

正交光栅相移轮廓术的相位误差分析及其校正

李付谦, 陈文静*

四川大学电子信息学院光电系, 四川 成都 610065

摘要 正交光栅投影的相移轮廓术(PSP), 可通过某一特定方向的相移(常利用相移调节因子来控制相移方向), 获取两个相互正交的相位。但该方法对系统的非线性响应敏感, 且目前尚未被深入讨论。为此, 分析了系统的非线性响应对正交光栅相移轮廓术测量的影响, 推导了带有非线性误差的相位表达式, 并分析了两个方向相位相互串扰的原因。在此基础上, 分别研究了抑制非线性误差的主动校正法和被动校正法, 提出了可消除 2 阶非线性误差的双 5 步相移法, 并利用基于统计分析的伽马校正法确定系统伽马值, 主动改变正交条纹编码来抑制非线性误差。同时, 完成了两种方法的对比, 计算机仿真和实验结果表明, 主动伽马校正法更实用。

关键词 测量; 相移轮廓术; 正交光栅投影; 非线性分析; 相位分析; 相位误差校正

中图分类号 O438

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1412002

Phase Error Analysis and Correction for Phase Shifting Profilometry Using Crossed Grating

Li Fuqian, Chen Wenjing*

*Department of Optic-Electronic, College of Electronics and Information Engineering,
Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China*

Abstract Phase shifting profilometry (PSP) based on crossed grating projection can acquire two orthogonal phases by a phase shifting algorithm in a specific direction (the phase shifting direction is usually controlled by a phase shifting adjustment parameter). However, this technique is sensitive to the nonlinear response of the projector-camera system and has not been studied in depth yet. In this paper, we examine the effect of the nonlinear response of the system on PSP based on crossed gratings, derive phase expressions with nonlinear errors, and analyze the reason for the phase crosstalk in two directions. On this basis, we study the active and passive correction methods for the suppression of nonlinear errors. To be specific, a double five-step PSP method based on the derived mathematical expressions is proposed to passively suppress the second-order nonlinear errors. The Gamma correction method based on statistical analysis is also studied, by which the projected crossed gratings are pre-encoded to actively offset the effect of the nonlinear errors. The two methods are compared in terms of practicality. The simulation and experimental results show that the Gamma correction method is more practical to improve measurement accuracy.

Key words measurement; phase shifting profilometry; crossed grating projection; nonlinearity analysis; phase analysis; phase error correction

OCIS codes 120.5050; 100.2650; 100.5070

1 引言

在光学三维面形测量领域, 相移轮廓术(PSP)具

有非接触性、高分辨率、低成本、高精度等优势^[1-3]。随着数字投影和成像设备的发展, 投影仪-摄像机构成的测量系统的非线性响应, 成为了相移轮廓术误

收稿日期: 2020-12-25; 修回日期: 2021-01-30; 录用日期: 2021-02-22

基金项目: 国家自然科学基金(62075143)、国家重大仪器设备开发专项(2013YQ490879)

通信作者: * chenwj0409@scu.edu.cn

差的主要来源^[4]。特别是商用数字投影装置,为了实现更好的显示效果,通常人为添加非线性响应^[5]。系统的非线性响应,可以描述为系统输入和输出的幂函数形式^[6]。为了方便后续分析非线性响应对测量的影响,人们又把幂函数形式的非线性描述公式,简化为多项式函数形式^[7]和傅里叶级数形式^[8]。

消除相移轮廓术中非线性误差的方法,分为主动校正法和被动校正法^[9]。主动校正法通过改变条纹编码来抵消非线性响应带来的误差;被动校正法在后期对得到的相位进行修正,以抵消非线性带来的相位误差。主动校正法中:Hoang 等^[6]利用最小二乘法来计算系统伽马值并对待投光栅做校正;Guo 等^[10]利用统计分析的累计分布函数(CDF)得到系统伽马值;在 Guo 的基础上,Yu 等^[11]利用统计分析的概率分布函数(PDF)得到系统伽马值;Wu 等^[12]利用指数泰勒级数函数编码条纹图,从理论上消除了系统非线性的影响;Baker 等^[13]利用散焦的方法,滤除变形条纹图中高次谐波的部分。被动校正方法中:Zhang 等^[4]建立存储相位误差的查找表,直接补偿相位误差;蔡文娟等^[14]进一步考虑了非线性误差全场分布不一致的情况,建立了全场展开相位与非线性误差的查找表;Huang 等^[15]提出双 3 步相移法,得到两组相位分布图,它们的相位误差大小相等符号相反,通过取平均值以消除非线性误差;毛翠丽等^[16]将双 3 步相移法应用到求取绝对相位的多频法中;Cai 等^[17]提出希尔伯特变换法,得到两组大小相等符号相反的相位,经简单的数学计算来消除非线性误差;Pan 等^[18]建立理想相位与实际测得相位的非线性方程,利用迭代法求得方程中的理想相位。此外,提高正弦光栅相移轮廓术的相移步数^[19]或者采用二值编码方式也可以消除非线性误差^[20-21]。

