

复振幅调制相息图编码及滤波系统的优化设计

桂进斌*, 张凯, 李俊昌, 宋庆和, 方青

昆明理工大学理学院, 云南 昆明 650550

摘要 提出了一种全息三维(3D)显示光学系统滤波窗的优化设计方法。首先,基于标量衍射理论,用复振幅编码方法获得相息图,研究了相息图再现光场在光学系统焦平面上的频谱分布。然后,导出了重建物光场在光学系统焦平面上的频谱中心位置和频率分布公式,并进行了实验验证。最后,提出了一种基于纯相位型空间光调制器全息显示系统滤波窗的优化设计方法。理论仿真及光学实验结果表明,该优化方法可获得优化编码的相息图,且能设计高质量的全息 3D 显示系统,从而获得高质量的全息再现像。

关键词 全息; 全息三维显示; 空间光调制器; 相息图; 滤波系统

中图分类号 O438.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1509001

Optimal Design of Kinoform Encoding and Filtering System Based on Complex Amplitude Modulation

Gui Jinbin*, Zhang Kai, Li Junchang, Song Qinghe, Fang Qing

Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650550, China

Abstract This paper proposes an optimal design method of filter window for the holographic three-dimensional (3D) display optical system. First, based on scalar diffraction theory, the complex amplitude coding method is used to obtain the kinoform, and the spectrum distribution of the reconstructed light field of the kinoform on the focal plane of the optical system is studied. Then, the spectrum center position and frequency distribution formula of the reconstructed object light field on the focal plane of the optical system are derived and verified by experiments. Finally, an optimized design method for the filter window of the holographic display system based on the phase-only spatial light modulator is proposed. The results of theoretical simulation and optical experiment show that the optimization method can obtain kinoform with optimal encoding, and can design a high quality holographic 3D display system to obtain high quality holographic reproduced images.

Key words holography; holographic three-dimensional display; spatial light modulator; kinoform; filter system

OCIS codes 090.2890; 070.6120; 070.2615; 070.4790

1 引言

随着计算机技术及光电器件的发展,计算全息技术在很多领域都得到了广泛的应用。其中,模拟真实或虚拟物体的光波传播过程,通过计算机生成全息图,利用空间光调制器(SLM)等光学器件显示真实物体的全息三维(3D)显示系统是当前研究的热点问题^[1-7]。用来进行全息显示的器件通常分为

振幅型和相位型两种,其中,纯相位调制的液晶空间光调制器(LCOS)具有较高的衍射效率,得到了人们的广泛研究。为了实现纯相位 LCOS 对复振幅信息的调制,人们研究了多种编码算法,并取得了许多重要的成果^[8-13]。针对相息图的计算速度,Tsang 等^[14]提出了一种图案相位全息图(PPOH)方法,通过加入周期性相位图案,在保证较好重建像质量的前提下加快了相息图的生成;同时,还提出了一种双

收稿日期: 2020-11-27; **修回日期:** 2021-02-22; **录用日期:** 2021-03-08

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB2200500)、国家自然科学基金(62065010,61565011,61764008)

通信作者: *jinbingui@163.com

向误差扩散(BERD)全息图方法,通过模拟 BERD 的过程,将复数的数字菲涅耳全息图转换为相位全息图,在不损失重建像质量的情况下加快了相息图的计算速度^[15]。Peng 等^[16]开发了一种可生成计算全息图的深度学习算法框架,可实现较高的图像保真度和帧速率。为了提高相息图的重建像质量, Yoshikawa 等^[17]提出了一种模拟退火法,可优化相位分布,提高重建像的质量;Wu 等^[18]提出了一种自适应加权 Gerchberg-Saxton(GS)算法,避免了传统加权 GS 算法中加入反馈导致的迭代发散现象;Chakravarthula 等^[19]通过 Wirtinger 导数优化了全息图的相位检索问题。

传统相息图将振幅信息编码为纯相位信息时,通常将到达 LCOS 平面的物光波振幅设为常数,只能准确保留物光波的相位,不能准确重现物体 3D 图像的振幅信息。复振幅调制编码方法是一种新型相息图编码方法^[20],其原理是参照相位型全息图的制作方法,用参考光与到达 LCOS 的物光干涉信息编码形成相息图。在重建物光场时,用原始参考光的共轭光作为重建光,通过透镜对 LCOS 的出射光进行傅里叶变换,在透镜焦平面上设计滤波窗,以提取物光的衍射波,在后续空间中再现物体的像。该方法能有效引入 3D 物体的振幅信息,重建出质量较好的 3D 图像。此外,引入频谱选通滤波系统以及一些特殊的编码方法或对初始相位进行约束,可以实现真彩色 3D 图像的全息动态显示并提高显示质量^[21-23]。

来自 SLM 的光波频谱经过选通滤波后可通过不同形式的光学系统成像,因此,研究这类光学系统

的成像质量具有重要的实际意义。Li 等^[24-25]将 SLM 后的成像系统视为由 4 个矩阵元素描述的光学系统,基于柯林斯公式对光学系统成像景深的研究提出了一种 3D 物体相息图的快速计算方法。研究表明,相息图编码时的参考光角度、全息再现时的重建光角度、滤波窗在系统焦平面的位置以及滤波窗的孔径等都会直接影响重建像的质量。因此,研究给定实验条件下相息图的优化编码及滤波窗的优化设计方法,对提高成像质量具有重要意义。本文基于标量衍射理论,将轴对称傍轴成像系统表示为等效透镜成像系统,对光学系统焦平面的光波场进行研究,导出了给定实验条件下相息图的优化编码及滤波窗的优化设计方法,并进行了相关的实验验证。

2 光学系统焦平面的光场研究

在空间建立直角坐标系,令 $z=0$ 的平面为 SLM 平面, $z=-d$ 的平面为与虚拟 3D 物体相交的一个平面。其中, d 为物体到全息平面的距离,图 1 为相息图生成与再现的光学示意图。由 4 个矩阵元素 $A、B、C、D$ 描述的轴对称傍轴成像系统可表示为一个等效的单透镜成像系统,因此,设等效透镜平面在 $z=d_1$ 处,透镜的焦距为 f ,系统的焦平面由 $z=d_1+f$ 描述。其中, d_1 为透镜焦平面到像平面的距离, (x',y') 为全息平面上点的坐标, $\theta_x、\theta_y$ 为全息面上参考光与坐标轴 (x',y') 的夹角, $\theta'_x、\theta'_y$ 为重建光与 SLM 平面坐标轴 (x',y') 的夹角。

