超精细能级会发生分裂。对于中间场情形,Breit-Rabi 公式^[11]可以用来很好地描述⁸⁷Rb 原子基态超精细能级的塞曼分裂:

$$\begin{cases} E(F, m_F) = -\frac{E_0}{2(2I+1)} + \\ m_F \mu_B g_I B \pm \frac{E_0}{2} \left(1 + x^2 + \frac{4m_F x}{2I+1}\right)^{\frac{1}{2}}, \\ x = \frac{(g_J - g_I) \mu_B B}{\Delta E_0}, \end{cases} \quad (1)$$

式中: E_0 为未扰动基态能级的能量; I 为核自旋量子数; m_F 为磁子能级量子数; g_I 为核自旋的 Lande 因子;玻尔磁子 $\mu_B = h \cdot 1.399624604 \frac{\text{MHz}}{\text{G}} = h \cdot 1.399624604 \times 10^{10} \text{ Hz/T}$; B 为外磁场的大小; F 为总角动量量子数; g_J 为内量子数的 Lande 因子。

对于⁸⁷Rb 原子,钟跃迁 $F=2, m_F=0 \rightarrow F=1, m_F=0$ 来说,二阶塞曼频移为

$$\Delta\nu_{\text{secondZeeman}} = \frac{\nu_0}{2} x^2 = 575.15 \times 10^8 \langle B^2 \rangle. \quad (2)$$

对于磁敏跃迁 $F=2, m_F=-1 \rightarrow F=1, m_F=-1$, 有

$$\Delta\nu_{\text{Zeeman}} = \frac{\nu_0}{2} x = 1.4 \times 10^{10} \langle B \rangle, \quad (3)$$

式中: $\langle \rangle$ 代表原子飞行路径上的磁场的时均。由于 C 场磁场的空间不均匀性和时间不稳定性,磁场平均的平方和磁场平方的平均是不同的,有

$$\langle B^2 \rangle = \langle B \rangle^2 + \sigma^2, \quad (4)$$

式中: σ 为原子飞行路径上磁场的标准差。综上,二阶塞曼频移的不确定度为

$$\frac{\Delta\nu_{\text{secondZeeman}}}{\nu_0} = 2 \left(\frac{\Delta\nu_{(-1,-1)}}{\nu_0} \right)^2 + 575.15 \times 10^8 \times \frac{\sigma^2}{\nu_0}. \quad (5)$$

3 分析与讨论

由二阶塞曼频移不确定度理论计算可知,影响

二阶塞曼频移的不确定度主要有两个因素,一是 C 场磁场的空间不均匀性,二是 C 场的磁场大小随时间的波动。所以对这两个因素进行磁场优化,减小磁场引起的二阶塞曼频移。

3.1 C 场磁场的空间不均匀性优化

喷泉钟的物理系统是喷泉钟装置主体,图 1 为可搬运铷喷泉原子钟装置图,整个装置集中在一个方便运输的长条形轮式板车上。可搬运铷喷泉原子钟的磁屏蔽主要用于屏蔽地磁场。研制的磁屏蔽装置由高磁导率坡莫合金加工而成,结构如图 1 所示。磁屏蔽筒由 5 层屏蔽筒组成,磁屏蔽的厚度为 1.5 mm。磁屏蔽筒两端设计成沿屏蔽筒向下覆盖的结构,以保证磁屏蔽筒和屏蔽盖紧密配合,减少磁场泄漏。在安装过程中,由于磕碰、应力变化、螺钉旋紧等原因,磁屏蔽筒都可能产生剩余磁场,通常会在磁屏蔽和真空管道中间缠绕 5 组退磁线进行磁屏蔽退磁工作。在喷泉钟通电运行之前,要对喷泉钟进行退磁处理,这样可以将磁屏蔽内的剩余磁场退掉,进而改善 C 场的空间分布。磁屏蔽在未安装物理系统时,用磁强计(Bartington Mag-01H)测量退磁后只有 5 层磁屏蔽及机架内部磁场的情况,每移动 1 cm 记录一个数据,测量结果如图 2 所示,测量分辨率为 0.1 nT。测量零点为整个物理装置底盘处,14~29 cm 处为选态区,38~42 cm 处为探测区。