在相移测量轮廓术中,人们一直追求在保证测量精度的前提下,利用较少的条纹来得到需要的信息。正交光栅投影^[22]就能通过一次测量同时得到水平和垂直相位信息,在相位测量偏折术^[22]、摄像机标定^[23]、反向条纹投影^[24]等技术中,有着广阔的应用前景。在采用正交光栅投影的相移轮廓术中,通过相移调节因子 k 来控制相移方向(通常 $k=2$),最少用 5 幅条纹图就可以计算出两个正交的相位:水平和垂直相位。而传统的相移轮廓术,需要分别投射水平和垂直两个方向的相移光栅,最少也需要采集 2×3 幅图来计算水平和垂直相位。但是系统的非线性响应对正交光栅相移轮廓术的影响较大,以目前的调研可知,相关研究鲜有报道。

本文分析了系统的非线性响应正交光栅相移轮廓术测量的影响,推导了两个正交相位的计算表达式。发现在相移调节因子取 2 时,两个正交相位的分布与相移步数的奇偶有关,相互之间存在串扰,即使高步相移也无法抑制这种非线性误差。为了抑制正交光栅相移轮廓术的非线性误差,本文研究了主动校正法和被动校正法:提出双 5 步相移法来被动消除 2 阶非线性误差,或利用统计分析的伽马校正法^[11]来确定系统的伽马值,通过改变正交条纹编码来主动抑制非线性误差。完成了两种方法对比研究,计算机仿真和实验证明主动伽马校正法更实用。

2 理论分析

2.1 相位误差分析

正交光栅投影轮廓术测量示意图如图 1 所示, P 点表示投影仪的光心, C 点表示相机的光心, O 点是两光轴的交点。相机位置的摆放需保证物体放置在参考面上以后再确定,采集条纹的变形在水平和垂直方向都存在,如图中 camera 所示。投影仪用于投影特定相移方向的正交光栅,相机用于采集变形条纹图。

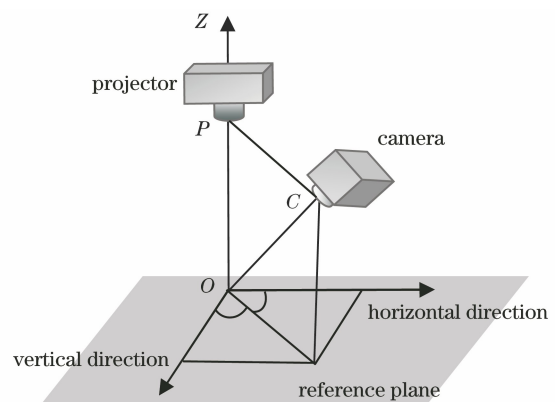


图 1 正交光栅投影轮廓术测量示意图

Fig. 1 Schematic of measurement for crossed grating projection profilometry

在理想的测量系统中,相机采集到的条纹图强度函数为

$$I_n^c(x, y) = A^c(x, y) + B_1^c(x, y) \cos[\varphi_{x_n}^c(x, y)] + B_2^c(x, y) \cos[\varphi_{y_n}^c(x, y)], \quad (1)$$

式中: $n=1, \dots, N$, N 表示相移步数。(1)式中有五个未知数,至少需要五幅图才可以解出相位,即 $N \geq 5$ 。 $I_n^c(x, y)$ 为拍摄的 N 帧正交光栅图中的第 n 帧条纹图, (x, y) 为位置坐标, $A^c(x, y)$ 为背景光强, $B_1^c(x, y)$ 、 $B_2^c(x, y)$ 为调制度。 $\varphi_{x_n}^c(x, y)$ 、 $\varphi_{y_n}^c(x, y)$ 是两个正交方向带有相移量的相位,表示为

$$\begin{cases} \varphi_{xn}^c(x, y) = \varphi_x^c(x, y) + \delta_n \\ \varphi_{yn}^c(x, y) = \varphi_y^c(x, y) + k\delta_n \end{cases}, \quad (2)$$

