

## 离轴自由曲面光学系统偏振像差特性研究

张艺蓝<sup>1,2</sup>, 史浩东<sup>1\*</sup>, 王超<sup>1</sup>, 李英超<sup>1</sup>, 刘壮<sup>1</sup>, 张肃<sup>1</sup>, 姜会林<sup>1</sup><sup>1</sup>长春理工大学吉林省空间光电技术重点实验室空间光电技术国家与地方联合工程研究中心, 吉林 长春 130022;<sup>2</sup>长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

**摘要** 针对自由曲面型所引起的偏振像差对系统的成像质量和测量精度的影响不可忽略, 基于琼斯表示法提出含有条纹泽尼克多项式的自由曲面离轴光学系统的偏振像差分析方法, 构建自由曲面反射光学系统的偏振像差解析模型, 分析条纹泽尼克多项式中  $Z_5$  和  $Z_6$  项对视场离轴光学系统偏振像差分布的影响。通过全视场偏振光线追迹验证自由曲面对视场离轴光学系统的相位像差、相位延迟和二向衰减三种偏振像差的作用规律。针对含有自由曲面的大视场离轴三反光学系统进行全视场偏振像差分析。分析结果表明, 相位像差分布与自由曲面型矢高分布一致, 二向衰减和相位延迟均为系统总体的 50%。

**关键词** 光学设计; 偏振像差; 琼斯矩阵; 自由曲面; 偏振光线追迹; 离轴系统

中图分类号 O436.3

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1822002

## Research on Polarization Aberration Characteristics of Off-Axis Freeform Surface Optical System

Zhang Yilan<sup>1,2</sup>, Shi Haodong<sup>1\*</sup>, Wang Chao<sup>1</sup>, Li Yingchao<sup>1</sup>, Liu Zhuang<sup>1</sup>,  
Zhang Su<sup>1</sup>, Jiang Huilin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>National and Local Joint Engineering Research Center for Space Optoelectronics Technology, Jilin Key Laboratory of Space Optoelectronics Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China;

<sup>2</sup>College of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

**Abstract** Aiming at the influence of the polarization aberration caused by the freeform surface on the imaging quality and measurement accuracy of the system, the polarization aberration analysis method of the freeform off-axis optical system with fringe Zernike polynomial is proposed based on Jones representation, and an analytical model of polarization aberration for freeform reflection optical system is constructed, and the effects of  $Z_5$  and  $Z_6$  in fringe Zernike polynomials on the polarization aberration distribution of off-axis field of view optical systems are analyzed. Through the tracing of the polarized light in the full field of view, it is verified that the freeform surface acts on the three polarization aberrations of the field of view off-axis optical system, such as phase aberration, diattenuation, and retardance. A full-field polarization aberration analysis is carried out for a large field of view off-axis three-mirror optical system with freeform surfaces. The analysis results show that the phase aberration distribution is consistent with the vector height distribution of the freeform surface, and the two-direction attenuation and phase delay are 50% of the total system.

**Key words** optical design; polarization aberration; Jones matrix; freeform surface; polarization ray tracing; off-axis system

**OCIS codes** 220.1010; 260.5430; 110.5405; 110.6770

收稿日期: 2021-03-10; 修回日期: 2021-03-30; 录用日期: 2021-04-07

基金项目: 国家自然科学基金(61805027, 61805028)、吉林省教育厅项目(JJKH20190577KJ)、国家自然科学基金重大项目(61890960)

通信作者: \*shihaodong08@163.com

## 1 引言

偏振像差是表征光线通过光学系统后偏振态所发生的变化,非正入射到光学界面的光是引起偏振像差的主要因素之一。虽然离轴自由曲面光学系统能够有效解决传统同轴光学系统难以同时实现大孔径、大视场和长焦距的瓶颈,但同时也引入了非旋转对称的偏振像差。对于大相对孔径的光刻物镜和超长焦距的天文望远镜等高精度光学系统,偏振像差对成像质量和测量精度的影响将不可忽略<sup>[1]</sup>。因此,掌握自由曲面对离轴光学系统的偏振像差的作用机理,将有助于掌握和调控光学系统的偏振像差分布,进而满足特殊光学系统高精度成像的需求。

国外对于偏振像差的研究起步较早。1987年,Chipman<sup>[2]</sup>提出了偏振像差理论,并通过琼斯矩阵的特征值分解出二向衰减和相位延迟;1994年,McGuire等<sup>[3]</sup>将偏振像差函数分解并扩展成偏振像差矩阵,并对旋转对称的系统进行偏振像差分析;2014年,Sasián<sup>[4]</sup>从场和波阵面的角度解释了偏振像差;2015年,James等分析了偏振像差对天文望远系统成像质量的影响<sup>[5]</sup>。国内近几年主要针对特定光学系统的偏振特性和影响展开了研究<sup>[5-7]</sup>。2015年,李旻晖等<sup>[8]</sup>研究了光学薄膜所引起的偏振像差对光学系统的影响;2017年,张敏睿等<sup>[9]</sup>对光学元件的二向衰减特性进行了理论研究;2016年,杨宇飞等<sup>[10]</sup>分析了相干激光通信系统中的偏振像差对相干效率的影响;2018年,周泽龙<sup>[11]</sup>研究了投影光刻物镜的偏振像差,针对物镜中CaF<sub>2</sub>镜片的本征双折射进行延迟补偿。目前还没有针对自由曲面离轴光学系统的偏振像差特性进行理论建模和分析,而且设计者仍难以预判偏振像差对此类光学系统成像质量的影响,仅能在设计完成后利用光学设计软件对光学系统进行偏振光线追迹,这大大降低了偏振成像系统的设计效率及适用性。因此,研究离轴自由曲面光学系统的偏振像差分布特性不仅能够进一步完善偏振像差的理论体系,而且对自由曲面在离轴偏振成像系统中的应用具有重要的指导意义。

本文基于琼斯表示方式构建以条纹 Zernike 多项式为表征函数的自由曲面离轴光学系统的偏振像差解析模型和偏振像差分析方法,通过对琼斯矩阵的分解分别分析自由曲面面型对离轴光学系统的相位像差、相位延迟和二向衰减等偏振像差分布的影响,为后续探索利用自由曲面调制离轴光学系统的偏振像差提供了理论基础。

## 2 自由曲面光学系统偏振像差分析方法的建立

### 2.1 离轴系统偏振像差的基本理论

本文主要研究光学系统中偏振光相位和振幅的相对变化,所以采用以琼斯矢量和琼斯矩阵为基础的偏振理论进行研究<sup>[12]</sup>。

琼斯矩阵  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$  是一个  $2 \times 2$  的复矩阵,可以用单位矩阵  $\boldsymbol{\sigma}_0$  以及泡利矩阵  $\boldsymbol{\sigma}_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) 来表示<sup>[11]</sup>, 分别表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\sigma}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\sigma}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\sigma}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{J} = \exp(c_0 \boldsymbol{\sigma}_0 + c_1 \boldsymbol{\sigma}_1 + c_2 \boldsymbol{\sigma}_2 + c_3 \boldsymbol{\sigma}_3) = \exp[(\rho_0 + i\phi_0) \boldsymbol{\sigma}_0 + (\rho_1 + i\phi_1) \boldsymbol{\sigma}_1 + (\rho_2 + i\phi_2) \boldsymbol{\sigma}_2 + (\rho_3 + i\phi_3) \boldsymbol{\sigma}_3], \quad (2)$$

