

## Luneburg lens 回射器对高斯光反射特性的仿真研究

王军傲, 杨雁南\*

南京航空航天大学理学院, 江苏 南京 211106

**摘要** 针对由平面或球面反射镜构成的传统激光谐振腔调节要求精度高、允许转动失调角度小的缺点, 将 Luneburg lens 与球形全反射面组合作为光束回射器件, 分别对高斯光束在不同入射角, 且中心轴线与 Luneburg lens 光轴不同距离情况下回射器的反射特性进行数值模拟。结果表明: 即使在 Luneburg lens 线度小至光波波长的数十分之一情况下, 该回射器对分布在角向、横向上较大范围内的入射高斯光束仍均能实现方向性好、反射能量稳定的逆向反射。因此, 将其作为激光器的光学谐振腔理论上可行, 且具有调节要求低, 腔长横向、角向移动范围大等优点, 且该回射器的尺度小, 易于实现谐振腔的小型化。

**关键词** 成像系统; Luneburg lens; 逆向反射; 高斯光束; 激光谐振腔

中图分类号 TN249

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1811002

## Simulation Study of Luneburg Lens Retroreflector to Gaussian Beam Reflection Characteristics

Wang Jun'ao, Yang Yannan\*

College of Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 211106, China

**Abstract** Aiming at the shortcomings of traditional laser resonator composed of flat or spherical mirrors that require high precision adjustment and allow a small rotation misalignment angle, the Luneburg lens and spherical total reflection surface are combined as beam retroreflective devices. We performed numerical simulations on the reflection characteristics of the retroreflector under different incident angles of Gaussian beams and different distances between the central axis and the optical axis of the Luneburg lens. The results demonstrate that even when the linearity is as small as one-tenth of the wavelength of the light wave, the reflectors can still achieve good directivity and retroreflection with stable reflected amplitude for incident Gaussian beam distributed in a large range in the angular and lateral direction. Therefore, it is theoretically feasible to use it as a laser optical resonator mirror, and it has the advantages of low adjustment requirements, large cavity length lateral, and angular movement range. And the size of the retroreflector is small, which is easy to realize the miniaturization of the resonator mirror.

**Key words** imaging systems; Luneburg lens; retroreflection; Gaussian beam; laser resonator

**OCIS codes** 110.2760; 140.3410; 120.5700

## 1 引言

激光器的光学谐振腔通常是由能对振荡激光形成全反射或反射率较高的反射镜组成。对于腔长较小且不需调整的激光器, 反射镜通常是直接制备在激光工作物质的两侧。而对于需要调节腔长的外腔

激光器, 谐振腔的反射镜通常是采用传统材料和工艺制作的镀膜玻璃反射镜, 镜面结构大多是平面或球面<sup>[1]</sup>, 该结构谐振腔的缺点是, 当激光器所处的环境有振动或温度变化等外界干扰时, 激光输出会很 不稳定甚至无激光振荡形成。而采用角锥棱镜或猫眼结构作为谐振腔反射镜, 不仅对谐振腔的调节要

收稿日期: 2021-03-09; 修回日期: 2021-03-25; 录用日期: 2021-04-12

基金项目: 国家自然科学基金(51577091)

通信作者: \*yangyn@nuaa.edu.cn

求低,还具有抗干扰能力强、腔长调节范围大等优点,即使在有振动、温变的环境下仍可正常工作<sup>[2]</sup>。2006 年清华大学许志广等<sup>[3]</sup>采用凸透镜和凹面反射镜组成的猫眼结构作为谐振腔镜,通过实验对比了猫眼谐振腔与传统的平-凹腔和凹-凹腔的失调特性,结果表明猫眼谐振腔允许转动的最大角度为 10',为传统激光谐振腔的 10 倍。2002 年,林永兵等<sup>[4]</sup>通过分析球形猫眼逆向回射器半径等因素对光路的影响,研究了其后向反射性能,结果表明,该结构虽可使入射到球中心的近轴光在接近 180° 范围内实现后向反射,但对未过球心的入射光经猫眼反射后,都存在一个发散角,影响返回光束的平行性。