式中： $\varphi_x^c(x, y)$ 、 $\varphi_y^c(x, y)$ 是两个正交方向的待求理想相位； δ_n 取 $2\pi n/N$ ，是水平方向第 n 帧条纹图的相移量， $k\delta_n$ 是垂直方向第 n 帧条纹图的相移量， k 为正整数，是垂直方向的相移量调节因子，取值范围是 $[2, N/2) \cup (N/2, N-2]$ 。水平方向的总相移量为 2π ，垂直方向的总相移量为 $2k\pi$ ，所以相移方向与水平方向的夹角为 $\arctan(k)$ 。通过最小二乘算法可以求得两个方向的截断相位，表示为

$$\begin{cases} \varphi_{xw}^c = -\arctan \left[\frac{\sum_{n=1}^N I_n^c \sin(\delta_n)}{\sum_{n=1}^N I_n^c \cos(\delta_n)} \right] \\ \varphi_{yw}^c = -\arctan \left[\frac{\sum_{n=1}^N I_n^c \sin(k\delta_n)}{\sum_{n=1}^N I_n^c \cos(k\delta_n)} \right] \end{cases}. \quad (3)$$

该截断相位包裹在 $(-\pi, \pi]$ ，经相位展开^[25-26]即可得到连续相位。

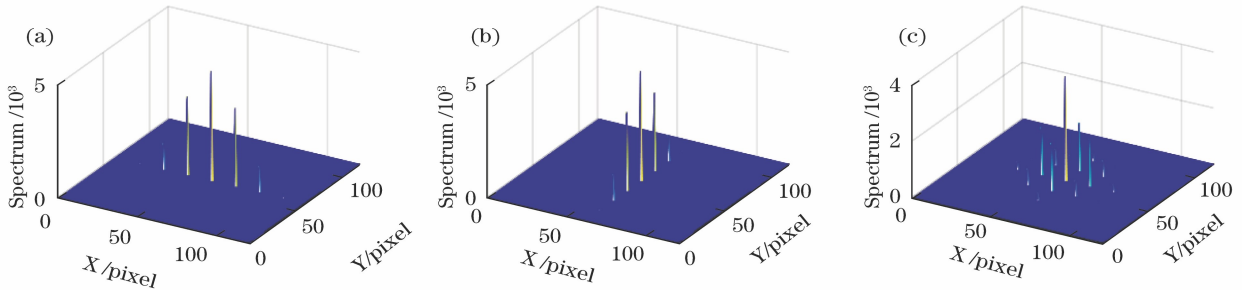


图 2 存在非线性响应的光栅频谱图。(a)水平光栅的频谱；(b)垂直光栅的频谱；(c)正交光栅的频谱

Fig. 2 Spectrum of grating with nonlinear response. (a) Spectrum of horizontal grating; (b) spectrum of vertical grating; (c) spectrum of crossed grating

在正交光栅相移轮廓术中，相移调节因子 k 通常取 2，本文讨论这种情况下非线性响应带来的相位误差。将(5)式代入(3)式，推导两个正交方向的

当系统存在非线性响应时，不考虑噪声的影响，系统输入 I_{in} 和输出 I_{out} 的关系可以由多项式表示为^[6]

$$I_{out} = \epsilon_0 + \epsilon_1 I_{in} + \epsilon_2 (I_{in})^2 + \epsilon_3 (I_{in})^3 + \dots, \quad (4)$$

式中： $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ 是系统系数，均为常数。将(1)式代入(4)式，略去位置量 (x, y) ，相机采集的实际正交光栅强度分布表示为

$$I'^c = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos(i\varphi_{xn}^c) + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos(i\varphi_{yn}^c) + \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{j=1}^{i-1} e_{ij} \cos(j\varphi_{xn}^c) \cos[(i-j)\varphi_{yn}^c], \quad (5)$$

式中： j 和 i 为正整数； a_0, a_i, b_i, e_{ij} 都是常量，分别代表背景光强、水平项、垂直项以及交叉项的各次谐波的分量值。可见考虑系统非线性响应时，采集到的正交光栅图中除了两个正交的基频项外，还包括水平高次谐波项、垂直高次谐波项以及交叉项三个部分。图 2(a)和图 2(b)分别为存在非线性响应的水平和垂直正弦光栅的频谱图，图 2(c)为存在非线性响应的正交光栅的频谱图。可见只有抑制了各阶高次谐波，正交光栅相移轮廓术的测量精度才能得到保证。