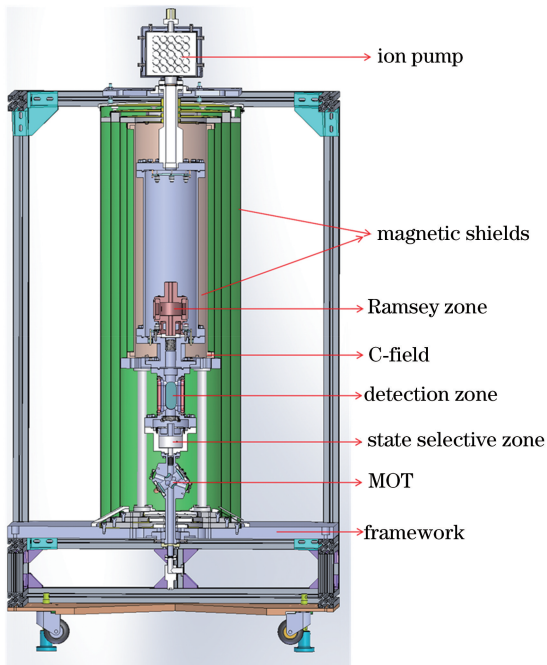


图 1 可搬运铷喷泉原子钟装置模切图

Fig. 1 Die cut drawing of a transportable rubidium fountain atomic clock

Ramsey 相互作用区和自由飞行区的位置在 63~107 cm 处,磁场分布如图 2 内嵌图所示,可以看出磁屏蔽退磁后,Ramsey 相互作用区和自由飞行区的剩余地磁波动在 2 nT,屏蔽效果较优。图 2 中,磁场大小为正值,代表磁场方向向下。由于喷泉钟闭环实验要求 C 场需要产生一个竖直向上的均匀磁场作为原子飞行路径的量子化轴,这样磁场在选态区就会产生磁场零点。所以为了保证选态区和探测区的磁场方向与 C 场方向一致,在选态区到探测区的区域装配了一组与 C 场磁场方向一致的补偿线圈,用于避免在原子选态后发生 Majorana 跃迁,如图 3(b)所示。这一区域产生的磁场大小大约为 130 nT,完全满足在选态后原子飞行路径上磁场无零点的要求。在磁场没有零点突变的情况下,由 Majorana 跃迁产生的相对频率移动在 10^{-19} 量级以下,可以忽略不计^[12]。

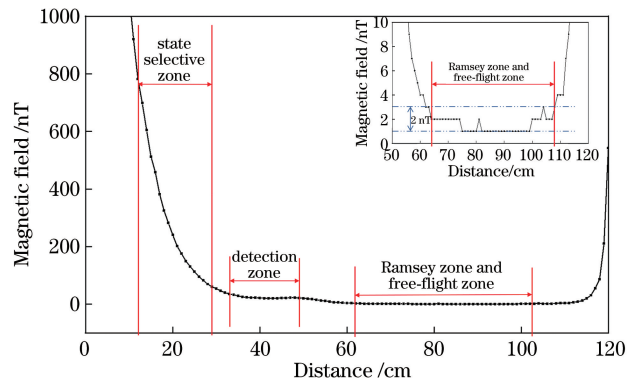


图 2 磁屏蔽退磁后内部剩余磁场分布

Fig. 2 Residual magnetic field distribution inside the magnetic shield after demagnetization

