

## 欧姆热调谐光学微泡谐振腔光频梳研究

刘先琳<sup>1</sup>, 郭军强<sup>1</sup>, 胡亚<sup>1</sup>, 廖令琴<sup>1</sup>, 陈全伟<sup>1</sup>, 卢启景<sup>1\*</sup>, 吴翔<sup>2</sup>, 谢树森<sup>1</sup><sup>1</sup>福建师范大学医学光电科学与技术教育部重点实验室, 福建省光子技术重点实验室, 福建 福州 350007;<sup>2</sup>复旦大学光科学与工程系, 上海 200433

**摘要** 光学微腔光频梳(Optical Frequency Comb, OFC)具有阈值低、结构紧凑以及易于芯片集成等优势,在精密光谱测量和原子钟等研究领域具有非常好的应用前景。尽管关于 OFC 的研究已经取得丰富的成果,但大多数 OFC 具有稀疏的梳齿模式,不利于 OFC 的调谐。鉴于此,利用高品质因子光学微泡谐振腔的欧姆热实现 OFC 的调谐。首先理论上分析微腔色散原理,并计算微腔色散参量与微泡谐振腔尺寸的关系。然后制备直径为 275  $\mu\text{m}$  和品质因子高达  $1.2 \times 10^8$  的微泡谐振腔,在反常色散区通过连续激光泵浦来获得宽带 OFC。最后将微金丝集成于直径为 297.5  $\mu\text{m}$  的微泡谐振腔中空通道内并置于电路中,利用电流控制器为微金丝施加电流来产生欧姆热以实现 OFC 的调谐,调谐范围达到 0.21 nm。

**关键词** 激光光学; 微泡谐振腔; 反常色散; 光频梳; 欧姆热调谐

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1614002

## Ohmic Thermal Tuning Optical Frequency Comb in Microbubble Resonator

Liu Xianlin<sup>1</sup>, Guo Junqiang<sup>1</sup>, Hu Ya<sup>1</sup>, Liao Lingqin<sup>1</sup>, Chen Quanwei<sup>1</sup>,  
Lu Qijing<sup>1\*</sup>, Wu Xiang<sup>2</sup>, Xie Shusen<sup>1</sup><sup>1</sup>Key Laboratory of Optoelectronic Science and Technology for Medicine of Ministry of Education, Fujian Provincial Key Laboratory for Photonics Technology, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China;<sup>2</sup>Department of Optical Science and Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China

**Abstract** The optical microcavity based optical frequency comb (OFC) has the advantages of low threshold, compact structure, and easy chip integration, and has very good application prospects in the research fields of precision spectroscopy and atomic clocks. Although the research on OFC has achieved rich results, most OFCs have a sparse comb-tooth pattern, which is not conducive to the tuning of OFC. In view of this, the ohmic heat of the high quality factor optical microbubble resonant cavity is used to realize the tuning of the OFC. First, we theoretically analyze the principle of microcavity dispersion, and calculate the relationship between the microcavity dispersion parameter and the size of the microbubble cavity. Then, a microbubble resonator with a diameter of 275  $\mu\text{m}$  and a quality factor of  $1.2 \times 10^8$  is prepared, a broadband OFC is obtained by continuous laser pumping in the anomalous dispersion region. Finally, the Au microwire is integrated into the empty channel in the microbubble resonant cavity with a diameter of 297.5  $\mu\text{m}$  and placed in the circuit. The current controller is used to apply current to the Au microwire to generate ohmic heat to realize the tuning of the OFC. The range reaches 0.21 nm.

**Key words** laser optics; microbubble resonator; anomalous dispersion; optical frequency comb; ohmic thermal tuning**OCIS codes** 140.3945; 140.4780; 190.2620

收稿日期: 2021-04-29; 修回日期: 2021-06-03; 录用日期: 2021-06-21

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2015CB352006)、国家自然科学基金(61705039)、教育部创新团队(IRT\_15R10)、中央引导地方科技发展专项(2020L3008)、福建省中青年教育科研项目(JAT200074)