式中:  $c_k$  表示  $\boldsymbol{\sigma}_k$  的系数;  $\rho_k$  和  $\phi_k$  分别表示  $c_k$  的实部和虚部。通常用一个琼斯矩阵来描述经过光学元件的整个光束截面。光学系统沿着不同光路的偏振变化可以用偏振像差函数  $\mathbf{J}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda)$  来表示, 即

$$\mathbf{J}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) = \begin{bmatrix} J_{11}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) & J_{12}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) \\ J_{21}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) & J_{22}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{J}$  表示与光路有关的琼斯矩阵,其是关于物坐标  $\mathbf{h}$ 、孔径坐标  $\boldsymbol{\rho}$  和波长  $\lambda$  的函数。偏振像差函数  $\mathbf{J}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda)$  完整地描述了光学系统的偏振特性,其中相位项  $\phi_0(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda)$  与几何光学的波像差函数  $W(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda)$  之间的关系为<sup>[13]</sup>

$$W(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) = \frac{\lambda}{2\pi} \phi_0(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda). \quad (4)$$

McGuire等<sup>[12]</sup>于1994年提出了离轴系统偏振像差的矢量表达式,其可以表示系统中光学元件对偏振像差的贡献之和,表达式为

$$\mathbf{J}(\mathbf{H}, \boldsymbol{\rho}) = \exp[\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} + \mathbf{D} + \mathbf{E} + \mathbf{F} + \mathbf{G} + \mathbf{I} + \mathbf{K} + \mathbf{L}], \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{A} = P_{00000} \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{B} = P_{02000} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{C} = P_{01110} (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{D} = P_{00200} (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{E} = P_{00400} (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho})^2 \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{F} = P_{01310} (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}) (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{G} = P_{02200} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{I} = \frac{1}{2} P_{02220} [(\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho}) + \mathbf{H}^2 \cdot \boldsymbol{\rho}^2] \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{K} = P_{03110} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\mathbf{L} = P_{04000} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})^2 \boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $P_{tuvwx}$  表示偏振像差系数,  $P_{tuvwx} = A_{tuvwx} + i\Phi_{tuvwx}$ ,  $A_{tuvwx}$  和  $\Phi_{tuvwx}$  分别表示  $P_{tuvwx}$  的实部和虚

部,  $t$  表示偏振的类型,  $u$  表示对视场  $\mathbf{H}$  依赖性的阶数,  $v$  表示对  $\boldsymbol{\rho}$  依赖性的阶数,  $w$  表示对入瞳坐标  $(\rho, \phi)$  中角度  $\phi$  依赖性的阶数,  $x$  表示线性二向衰减与相位延迟的方向关于入瞳坐标  $(\rho, \phi)$  中角度  $\phi$  的阶数。

偏振像差函数通过泡利分解可以分解为振幅像差、相位像差、相位延迟和二向衰减<sup>[14]</sup>。其中, 振幅像差主要与系统中元件的透过率有关, 本文不对其进行研究; 相位像差与光程差的关系密切, 自由曲面的引入会直接改变光程差, 因此自由曲面对相位像差的影响不可忽略; 相位延迟和二向衰减与光线的入射角度等因素有关, 由于自由曲面面型的非旋转对称性, 使光线的入射角发生微小的变化。因此, 研究离轴自由曲面光学系统的偏振像差特性, 其本质是对相位像差、相位延迟以及二向衰减进行深入的分析和计算。

## 2.2 自由曲面偏振像差的建模

自由曲面的多自由度特点会导致界面上各点光线的入射角度不同, 自由曲面的引入也会改变系统整体的偏振矩阵表征。传统近轴偏振像差理论都是针对同轴系统进行偏振分析, 难以直接用来分析自由曲面离轴系统的偏振特性。本文基于条纹 Zernike 多项式表示自由曲面面型, 解析自由曲面与相位像差之间的关联, 运用自由曲面偏振光线追迹算法得到全视场、全口径的二向衰减和相位延迟分

布, 从而分析自由曲面对整个系统琼斯矩阵的影响。

### 2.2.1 自由曲面引入的相位像差

Zernike 多项式对非旋转对称的全局面型的拟合能力较强, 因此本文选用 Zernike 多项式来表征自由曲面。本文重点对条纹 Zernike 多项式的  $Z_{5/6}$  项进行分析, 其余项由于篇幅限制, 将在后续文章中进行分析。

根据矢量像差理论, 当  $Z_{5/6}$  项自由曲面在远离光阑位置时, 由面型矢高产生的矢量波像差可表示为<sup>[15-16]</sup>

$$\delta_{5/6, \text{nonstop}} = V_{5/6} \cdot (\boldsymbol{\rho} + \Delta \mathbf{h})^2 = V_{5/6} \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + 2 \left( \frac{\bar{y}}{y} \right) V_{5/6} \mathbf{H}^* \cdot \boldsymbol{\rho} + \left( \frac{\bar{y}}{y} \right)^2 V_{5/6} \mathbf{H}^2, \quad (6)$$

式中:  $V_{5/6} = \frac{(n_2 - n_1)}{\lambda} \sqrt{C_5^2 + C_6^2} \exp(i2\alpha_{5/6})$ ,  $\alpha_{5/6} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{C_6}{C_5}\right)$ , 其中  $C_5$  和  $C_6$  分别表示  $Z_5$  和  $Z_6$  的系数,  $n_1$  和  $n_2$  分别表示入射光和出射光的折射率;  $\Delta \mathbf{h}$  表示视场离轴量;  $\bar{y}$  表示轴外视场主光线的入射高度;  $y$  表示轴外视场边缘光线的高度;  $\mathbf{H}^*$  表示视场矢量  $\mathbf{H}$  的共轭。

由(4)式可知, 其中  $\phi_0(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda)$  会随着波像差函数  $W(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda)$  的变化而变化。当  $Z_{5/6}$  项自由曲面在远离光阑位置时,  $\phi_0$  可表示为

$$\phi_{0, 5/6, \text{nonstop}}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta_{5/6, \text{nonstop}} = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ V_{5/6} \cdot \boldsymbol{\rho}^2 + 2 \left( \frac{\bar{y}}{y} \right) V_{5/6} \mathbf{H}^* \cdot \boldsymbol{\rho} + \left( \frac{\bar{y}}{y} \right)^2 V_{5/6} \mathbf{H}^2 \right]. \quad (7)$$

由(7)式可知, 当  $Z_{5/6}$  项自由曲面在远离光阑位置时, 将产生偏振像散项、偏振倾斜项以及偏振平移项, 其中后两项对成像的清晰度没有影响, 本文不予考虑。偏振像散项可以表示为

$$\varphi_{0, 5/6, \text{nonstop, asti}}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} V_{5/6} \cdot \boldsymbol{\rho}^2. \quad (8)$$

由(5)式可知, 系统的固有偏振像散为  $\frac{1}{2} \Phi_{02220} \mathbf{H}^2 \boldsymbol{\rho}^2$ , 当  $Z_{5/6}$  项自由曲面在远离光阑位置时, 光学系统总体的偏振像散解析表达式为

$$\mathbf{P}_{C5/6, \text{asti}} = \frac{1}{2} \Phi_{02220} \mathbf{H}^2 \boldsymbol{\rho}^2 + \frac{2\pi}{\lambda} V_{5/6} \cdot \boldsymbol{\rho}^2 = \left( \frac{1}{2} \Phi_{02220} \mathbf{H}^2 + \frac{2\pi}{\lambda} V_{5/6} \right) \cdot \boldsymbol{\rho}^2. \quad (9)$$

### 2.2.2 自由曲面引入的二向衰减和相位延迟

传统偏振光线追迹算法采用二维偏振光线追迹<sup>[17-19]</sup>, 其是利用琼斯矩阵来表征光学界面的偏振

特性<sup>[20-22]</sup>。由于自由曲面上各个点的法向量都不同, 不同角度入射的光线所对应的出射光方向也不相同, 在传统的二维矩阵中加入光线的传播矢量  $\mathbf{k}$ , 可以更好地分析含有自由曲面光学系统的偏振特性。下文基于 Zernike 自由曲面的表达方法构建自由曲面偏振光线追迹算法, 进而分析自由曲面对二向衰减相位延迟的影响。