常规 C 场是采用单层螺线管线圈产生的磁场,但是这样只能在中心区域产生较均匀磁场,两端下降较快。本实验采取的 C 场的磁场由密绕通电无磁螺线管产生的主磁场和上下各 4 组对称的补偿线圈组成,如图 3(a)所示。其中一个主线圈产生沿原子飞行路径轴向的恒定磁场,另外 4 组顶部补偿线圈和 4 组底部补偿线圈产生的磁场用于补偿洛伦兹线圈两端和中心磁场的均匀,这样在线圈轴产生约 50 nT 的均匀的垂直向上的磁场。Biot-Savart 定律^[13]可以计算轴上任意一点的磁场大小,理论计算结果如图 4 所示。发现上下 4 组对称的补偿线圈可以对 C 场均匀区进行有效的延长,通过给予适当大小的补偿电流,Ramsey 区域和自由飞行区域内的磁场波动可以保持在 1 nT 以内,如图 4 内嵌图圆点线所示,约是单线圈波动的 1/5,优化了磁场的波

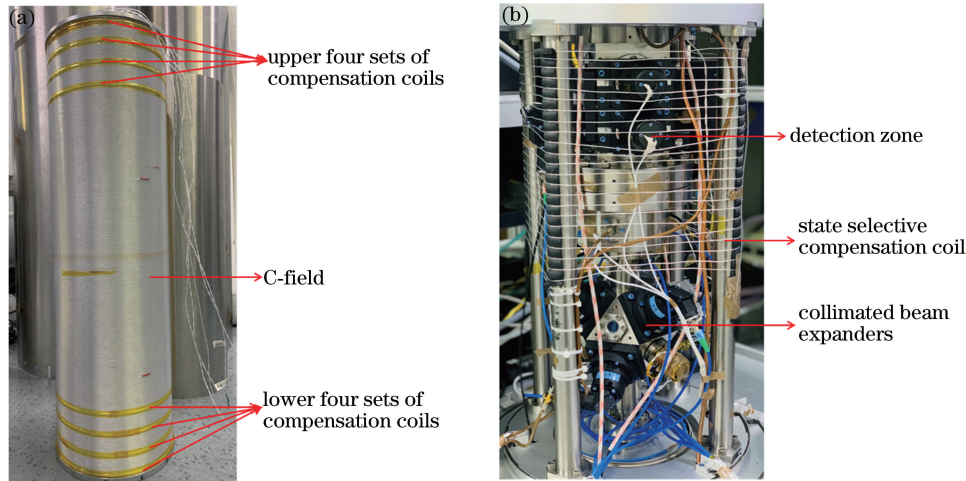
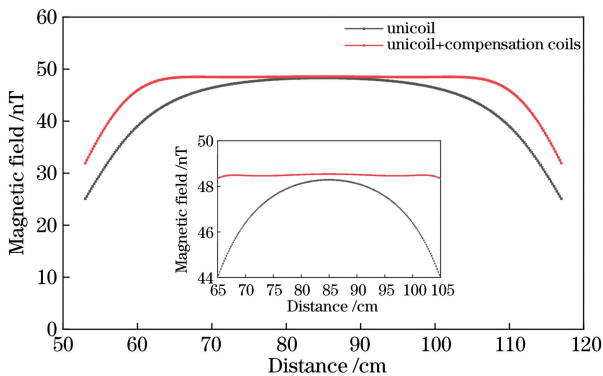


图 3 磁场线圈。(a) C 场线圈及其补偿线圈;(b)选态补偿线圈

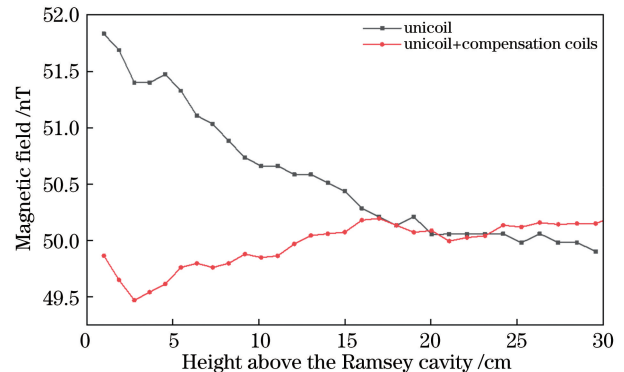
Fig. 3 Magnetic field coil. (a) C-field coil and its compensation coil; (b) state selective compensation coil