通信作者: \*qjlu@fjnu.edu.cn

## 1 引言

光频梳 (Optical Frequency Comb, OFC) 是具有确定梳齿间距及绝对频率的频率标尺, 在宽光谱中表现为等距窄线的光源, 具有阈值低、结构紧凑及易于芯片集成等优势, 在精密光谱测量<sup>[1]</sup>、原子钟<sup>[2]</sup>、光谱学<sup>[3-4]</sup>、宽带传感<sup>[5-7]</sup>和光纤通信<sup>[8-10]</sup>等领域具有非常好的应用前景。通常用来产生 OFC 的装置是一个锁模激光器<sup>[11-12]</sup>, 尽管锁模激光器得到了广泛的应用, 但该装置体积庞大, 价格昂贵, 限制了其应用潜力。近年来, 为了实现适用于实验室之外的微型 OFC, 基于回音壁模式 (Whispering Gallery Mode, WGM) 的微腔具有高品质因子 (Quality factor,  $Q$ )、小模式体积以及几何结构可控等优势, WGM 微腔中超参量振荡过程所产生的 OFC 则引起人们的极大关注, 因为有可能将器件集成在芯片上<sup>[13-15]</sup>。超参量振荡过程主要源于光学微腔中的克尔效应<sup>[15]</sup>, 当连续光耦合进入具有一定三阶光学非线性极化率的微腔中时, 两个泵浦光子会发生湮灭并产生一个信号光子和一个闲频光子, 当所有泵浦光、信号光和闲频光都位于该腔的共振波长上时, 就会发生超参量振荡。基于该过程, Del'Haye 等<sup>[13]</sup>在微环芯腔内首次实现 OFC 的输出; Lipson 课题组<sup>[16]</sup>在微环腔内实现 OFC 的输出; Chembo 等<sup>[17]</sup>基于模式扩展方法提出微腔 OFC 的理论模型等, 此后研究人员开启了 WGM 微腔的 OFC 探索<sup>[18-24]</sup>。

尽管关于 OFC 的研究已经取得了丰富的成果, 但大多数 OFC 具有稀疏的梳齿模式, 不利于 OFC 的调谐<sup>[25-27]</sup>, 这在大多数应用中都是不理想的。然而实现可调谐 OFC 是许多应用的重要前提, 即连续调谐 OFC 的能力对精密传感、频率锁定到原子跃迁等应用至关重要, 特别是对于具有大模式分离的 OFC 光谱, 有利于在任何感兴趣的频率下定位梳齿模式。目前, 调谐 OFC 的方法主要有温度调谐<sup>[18, 21-22, 28-29]</sup>、机械调谐<sup>[19, 24]</sup>和欧姆热调谐<sup>[30-31]</sup>等。除此之外, 超参量振荡过程需要满足动量和能量守恒<sup>[32-35]</sup>。在微腔中, 动量守恒是天然存在的, 而能量守恒要求泵浦光、信号光和闲频光三者的频率间隔相等, 因为该频率间隔随微腔色散的变化而变化, 所以一般认为合理的色散条件<sup>[36]</sup>是微腔能否产生超参量振荡的关键。一般情况下, 若使系统实现色散补偿, 需使微腔色散为零色散或反常色散。

在这项工作中, 本文在二氧化硅微泡谐振器

(Microbubble Resonator, MBR) 的反常色散区, 基于非线性光学相互作用的相位和能量匹配<sup>[15]</sup>, 及 MBR 大的可调谐振范围<sup>[37]</sup>, 实现 OFC 的观测与调谐。为了调谐 OFC, 将微金丝集成于 MBR 中的空通道内并置于电路中, 利用电流控制器为微金丝施加电流以产生欧姆热, 从而完成该调谐过程。实验上, 通过这种新型欧姆热调谐方法, 在直径为 297.5  $\mu\text{m}$  和壁厚约为 13  $\mu\text{m}$  的内置微金丝 MBR 中, 经过 114 mA 电流的调谐取得 0.21 nm 的 OFC 偏移。该可调谐 OFC 在诸多研究应用领域, 如精密光谱测量和原子钟等具有非常广阔的应用前景。

## 2 微腔色散原理

色散是微腔产生 OFC 的重要条件。当光传播相同路程时, 不同的频率分量经历不同的相速度, 则到达终端所用的时间不同, 由此引发的脉冲展宽即为色散。在微腔共振的条件下, 推出 WGM 的传播常数  $\beta$ , 表达式为<sup>[38]</sup>

$$\beta = \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda_m} = \frac{m}{R}, \quad (1)$$

式中:  $n_{\text{eff}}$  为微腔材料的有效折射率;  $m$  为方位角量子数;  $\lambda_m$  为  $m$  阶谐振波长;  $R$  为微腔外半径。

由于微腔色散的存在, 造成自由光谱程 (Free Spectrum Range, FSR) 存在偏差, 因此微腔一阶色散  $\beta_1$  和二阶色散  $\beta_2$  可用 FSR 表达, 即