由于超材料(人工设计的复合材料)具有控制声波、电磁波的折射、反射、传播的优点,近年来,利用超材料设计的各种声学、光学器件纷纷涌现。2017 年,Arbabi 等<sup>[5]</sup>报道了由一对渐变超表面构造的平面式回射器,这种回射器在入射角度较小(<10°)时回射性能优良,但对大角度入射的光束,反射方向偏差变大。2018 年,Shen 等<sup>[6]</sup>利用超材料光栅设计平面逆向回射器件,在 60° 入射时能实现接近 100% 的逆向回射效率,但光栅每个周期有 6 个结构单元,几何结构较为复杂。2019 年,王美欧等<sup>[7]</sup>提出每个周期只有 2 个结构单元的平面逆向回射器,大大简化了回射器的结构,对一种光栅参数,可使某一特殊角度的入射光实现接近 100% 逆向回射,但不能使其他入射角的光回射。

1964 年 Luneburg 等<sup>[8]</sup>提出 Luneburg lens 概念,理想的 Luneburg lens 是一个由折射率渐变超材料加工而成的球形透镜,球表面折射率为 1,中心处为 $\sqrt{2}$ <sup>[9-10]</sup>。具有这种形状和折射率分布的透镜能改变入射到其上光波的传播路径,使入射光会聚到透镜表面,这就相当于其焦点在透镜表面<sup>[11-15]</sup>。若将焦点附近的透镜表面镀上全反膜,则可使入射光波沿原方向返回,具有此功能的超材料结构被称为 Luneburg lens 回射器。本文基于 COMSOL Multiphysics 仿真软件,使用有限元方法对激光振荡形成的高斯光束入射 Luneburg lens 时的反射行为进行数值计算,分析不同光束入射方位、不同光束中心轴线与透镜光轴的距离情况下反射光的回射特性。

## 2 Luneburg lens 回射器的工作原理

Luneburg lens 的形状为球形,其折射率  $n(r)$  在球体内的分布满足如下函数,

$$n(r) = \sqrt{2 - (r/R)^2}, 0 \leq r \leq R, \quad (1)$$

式中: $R$  为透镜球的半径; $r$  为球体内一点到球中心的距离。

设光从  $P_a$  点水平入射到 Luneburg lens 上,如图 1 所示, $P_a$  点入射一侧介质的折射率为 1,入射角为  $\phi_a$ ,在 Luneburg lens 内传输的光线满足方程

$$r \times ns = c, \quad (2)$$

式中: $n$  为光线经过某点处的折射率; $r$  为径向矢量; $s$  为光线轨迹弧长矢量。

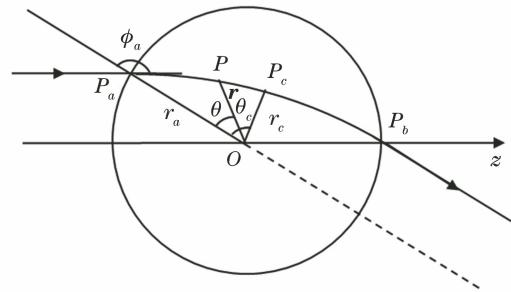


图 1 Luneburg lens 的光线轨迹示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the light trajectory of Luneburg lens

在图 1 所示的情况下,不变量  $c$  应为

$$c = -n(r_a)r_a \sin \phi_a = -r_a \sin \phi_a. \quad (3)$$

以  $O_{r_a}$  为参考半径,此时极坐标系下的  $\theta$  满足:

$$\theta = c \int_{r_0}^r \frac{dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - c^2}}. \quad (4)$$

将(1)、(3)两式代入(4)式中得到:

$$\theta = -r_a \sin \phi_a \int_{r_a}^r \frac{dr}{r \sqrt{\left[2 - \left(\frac{r}{r_a}\right)^2\right] r^2 - r_a^2 \sin^2 \phi_a}}. \quad (5)$$