自由曲面的偏振光线追迹过程与光线的传播矢量  $\mathbf{k}$  紧密相关, 第  $q$  平面上偏振光线的折反射原理如图 1 所示。在自由曲面上, 各处的曲率都不相同, 入瞳处每个点的入射角不同。根据菲涅耳公式, 不同角度的入射光中 s 和 p 分量的反射率(折射率)发生变化, 光线经各个光学元件后, s 和 p 分量的变化将改变出瞳处光束的偏振态, 因此, 系统的偏振特性与其结构和膜系参数都紧密相关。

加入传播矢量  $\mathbf{k}$  的琼斯矩阵是一个  $3 \times 3$  的矩

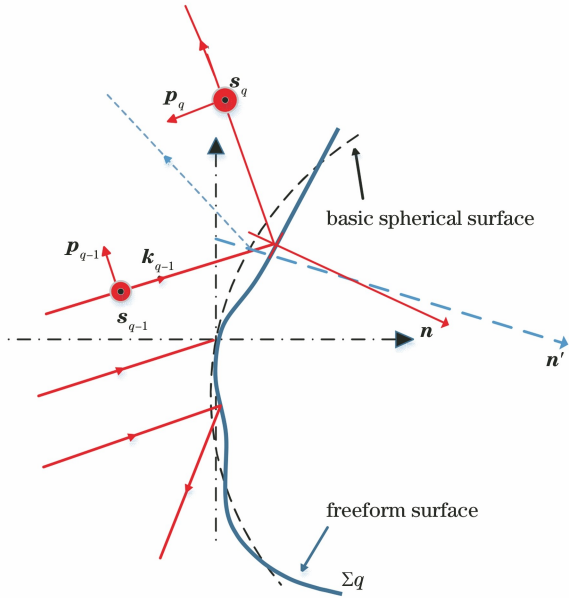


图 1 第  $q$  平面上偏振光线折反射的原理

Fig. 1 Principle of refraction and reflection of polarized rays in  $q$  plane

阵  $\mathbf{P}_q$ , 其表示光线经过光学系统中各个界面后偏振态的变化。在全局坐标系中, 通过自由曲面的偏振光线追迹, 可以得到表示光学系统对入射光线的偏振变换矩阵  $\mathbf{P}_{\text{total}}$ 。出射光束的琼斯矢量可表示为

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = \mathbf{P}_{\text{total}} \times \mathbf{E}_{\text{in}}, \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{P}_{\text{total}} = \prod_{q=1}^Q \mathbf{P}_q, \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{E}_{\text{in}}$  和  $\mathbf{E}_{\text{out}}$  表示入射和出射光束的琼斯矢量。 $\mathbf{P}_q$  与光束在光学界面处的  $\mathbf{k}$ 、 $\mathbf{s}$  和  $\mathbf{p}$  分量关系为

$$\mathbf{P}_q = \begin{bmatrix} s_{x,q} & p_{x,q} & k_{x,q} \\ s_{y,q} & p_{y,q} & k_{y,q} \\ s_{z,q} & p_{z,q} & k_{z,q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{s,q} & 0 & 0 \\ 0 & a_{p,q} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} s_{x,q-1} & s_{y,q-1} & s_{z,q-1} \\ p_{x,q-1} & p_{y,q-1} & p_{z,q-1} \\ k_{x,q-1} & k_{y,q-1} & k_{z,q-1} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中:  $a_{s,q}$  和  $a_{p,q}$  分别表示第  $q$  界面  $\mathbf{s}$  和  $\mathbf{p}$  分量的振幅透射(反射)系数;  $\mathbf{s}_{m,q-1}$ 、 $\mathbf{p}_{m,q-1}$  和  $\mathbf{k}_{m,q-1}$  ( $m = x, y, z$ ) 分别表示入射光线在全局坐标系中的  $\mathbf{s}$ 、 $\mathbf{p}$  和  $\mathbf{k}$  分量的坐标;  $\mathbf{s}_{n,q}$ 、 $\mathbf{p}_{n,q}$  和  $\mathbf{k}_{n,q}$  ( $n = x, y, z$ ) 分别表示出射光线在全局坐标系中的  $\mathbf{s}$ 、 $\mathbf{p}$  和  $\mathbf{k}$  分量的坐标。其中,  $\mathbf{s}$  和  $\mathbf{p}$  分量可由

$$s_{q-1} = \frac{\mathbf{k}_{q-1} \times \mathbf{k}_q}{|\mathbf{k}_{q-1} \times \mathbf{k}_q|}, \quad \mathbf{p}_{q-1} = \mathbf{k}_{q-1} \times \mathbf{s}_{q-1}, \quad (13)$$

$$\mathbf{s}_q = \mathbf{s}_{q-1}, \quad \mathbf{p}_q = \mathbf{k}_q \times \mathbf{s}_q$$

计算得到。针对某一特定方向的入射光束, 采用自

由曲面偏振光线追迹算法可以计算系统中各个界面对该光束的偏振转换矩阵  $\mathbf{P}_{\text{total}}$ , 对  $\mathbf{P}_{\text{total}}$  进行奇异值分解, 表达式为

$$\mathbf{P}_{\text{total}} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^\dagger = \begin{bmatrix} k_{x,Q'} & u_{x,1} & u_{x,2} \\ k_{y,Q'} & u_{y,1} & u_{y,2} \\ k_{z,Q'} & u_{z,1} & u_{z,2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{x,0} & k_{y,0} & k_{z,0} \\ v_{x,1} & v_{y,1} & v_{z,1} \\ v_{x,2} & v_{y,2} & v_{z,2} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

偏振变换矩阵  $\mathbf{P}_{\text{total}}$  被分解为两个酉矩阵  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  以及一个对角阵  $\mathbf{D}$ 。其中, 对角阵  $\mathbf{D}$  包含的  $\Lambda_1$  和  $\Lambda_2$  ( $\Lambda_1 \geq \Lambda_2$ ) 是偏振变换矩阵  $\mathbf{P}_{\text{total}}$  的特征值。矩阵中  $\mathbf{k}_0$  和  $\mathbf{k}_{Q'}$  分别对应入射光的传播方向和经过  $Q'$  次折反射后出射光的传播方向。 $\mathbf{v}_1$  和  $\mathbf{v}_2$  以及  $\mathbf{u}_1$  和  $\mathbf{u}_2$  分别对应光学系统入瞳面和出瞳面内的本征偏振态,  $\mathbf{v}_1$  和  $\mathbf{v}_2$  以及  $\mathbf{u}_1$  和  $\mathbf{u}_2$  之间满足

$$\mathbf{P}_{\text{total}} \times \mathbf{v}_1 = \Lambda_1 \mathbf{u}_1, \quad \mathbf{P}_{\text{total}} \times \mathbf{v}_2 = \Lambda_2 \mathbf{u}_2, \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{\text{total}} \times \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_{Q'}.$$

根据二向衰减和相位延迟的定义<sup>[23-24]</sup>, 可以计算出光学系统的二向衰减和相位延迟的大小和方向。

### 3 视场离轴自由曲面光学系统的偏振分布特性分析

传统的光学偏振像差理论都是建立在近轴偏振光线的基础上, 不适用于分析自由曲面离轴系统的偏振像差特性。本文针对视场离轴自由曲面光学系统的偏振像差进行分析。虽然视场离轴光学系统的本质仍是同轴系统, 但由于其仅使用轴外视场进行成像, 因此系统实际适用视场中像差仍是非旋转对称的。本节将结合之前建立的自由曲面偏振像差分析方法, 对含有条纹 Zernike 多项式的视场离轴自由曲面光学系统的相位像差进行解析, 并通过自由曲面偏振光线追迹来分析该系统的二向衰减和相位延迟。