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \left. \frac{d\beta}{d\omega_m} \right|_{m=m_0} = \frac{1}{2\pi R} \frac{dm}{df_m} = \frac{1}{2\pi R \cdot \Delta f_m}, \quad (2) \\ \beta_2 &= \left. \frac{d^2\beta}{d\omega_m^2} \right|_{m=m_0} = \frac{d\beta_1}{d\omega_m} = \frac{1}{(2\pi)^2 R} \left( \frac{d}{df_m} \frac{1}{\Delta f_m} \right) = \\ &= -\frac{1}{4\pi^2 R \cdot \Delta f_m^2} \frac{d\Delta f_m}{df_m} = -\frac{1}{4\pi^2 R \cdot \Delta f_m^3} \cdot \Delta(\Delta f_m), \quad (3) \end{aligned}$$

式中:  $\omega$  为微腔谐振角频率;  $f_m$  为  $m$  阶模式谐振频率;  $\Delta f_m$  为 FSR,  $\Delta f_m = (f_{m+1} - f_{m-1})/2$ ;  $\Delta(\Delta f_m)$  为频率失谐量,  $\Delta(\Delta f_m) = f_{m+1} - 2f_m + f_{m-1}$ 。

微腔色散参量  $D_{\text{is}}$  和  $\beta_2$  的关系可表示为

$$D_{\text{is}} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2, \quad (4)$$

式中:  $c$  为真空中的波速,  $c = 299792458$  m/s。

根据  $\beta_2$  的正负, 可将微腔色散分为正常色散和反常色散。当  $\beta_2 > 0$  时, 称之为正常色散; 当  $\beta_2 < 0$  时, 称之为反常色散。与之对应, 将  $D_{\text{is}} < 0$  的区域定义为正常色散区,  $D_{\text{is}} > 0$  的区域定义为反常色散区。

将(3)式代入(4)式,则  $D_{is}$  可用共振频率表示,表达式为

$$D_{is} = \frac{c}{2\pi\lambda^2 R \cdot \Delta f_m^3} \cdot \Delta(\Delta f_m) \quad (5)$$

结合二氧化硅材料的折射率与波长响应<sup>[39]</sup>的关系,可得

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{0.8974794\lambda^2}{\lambda^2 - (9.896161)^2} + \frac{0.6961663\lambda^2}{\lambda^2 - (0.0684043)^2} + \frac{0.4079426\lambda^2}{\lambda^2 - (0.1162414)^2} \quad (6)$$

通过米散射程序<sup>[40]</sup>来反复迭代求解  $f_m$  后再代入  $D_{is}$ ,可用 MATLAB 程序仿真模拟同一波段不同 MBR 直径所对应的色散情况。由于反常色散区中的色散效应和非线性效应<sup>[41]</sup>,系统能够实现色散补偿,达到一种平衡。因此,在二氧化硅 MBR 反常色散区内研究 OFC。在波长为 1550 nm 处,MBR 的色散参量  $D_{is}$  与直径  $D$  之间的关系如图 1 所示,其

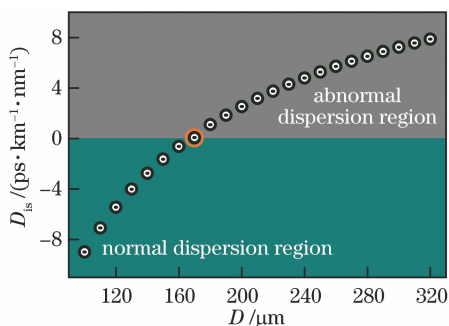


图 1 1550 nm 波段 MBR 色散参量  $D_{is}$  与直径  $D$  的关系  
Fig. 1 Relationship between dispersion parameter  $D_{is}$  and diameter  $D$  of MBR at 1550 nm

中圆圈处对应  $D = 170 \mu\text{m}$  和  $D_{is} = 0$  的点,  $D_{is} < 0$  代表正常色散区,  $D_{is} > 0$  代表反常色散区。从图 1 可以看到,较小直径的 MBR 工作在正常色散区;当  $D > 170 \mu\text{m}$  时,MBR 则工作在反常色散区。因此,实验上制备直径大于  $170 \mu\text{m}$  的 MBR,在 MBR 反常色散区激发超参量振荡 OFC 并对 OFC 进行观测与调谐。