动。这样可以使原子在两次通过微波相互作用区、进行两次 Rabi 作用和自由飞行时,两部分平均磁场的梯度减小。在进行磁敏跃迁 Ramsey 条纹测量时,Ramsey 条纹的对比度增大。通电无磁线圈的有限轴向长度、磁屏蔽退磁后效果不理想及长时间会被磁化等影响,C 场的磁场强度在空间上总是存在一定的起伏。由于磁屏蔽两端端盖开口的影响,磁屏蔽内的磁场计算变得困难,所以利用原子磁敏跃迁法分别测量有无补偿线圈的内部磁场情况,结果如图 5 所示。方块线为单线圈的磁场波动情况实测结果,波动约为 2 nT,二阶塞曼频移的不确定度为 2.8×10^{-18} ,圆点线为补偿后的磁场波动实测结果,波动为 0.7 nT 左右,与理论结果较为符合,二阶塞曼频移为 3.4×10^{-19} 。

图 4 C 场单线圈和 C 场单线圈及其补偿线圈的磁场理论计算
Fig. 4 Theoretical calculation of magnetic fields for C-field uncoil and C-field uncoil with compensation coils

3.2 C 场磁场随时间波动优化

针对有补偿线圈的磁场缠绕方式的磁场随时间波动的情况,分别采取三种供电模式进行 Ramsey

图 5 磁敏跃迁法测量有无补偿线圈的内部磁场情况
Fig. 5 Internal magnetic field distribution with and without compensation coils measured by magnetic-sensitive transition method

磁敏跃迁实验。第一种供电模式是采用商用电流源 (Thorlabs LDC202C) 进行供电,电流输出标称分辨率小于 $10 \mu\text{A}$,长期电流漂移小于 $3 \mu\text{A}$,输出电流纹波小于 $1.5 \mu\text{A}$ 。当需要产生 50 nT 的 C 场磁场强度时,其供电电流约为 $41 \mu\text{A}$,电流长期漂移接近 10%,导致磁场的波动较大,实验测得无 Ramsey 条纹,只有 Rabi 包络。

第二种供电模式,通过设计高稳定性的 C 场及补偿电流源电路板,C 场电流源的电路如图 6 所示,基本设计思路是基于 LM399 稳压源实现输出电流的恒定,输出电压温度系数标称 0.5×10^{-6} 。电路板共有 4 路输出,电流大小的调节可以通过电位器的分压实现,所以输出电流受电位器的精度和温度漂移的影响,还会受取样电阻、运放等影响,导致输出电流的稳定性变差。最终采用低温度漂移的极低噪声、四通道运算放大器 (OP470) 及低温度漂移电

位器 (Vishay 534) 配合固结电压源, 可以保证输出电流的稳定性, 还可以根据实验需求灵活调节输出电流大小。利用 8 位半数字万用表 (Agilent 3458A $8^{1/2}$ Digit Multimeter) 长时间采集 C 场供电电流的输出, 观测其稳定性, 测量结果如图 7(a) 所示, 发现 C 场电流源在 20000 s 以内波动在 $0.014 \mu\text{A}$ 左右, 对应磁场的波动约为 $3.5 \times 10^{-2} \text{ nT}$ 。由于采用同一电路板分路供电, 故补偿电流源的波动也可认为在 $0.014 \mu\text{A}$ 左右, 所以最终磁敏 Ramsey 中心条纹波动约为 $\pm 0.9 \text{ Hz}$ 。将原子抛射速度设定为