设物平面的光波场为 $O_0(x_0,y_0)$,根据角谱衍射理论得到沿 z 轴传播到 SLM 平面的光波场为^[26]

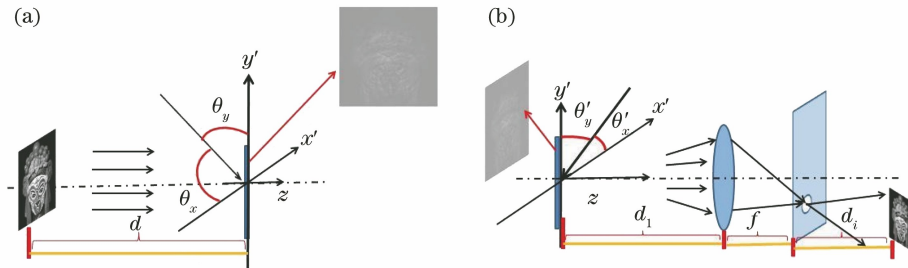


图 1 相位型 SLM 全息成像系统的示意图。(a)相息图的生成;(b)波前再现系统

Fig. 1 Schematic diagram of the phase SLM holographic imaging system. (a) Generation of the kinoform;

(b) wavefront reproduction system

$$O(x',y') = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} [O_0(x_0,y_0)] \exp[jkd \sqrt{1 - (\lambda f_{x_0})^2 - (\lambda f_{y_0})^2}] \}, \quad (1)$$

式中, $j = \sqrt{-1}$, \mathcal{F} 和 \mathcal{F}^{-1} 分别为傅里叶变换及其逆变换符号, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光的波长, $f_{x_0}、f_{y_0}$ 为与 $x_0、y_0$ 对应的频域坐标。令

$$\mathcal{F} [O_0(x_0,y_0)] \exp[jkd \sqrt{1 - (\lambda f_{x_0})^2 - (\lambda f_{y_0})^2}] = a(f_{x_0},f_{y_0}) \exp[j\phi(f_{x_0},f_{y_0})], \quad (2)$$

式中, $a(f_{x_0}, f_{y_0})$ 为表示幅值的正实函数, $\phi(f_{x_0}, f_{y_0})$ 为表示相位的实函数。将(2)式代入(1)式, 得到

$$O(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(f_{x_0}, f_{y_0}) \exp[jk(\lambda f_{x_0} x' + \lambda f_{y_0} y') + j\phi(f_{x_0}, f_{y_0})] df_{x_0} df_{y_0}. \quad (3)$$

令 $u = \lambda f_{x_0}$, $v = \lambda f_{y_0}$, 则积分式中 $a(u/\lambda, v/\lambda) \times \exp[jk(ux' + vy') + j\phi(u/\lambda, v/\lambda)]$ 表示初始相位 $\phi(u/\lambda, v/\lambda)$ 向特定方向传播的平面子波。根据光波场的线性叠加特性, 可通过该子波的传播特性得

到 SLM 出射光束在焦平面的光场分布特性。

设 $A_r \exp[jk(\theta_x x' + \theta_y y')]$ 为到达全息图平面 $x'y'$ 的参考光, A_r 为参考光的振幅, 则参考光与该子波的干涉图像强度分布可表为

$$I(x', y') = A_r^2 + a^2(u/\lambda, v/\lambda) + 2A_r a(u, v) \cos[k(ux' + vy') + \phi(u/\lambda, v/\lambda) - k(\theta_x x' + \theta_y y')]. \quad (4)$$

利用(4)式中的最后一项构造加载在 SLM 的相息图, 可表示为

$$H_p(x', y') = \exp\{j2gA_r a(u/\lambda, v/\lambda) \cos[k(ux' + vy') + \phi(u/\lambda, v/\lambda) - k(\theta_x x' + \theta_y y')]\}, \quad (5)$$

式中, g 为待定常数。根据整数阶贝塞尔函数的性质, 将(5)式展开为

$$H_p(x', y') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\alpha) \exp[jn\psi(x', y')], \quad (6)$$

式中, $\alpha = 2gA_r a(u/\lambda, v/\lambda)$, $\psi(x', y') = \pi/2 - k(ux' + vy') + k(\theta_x x' + \theta_y y') - \phi(u/\lambda, v/\lambda)$, $J_n(\alpha)$ 为 n 阶贝塞尔函数。由于各级波的相互干扰, 通常需要在焦平面上设计滤波窗, 以选出(6)式中对成像有贡献的某一级衍射波; 且当 n 增大时, 高级次的衍射波强度较小, 因此, 实验只研究了 $n = 0, \pm 1$ 时对应的衍射波。

用与参考光传播方向有微小偏移的光波 $A_r \times \exp[jk(\theta'_x x + \theta'_y y)]$ 照射加载在 SLM 上的相息图时, (6)式中 $n = 0, \pm 1$ 对应的透射波复振幅 $U_0(x', y')$, $U_{+1}(x', y')$ 及 $U_{-1}(x', y')$ 可表示为

$$\begin{aligned} U_0(x', y') &= A_r \exp[jk(\theta'_x x' + \theta'_y y')] w(x', y') J_0(\alpha), \quad (7) \\ U_{+1}(x', y') &= jA_r w(x', y') J_1(\alpha) \times \\ &\exp\{-jk(ux' + vy') - j\phi(u/\lambda, v/\lambda) + \\ &jk[(\theta_x + \theta'_x)x' + (\theta_y + \theta'_y)y']\}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{-1}(x', y') &= -jA_r w(x', y') J_{-1}(\alpha) \times \\ &\exp\{jk(ux' + vy') + j\phi(u/\lambda, v/\lambda) + \\ &jk[(\theta'_x - \theta_x)x' + (\theta'_y - \theta_y)y']\}, \quad (9) \end{aligned}$$