### 3 欧姆热调谐光频梳

实验装置如图 2 所示,其中  $R_0 = 6.7 \Omega$ 。泵浦光由可调谐激光器 (Toptica CTL 1550) 提供,其输出功率为 43 mW,为非线性过程提供所需的高功率光;光纤偏振控制器 (FPC) 用于控制整个光路的偏振态,调节光学模式的耦合深度;泵浦光进入耦合系统之前,可由可变光衰减器 (VOA) 调节功率;耦合系统由熔锥光纤 (FTF)、微泡谐振器 (MBR) 和微金丝 (直径为  $20 \mu\text{m}$ ) 组成,该系统被放置在一个清洁空间中以减少污染物和气流干扰,如图 2 实线框所示。图 2 插图为由 CCD 拍摄的 FTF (Fused Tapered Fiber) 与内置微金丝 MBR 耦合的实物,其中 FTF 从“①”端将泵浦光耦合进 MBR 中,从“②”端将 OFC 输出;微金丝被集成于 MBR 中的空通道内,由导线与电流控制器相连并置于电路中,形成单一通路,通过电流控制器为微金丝施加电流,由于微金丝本身具有电阻,引起的欧姆热可扩散至 MBR 中,改变 MBR 的温度,从而起到调谐作用;由“②”端输出的光信号分两路,一路接入光谱分析仪 (OSA,分辨率为  $0.05 \text{ nm}$ ),用于显示和存储 OFC

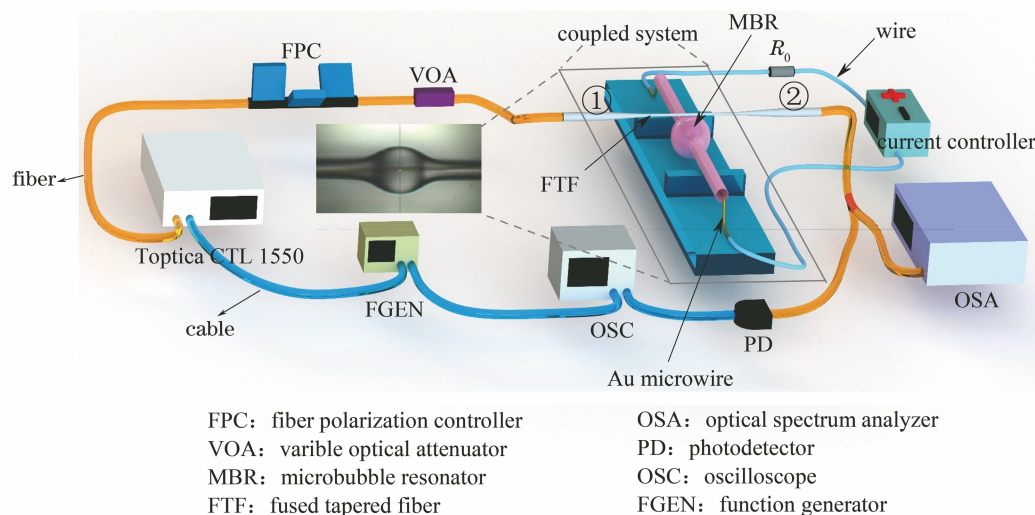


图 2 基于欧姆热调谐微泡腔 OFC 的实验装置,插图为由 CCD 拍摄的 FTF 和内置微金丝 MBR 耦合图像  
Fig. 2 Experimental setup based on ohmic thermal tuning OFC of microbubble cavity, and inset is micrograph of FTF and built-in Au microwire MBR coupling system

光谱;另一路由光电探测器(PD)将光信号转换成电信号并送入示波器(OSC)中,示波器显示两路信号,一路是采集到的透射谱线,一路是函数发生器(FGEN)驱动激光器正反扫的高低电平。

实验上,在远低于非线性阈值的输入功率下,测得内置微金丝 MBR(直径为  $275\ \mu\text{m}$ ,壁厚约为  $16\ \mu\text{m}$ )的透射谱线如图 3(a)所示,对应的泵浦光中心波长为  $1559.621\ \text{nm}$ ,FGEN 的幅度设为  $-3\sim$

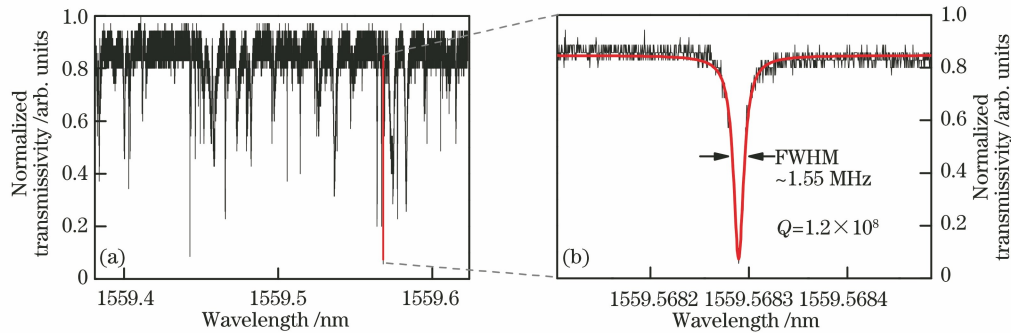


图 3 内置微金丝 MBR 的性能曲线。(a)归一化精扫透射谱线;(b)图(a)的局部放大图

Fig. 3 Performance curves of built-in Au microwire MBR. (a) Normalized fine scanning transmission spectrum; (b) partial enlargement of Fig. (a)