若在光线传播路径上某点  $P_c$  处有  $\frac{d\theta}{dr} = \infty$ 。由于介质对称,光线可逆,若光线与透镜圆相交另一点为  $P_b$ ,那么可以判断出该奇异点处于  $P_a$  与  $P_b$  之间光线的中间位置,光线轨迹  $P_a P_c$  与  $P_b P_c$  关于  $P_c$  点对称。从  $P_a$  到  $P_c$  的径向量的转角  $\theta_c$  为

$$\theta_c = \frac{1}{2} \sin \phi_a \int_u^1 \frac{du}{u \sqrt{2u - u^2 - \sin^2 \phi_a}} = \frac{\phi_a}{2}. \quad (6)$$

由此可知,介质球与光线的两个交点  $P_a$  到  $P_b$  对介质中心的夹角为  $\phi_a$ 。由于入射光平行于光轴入射到 Luneburg lens 中,因此光线与球的第二个交点  $P_b$  必在光轴上。因此,当一束平行于光

轴的光入射到 Luneburg lens 中,所有的光都会交于一点,这个焦点位于光轴与透镜另一侧的界面上。如果在 Luneburg Lens 表面覆盖一层反射膜,则反射光与入射光平行反向出射,如图 2 所示,因此,该结构可以实现光束的逆向反射。

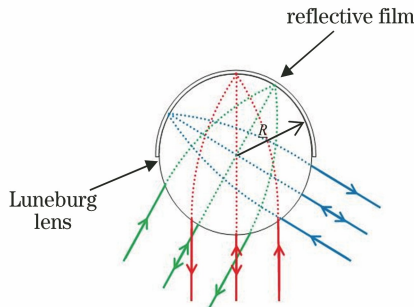


图 2 Luneburg lens 回射器的工作原理图  
Fig. 2 Working principle diagram of Luneburg lens retroreflector

由于 Luneburg lens 回射器具有实现光束逆向反射的优点,若将其作为激光器的谐振腔镜,则其功能与猫眼结构相似,同样无需严格调试即可实现激光振荡,对振动、温度变化等外界因素不敏感。且由于该回射器不存在边缘效应,振荡形成的激光束能量分布均匀,光束质量高。为了详细探讨 Luneburg lens 回射器对激光谐振腔内高斯光束的反射规律,优化相关参数,提升谐振腔的振荡性能,本文对理想 Luneburg lens 回射器在不同情况下的反射性能进行数值模拟。

### 3 理想 Luneburg lens 回射器反射性能的数值模拟

首先建立如图 3 所示的理想 Luneburg lens 回射器模型,其中心灰色区域为折射率满足(1)式分布的 Luneburg lens,上方黄色标注的半球表面上加载 100% 反射面,外层为空气。选取振荡激光波长  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ , Luneburg lens 的半径尺寸初始设定为  $r_0 = 10\lambda$ 。

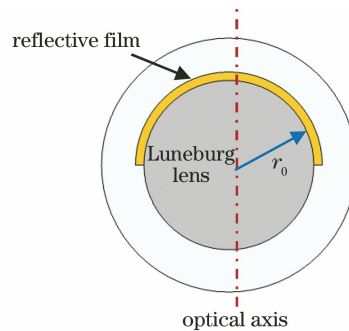


图 3 数值模拟用 Luneburg lens 回射器结构示意图  
Fig. 3 Schematic diagram of numerical simulation of Luneburg lens retroreflector

为了研究 Luneburg lens 回射器对激光谐振腔内形成的高斯光束的回射特性,首先数值计算入射光沿透镜直径过球心、但与透镜光轴夹角不同时反射情况。为保证高斯光束的光轴一直过球心,设高斯光束的束腰位置在球心处,腰宽为  $4\lambda$ ,选取入射光方向与光轴的夹角分别为  $0^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $60^\circ$  进行模拟,得到电场在透镜内分布的总电场图,如图 4 所示。