可用矩形函数 rect 及梳状函数 comb 将窗口函数表示为

$$\begin{aligned} w(x', y') &= \\ &\text{rect}\left(\frac{x'}{N_x \Delta x'}\right) w_\alpha(x') \text{rect}\left(\frac{y'}{N_y \Delta y'}\right) w_\beta(y') \\ w_\alpha(x') &= \left[\text{rect}\left(\frac{x'}{\alpha \Delta x'}\right) \times \text{comb}\left(\frac{x' - \Delta x'/2}{\Delta x'}\right) \right], \\ w_\beta(y') &= \left[\text{rect}\left(\frac{y'}{\beta \Delta y'}\right) \times \text{comb}\left(\frac{y' - \Delta y'/2}{\Delta y'}\right) \right] \quad (10) \end{aligned}$$

式中, $\alpha, \beta \in [0, 1]$ 为开口率, 可描述 LCOS 相邻像元间存在的非活动区。 $\alpha \Delta x' \times \beta \Delta y'$ 为单个像元的尺寸, 在 x' 和 y' 方向相邻像元的中心间隔分别为 $\Delta x'$ 和 $\Delta y'$, N_x 和 N_y 分别为 x' 和 y' 方向上的像元数。

1) $U_0(x', y')$ 传播到透镜焦平面上的光波场

将(7)式代入柯林斯公式, 得到透镜后焦面上的光波场为

$$\begin{aligned} V_0(x, y) &= A_r J_0(\alpha) \frac{\exp[jk(d_1 + f)]}{j\lambda f} \exp\left[\frac{jk}{2f}\left(1 - \frac{d_1}{f}\right)(x^2 + y^2)\right] \times \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x', y') \exp\left\{-j2\pi\left[x'\left(\frac{x}{\lambda f} - \frac{\theta'_x}{\lambda}\right) + y'\left(\frac{y}{\lambda f} - \frac{\theta'_y}{\lambda}\right)\right]\right\} dx' dy', \quad (11) \end{aligned}$$

(11)式为窗口函数 $w(x', y')$ 的二维傅里叶变换, 变换后的频域坐标可表示为

$$f_x = \frac{x}{\lambda f} - \frac{\theta'_x}{\lambda}, \quad f_y = \frac{y}{\lambda f} - \frac{\theta'_y}{\lambda}. \quad (12)$$

将(12)式代入(11)式, 得到

$$V_0(x, y) = A_r J_0(\alpha) \frac{\exp[jk(d_1 + f)]}{j\lambda f} \exp\left[\frac{jk}{2f}\left(1 - \frac{d_1}{f}\right)(x^2 + y^2)\right] \times \\ N_x \Delta x' N_y \Delta y' [\text{sinc}(N_x \Delta x' f_x) \text{sinc}(N_y \Delta y' f_y)] \times [\Phi_\alpha(f_x, \Delta x') \Phi_\beta(f_y, \Delta y')], \quad (13)$$

其中,

$$\Phi_\alpha(f_x, \Delta x') \Phi_\beta(f_y, \Delta y') = \\ \alpha \beta (\Delta x')^2 (\Delta y')^2 \text{sinc}(\alpha \Delta x' f_x) \text{sinc}(\beta \Delta y' f_y) \text{comb}(\Delta x' f_x - 1/2) \text{comb}(\Delta y' f_y - 1/2), \quad (14)$$

式中, $\text{comb}(\Delta x' f_x - 1/2) \text{comb}(\Delta y' f_y - 1/2)$ 为横向及纵向周期分别为 $1/\Delta x'$ 、 $1/\Delta y'$ 的 δ 函数取样阵列, 该取样阵列对 $\text{sinc}(\alpha \Delta x' f_x) \text{sinc}(\beta \Delta y' f_y)$ 函数取样后, $\Phi_\alpha(f_x, \Delta x') \Phi_\beta(f_y, \Delta y')$ 为权重是 $\text{sinc}(\alpha \Delta x' f_x) \text{sinc}(\beta \Delta y' f_y)$ 的二维加权取样阵列, 其数值随 $\Delta x' f_x - 1/2 = n_x = 0, \pm 1, \dots$ 及 $\Delta y' f_y - 1/2 = n_y = 0, \pm 1, \dots$ 的变化而变化。则光波场取样阵列在焦平面的坐标为

$$x = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda f}{\Delta x'} + f\theta'_x, \\ y = \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda f}{\Delta y'} + f\theta'_y. \quad (15)$$

由 sinc 函数与 δ 函数的关系可以发现, SLM 面阵的尺寸 $N_x \Delta x'$ 、 $N_y \Delta y'$ 越大, 每个加权取样阵列点的尺寸就越小。0 级衍射光在焦平面的衍射场构成 x 、 y 方向间距分别为 $\lambda f/\Delta x'$ 、 $\lambda f/\Delta y'$ 的点源阵列。点源振幅与 $J_0(\alpha)$ 成正比, 与 (u, v) 无关, 即对于给定的 n_x, n_y , 在透镜焦平面上, 来自 SLM 的任意子波 $U_0(x', y')$ 都会聚于同一焦点。

2) $U_{+1}(x', y')$ 传播到透镜焦平面上的光波场

同理, 将(8)式代入柯林斯公式, 得到透镜后焦面上的光波场为

$$V_{+1}(x, y) = A_r J_1(\alpha) \frac{\exp[jk(d_1 + f)]}{\lambda f} \exp\left[\frac{jk}{2f}\left(1 - \frac{d_1}{f}\right)(x^2 + y^2)\right] \exp[-j\phi(u/\lambda, v/\lambda)] \times \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x', y') \exp\left\{-j2\pi\left[x'\left(\frac{x}{\lambda f} - \frac{\theta_x + \theta'_x - u}{\lambda}\right) + y'\left(\frac{y}{\lambda f} - \frac{\theta_y + \theta'_y - v}{\lambda}\right)\right]\right\} dx' dy'. \quad (16)$$

(16) 式为窗口函数的二维傅里叶变换, 变换后的频域坐标可表示为

$$f_x = \frac{x}{\lambda f} - \frac{\theta_x + \theta'_x - u}{\lambda}, \quad f_y = \frac{y}{\lambda f} - \frac{\theta_y + \theta'_y - v}{\lambda}, \quad (17)$$