接着,在高于非线性阈值的输入功率下,通过连续激光泵浦该内置微金丝 MBR,受益于 MBR 的高 Q 值和反常色散区,获得了宽带 OFC。在无电流输入的情况下,由光学泵浦产生的宽带 OFC 如图 4 所示,其中泵浦光功率约为  $10\ \text{mW}$ ,中心波长为  $1546.099\ \text{nm}$ 。从图 4 可以看到,该 OFC 的梳齿模式间距为  $1.92\ \text{nm}$ ,与第 2 节理论计算的 FSR 值( $\sim 1.91\ \text{nm}$ )一致,而且在这种情况下,未观察到拉曼激光(图 4 插图),说明该宽带 OFC 是由超参量振荡过程激励,并在 MBR 中实现了色散补偿。

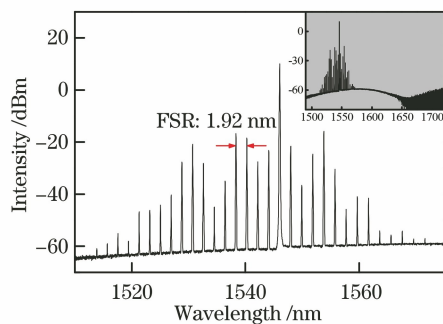


图 4 由光学泵浦产生的宽带 OFC,插图为无拉曼激光产生时的宽带 OFC

Fig. 4 Broadband OFC generated by optical pumping, inset is broadband OFC with no Raman laser generation

随后,为了验证微金丝所产生的欧姆热对梳齿模式的调谐作用,便于观察梳齿模式随电流的偏移

情况。在直径为  $297.5\ \mu\text{m}$ 、壁厚约为  $13\ \mu\text{m}$  和  $Q$  达到  $10^7$  量级的内置微金丝 MBR 中激发了具有 4 个纯净梳齿模式的超参量振荡 OFC,如图 5 所示,对应的泵浦光功率约为  $0.5\ \text{mW}$ ,中心波长为  $1545.825\ \text{nm}$ 。图 5(a)为从 0 增加到  $114\ \text{mA}$  所对应的光梳谱线,步长为  $19\ \text{mA}$ 。从图 5(a)可以看到,经过单峰拟合后的梳齿模式 1 和 2,二者的间距为  $1.77\ \text{nm}$ ,同样与计算的 FSR 值( $\sim 1.76\ \text{nm}$ )一致。这种 OFC 具有紧凑的梳齿模式,有利于实现对该 OFC 的调谐。为了便于观察 OFC 的偏移,绘制去除背景噪声下所有光梳谱线的 2D 轮廓,如图 5(b)所示,其中最亮的部分对应泵浦光。从图 5(b)可以看到,随着电流的增加,泵浦光及梳齿模式都有一定的偏移。因为梳齿间距近似恒定,所以在调谐过程中任何梳齿模式的偏移即代表整个 OFC 的偏移。为了确定 OFC 的整体偏移量,分别绘制出 0 和  $114\ \text{mA}$  所对应的光梳谱线,如图 5(c)所示。从图 5(c)可以看到,OFC 随着电流的增加表现出红移,这与二氧化硅正的热光系数相关,经过单峰拟合后的梳齿模式,得到 OFC 红移的量约为  $0.21\ \text{nm}$ 。

为了更直观地了解 OFC 波长偏移与电流的具体关系及整体偏移情况,以梳齿模式 2 和 3 作为分析目标,通过单峰拟合来追踪其波长。基于欧姆热调谐理论<sup>[42]</sup>,梳齿模式 2 的波长偏移  $\Delta\lambda$  与电流  $I$

的拟合结果如图 6(a)所示,  $\Delta\lambda$  与  $I$  的关系为  $\Delta\lambda = 15820.90I^2 - 6.34$ , 说明波长偏移与电流呈二次方的非线性关系; 插图为  $\Delta\lambda$  随  $I^2$  的变化情况, 经过线性拟合可以得到  $\Delta\lambda$  与  $I$  的关系不变, 说明  $\Delta\lambda$  与  $I^2$