自由曲面在系统光阑位置和远离光阑位置所引入的像差不同。为了得到具有普适性的分析结果, 下文将对远离光阑位置处含有 Zernike 项自由曲面的系统整体偏振像差进行分析。

#### 3.1 相位像差

首先对 Zernike 多项式中的  $Z_{5/6}$  项进行分析, 由(7)式可知, 当自由曲面远离光阑位置时, 主要产生对系统成像有影响的偏振像散项。

为了验证第 2 节理论分析的正确性, 本节将借助光学软件对一个自由曲面单反射镜系统的偏振像差

分布进行分析。鉴于获取的数据完全由系统真实光线追迹得到,因此可以用来验证理论推导的正确性。

设反射镜的球面半径为 100 mm,视场角为 2°,当光阑置于距反射镜前 50 mm 处时,在反射镜上引入了  $Z_{5/6}$  项自由曲面,其 Zernike 系数均为 0.1λ,系统光路如图 2 所示。

不同光线经过光学系统的路径不同,导致光学系统中每条光线的琼斯矩阵也不同。为了表征整个光学系统的偏振像差特性,通过全口径自由曲面偏振光线追迹,可得到任意一个物点发出的所有光线经光学系统后在出瞳面的琼斯矩阵集合,可表示为

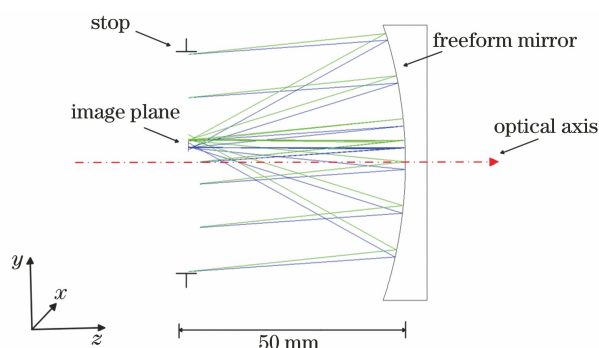


图 2 光学系统示意图

Fig. 2 Schematic of optical system

$$J(x, y) = \begin{bmatrix} J_{XX}(x, y) & J_{XY}(x, y) \\ J_{YX}(x, y) & J_{YY}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{XX}(x, y) \exp[i\varphi_{XX}(x, y)] & A_{XY}(x, y) \exp[i\varphi_{XY}(x, y)] \\ A_{YX}(x, y) \exp[i\varphi_{YX}(x, y)] & A_{YY}(x, y) \exp[i\varphi_{YY}(x, y)] \end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中:( $x, y$ )表示物点发出光线与出瞳面的交点坐标,如图 3 所示,其中  $E_{out} = J_{q-1} \cdots \cdots J_1 \cdot E_{in}$ ,  $E_{in}$  和  $E_{out}$  分别表示入射光和出射光的偏振态;  $E_q$  表示第  $q$  平面的偏振态;  $A$  表示振幅;  $\varphi$  表示相位。(16)式的琼斯矩阵集合就是琼斯瞳,表征物点发出光线从入瞳面到出瞳面之间的偏振态变化。

针对图 2 的光学系统,通过偏振光线追迹计算得到其视场离轴系统的琼斯瞳如图 4 所示,其中各个子图的横、纵坐标分别表示归一化的出瞳面 X 轴和 Y 轴坐标。从图 4 可以看到,  $A_{XX}$  和  $A_{YY}$  的幅值接近 0.95,  $A_{XX}$  的最大值为 0.958,这表示光线在光学系统中反射有能量损失;  $\varphi_{XX}$  和  $\varphi_{YY}$  的幅值接近 0.29,这是由系统相位像差引起的。将  $Z_{5/6}$  项自由曲面去掉,通过偏振光线追迹得到  $\varphi_{XX}$  和  $\varphi_{YY}$  的最

小值有所改变,这说明  $Z_{5/6}$  项自由曲面的引入导致系统的相位像差发生了变化。

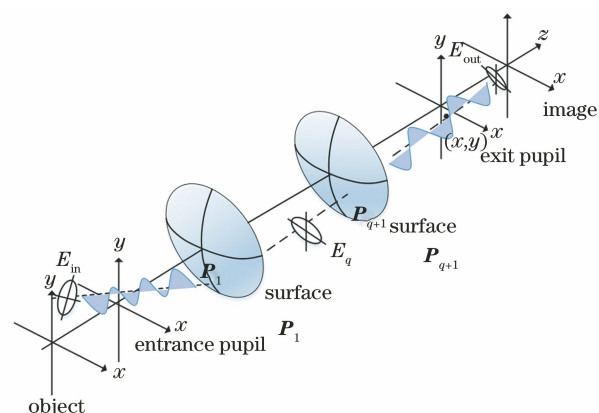


图 3 偏振光线追迹示意图

Fig. 3 Schematic of ray tracing

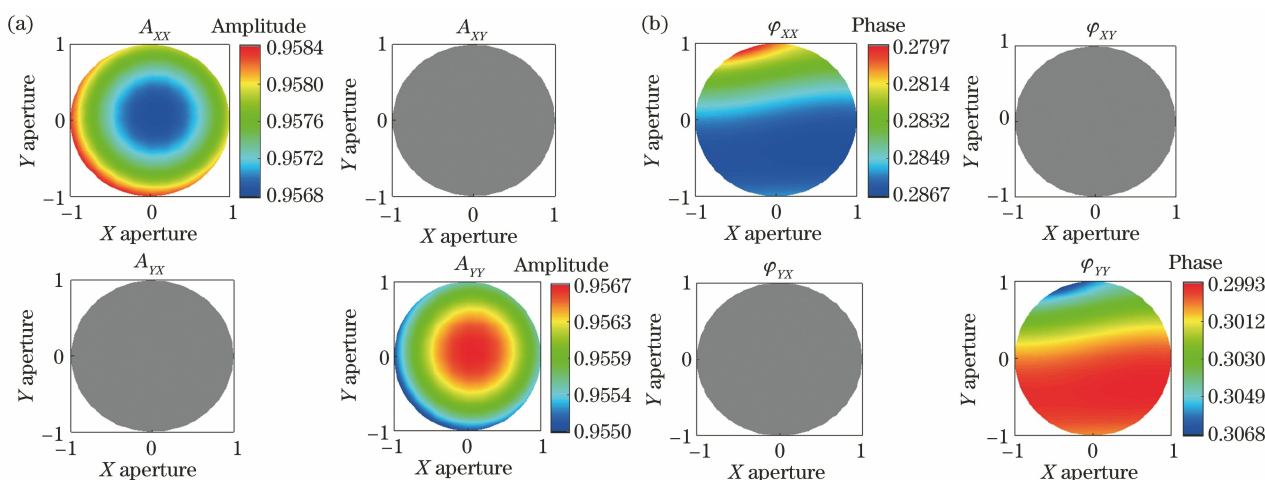


图 4 含  $Z_{5/6}$  项自由曲面的琼斯瞳图。(a)振幅;(b)相位

Fig. 4 Jines pupil diagram with  $Z_{5/6}$  term freeform surface. (a) Amplitude; (b) phase

由(2)式和(3)式可以得到  $c_0 = \rho_0 + i\phi_0 = \frac{J_{11}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda) + J_{22}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}, \lambda)}{2}$ 。通过追迹得到的含有  $Z_{5/6}$  项自由曲面与不含自由曲面的光学系统琼斯矩阵集合,可以计算两个系统的相位像差,对其作差可以得到引入  $Z_{5/6}$  项自由曲面对相位像差的影响,差值与自由曲面面型矢高基本一致,结果如图 5 所示。