取样阵列在焦平面的坐标为

$$x = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda f}{\Delta x'} + f(\theta_x + \theta'_x - u), \\ y = \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda f}{\Delta y'} + f(\theta_y + \theta'_y - v). \quad (18)$$

3) $U_{-1}(x', y')$ 传播到透镜焦平面上的光波场

将(9)式代入柯林斯公式, 得到透镜后焦平面上的光波场也是窗口函数的二维傅里叶变换, 变换后的频域坐标可表示为

$$f_x = \frac{x}{\lambda f} - \frac{\theta'_x - \theta_x + u}{\lambda}, \quad f_y = \frac{y}{\lambda f} - \frac{\theta'_y - \theta_y + v}{\lambda}, \quad (19)$$

取样阵列在焦平面上的坐标为

$$x = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda f}{\Delta x'} + f(\theta'_x - \theta_x + u),$$

$$y = \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda f}{\Delta y'} + f(\theta'_y - \theta_y + v). \quad (20)$$

4) 焦平面光波场的讨论

基于以上结论可以发现, $n=0$ 时的衍射波与 u, v 无关。对于给定的周期 n_x, n_y , 来自 SLM 的物光在透镜焦平面上会聚于同一焦点; 而 $n=\pm 1$ 时的衍射子波焦点位置随子波传播方向的变化而变化。由于 u, v 的变化范围是 SLM 平面物光的角谱变化范围, 来自 SLM 的物光在焦平面上会形成以 $n=0$ 级衍射波焦点为对称中心的两焦点集, 两焦点集中心坐标在 x, y 方向的距离分别为 $2f\theta_x, 2f\theta_y$ 。图 2(a) 为 $n_x = n_y = 0$ 时焦平面的光场分布示意图, 其中, $n=0, +1, -1$ 的衍射光场中心坐标值分别为 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_{-1}, y_{-1})$, 可表示为

$$x_0 = \frac{\lambda f}{2\Delta x'} + f\theta'_x, \quad y_0 = \frac{\lambda f}{2\Delta y'} + f\theta'_y, \quad (21)$$

$$x_1 = \frac{\lambda f}{2\Delta x'} + f(\theta'_x + \theta_x),$$

$$y_1 = \frac{\lambda f}{2\Delta y'} + f(\theta'_y + \theta_y), \quad (22)$$

$$\begin{aligned} x_{-1} &= \frac{\lambda f}{2\Delta x'} + f(\theta'_x - \theta_x), \\ y_{-1} &= \frac{\lambda f}{2\Delta y'} + f(\theta'_y - \theta_y). \end{aligned} \quad (23)$$

图 2(b)为相邻两个周期的频谱分布示意图,用两个下标区分周期和级次,如 U_{+11} 表示第 1 周期 +1 级的频谱。由于焦平面光场在 x 、 y 方向的周期宽度分别为 $\lambda f/\Delta x'$ 和 $\lambda f/\Delta y'$,为了避免当前周期 +1 级频谱与下一周期 -1 级的频谱混叠,需使参考光在水平方向的夹角 $\theta_x < \frac{\lambda}{2\Delta x'}$, 垂直方向的夹角 $\theta_y < \frac{\lambda}{2\Delta y'}$ 。为了保证相邻级次间有足够间隔,使滤波窗直径最大,应使当前周期 +1 级 U_{+11} 与下一周

期 -1 级 U_{-21} 之间的距离为其到 0 级距离的 2 倍。通常 SLM 水平与垂直方向的像元大小一致,因此,可用 $\Delta x'$ 表示像元宽度,当 $\theta_x = \theta_y = \theta_{x,y}$ 时,可得到最大的参考光角度 $\theta_{x,y} = \frac{\lambda}{4\Delta x'}$ 。从图 2(b)可以发现,在当前周期下,如果滤波窗设计为圆形且直径为 D ,则最大滤波窗直径 D_{\max} 必须小于 $\frac{\sqrt{2}\lambda f}{2\Delta x'}$;同时,为了避免 0 级频谱被选入导致的重建像质量下降问题,滤波窗的直径还必须小于 $2f\sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$ 。根据 0 级频谱的位置,通常取滤波窗直径为 ± 1 级水平或垂直方向间距的最大值,即 $D = 2f\max(\theta_x, \theta_y)$ 。

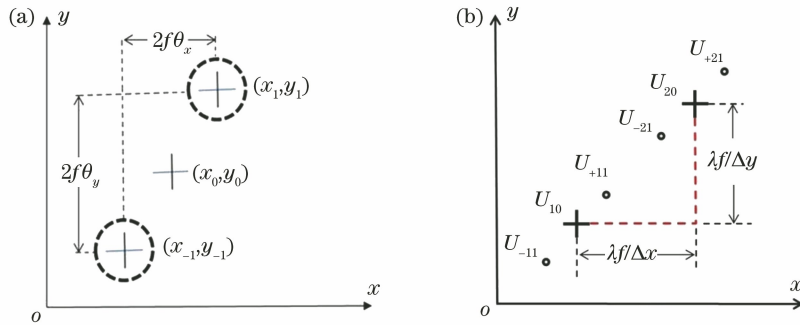


图 2 焦平面的光场分布示意图。(a)第 1 周期;(b)第 1 周期和第 2 周期

Fig. 2 Schematic diagram of the light field distribution at the focal plane. (a) First period; (b) first period and second period

3 实验结果与分析

3.1 相息图编码及滤波窗的优化设计

为了验证上述理论的可行性,首先进行了数值模拟实验。将京剧脸谱悟空作为模拟计算的物体,用波长 $\lambda = 532 \text{ nm}$ 的激光照明物体,物体与全息面之间的距离 $d = 500 \text{ mm}$ 。脸谱图像和计算全息图

的分辨率均为 $1080 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$,全息图的像素大小 $\Delta x' = 6.4 \mu\text{m}$,理论计算出的最佳参考光角度 $\theta_{x,y} = \lambda/(4\Delta x') \approx 1.19^\circ$ 。为验证不同参考光角度对全息图再现时透镜焦平面上频谱位置的影响,分别设置 $\theta_{x,y}$ 为 1.19° 、 0.7° 和 0.3° ,参考光与物光干涉后用复振幅编码方法获得相息图。再现实验光路如图 3 所示,模拟重建时,将相息图模拟加载到