成正比。梳齿模式 3 的  $\Delta\lambda$  与  $I$  的拟合结果如图 6(b)所示。对比图 6(a)可发现, 该模式的  $\Delta\lambda$  与  $I$  及  $\Delta\lambda$  与  $I^2$  的关系与梳齿模式 2 相同, 说明随着电流的增加 OFC 整体红移。

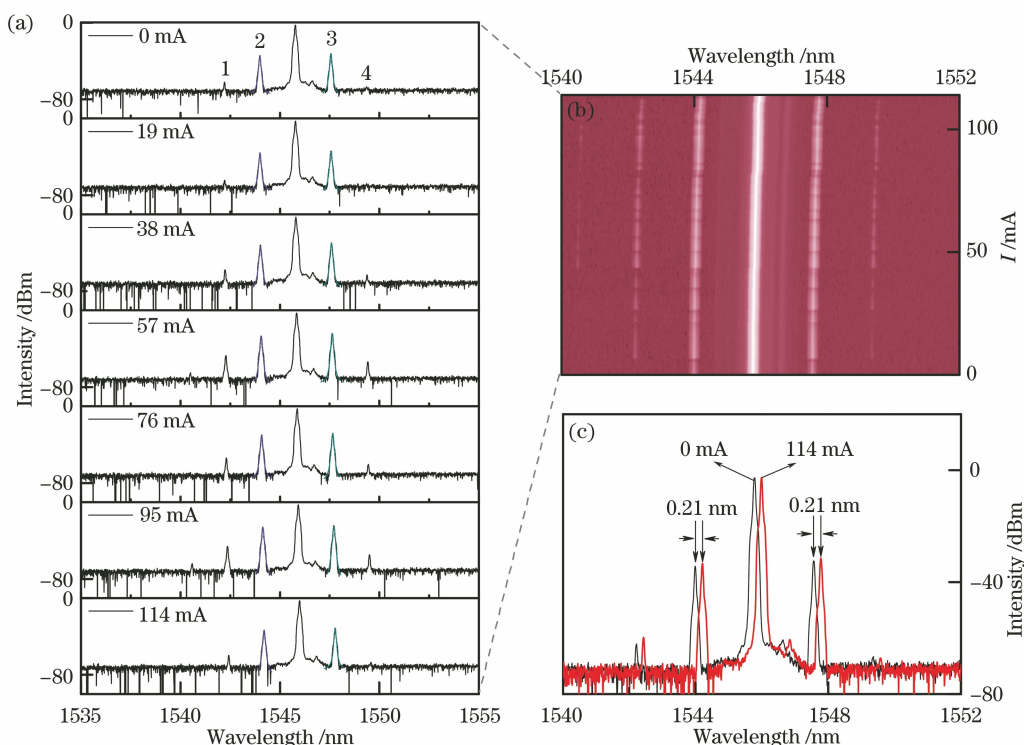


图 5 内置微金丝 MBR 的 OFC 调谐特性。(a)不同电流对应的光梳谱线和单峰拟合; (b)光梳谱线的 2D 轮廓; (c)不同电流下的光梳谱线

Fig. 5 OFC tuning characteristics of built-in Au microwire MBR. (a) Optical comb lines corresponding to different currents and peak fitting of single comb line; (b) 2D contour of optical comb line; (c) optical comb lines at different current currents

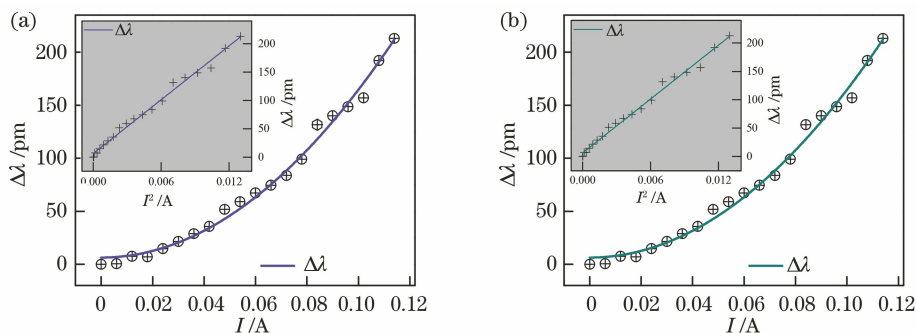


图 6 梳齿模式波长偏移  $\Delta\lambda$  随电流  $I$  的变化。(a)梳齿模式 2 的  $\Delta\lambda$  与  $I$  拟合, 插图为梳齿模式 2 的  $\Delta\lambda$  与  $I^2$  拟合; (b)梳齿模式 3 的  $\Delta\lambda$  与  $I$  拟合, 插图为梳齿模式 3 的  $\Delta\lambda$  与  $I^2$  拟合