该系统的视场角是在 Y 轴视场上离轴  $2^\circ$ , 引入

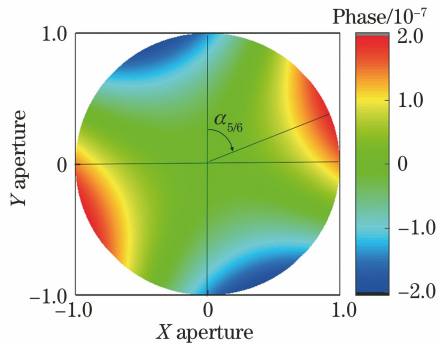


图 5  $Z_{5/6}$  项自由曲面对相位像差的影响  
Fig. 5 Influence of  $Z_{5/6}$  term freeform surface on phase aberration

$Z_{5/6}$  项自由曲面后的 Zernike 系数为  $0.1\lambda$ 。由图 5 可以看出,当旋转角度  $\alpha_{5/6} = 3\pi/8$  时,  $Z_{5/6}$  项自由曲面的面型对相位像差的影响主要是像散的变化。相位像差  $\phi_0$  的改变主要体现在偏振像散在引入自由曲面前后的变化。

### 3.2 二向衰减与相位延迟

针对图 3 的视场离轴系统,运用光学设计软件 ZEMAX 与 MATLAB 对该系统进行全口径自由曲面偏振光线追迹,分别计算出在出瞳处各条光线的偏振变换矩阵  $\mathbf{P}_{total}$ ,通过对矩阵  $\mathbf{P}_{total}$  进行奇异值分解与变换,可以得到对应点的二向衰减和相位延迟的大小,结果如图 6 所示。

从图 6 可以看到,该系统的二向衰减和相位延迟都随着该点到光轴距离的增大而增大,即轴外视场下光学系统的偏振效应更明显。偏振像差的变化与光学系统的结构密切相关,系统是视场离轴系统,离轴方向在子午面内,该系统的二向衰减图和相位延迟图均失去其旋转对称性。光学系统离轴后,越靠近光轴位置入射的平行光,在光学系统中的入射角度越小,相应的二向衰减和相位延迟量也越小。

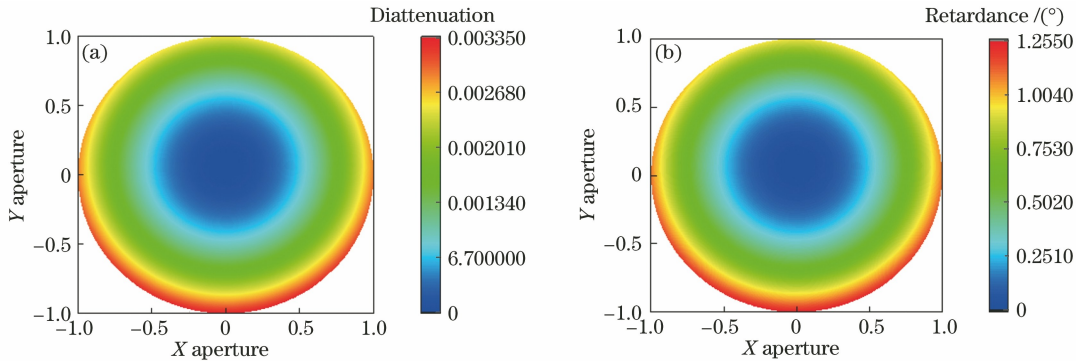


图 6 含  $Z_{5/6}$  项自由曲面的单反射系统的偏振像差分布。(a)二向衰减;(b)相位延迟  
Fig. 6 Polarization aberration distribution of single reflection system with  $Z_{5/6}$  term freeform surface.

(a) Diattenuation; (b) retardance

为了直观展现自由曲面对二向衰减像差和相位延迟像差的影响,将含  $Z_{5/6}$  项自由曲面系统的偏振像差与不含自由曲面系统的偏振像差做差,得到加入自由曲面前后二向衰减和相位延迟的变化,结果如图 7 所示。

从图 7 可以看到,当视场仅在 Y 轴向上偏移  $2^\circ$  时,自由曲面对二向衰减和相位延迟都有影响,其分布规律与自由曲面的面型矢高图相同。对称轴相对 Y 轴的旋转角度与  $Z_5$  项和  $Z_6$  项系数的关系为  $\alpha_{5/6} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{C_6}{C_5}\right)$ 。为了探究视场角对系统偏振特性的影响,对该系统进行全视场偏振光线追

迹,得到琼斯瞳后再进行分解,获得全视场下的二向衰减瞳(图 8)和相位延迟瞳(图 9)。

从图 8 和图 9 可以看到,不同视场下二向衰减与相位延迟的分布趋势一致,偏振像差在光瞳内的最大值随着视场角的增大而增大。为了进一步展现视场对自由曲面偏振特性的影响,将该离轴系统中的自由曲面去掉,对其进行全视场自由曲面偏振光线追迹,再将各个视场下得到的二向衰减和相位延迟进行整理,与之前含自由曲面得到的数据进行对比,得到各个视场下引入  $Z_{5/6}$  项自由曲面后对二向衰减与相位延迟的最大改变量,结果如图 10 所示。

由图 10 可以直观地得到不同视场下自由曲面

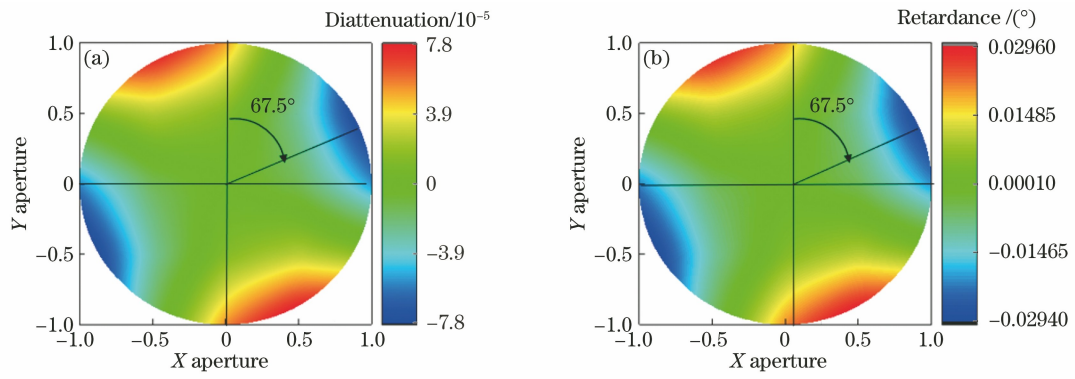


图 7  $Z_{5/6}$  项自由曲面加入前后的相差变化。(a) 二向衰减; (b) 相位延迟

Fig. 7 Change of phase difference before and after addition of  $Z_{5/6}$  term freeform surface. (a) Diattenuation; (b) retardance