实际截断相位分布 ϕ_{xw} 和 ϕ_{yw} 。其解析表达式复杂，且与相移步数的奇偶有关。

1) 当 N 为奇数时

$$\begin{aligned} \phi_{xw} = \arctan \left\{ \left[a_1 \sin \varphi_x^c - \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-1} \sin[(mN-1)\varphi_x^c] + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+1} \sin[(mN+1)\varphi_x^c] - \right. \right. \\ \left. \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{(2m-1)N-1}{2}} \sin \left[\frac{(2m-1)N-1}{2} \varphi_y^c \right] + \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{(2m-1)N+1}{2}} \sin \left[\frac{(2m-1)N+1}{2} \varphi_y^c \right] - \right. \\ \left. \frac{e_{21}}{2} \sin(\varphi_x^c - \varphi_y^c) + F(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\} / \left\{ \left[a_1 \cos \varphi_x^c + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-1} \cos[(mN-1)\varphi_x^c] + \right. \right. \\ \left. \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+1} \cos[(mN+1)\varphi_x^c] + \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{(2m-1)N-1}{2}} \cos \left[\frac{(2m-1)N-1}{2} \varphi_y^c \right] + \right. \\ \left. \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{(2m-1)N+1}{2}} \cos \left[\frac{(2m-1)N+1}{2} \varphi_y^c \right] + \frac{e_{21}}{2} \cos(\varphi_x^c - \varphi_y^c) + G(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{yw} = \arctan \left\{ \left\{ b_1 \sin \varphi_y^c - \sum_{m=1}^{\infty} b_{mN-1} \sin[(mN-1)\varphi_y^c] + \sum_{m=1}^{\infty} b_{mN+1} \sin[(mN+1)\varphi_y^c] + \right. \right. \\ \left. \left. a_2 \sin(2\varphi_x^c) - \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-2} \sin[(mN-2)\varphi_x^c] + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+2} \sin[(mN+2)\varphi_x^c] + H(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\} / \right. \\ \left. \left\{ b_1 \cos \varphi_y^c + \sum_{m=1}^{\infty} b_{mN-1} \cos[(mN-1)\varphi_y^c] + \sum_{m=1}^{\infty} b_{mN+1} \cos[(mN+1)\varphi_y^c] + \right. \right. \\ \left. \left. a_2 \cos(2\varphi_x^c) + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-2} \cos[(mN-2)\varphi_x^c] + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+2} \cos[(mN+2)\varphi_x^c] + I(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\} \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

式中： $-[e_{21} \sin(\varphi_x^c - \varphi_y^c)]/2 + F(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 、 $[e_{21} \cos(\varphi_x^c - \varphi_y^c)]/2 + G(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 、 $H(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 、 $I(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 都由(5)式中的交叉项求得。其中 F 、 G 、 H 、 I 四个函数都是由自变量为 φ_x^c 、 φ_y^c 的三角函数的求和项构成，随着 N 的增大而减小。由(6)、(7)式可知，水平相位误差由

水平相位的 $mN \pm 1$ ($m=1, 2, \dots$) 次谐波分量、垂直相位的 $[(2m-1)N \pm 1]/2$ 次谐波分量以及交叉项决定；垂直相位误差与水平相位的 $mN \pm 2$ 次谐波分量、垂直相位的 $mN \pm 1$ 次谐波分量以及交叉项有关。