Fig. 6 Wavelength shift  $\Delta\lambda$  with current  $I$  changing of comb mode. (a)  $\Delta\lambda$  fitting with  $I$  of comb mode 2, inset is  $\Delta\lambda$  fitting with  $I^2$  of comb mode 2; (b)  $\Delta\lambda$  fitting with  $I$  of comb mode 3, inset is  $\Delta\lambda$  fitting with  $I^2$  of comb mode 3

## 4 结 论

本项工作从 OFC 的研究背景、微腔色散原理、实验装置及研究成果等方面进行介绍。总之, 在直径为 275  $\mu\text{m}$ 、壁厚约为 16  $\mu\text{m}$  的内置微金丝 MBR

中实现了由超参量振荡过程激励的宽带 OFC。根据电流控制器为微金丝施加电流以产生欧姆热而引发波长偏移的欧姆热调谐原理, 在直径为 297.5  $\mu\text{m}$ 、壁厚约为 13  $\mu\text{m}$ 、Q 高达  $1.2 \times 10^8$  的内置微金丝 MBR 中, 在 MBR 反常色散区激发了具有

4 个纯净梳齿模式的 OFC, 经过 114 mA 电流的欧姆热调谐, 该 OFC 偏移量为 0.21 nm。

### 参 考 文 献

- [1] Eckstein J N, Ferguson A I, Hänsch T W. High-resolution two-photon spectroscopy with picosecond light pulses[J]. *Physical Review Letters*, 1978, 40(13): 847-850.
- [2] Udem T, Holzwarth R, Hänsch T W. Optical frequency metrology[J]. *Nature*, 2002, 416(6877): 233-237.
- [3] Herr T, Brasch V, Jost J D, et al. Temporal solitons in optical microresonators [J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(2): 145-152.
- [4] Suh M G, Yang Q F, Yang K Y, et al. Microresonator soliton dual-comb spectroscopy [J]. *Science*, 2016, 354(6312): 600-603.
- [5] Schliesser A, Brehm M, Keilmann F, et al. Frequency-comb infrared spectrometer for rapid, remote chemical sensing [J]. *Optics Express*, 2005, 13(22): 9029-9038.
- [6] Coluccelli N, Cassinero M, Redding B, et al. The optical frequency comb fibre spectrometer [J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 12995.
- [7] Hou F Y, Zhang X B, Wang Z J, et al. Magnetic fluid infiltrated microbottle resonator sensor with axial confined mode [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2020, 12(5): 20019205.
- [8] Pfeifle J, Brasch V, Lauermaun M, et al. Coherent terabit communications with microresonator Kerr frequency combs [J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(5): 375-380.
- [9] Pavlov N G, Lihachev G, Koptyaev S, et al. Soliton dual frequency combs in crystalline microresonators [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(3): 514-517.
- [10] Marin-Palomo P, Kemal J N, Karpov M, et al. Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications [J]. *Nature*, 2017, 546(7657): 274-279.
- [11] Jones D J, Diddams S A, Ranka J K, et al. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis [J]. *Science*, 2000, 288(5466): 635-639.
- [12] Cundiff S T, Ye J. Colloquium: femtosecond optical frequency combs [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2003, 75(1): 325-342.
- [13] Del'Haye P, Schliesser A, Arcizet O, et al. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator [J]. *Nature*, 2007, 450(7173): 1214-1217.
- [14] Chembo Y K, Strekalov D V, Yu N. Spectrum and dynamics of optical frequency combs generated with monolithic whispering gallery mode resonators [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(10): 103902.
- [15] Kippenberg T J, Holzwarth R, Diddams S A. Microresonator-based optical frequency combs [J]. *Science*, 2011, 332(6029): 555-559.
- [16] Levy J S, Gondarenko A, Foster M A, et al. CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects [J]. *Nature Photonics*, 2010, 4(1): 37-40.
- [17] Chembo Y K, Yu N. Modal expansion approach to optical-frequency-comb generation with monolithic whispering-gallery-mode resonators [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(3): 033801.
- [18] Del'Haye P, Herr T, Gavartin E, et al. Octave spanning tunable frequency comb from a microresonator [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107(6): 063901.
- [19] Papp S B, Del'Haye P, Diddams S A. Mechanical control of a microrod-resonator optical frequency comb [J]. *Physical Review X*, 2012, 3(3): 2358-2367.
- [20] Jung H, Fong K Y, Xiong C, et al. Electrical tuning and switching of an optical frequency comb generated in aluminum nitride microring resonators [J]. *Optics Letters*, 2013, 39(1): 84-87.
- [21] Miller S A, Okawachi Y, Ramelow S, et al. Tunable frequency combs based on dual microring resonators [J]. *Optics Express*, 2015, 23(16): 21527-21540.
- [22] Guo X, Zou C L, Jung H, et al. Efficient generation of a near-visible frequency comb via Cherenkov-like radiation from a Kerr microcomb [J]. *Physical Review Applied*, 2018, 10(1): 014012.
- [23] Yu S P, Briles T C, Moille G T, et al. Tuning Kerr-soliton frequency combs to atomic resonances [J]. *Physical Review Applied*, 2019, 11(4): 044017.
- [24] Shu F J, Zhang P J, Qian Y J, et al. A mechanically tuned Kerr comb in a dispersion-engineered silica microbubble resonator [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2019, 63(5): 254211.
- [25] Lu Q J, Liao J, Liu S, et al. Precise measurement of micro bubble resonator thickness by internal aerostatic pressure sensing [J]. *Optics Express*, 2016, 24(18): 20855-20861.
- [26] Zhao G M, Özdemir Ş K, Wang T, et al. Raman lasing and Fano lineshapes in a packaged fiber-coupled whispering-gallery-mode microresonator [J]. *Science Bulletin*, 2017, 62(12): 875-878.
- [27] Zhou Z H, Zou C L, Chen Y, et al. Broadband tuning of the optical and mechanical modes in hollow