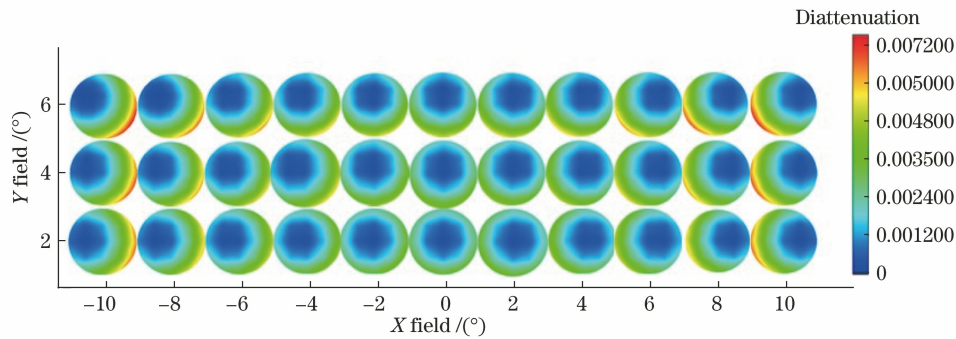


图 8 全视场的二向衰减瞳

Fig. 8 Diattenuation pupil in full field of view

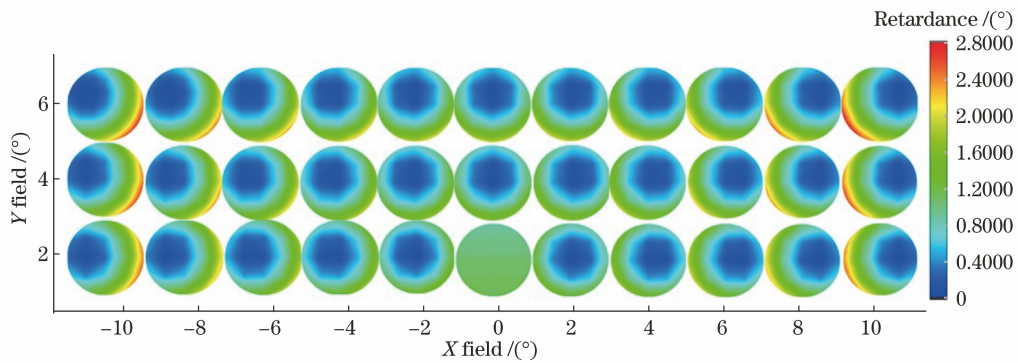


图 9 全视场的相位延迟瞳

Fig. 9 Retardance pupil in full field of view

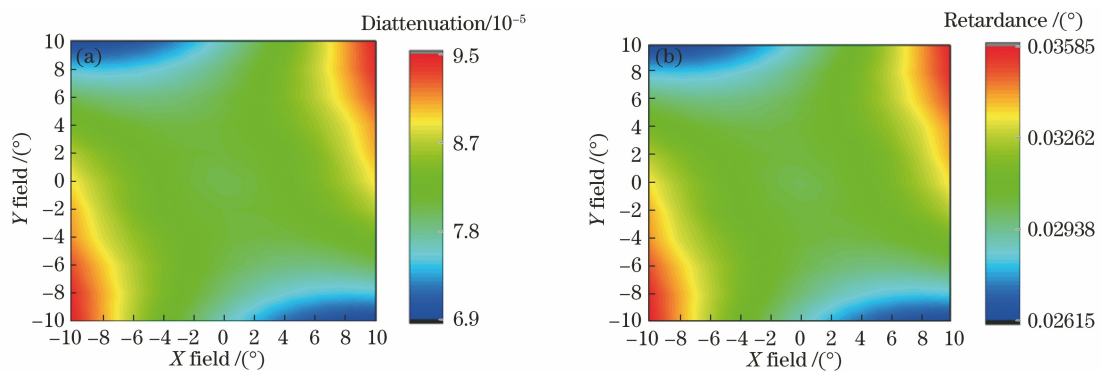


图 10 全视场中  $Z_{5/6}$  项自由曲面对系统偏振像差的影响。(a) 二向衰减; (b) 相位延迟

Fig. 10 Influence of  $Z_{5/6}$  term freeform surface in full field of view on polarization aberration of system.

(a) Diattenuation; (b) retardance

对偏振像差的影响。无论是中心视场还是边缘视场,自由曲面的引入对偏振像差有不同程度的影响。其中二向衰减的最大改变量为  $9.5 \times 10^{-5}$ ,改变了原二向衰减值的 9%,相位延迟的最大改变量为  $0.036^\circ$ ,改变了原相位延迟值的 10%。通过以上仿真结果可以看出,自由曲面的面型影响着偏振像差的大小和分布。

#### 4 视场离轴三反系统的设计及偏振特性分析

为了将该理论和实际分析结合,同时验证第 3 节理论分析结果,本节设计了一个大视场离轴三反光学系统,并对其进行偏振特性分析。所提方法的处理流程如图 11 所示。

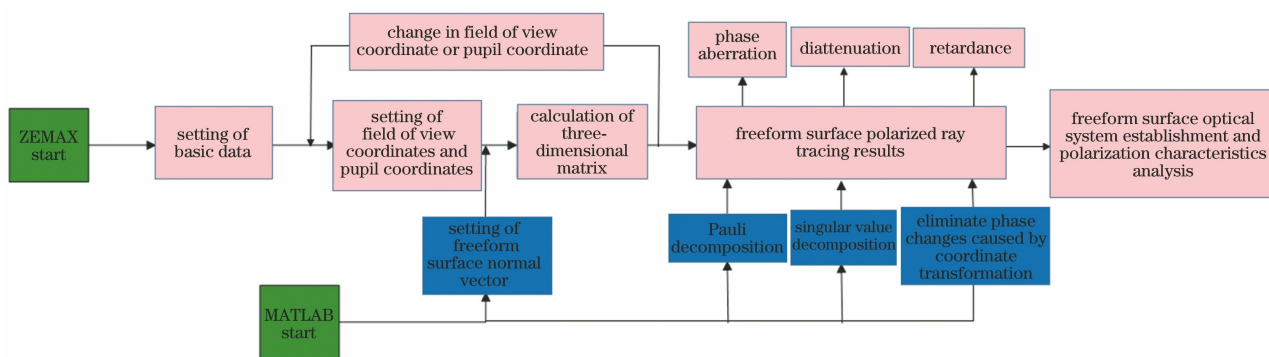


图 11 自由曲面光学系统的偏振特性分析流程

Fig. 11 Analysis process of polarization characteristics of freeform surface optical system

具体步骤如下:通过动态数据连接机制在 MATLAB 中编程,读取 ZEMAX 中光学系统的参数。将口径和视场进行等分,然后选取单一视场点,对该视场下的不同光瞳采样点进行偏振光线追迹,得到单一视场下的琼斯瞳图和三维矩阵,对其进行分别进行泡利分解以及奇异值分解,求出单一视场下该系统的相位像差、二向衰减和相位延迟。切换其他视场采样点,得到全视场下系统的偏振特性分布,根据自由曲面偏振特性的分析,通过 ZERN 操作数对自由曲面的 Zernike 系数进行约束优化,最后得到理想的光学系统。

为了充分体现自由曲面面型对偏振像差分布的影响,令该系统中各元件不含偏心和倾斜,仅利用视场离轴的方法来消除系统的中心遮拦。系统的光学指标如表 1 所示。

表 1 主要光学指标

Table 1 Main optical indicators

Parameter	Value
Focal length /mm	850
F number	6.5
Field of view /[(°) × (°)]	20 × 2
Distortion /%	<0.5
Pixel size /μm	13

光学系统如图 12 所示,MTF 曲线如图 13 所示。光学系统的初始结构为三片二次曲面,为消除

中心遮拦和一次杂光的影响,设计过程中选取边缘视场成像,但这不仅会导致成像质量下降,同时也会增加系统的偏振像差。为了平衡实际视场中的像差水平,在系统中引入自由曲面,考虑到自由曲面面型对各个视场的影响,在远离光阑位置的主镜上引入自由曲面。初始结构是一个关于 Y 轴对称的光学系统,在视场和自由曲面选取的过程中要注意到轴对称的问题,因此,选取  $Z_5$  项自由曲面对系统进行调制,选取条纹 Zernike 多项式的  $Z_5$  项系数为  $1.753 \times 10^{-8}$ 。第 3 节的仿真结果表明,自由曲面的面型对偏振像差的大小有一定的影响,考虑到视场大小为  $20^\circ \times 2^\circ$ ,选取中心视场为 Y 轴向下偏移  $8^\circ$ 。经过优化,系统各视场调制传递函数(MTF)值在 38.5 lp/mm 处大于 0.6。