2) 当 N 为偶数时

$$\begin{aligned} \phi_{xw} = \arctan \left\{ \left\{ a_1 \sin \varphi_x^c - \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-1} \sin[(mN-1)\varphi_x^c] + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+1} \sin[(mN+1)\varphi_x^c] - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{e_{21}}{2} \sin(\varphi_x^c - \varphi_y^c) + J(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\} / \left\{ a_1 \cos \varphi_x^c + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-1} \cos[(mN-1)\varphi_x^c] + \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+1} \cos[(mN+1)\varphi_x^c] + \frac{e_{21}}{2} \cos(\varphi_x^c - \varphi_y^c) + K(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\} \right\}, \quad (8) \\ \phi_{yw} = \arctan \left\{ \frac{\left\{ b_1 \sin \varphi_y^c - \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{mN}{2}-1} \sin \left[\left(\frac{mN}{2} - 1 \right) \varphi_y^c \right] + \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{mN}{2}+1} \sin \left[\left(\frac{mN}{2} + 1 \right) \varphi_y^c \right] + \right. \right. \\ \left. \left. b_1 \cos \varphi_y^c + \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{mN}{2}-1} \cos \left[\left(\frac{mN}{2} - 1 \right) \varphi_y^c \right] + \sum_{m=1}^{\infty} b_{\frac{mN}{2}+1} \cos \left[\left(\frac{mN}{2} + 1 \right) \varphi_y^c \right] + \right. \right. \\ \left. \left. a_2 \sin(2\varphi_x^c) - \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-2} \sin[(mN-2)\varphi_x^c] + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+2} \sin[(mN+2)\varphi_x^c] + L(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\}}{\left. \left. a_2 \cos(2\varphi_x^c) + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN-2} \cos[(mN-2)\varphi_x^c] + \sum_{m=1}^{\infty} a_{mN+2} \cos[(mN+2)\varphi_x^c] + M(\varphi_x^c, \varphi_y^c) \right\}} \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

式中： $-[e_{21} \sin(\varphi_x^c - \varphi_y^c)]/2 + J(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 、 $[e_{21} \cos(\varphi_x^c - \varphi_y^c)]/2 + K(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 、 $L(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 、 $M(\varphi_x^c, \varphi_y^c)$ 也都由(5)式中的交叉项求得。 J 、 K 、 L 、 M 四个函数都是由自变量为 φ_x^c 、 φ_y^c 的三角函数的求和项构成，随着 N 的增大而减小。由(8)、(9)式可知，水平相位误差由水平相位的 $mN \pm 1$ ($m=1, 2, \dots$) 次谐波分量以及交叉项决定；垂直相位误差与水平相位的 $mN \pm 2$ 次谐波分量、垂直相位的 $(mN/2) \pm 1$ 次谐波分量以及交叉项有关。

由以上分析可知，正交光栅投影时，如果采集的条纹受到系统非线性的影响，计算出来的水平和垂直相位都包含着来自对应正交方向上的相位串扰。则不管相移步数是奇数还是偶数，存在以下规律：两个方向的相位总是相互串扰，如(6)~(9)式所示；水平相位中总是存在 $(\varphi_x^c - \varphi_y^c)$ 交叉项，垂直相位中总

是存在水平理想相位的 2 阶谐波项 $2\varphi_x^c$ ，这使得高步相移也无法彻底消除非线性误差。

虽然以上结论均在 $k=2$ 的条件下推出，但 k 变化时，也存在以下规律：在步数 $N \geq 2k+1$ 的条件下，计算的水平相位 ϕ_x 中总是存在 $[(k-1)\varphi_x^c - \varphi_y^c]$ 交叉项；垂直相位 ϕ_y 中总是存在水平理想相位的 k 阶谐波项。

可见，相比于单频正弦光栅相移轮廓术，系统的非线性响应对正交光栅相移轮廓术的影响更复杂、更突出。正交光栅相移轮廓术想得到广泛的实际应用，必须抑制这种复杂的非线性误差。

2.2 相位误差校正

本节讨论抑制正交光栅相移轮廓术中非线性误差的被动方法和主动方法。通过分析(6)式和(7)式，提出针对消除 2 阶非线性误差的双 5 步相移

法。随后讨论了基于统计分析的伽马校正法^[10]在正交光栅相移轮廓术中的实际应用。

2.2.1 双 5 步相移法

由于二次谐波分量对相位计算精度的影响最

大,针对这个误差,本文研究包含二次谐波分量的相位分布。令相移步数 $N=5$,相移量调节因子 $k=2$, (6)、(7)式变为

$$\begin{cases} \phi_{xu} = f \left\{ \arctan \left[\frac{a_1 \sin \varphi_x^c - b_2 \sin 2\varphi_y^c - \frac{e_{21}}{2} \sin(\varphi_x^c - \varphi_y^c)}{a_1 \cos \varphi_x^c + b_2 \cos 2\varphi_y^c + \frac{e_{21}}{2} \cos(\varphi_x^c - \varphi_y^c)} \right] \right\} \\ \phi_{yu} = f \left\{ \arctan \left[\frac{b_1 \sin \varphi_y^c + a_2 \sin 2\varphi_x^c - \frac{e_{21}}{2} \sin(\varphi_x^c + \varphi_y^c)}{b_1 \cos \varphi_y^c + a_2 \cos 2\varphi_x^c + \frac{e_{21}}{2} \cos(\varphi_x^c + \varphi_y^c)} \right] \right\} \end{cases}, \quad (10)$$