- bottle-like microresonators [J]. *Optics Express*, 2017, 25(4): 4046-4053.
- [28] Xue X X, Xuan Y, Wang P H, et al. Tunable frequency comb generation from a microring with a thermal heater[C]//CLEO: Science and Innovations 2014, June 8-13, 2014, San Jose, California. Washington, D.C.: OSA, 2014: SF1I.8.
- [29] Chen X, Fu L, Lu Q, et al. Packaged droplet microresonator for thermal sensing with high sensitivity[J]. *Sensors*, 2018, 18(11): 3881.
- [30] Vitullo D L P, Zaki S, Gardosi G, et al. Tunable SNAP microresonators via internal ohmic heating[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(17): 4316-4319.
- [31] Liu X L, Lu Q J, Fu L, et al. Coupled-mode induced transparency via ohmic heating in a single polydimethylsiloxane-coated microbubble resonator [J]. *Optics Express*, 2020, 28(7): 10705-10713.
- [32] Kippenberg T J, Spillane S M, Vahala K J. Kerr-nonlinearity optical parametric oscillation in an ultrahigh-Q toroid microcavity [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(8): 083904.
- [33] Agha I H, Okawachi Y, Foster M A, et al. Four-wave-mixing parametric oscillations in dispersion-compensated high-Q silica microspheres[J]. *Physical Review A*, 2007, 76(4): 043837.
- [34] Agha I H, Okawachi Y, Gaeta A L. Theoretical and experimental investigation of broadband cascaded four-wave mixing in high-Q microspheres[J]. *Optics Express*, 2009, 17(18): 16209-16215.
- [35] Lu Q J, Liu S, Wu X, et al. Stimulated Brillouin laser and frequency comb generation in high-Q microbubble resonators[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(8): 1736-1739.
- [36] Zhang X L, Zhao Y J. Research progress of microresonator-based optical frequency combs [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(8): 0823014. 张新亮, 赵延菁. 微腔光频梳研究进展 [J]. *光学学报*, 2021, 41(8): 0823014.
- [37] Sumetsky M, Dulashko Y, Windeler R S. Super free spectral range tunable optical microbubble resonator [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(11): 1866-1868.
- [38] Fujii S, Tanabe T. Dispersion engineering and measurement of whispering gallery mode microresonator for Kerr frequency comb generation [J]. *Nanophotonics*, 2020, 9(5): 1087-1104.
- [39] Sellmeier W. Zur erklärang der abnormen farbenfolge im spectrum einiger substanzen [J]. *Annalen Der Physik*, 1871, 219(6): 272-282.
- [40] Li M, Wu X, Liu L Y, et al. Kerr parametric oscillations and frequency comb generation from dispersion compensated silica micro-bubble resonators [J]. *Optics Express*, 2013, 21(14): 16908-16913.
- [41] Liu S J, Zheng Y L, Chen X F. Nonlinear frequency conversion in lithium niobate thin films [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(8): 0823013. 刘时杰, 郑远林, 陈险峰. 铌酸锂薄膜上的非线性频率变换 [J]. *光学学报*, 2021, 41(8): 0823013.
- [42] Lu Q J, Chen X G, Liu X L, et al. Tunable optofluidic liquid metal core microbubble resonator [J]. *Optics Express*, 2020, 28(2): 2201-2209.