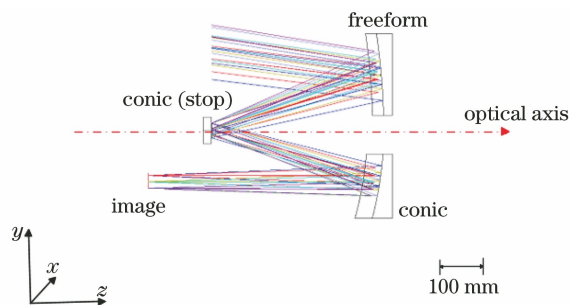


图 12 光学系统图

Fig. 12 Optical system diagram

经过全口径自由曲面偏振光线追迹,系统的二向衰减和相位延迟的分布如图 14 和图 15 所示。同



时,也对系统中自由曲面所引起的二向衰减和延迟进行计算,结果如图 16 和图 17 所示。设计结果与 4.2 节的仿真结果一致,不同视场下的二向衰减与相位延迟分布不同,其数值随着视场角的增大而增大。自由曲面所引起的偏振像差占整个系统偏振像差的 50%,所以自由曲面的面型影响着系统整体偏振像差的大小和分布,其所引起的偏振效应会降低光学系统的成像质量和测量精度。明确自由曲面的面型对偏振像差的具体影响,可以从系统整体上实现对偏振像差的调制和约束,这有助于高精度光学系统的设计和优化。

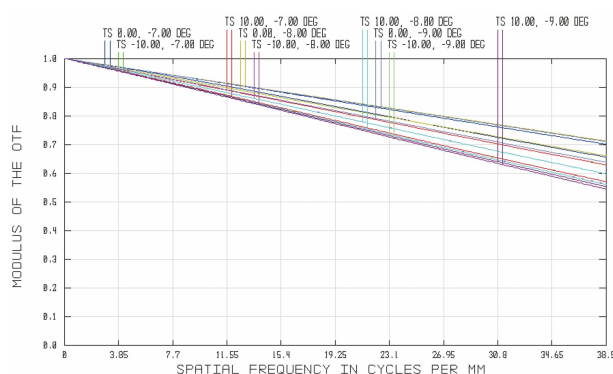


图 13 MTF 图

Fig. 13 MTF diagram

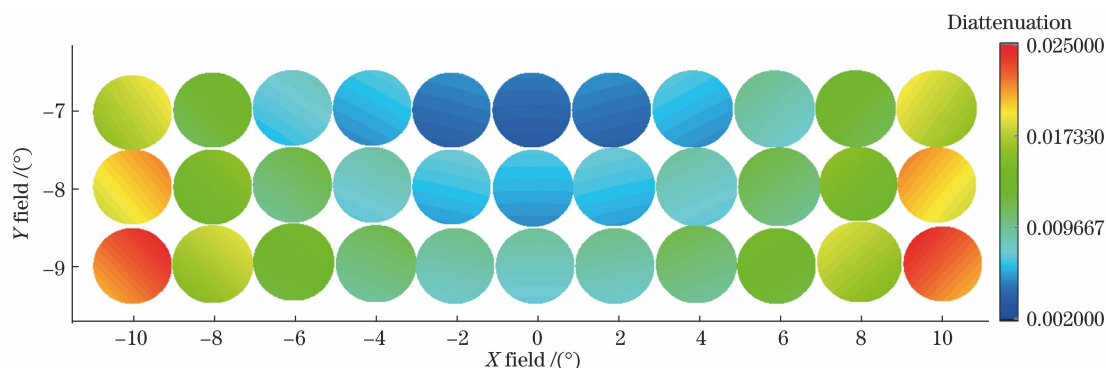


图 14 经过偏振光线追迹处理后全视场的二向衰减瞳

Fig. 14 Diattenuation pupil in full field of view after polarization ray tracing processing

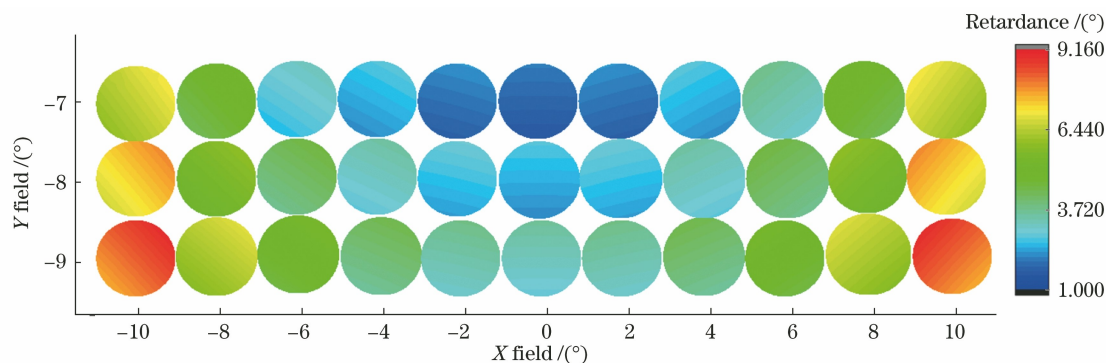


图 15 经过偏振光线追迹处理后全视场的相位延迟瞳

Fig. 15 Retardance pupil in full field of view after polarization ray tracing processing