3.84 m/s , 对应抛射高度为 752.3 mm , 对 $(-1, -1)$ 磁敏跃迁的中心条纹及其左右各一条条纹进行反复测量, 中心条纹频率波动结果如图 7(b) 所示, 发现最终磁敏跃迁 Ramsey 中心条纹波动为 $\pm 1.5 \text{ Hz}$, 由于存在磁屏蔽磁化和退磁效果不理想等原因, 其与理论结果稍有误差。根据实验结果, 由 (5) 式计算得到二阶塞曼频移为 2.2×10^{-14} , 二阶塞曼频移不确定度约为 1.2×10^{-16} 。由于 C 场波动较大, 所以磁敏跃迁 Ramsey 条纹对比度较差, 如图 8(a) 所示。

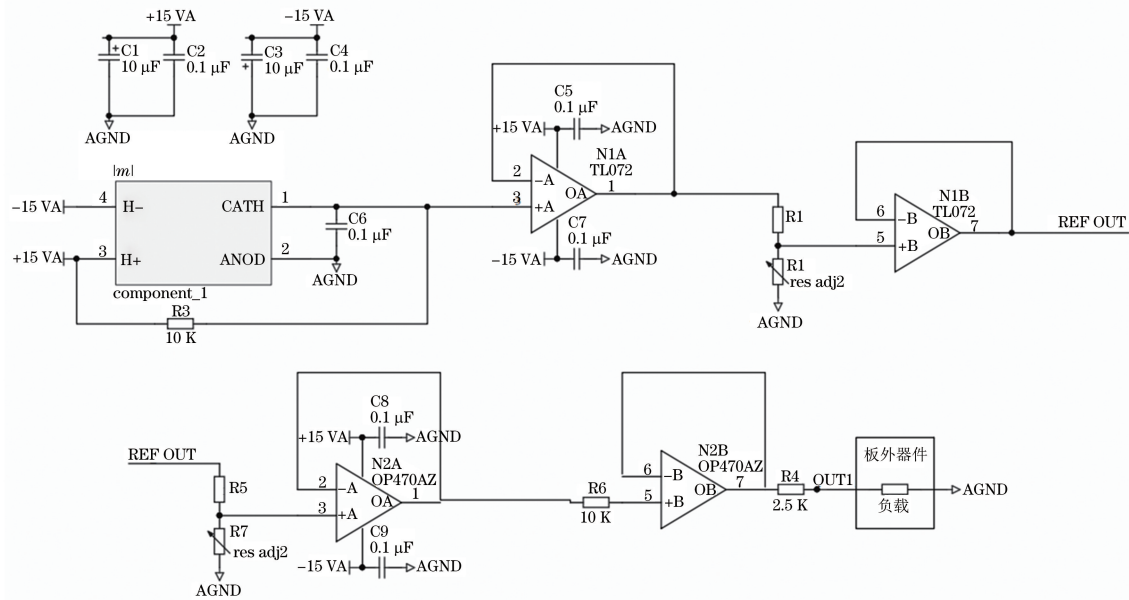


图 6 C 场及其补偿电流供电电路原理图

Fig. 6 Scheme diagram of the C-field and its compensation coils current supply circuit