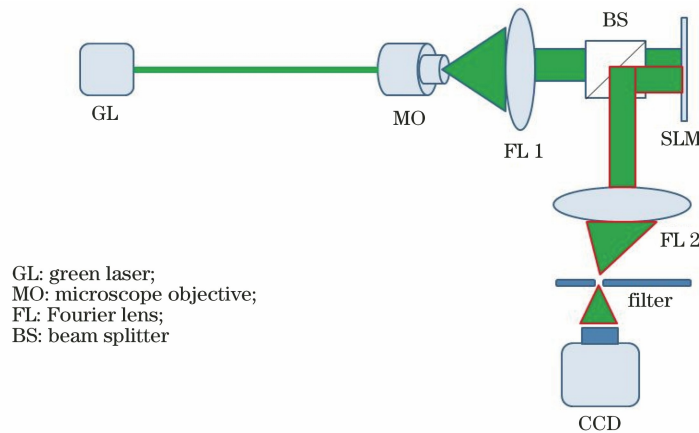


图 3 基于反射式 SLM 的重建光学系统

Fig. 3 Reconstruction optical system based on reflective SLM

LCOS 上,用与参考光相同参数的平面波照明相息图并衍射距离 d_1 后经过一个焦距为 300 mm 的透镜。为方便计算,将 LCOS 放置在模拟透镜的前焦面构成 $4f$ 系统。用柯林斯公式得到 LCOS 出射的光波场在透镜后焦平面的频谱分布,根据理论公式计算出频谱的中心位置。在频谱面上设计选通滤波器,选出所需级次的频谱,将滤波后的光波传播距离 d_1 得到再现像。

图 4 为模拟实验中不同参考光角度时透镜焦平面上的频谱分布,焦平面的宽度约为 25 mm。由 (21) 式~(23) 式可知,当 $\theta_{x,y} = 1.19^\circ$ 时,理论计算的 0 级、1 级和 -1 级频谱中心坐标分别为 (12.5 mm, 12.5 mm), (18.7 mm, 18.7 mm),

(6.3 mm, 6.3 mm)。计算得到, ± 1 级频谱中心在水平和垂直方向上的间距为 12.4 mm。当 $\theta_{x,y} = 0.7^\circ$ 、 $\theta_{x,y} = 0.3^\circ$ 时, ± 1 级频谱中心在水平和垂直方向上的间距分别为 7.3 mm 和 3.1 mm。模拟计算时,在焦平面上选取相应点的坐标,根据像素点表示的实际大小进行计算,当 $\theta_{x,y}$ 分别为 1.19° 、 0.7° 和 0.3° 时,模拟再现的频谱平面上 ± 1 级中心位置的像素坐标分别为 (271, 271) 和 (811, 811)、(382, 382) 和 (699, 699)、(473, 473) 和 (609, 609)。根据模拟计算频谱场的实际物理尺寸得到沿 x 轴 (y 轴) 方向上 ± 1 级的中心间距分别为 $d_{1.19^\circ} = 12.4$ mm、 $d_{0.7^\circ} = 7.3$ mm 和 $d_{0.3^\circ} = 3.1$ mm,与理论推导结果相吻合。

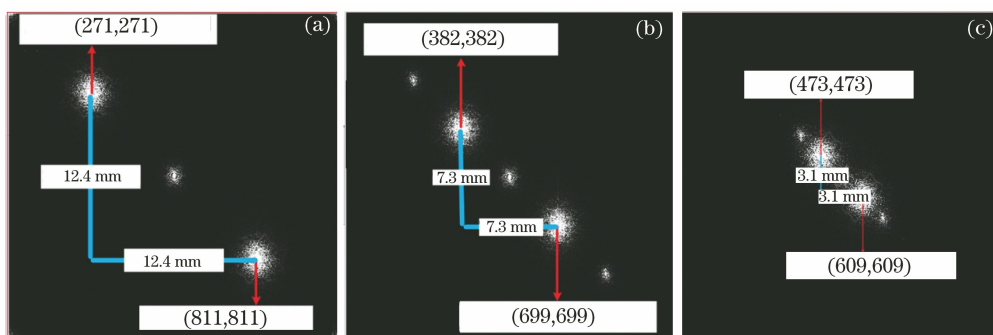


图 4 不同 $\theta_{x,y}$ 时的模拟频谱。(a) 1.19° ; (b) 0.7° ; (c) 0.3°

Fig. 4 Simulation spectra with different $\theta_{x,y}$. (a) 1.19° ; (b) 0.7° ; (c) 0.3°

从理论计算及模拟实验结果中可以发现,参考光角度越大, ± 1 级频谱中心在水平和垂直方向上的间距也越大,此时可以选择较大的滤波窗孔径,从

而获得更多的频率成份。为了对比不同参考光角度时滤波窗孔径对再现像质量的影响,图 5 给出了三种不同参考光角度、不同滤波窗孔径编码相息图

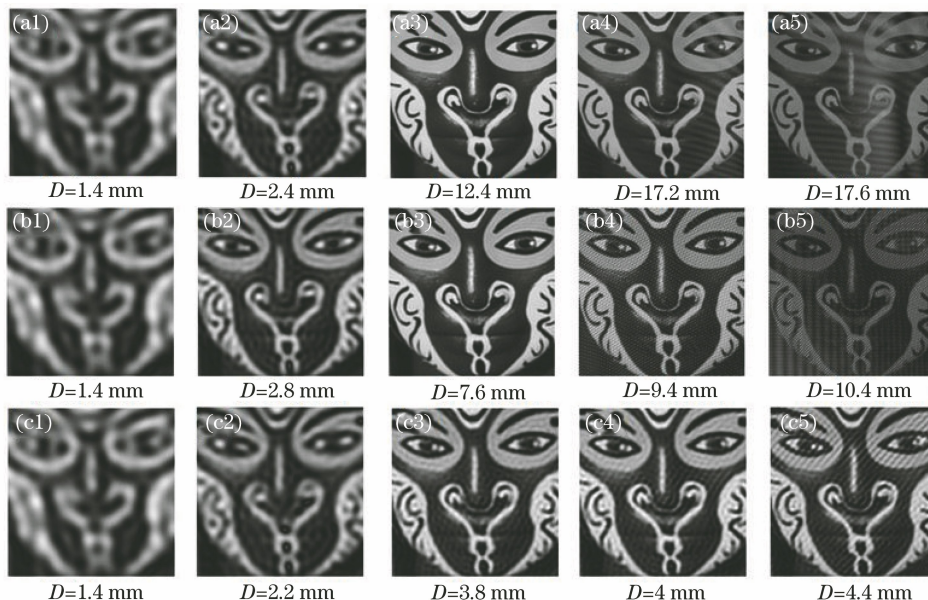


图 5 不同 $\theta_{x,y}$ 时的重建图像。(a) $\theta_{x,y} = 1.19^\circ$; (b) $\theta_{x,y} = 0.7^\circ$; (c) $\theta_{x,y} = 0.3^\circ$