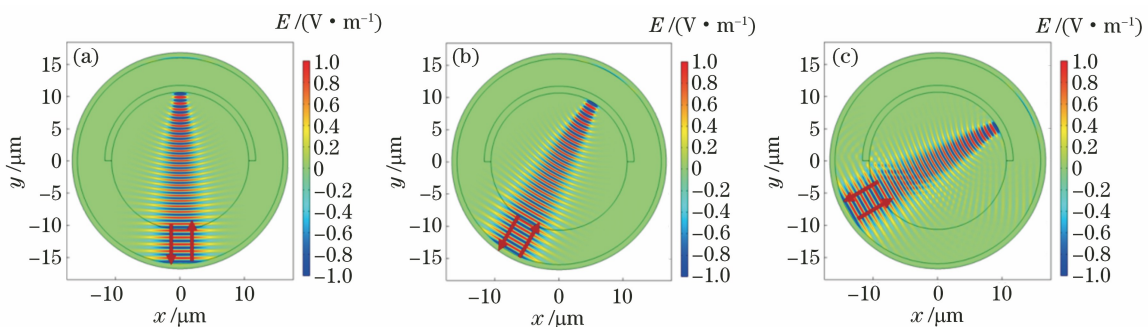


图 4 不同光束与回射器光轴夹角下的总电场图。(a)  $0^\circ$ ; (b)  $30^\circ$ ; (c)  $60^\circ$   
Fig. 4 Total electric field patterns under different angles between beam and optical axis of retroreflector.  
(a)  $0^\circ$ ; (b)  $30^\circ$ ; (c)  $60^\circ$

由图 4 可知,当入射光沿透镜直径方向并且过球心时,无论入射角如何,都能被 Luneburg lens 回射器沿原路径返回,这说明从回射方向特征上看, Luneburg lens 回射器对高斯光束均有很好的回射特性。为了进一步探讨不同角度入射情况下回射器的反射特性,本文又计算了回射器远场的电场模,上

述三个不同角度入射时,归一化的反射振幅如图 5 所示。

由图 5 可知,光束过球心以  $0^\circ$ 、 $30^\circ$  角入射时,反射电场模的最高值相同,且峰形没有明显差别,这表明 Luneburg lens 回射器对过球心的光,在此范围内无论入射角度如何,其反射归一化振幅均无明显

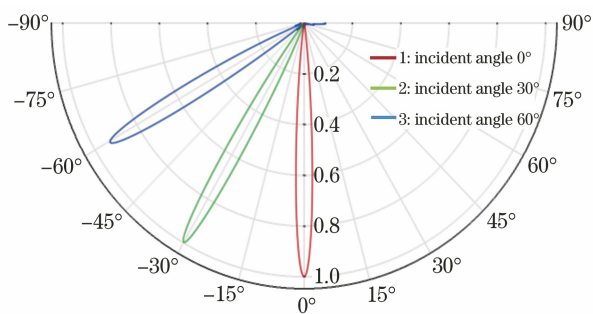


图 5 光束与回射器光轴夹角为  $0^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $60^\circ$  时归一化的反射振幅分布

Fig. 5 Normalized reflection amplitude distributions when angle between beam and optical axis of retroreflector is  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $60^\circ$

差别。但入射角为  $60^\circ$  时的电场模峰位置相对严格平行的后向反射有微小偏离(偏离角度约  $1^\circ$ )，且峰

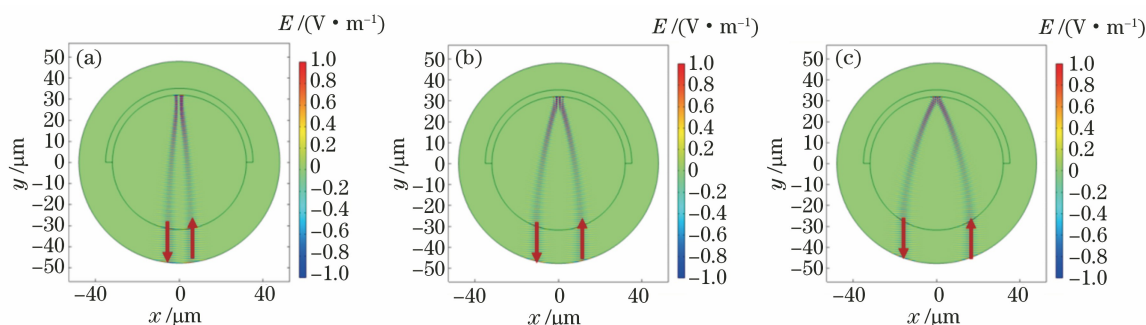


图 6 不同中心光轴与球心垂直距离下的总电场图。(a)  $5\lambda$ ; (b)  $10\lambda$ ; (c)  $15\lambda$

Fig. 6 Total electric field patterns under different vertical distances between central optical axis and center of sphere. (a)  $5\lambda$ ; (b)  $10\lambda$ ; (c)  $15\lambda$