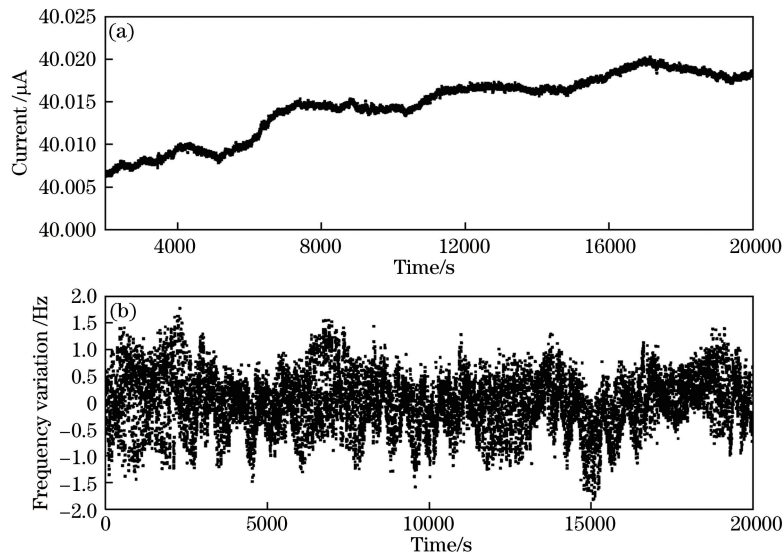


图 7 输出电流和中心频率的波动情况。(a) 稳压电路板输出电流的波动; (b) $(-1, -1)$ Ramsey 跃迁中心频率的波动
Fig. 7 Fluctuations of output current and central frequency. (a) Output current fluctuation of the voltage regulator circuits; (b) fluctuation of $(-1, -1)$ Ramsey transition central frequency

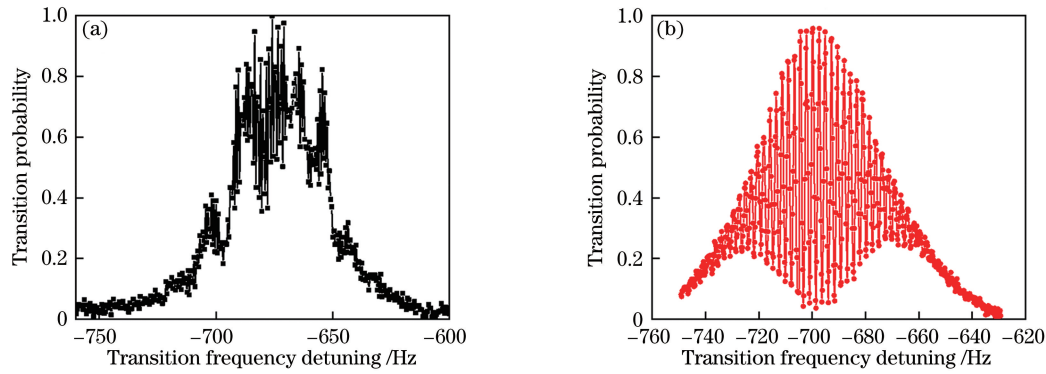


图 8 Ramsey 条纹。(a) 稳压电路为 C 场电流时的 $(-1, -1)$ 磁敏跃迁的 Ramsey 条纹;(b) NI-4156 板卡为 C 场电流时的 $(-1, -1)$ 磁敏跃迁的 Ramsey 条纹

Fig. 8 Ramsey fringes. (a) Ramsey fringes of $(-1, -1)$ magnetic-sensitive transition when voltage regulator circuits is C-field current; (b) Ramsey fringes of $(-1, -1)$ magnetic-sensitive transition when the NI-4156 card is C-field current

第三种供电模式,采用 NI-PXIe 4139 板卡,通过单槽 PXI Express 模块搭配 NI(美国国家仪器)主机箱输出高稳定电流,使其作为喷泉钟 C 场的供电电流,当供电电流小于 $100 \mu\text{A}$ 时,其分辨率为 10 pA ,当温度波动 $\pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$ 时,其精度波动为当前电流的 0.022% 。采用第 2 节描述的高稳定性的 C 场及补偿电流源电路板作为图 3 中上下补偿线圈的供电电源。同样利用 8 位半数字万用表采集 C 场电流,采集结果如图 9(a) 所示。发现 C 场电流源在 70000 s 内波动 $2.0 \times 10^{-3} \mu\text{A}$,对应的磁场波动为

$5 \times 10^{-3} \text{ nT}$,是电路板波动的 $1/7$ 。所以理论计算得磁敏 Ramsey 中心条纹波动约为 $\pm 0.57 \text{ Hz}$ 。同样利用磁敏跃迁法监测速度为 3.84 m/s 时的磁敏跃迁中心条纹及其左右各一条纹的中心波动情况,测量结果如图 9(b) 所示,中心条纹波动约为 $\pm 0.75 \text{ Hz}$,对应的二阶塞曼频移为 2.09×10^{-14} ,二阶塞曼频移不确定度为 5.1×10^{-17} ,不确定度约为采用稳压板供电的 $1/2$,二阶塞曼频移略有减小。在这个磁场条件下可以获得对比度和对称性较好的 $(-1, -1)$ 跃迁的 Ramsey 条纹,如图 8(b) 所示。