Fig. 5 Reconstructed images at different $\theta_{x,y}$. (a) $\theta_{x,y} = 1.19^\circ$; (b) $\theta_{x,y} = 0.7^\circ$; (c) $\theta_{x,y} = 0.3^\circ$

的重建像。可以发现,在不同参考光角度下,用本方法导出的最优滤波窗孔径获得的图像质量均是最好的,如图 5(a3)~图 5(c3)所示;当滤波窗孔径较小时(低通滤波器),会损失较多的高频分量,图像比较模糊,如图 5(a1)~图 5(c1)所示;当选择极限滤波窗半径时,由于 0 级分量的进入,重建像质量也会下降。同时,当参考光的角度较小时,各级次频谱交叠,成像质量均较差;当选择较大的参考光角度,如 $\theta_{x,y}=1.19^\circ$ 时,可通过选取更大的滤波窗孔径,获得更清晰的重建图像。

图 6 为参考光角度确定时重建图像的峰值信噪比(PSNR)与均方根误差(RMSE)和滤波孔径的关系。可以发现,当滤波孔径较小时,重建像的 PSNR 较低,此时重建像损失了部分高频信息;当滤波孔径过大时,重建像的 RMSE 突然增大,此时其他级次的频谱通过滤波窗对成像造成干扰。此外,滤波窗内有一个平坦区域,区域大小和频谱分布情况相关,即滤波窗孔径选择在该范围内都是可行的,一般取 $2f \max(\theta_x, \theta_y)$ 为最优滤波窗孔径。当滤波窗孔径接近最大值时,重建像的 PSNR 会快速降低, RMSE 快速增大,图像质量变差。

为验证本方法对 3D 物体重建的有效性,分别选取了 2 幅平面图像(脸谱图像和测试图像 baboon)模拟 3D 物体在不同深度上的 2 个平面,

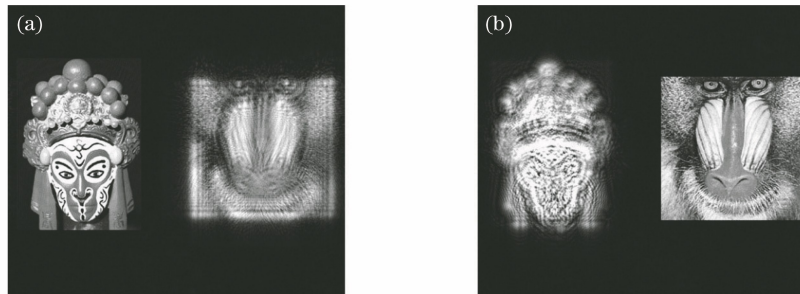


图 7 不同距离的重建图像。(a) $d=500$ mm;(b) $d=540$ mm

Fig. 7 Reconstructed images with different distance. (a) $d=500$ mm; (b) $d=540$ mm

3.2 实验验证

在光学实验中,采用分辨率为 $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$ 、像素尺寸为 $6.4 \mu\text{m}$ 的纯相位 SLM (HOLOEYE LETO 2K 纯相位 LCOS) 搭建了图 3 所示的光路系统,采用像素尺寸为 0.00345 mm ,像素阵列数为 1600×1200 的 CMOS 传感器在观测屏位置记录物像光场的强度。由于 CMOS 的记录面阵尺寸与 LCOS 的尺寸相差较大,可根据参数计算虚拟物体到全息面的距离,从而得到合适的横向放大率,使再现像能完整落在 CMOS 窗口内。

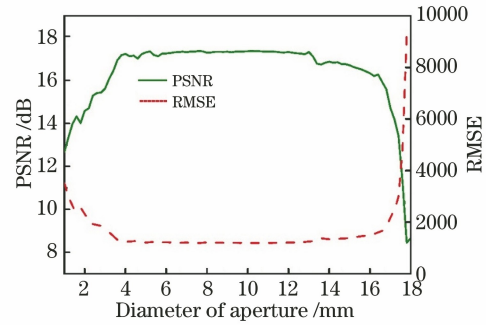


图 6 $\theta_{x,y}=1.19^\circ$ 时图像 PSNR、RMSE 与滤波窗孔径的关系

Fig. 6 Relationship between PSNR, RMSE of image and aperture of filter window when $\theta_{x,y}=1.19^\circ$

2 个平面到达全息面的距离分别为 500 mm 和 540 mm 。用分层角谱衍射计算到达全息面的复振幅分布,并用上文获得的角度设计参考光,用复振幅调制编码方法获得相息图,以模拟纯相位型 SLM 的再现过程,结果如图 7 所示。重建过程中,通过计算得到的最优孔径滤波窗口进行滤波,分别在不同平面记录重建图像。图 7(a) 为重建距离 $d=500 \text{ mm}$ 时的重建图像,图 7(b) 为重建距离 $d=540 \text{ mm}$ 时的重建图像。可以发现,在第 1 平面清晰再现了脸谱图像,第 2 平面清晰再现了 baboon 图像,这表明使用最优滤波窗口在不同平面均能获得质量较好的重建像,验证了将本方法应用于 3D 物体全息显示中的可行性。