由图 6 可知,无论高斯光束距离透镜光轴距离远近(最大距离为透镜半径的  $1/2$ ),Luneburg lens 仍能保持良好的后向反射特性,只是反射光束与入射光束对称地分布在透镜光轴两侧。

为了探究不同中心光轴与球心垂直距离下回射

值也有些下降,从图 4(c)可以看出,这是由于高斯光束以  $60^\circ$  角入射时有部分光直接照射到反射面的边缘被反射,未能进入 Luneburg lens,同时反射面的遮挡还会引起光的衍射,导致最终反射的光改变传播方向。由此可见,即使是对入射角偏离 Luneburg lens 光轴较大的高斯光束,其后向反射的方向性也较为理想。

将 Luneburg lens 回射器用作激光器的谐振腔镜时,由于很难做到让谐振腔光轴刚好通过 Luneburg lens 球心,即也会出现高斯型入射光不沿透镜直径,因而不过其球心的情况,为此,本文又数值计算了该情况下高斯光束的反射特性。选取高斯光束中心轴线与透镜光轴平行,半径  $r_0 = 30\lambda$ ,两轴间的垂直距离分别为  $5\lambda$ 、 $10\lambda$  和  $15\lambda$ ,所得结果如图 6 所示。

器的反射性能是否有变化,仿真计算了两轴距离在  $5\lambda$ 、 $10\lambda$ 、 $15\lambda$  时的反射归一化振幅,得结果如图 7 所示。

由图 7 可知,无论两轴的距离为多少,其反射的归一化振幅曲线基本一样,只有在最大振幅处有些

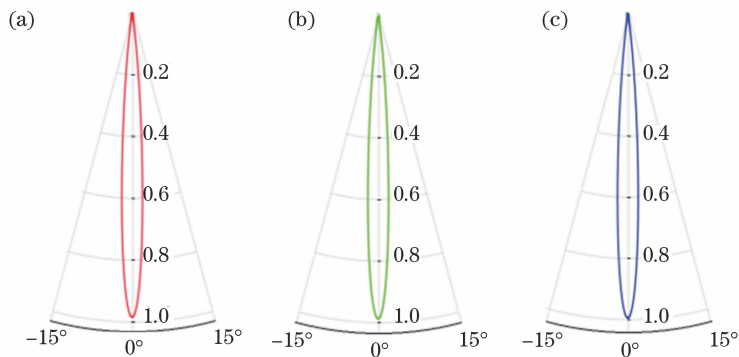


图 7 不同中心光轴与球心垂直距离下的反射归一化振幅曲线。(a)  $5\lambda$ ; (b)  $10\lambda$ ; (c)  $15\lambda$

Fig. 7 Normalized reflection amplitude curves under different vertical distances between central optical axis and center of sphere. (a)  $5\lambda$ ; (b)  $10\lambda$ ; (c)  $15\lambda$



细微差别,这表明,Luneburg lens 回射器横向位置的变化基本不会影响其对高斯光束的后向反射。

综合上述计算结果,可以得到结论:Luneburg lens 对于入射高斯光束在角向、横向上的变化都可以保持良好的后向反射性能,因此是一种性能优良的后向回射器件。若将其作为激光器谐振腔镜,理论上可行,并具有允许光束入射角变化范围大、偏离光轴距离远等优势,同时,设计的透镜半径为  $30\lambda$ ,尺寸在微米量级,能够很好地实现谐振腔镜小型化。