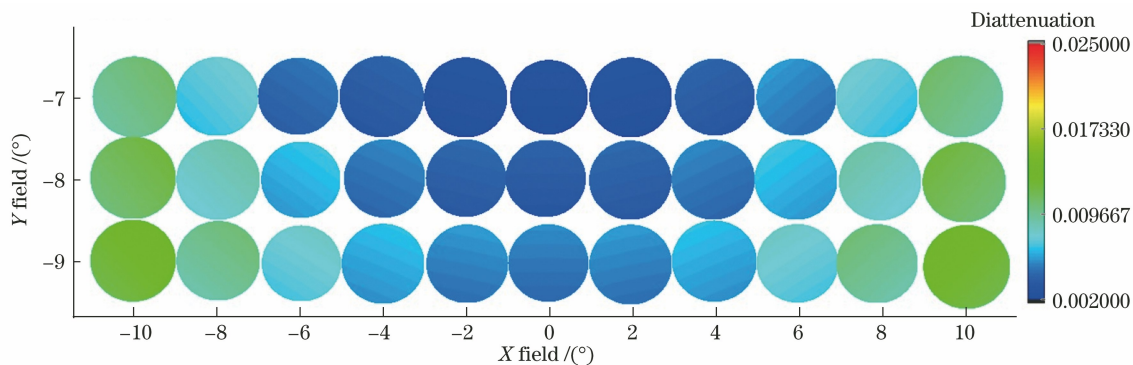


图 16 自由曲面的全视场二向衰减瞳

Fig. 16 Diattenuation pupil of freeform surface in full field of view

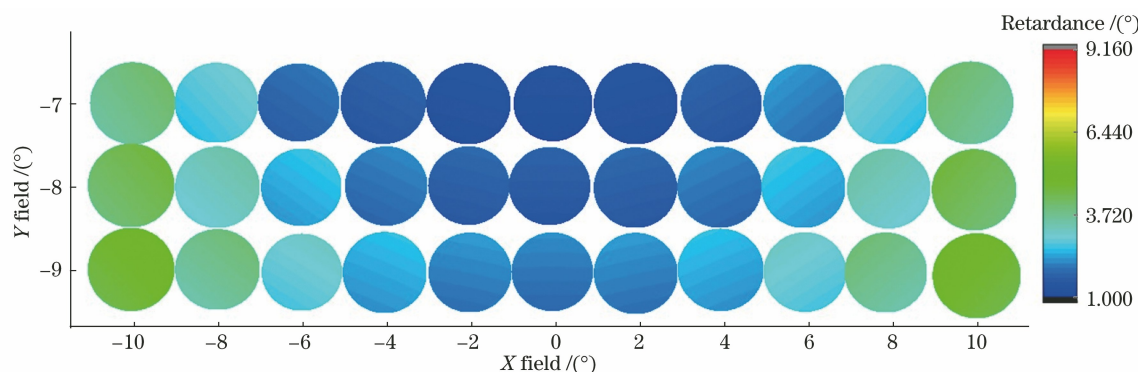


图 17 自由曲面的全视场二向衰减瞳

Fig. 17 Retardance pupil of freeform surface in full field of view

## 5 结 论

为了定量分析自由曲面离轴光学系统的偏振像差,基于琼斯表示法提出自由曲面光学系统的偏振像差分析方法,构建离轴自由曲面光学系统的偏振像差解析模型。针对视场离轴的自由曲面单反射系统,获取全视场下该系统出瞳处的相位像差、二向衰减以及相位延迟的分布特性,直观展现自由曲面对整个系统琼斯瞳的影响。基于自由曲面光学系统的偏振分析方法,有针对性地选取 Zernike 系数,设计含有自由曲面的大视场离轴三反光学系统。设计结果表明,自由曲面的引入不仅对波像差有影响,而且在不同程度上改变系统的琼斯瞳分布,该系统在  $20^\circ \times 2^\circ$  的视场范围内,调制传递函数(MTF)值在  $38.5 \text{ lp/mm}$  处大于 0.6。目前的研究还仅限于不含偏心和倾斜的自由曲面,为了解析离轴自由曲面光学系统的偏振特性,未来还需进一步分析含偏心和倾斜的自由曲面光学系统的偏振像差分布,从而达到全面指导离轴自由曲面偏振成像光学系统设计的目的。

### 参 考 文 献

- [1] Chipman R A, Lam W S T, Breckinridge J. Polarization aberration in astronomical telescopes[J]. Proceedings of SPIE, 2015, 9613: 96130H.
- [2] Chipman R A. Polarization aberrations[D]. Tucson: The University of Arizona, 1987.
- [3] McGuire J P, Chipman R A. Polarization aberrations. 1. Rotationally symmetric optical systems[J]. Applied Optics, 1994, 33(22): 5080-5100.
- [4] Sasián J. Polarization fields and wavefronts of two sheets for understanding polarization aberrations in optical imaging systems [J]. Optical Engineering, 2014, 53(3): 035102.
- [5] Feng M Q, Sun Q, Deng Y Q, et al. Influence of laser polarization on fiber-type terahertz time-domain spectrometer[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(6): 0614019.  
冯美琦, 孙青, 邓玉强, 等. 激光偏振态对光纤型太赫兹时域光谱仪的影响[J]. 中国激光, 2019, 46(6): 0614019.
- [6] Ye K T, Ji' E M S, Zhai S J. Influence of particle shape on polarization characteristics of backscattering light in turbid media[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(1): 0105004.  
叶坤涛, 吉俄木沙, 翟盛杰. 粒子形态对浑浊介质后向散射光偏振特性的影响[J]. 中国激光, 2020, 47(1): 0105004.
- [7] Wang C, Zhou Y, Lu Q, et al. Research on reflective polarization phase-shifting dynamic point diffraction interferometry[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(10): 1004003.  
王晨, 周游, 鲁棋, 等. 反射式偏振相移动态点衍射干涉技术的研究[J]. 中国激光, 2020, 47(10): 1004003.
- [8] Li Y H, Hao X, Shi Z Y, et al. Effect of coating-induced polarization aberrations on the focusing properties in high numerical aperture optical system [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(15): 154214.  
李旸晖, 郝翔, 史召邑, 等. 光学薄膜诱导偏振像差对大数值孔径光学系统聚焦特性的影响[J]. 物理学报, 2015, 64(15): 154214.
- [9] Zhang M R, He Z Q, Wang T, et al. Analysis of the influence of diattenuation on optical imaging system by using the theory of vector plane wave spectrum [J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(8): 084202.  
张敏睿, 贺正权, 汪韬, 等. 偏振双向衰减对光学成像系统像质影响的矢量平面波谱理论分析[J]. 物理学报, 2017, 66(8): 084202.
- [10] Yang Y F, Yan C X, Hu C H, et al. Polarization aberration analysis of coherent laser communication

- system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(11): 1106003.
- 杨宇飞, 颜昌翔, 胡春晖, 等. 相干激光通信光学系统偏振像差研究 [J]. *光学学报*, 2016, 36(11): 1106003.
- [11] Zhou Z L. Study on polarizations of projection lithography lens [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2018.
- 周泽龙. 投影光刻物镜偏振像差研究 [D]. 北京: 中国科学院大学, 2018.
- [12] McGuire J P, Chipman R A. Polarization aberrations 2 tilted and decentered optical systems [J]. *Applied Optics*, 1994, 33(22): 5101-5107.
- [13] Chipman R A. Polarization analysis of optical systems [J]. *Proceedings of SPIE*, 1990, 1166: 79-94.
- [14] Chipman R A. Order dependence and independence of weak polarization elements [J]. *Proceedings of SPIE*, 1990, 1166: 135-142.
- [15] Shi H D, Jiang H L, Zhang X, et al. Research on freeform optical system aberration characteristic based on vector aberration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(12): 1208003.
- 史浩东, 姜会林, 张新, 等. 基于矢量像差的自由曲面光学系统像差特性研究 [J]. *光学学报*, 2015, 35(12): 1208003.
- [16] Shi H D, Zhang X, Li Y C, et al. Analysis of aberration properties of pupil off-axis freeform surface optical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(12): 1208003.
- 史浩东, 张新, 李英超, 等. 光瞳离轴自由曲面光学系统像差特性分析 [J]. *光学学报*, 2017, 37(12): 1208003.
- [17] Luo J, He X, Fan K, et al. Polarization aberrations in an unobscured off-axis astronomical telescope and their effects on optics ellipticity [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(8): 0811001.
- 罗敬, 何煦, 范阔, 等. 无遮拦离轴天文望远镜偏振像差分析及其对光学椭率的影响 [J]. *光学学报*, 2020, 40(8): 0811001.
- [18] Chipman R A. Mechanics of polarization ray tracing [J]. *Optical Engineering*, 1995, 34(6): 1636-1645.
- [19] Shribak M I, Inoue S, Oldenbourg R. Polarization aberrations caused by differential transmission and phase shift in high numerical aperture lenses: theory, measurement, and retification [J]. *Optical Engineering*, 2002, 41(5): 943-954.
- [20] Chipman R A, Chipman L J. Polarization aberration diagrams [J]. *Proceedings of SPIE*, 1988, 0891: 133-158.
- [21] Totzeck M, Graupner P, Heil T, et al. How to describe polarization influence on imaging [J]. *Proceedings of SPIE*, 2005, 5754: 23-37.
- [22] Liao Y B. Polarization optics [M]. Beijing: Science Press, 2003: 45-63.
- 廖延彪. 偏振光学 [M]. 北京: 科学出版社, 2003: 45-63.
- [23] Yun G, Crabtree K, Chipman R A. Three-dimensional polarization ray-tracing calculus I: definition and diattenuation [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(18): 2855-2865.
- [24] Yun G, McClain S C, Chipman R A. Three-dimensional polarization ray-tracing calculus II retardance [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(18): 2866-2874.