在透镜焦平面上放置坐标纸记录重建光波场的频谱分布,结果如图 8 和图 9 所示。对记录的图像信息进行分析计算时发现,当 $\theta_{x,y}=1.19^\circ$ 时, ± 1 级频谱在 x 方向(y 方向)的间隔 $\Delta L_x=12.4 \text{ mm}$; 当 $\theta_{x,y}=0.3^\circ$ 时, ± 1 级频谱在 x 方向(y 方向)的间隔 $\Delta L_x=3.1 \text{ mm}$,这与理论推导结果和模拟结果完全一致。同时,对于不同的参考光角度,其频谱周期没有发生变化,在图 8(a)和图 9(a)上的焦平面光波场周期为 25 mm ,这与理论计算的焦平面光波场周期 $T=\lambda f/\Delta x'=25 \text{ mm}$ 相吻合。

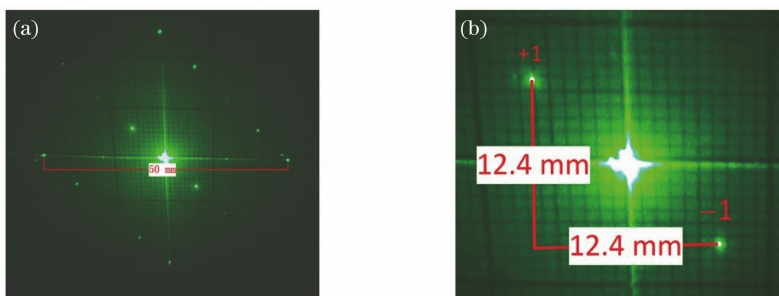


图 8 $\theta_{x,y} = 1.19^\circ$ 的光波场周期及频谱分布。(a)光波场的周期;(b)频谱分布

Fig. 8 Light wave field period and spectrum distribution when $\theta_{x,y} = 1.19^\circ$. (a) Period of the light wave field; (b) spectrum distribution

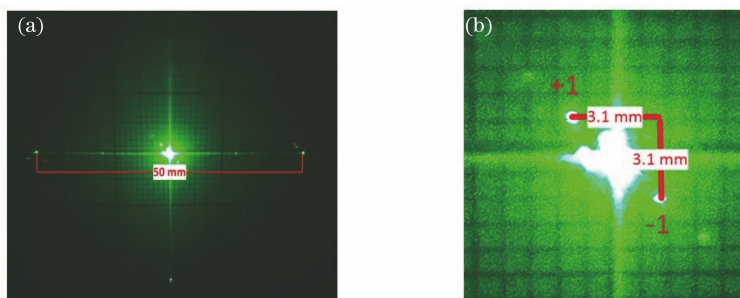


图 9 $\theta_{x,y} = 0.3^\circ$ 的光波场周期及频谱分布。(a)光波场的周期;(b)频谱分布

Fig. 9 Light wave field period and spectrum distribution when $\theta_{x,y} = 0.3^\circ$. (a) Period of the light wave field; (b) spectrum distribution

此外,用光阑将+1级频谱滤出后,在距离频谱面 180 mm 处用 CCD 采集的重建像如图 10 所示。可以发现,当光阑孔径过小时,图像频谱的高频部分没有通过滤波系统,导致图像细节模糊,如图 10(a1)和图 10(b1)所示;当光阑孔径过大时,进入滤波窗的其他级次干扰会导致图像噪声增多,图像质

量下降,如图 10(a3)和图 10(b3)所示。图 10(a2)和图 10(b2)为最优滤波窗尺寸的光学重建像,图像质量较好。这表明相息图编码时使用最优的参考光角度,同时设计合适的滤波窗口尺寸与位置,就能获得高质量的重建像。但当参考光的角度较小时,无法避免干扰。

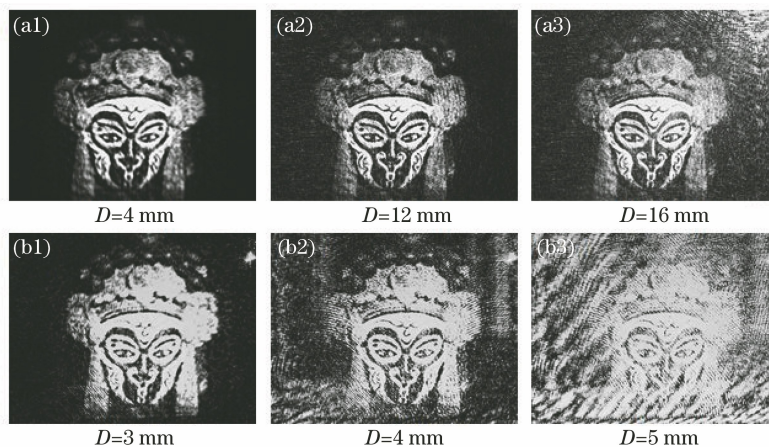


图 10 不同 $\theta_{x,y}$ 的重建图像。(a) $\theta_{x,y} = 1.19^\circ$; (b) $\theta_{x,y} = 0.3^\circ$

Fig. 10 Reconstructed images of different $\theta_{x,y}$. (a) $\theta_{x,y} = 1.19^\circ$; (b) $\theta_{x,y} = 0.3^\circ$

3.3 结果与分析

虽然根据导出的理论公式,可根据实际参数需

要设计最优编码的相息图、滤波窗的中心位置和孔径,但实际应用中,其他干扰也会导致再现像的质量

下降。因此,搭建光学系统时的参数应尽量准确。对于全息 3D 显示的应用,不同深度物体信息在焦平面上的频谱展宽较小,因此,用与 3D 物体相交的表面位置导出的优化尺寸可以很好地重建 3D 物体的波前。对于真彩色全息 3D 显示系统,再现光波在透镜焦平面上的频谱中心位置及分布与波长有关,为使三种波长物光的频谱最优地通过同一空间滤波器,可在相息图中加入相移因子,优化设计全息再现系统,使三色重建光波在焦平面上通过同一中心位置;选择较短波长的最大滤波窗孔径作为再现光学系统的滤波窗孔径,可获得高质量的再现像。

4 结 论

基于矩阵光学及标量衍射理论,将 SLM 后方带有选通滤波器的傍轴光学成像系统视为由一等效透镜及其焦平面上有一孔径光阑的光学系统,并给出了一种用复振幅调制方法生成相息图的优化编码方法及滤波窗的优化设计方法。理论及实验结果表明,针对全息 3D 显示的 SLM,生成复振幅编码的相息图时存在一个最优的参考光角度 $\theta_{x,y} = \lambda / (4\Delta x')$,用该角度计算的相息图光学再现时在光学系统的滤波平面频谱展宽最大,可用最大孔径的滤波窗实现相应频谱级次的选择,从而获得高质量的全息再现像。