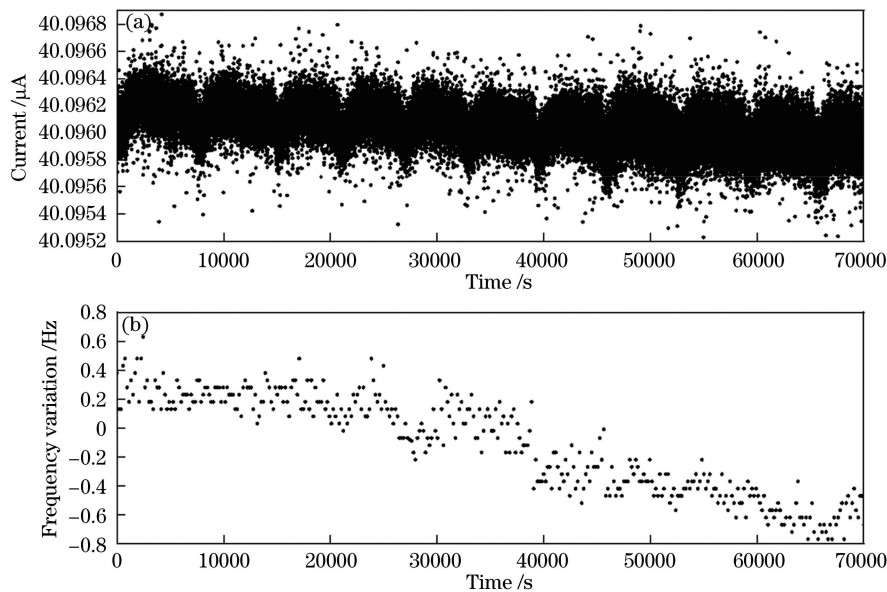


图 9 输出电流和中心频率的波动情况。(a) NI-4156 板卡输出电流的波动;(b) $(-1, -1)$ Ramsey 跃迁中心频率的波动

Fig. 9 Fluctuations of output current and central frequency. (a) Output current fluctuations of the NI-4156 card; (b) fluctuation of the $(-1, -1)$ Ramsey transition central frequency

对于喷泉钟来说, 10^{-15} 量级的相对频率波动很可能是 C 场随时间的波动导致二阶塞曼频移不确定度引起的。利用作为 C 场电源的 NI-PXIe 4139

板卡和电路板提供补偿电流进行闭环实验,发现稳定度较未进行优化之前变好^[14],其 Allan 方差如图 10 所示。图 10 中横坐标 τ 为采样时间,纵坐标

$\sigma_y(\tau)$ 为 Allan 方差, 100s 后稳定度满足 $3.4 \times 10^{-13} \tau^{-\frac{1}{2}}$ 关系式。喷泉原子钟的长期稳定度主要受到喷泉原子钟共振频率的缓慢漂移影响。引起喷泉原子钟共振频率的缓慢漂移的原因主要为光强、磁场、温度等的变化。磁场的变化比较缓慢, 所以主要影响原子钟的长期频率稳定度。由图 10 可知, 长期稳定度为 $2.9 \times 10^{-16} @ 400000$ s。所以, 均匀稳定的 C 场是获得性能优异的喷泉钟的基础。

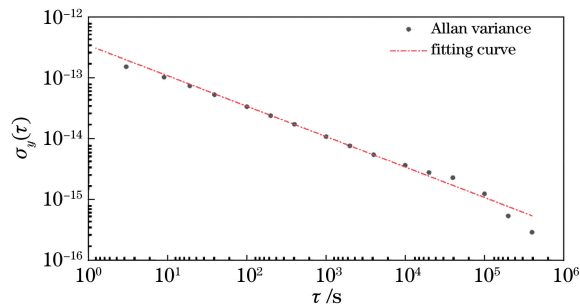


图 10 铷喷泉原子钟磁场优化后的 Allan 方差

Fig. 10 Allan variance after magnetic field optimization of rubidium fountain atomic clock