## 4 结 论

通过数值计算高斯光束在不同角度、不同离轴距离情况下入射 Luneburg lens 回射器时后向反射光场的分布规律,分析了 Luneburg lens 对高斯光束的后向反射性能。结果表明,Luneburg lens 回射器对入射角偏离 Luneburg lens 光轴接近  $\pm 60^\circ$  范围的高斯光束,均表现出良好的后向反射性能;对距离透镜光轴不同位置(最远距离透镜半径的  $1/2$ )的高斯光束,也能保持良好的后向反射特性。相比于角锥棱镜和猫眼结构的谐振腔镜,Luneburg lens 回射器的尺寸在微米量级,实现了谐振腔镜的小型化。因此,Luneburg lens 对分布在角向、横向上较大范围内变化的入射高斯光束都可以保持良好的后向反射性能,因此是一种性能优良的小型化后向回射器件,可以作为激光器谐振腔镜。

### 参 考 文 献

- [1] Svelto O, Hanna D C. Pumping processes [M]. Boston: Springer, 1982: 81-105.
- [2] Lu C Y, Li L, Liu X, et al. Laser diode-pumped passively Q-switched laser with corner-cube resonator [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(7): 1228-1231.  
卢常勇, 李莉, 刘旭, 等. 角锥棱镜腔激光二极管抽运被动调 Q 激光器 [J]. 光学学报, 2007, 27(7): 1228-1231.
- [3] Xu Z G, Zhang S L, Liang D, et al. Research of the laser transverse mode modulated by the cat's eye resonator [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(1): 86-90.  
许志广, 张书练, 梁栋, 等. 猫眼激光谐振腔横模选择特性研究 [J]. 光学学报, 2006, 26(1): 86-90.
- [4] Lin Y B, Zhang G X, Li Z. Design and optimization of a cat's-eye retroreflector [J]. Acta Optica Sinica, 2002, 22(10): 1245-1250.
- [5] Arbabi A, Arbabi E, Horie Y, et al. Planar metasurface retroreflector [J]. Nature Photonics, 2017, 11(7): 415-420.
- [6] Shen C, Diaz-Rubio A, Li J F, et al. A surface impedance-based three-channel acoustic metasurface retroreflector [J]. Applied Physics Letters, 2018, 112(18): 183503.
- [7] Wang M O, Xiao Q, Jin X, et al. Mid-infrared large-angle high-efficiency retroreflector based on subwavelength metallic metagrating [J]. Acta Physica Sinica, 2020, 69(1): 014211.  
王美欧, 肖倩, 金霞, 等. 基于亚波长金属超构光栅的中红外大角度高效率回射器 [J]. 物理学报, 2020, 69(1): 014211.
- [8] Luneburg R K, Mendlowitz H. Mathematical theory of optics [J]. Physics Today, 1965, 18(12): 63-64.
- [9] Liang C S, Streater D A, Jin J M, et al. A quantitative study of Luneburg-lens reflectors [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2005, 47(2): 30-42.
- [10] Korotkov A, Knyazev S, Shabunin S. Fast analysis of cylindrical Luneburg lens radiation by Green's function method [C] // 2015 Loughborough Antennas & Propagation Conference (LAPC), November 2-3, 2015, Loughborough, UK. New York: IEEE Press, 2015: 1-4.
- [11] Liang M, Yu X J, Sabory-García R, et al. Broadband electronically beam scanning structure using Luneburg lens [C] // 2013 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (MTT), June 2-7, 2013, Seattle, WA, USA. New York: IEEE Press, 2013: 1-3.
- [12] Chen H B, Cheng Q, Huang A H, et al. Modified Luneburg lens based on metamaterials [J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2015, 2015: 1-6.
- [13] Zhao Y Y, Zhang Y L, Zheng M L, et al. Three-dimensional Luneburg lens at optical frequencies [J]. Laser & Photonics Reviews, 2016, 10(4): 665-672.
- [14] Garcia-Ortiz C E, Cortes R, Gómez-Correa J E, et al. Plasmonic metasurface Luneburg lens [J]. Photonics Research, 2019, 7(10): 1112-1118.
- [15] Zhang L, Wang L, Wu Y Q, et al. Plasmonic Luneburg lens and plasmonic nano-coupler [J]. Chinese Optics Letters, 2020, 18(9): 092401.