参 考 文 献

- [1] Wang Y, Shen C, Zhang C, et al. Research on color holographic display with space division multiplexing based on liquid crystal on silicon[J]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39(12): 1209001.
王岳, 沈川, 张成, 等. 基于硅基液晶的空分复用彩色全息显示研究[J]. 中国激光, 2012, 39(12): 1209001.
- [2] Shen C, Wei S, Liu K F, et al. Survey on methods and systems of color holographic display[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(3): 030005.
沈川, 韦穗, 刘凯峰, 等. 彩色全息显示方法与系统概述[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(3): 030005.
- [3] Yang L, Xia J, Zhang X B, et al. Three-dimensional display by holographic imaging on multiple focal planes[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(2): 0209017.
杨磊, 夏军, 张晓兵, 等. 基于多平面全息成像的三维显示[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209017.
- [4] Xia J, Chang C L, Lei W. Holographic display based on liquid crystal spatial light modulator [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(12): 124213.
夏军, 常琛亮, 雷威. 基于液晶空间光调制器的全息显示[J]. 物理学报, 2015, 64(12): 124213.
- [5] Xu F Y, Yang X, Yao J Y, et al. High-resolution multiview dynamic holographic 3D display [J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(1): 0109001.
许富洋, 杨鑫, 姚建云, 等. 高分辨率多视点动态全息 3D 显示[J]. 中国激光, 2021, 48(1): 0109001.
- [6] Wu J, Wang B Y, Peng Z Y. Computer-generated holograms with improved orthogonal scanning multi-view projections [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(7): 0709001.
吴军, 王冰洋, 彭智勇. 一种新的正交扫描多视投影计算全息图生成方法[J]. 光学学报, 2019, 39(7): 0709001.
- [7] Yang X, Wang H, Li Y, et al. Computer generated half-circle view-able color rainbow hologram based on frequency domain synthesis [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(3): 0309001.
杨鑫, 王辉, 李勇, 等. 基于频域合成的计算机制半周视彩色彩虹全息[J]. 中国激光, 2018, 45(3): 0309001.
- [8] Zhou T T, Han C. Speckle noise suppression in three-dimensional phase-only holographic display[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(12): 1209001.
周婷婷, 韩超. 三维纯相位全息显示中的散斑噪声抑制[J]. 中国激光, 2018, 45(12): 1209001.
- [9] Takaki Y, Tanemoto Y. Modified resolution redistribution system for frameless hologram display module[J]. Optics Express, 2010, 18(10): 10294-10300.
- [10] Kurihara T, Takaki Y. Improving viewing region of 4f optical system for holographic displays[J]. Optics Express, 2011, 19(18): 17621-17631.
- [11] Yaras F, Kang H, Onural L. Circular holographic video display system[J]. Optics Express, 2011, 19(10): 9147-9156.
- [12] Kozacki T, Kujawińska M, Finke G, et al. Extended viewing angle holographic display system with tilted SLMs in a circular configuration[J]. Applied Optics, 2012, 51(11): 1771-1780.
- [13] Teng D D, Liu L L, Zhang Y L, et al. Spatiotemporal multiplexing for holographic display with multiple planar aligned spatial-light-modulators [J]. Optics Express, 2014, 22(13): 15791-15803.
- [14] Tsang P W M, Chow Y T, Poon T C. Generation of patterned-phase-only holograms (PPOHs) [J]. Optics Express, 2017, 25(8): 9088-9093.
- [15] Tsang P W M, Poon T C. Novel method for converting digital Fresnel hologram to phase-only hologram based on bidirectional error diffusion [J].

- Optics Express, 2013, 21(20): 23680-23686.
- [16] Peng Y F, Choi S, Padmanaban N, et al. Neural holography with camera-in-the-loop training [J]. ACM Transactions on Graphics, 2020, 39(6): 1-14.
- [17] Yoshikawa N, Yatagai T. Phase optimization of a kinoform by simulated annealing[J]. Applied Optics, 1994, 33(5): 863-868.
- [18] Wu Y, Wang J, Chen C, et al. Adaptive weighted Gerchberg-Saxton algorithm for generation of phase-only hologram with artifacts suppression[J]. Optics Express, 2021, 29(2): 1412-1427.
- [19] Chakravarthula P, Peng Y F, Kollin J, et al. Wirtinger holography for near-eye displays[J]. ACM Transactions on Graphics, 2019, 38(6): 1-13.
- [20] Li X, Liu J, Jia J, et al. 3D dynamic holographic display by modulating complex amplitude experimentally[J]. Optics Express, 2013, 21(18): 20577-20587.
- [21] Xue G L, Liu J, Li X, et al. Multiplexing encoding method for full-color dynamic 3D holographic display [J]. Optics Express, 2014, 22(15): 18473-18482.
- [22] Li X, Liu J, Zhao T, et al. Color dynamic holographic display with wide viewing angle by improved complex amplitude modulation[J]. Optics Express, 2018, 26(3): 2349-2358.
- [23] Zhang Z Q, Liu J, Gao Q K, et al. A full-color compact 3D see-through near-eye display system based on complex amplitude modulation [J]. Optics Express, 2019, 27(5): 7023-7035.
- [24] Li J C, Lin Y C, Tu H Y, et al. Image formation of holographic three-dimensional display based on spatial light modulator in paraxial optical systems [J]. Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS, 2015, 14(4): 041303.
- [25] Li J C, Tu H Y, Yeh W C, et al. Holographic three-dimensional display and hologram calculation based on liquid crystal on silicon device[J]. Applied Optics, 2014, 53(27): G222-G231.
- [26] Goodman J W. Introduction to Fourier optics [M]. Chen J B, Qing K C, Cao Q Z, Transl. 4th ed. Beijing: Science Press, 2020: 61-67.
约瑟夫·古德曼. 傅里叶光学导论 [M]. 陈家璧, 秦克诚, 曹其智, 译. 4 版. 北京: 科学出版社, 2020: 61-67.