4 结 论

通过优化 C 场线圈的分布及其补偿线圈电流, 获得了波动小于 1 nT 的均匀度较好的空间磁场分布。此外还改善了 C 场线圈及其补偿线圈的供电模式, 对优化后二阶塞曼频移的不确定度重新进行了评定, 优化后的不确定度为 5.1×10^{-17} , 约为优化前的 1/2。在磁场优化后, 对喷泉钟进行闭环锁定, 长期稳定度为 $2.9 \times 10^{-16} @ 400000$ s。C 场空间均匀度和时间稳定性的提高将可搬运铷喷泉原子钟不确定度提高 1 个数量级, 长期稳定度变好。这个结果足以支撑喷泉钟的整体不确定度进入到 10^{-17} 量级, 为提高喷泉钟的不确定度、提升喷泉钟性能打下有力基础。

参 考 文 献

[1] Lorini L, Pavlenko K, Bize S, et al. Preliminary stability analysis of Rb fountains for timescale generation [C]//2017 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), July 9-13, 2017, Besancon, France. New York: IEEE Press, 2017: 317-321.

[2] Dai S Y, Zheng F S, Liu K, et al. Cold atom clocks and their applications in precision measurements[J]. Chinese Physics B, 2021, 30(1): 013701.

[3] Huang B Y. Atomic clocks in navigation stars and space stations [J]. China Metrology, 2002(8): 46-47.
黄秉英. 原子钟在导航星和空间站的应用 [J]. 中国计量, 2002(8): 46-47.

[4] Wang Y Q. Laser cooling and trapping of atoms[M]. Beijing: Peking University Press, 2007.
王义道. 原子的激光冷却与陷阱 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2007.

[5] Gerginov V, Nemitz N, Weyers S, et al. Uncertainty evaluation of the caesium fountain clock PTB-CSF₂ [J]. Metrologia, 2010, 47(1): 65-79.

[6] Ovchinnikov Y, Marra G. Accurate rubidium atomic fountain frequency standard [J]. Metrologia, 2011, 48(3): 87-100.

[7] Yang S H, Baek K J, Kwon T Y, et al. Second-order Zeeman frequency shift in the optically pumped cesium beam frequency standard with a dual servo system [J]. Japanese Journal of Applied Physics, 1999, 38(10): 6174-6177.

[8] Wang X L, Ruan J, Liu D D, et al. The study of second-order Zeeman shift of the cesium fountain clock NTSC-F₁ [C]//2016 IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS), May 9-12, 2016, New Orleans, LA, USA. New York: IEEE Press, 2016: 1-3.

[9] Wang Q, Zhang N, Guang W, et al. Precision measurements of the ground-state hyperfine splitting of ⁸⁵Rb using an atomic fountain clock [J]. Physical Review A, 2019, 100(2): 022510.

[10] Ji Q C, Zhao W J, Wang Y, et al. Evaluation and suppression of the magnetic-induced Rabi broadening of magnetic-sensitive Ramsey fringes [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2021, 38(4): 1078.

[11] Ramsey N. Molecular beams [M]. Oxford: Oxford University Press, 1986.

[12] Gerginov V, Nemitz N, Weyers S, et al. Uncertainty evaluation of the caesium fountain clock PTB-CSF₂ [J]. Metrologia, 2010, 47(1): 65-79.

[13] Ma W W, Zhou Y Q, Xie X S. Physics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 243-249.
马文蔚, 周雨清, 谢希顺. 物理学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 243-249.

[14] Wang X W, Liu K K, Cheng H N, et al. Optimization of temperature characteristics of a transportable ⁸⁷Rb atomic fountain clock [J]. Chinese Optics Letters, 2019, 17(8): 080201.