式中: $f\{\cdot\}$ 表示相位展开操作; ϕ_{xu} 和 ϕ_{yu} 表示两个正交方向的展开相位。两个方向的相位误差 $\Delta\phi_{xu}$ 和 $\Delta\phi_{yu}$ 表示为

$$\begin{cases} \Delta\phi_{xu} = \phi_{xu} - \varphi_x^c \\ \Delta\phi_{yu} = \phi_{yu} - \varphi_y^c \end{cases}, \quad (11)$$

式中: φ_x^c 、 φ_y^c 是两个正交方向的理想相位。联立(10)式和(11)式,解得相位误差为

$$\begin{cases} \Delta\phi_{xu} \approx f \left\{ \arctan \left[\frac{-b_2 \sin(2\varphi_y^c + \varphi_x^c) - \frac{e_{21}}{2} \sin(2\varphi_x^c - \varphi_y^c)}{a_1 + b_2 \cos(2\varphi_y^c + \varphi_x^c) + \frac{e_{21}}{2} \cos(2\varphi_x^c - \varphi_y^c)} \right] \right\} \\ \Delta\phi_{yu} \approx f \left\{ \arctan \left[\frac{a_2 \sin(2\varphi_x^c - \varphi_y^c) - \frac{e_{21}}{2} \sin(2\varphi_y^c + \varphi_x^c)}{b_1 + a_2 \cos(2\varphi_x^c - \varphi_y^c) + \frac{e_{21}}{2} \cos(2\varphi_y^c + \varphi_x^c)} \right] \right\} \end{cases} \circ \quad (12)$$

由于 $a_1 \gg b_2, e_{21}/2$,并且 $b_1 \gg a_2, e_{21}/2$, (12)式可化简为

$$\begin{cases} \Delta\phi_{xu} \approx f \left\{ \arctan \left[\frac{-b_2 \sin(2\varphi_y^c + \varphi_x^c) - \frac{e_{21}}{2} \sin(2\varphi_x^c - \varphi_y^c)}{a_1} \right] \right\} \\ \Delta\phi_{yu} \approx f \left\{ \arctan \left[\frac{a_2 \sin(2\varphi_x^c - \varphi_y^c) - \frac{e_{21}}{2} \sin(2\varphi_y^c + \varphi_x^c)}{b_1} \right] \right\} \end{cases} \circ \quad (13)$$

增加一组具有初始相移量 π 的正交光栅,实际测得相位变为 $\phi'_{xu} = \phi_{xu} + \pi, \phi'_{yu} = \phi_{yu} + \pi$ 。求得对应的相位误差:

$$\begin{cases} \Delta\phi'_{xu} \approx -f \left\{ \arctan \left[\frac{-b_2 \sin(2\varphi_y^c + \varphi_x^c) - \frac{e_{21}}{2} \sin(2\varphi_x^c - \varphi_y^c)}{a_1} \right] \right\} \\ \Delta\phi'_{yu} \approx -f \left\{ \arctan \left[\frac{a_2 \sin(2\varphi_x^c - \varphi_y^c) - \frac{e_{21}}{2} \sin(2\varphi_y^c + \varphi_x^c)}{b_1} \right] \right\} \end{cases} \circ \quad (14)$$

由(13)式和(14)式可知, $\Delta\phi_{xu} = -\Delta\phi'_{xu}$,
 $\Delta\phi_{yu} = -\Delta\phi'_{yu}$ 。理想相位可由两组实际测得相位求出:

$$\begin{cases} \varphi_x^c = \frac{\phi_{xu} + \phi'_{xu} - \pi}{2} \\ \varphi_y^c = \frac{\phi_{yu} + \phi'_{yu} - \pi}{2} \end{cases} \circ \quad (15)$$

可见,通过增加一组具有初始相移量 π 的正交光栅,双 5 步相移法达到了消减 2 阶非线性误差的效果。

2.2.2 主动伽马校正法

由(6)~(9)式可知,受非线性响应的影响,正交光栅相移轮廓术测得的畸变相位分布复杂,导致很多常用的相位补偿方法难以使用,如 Pan 等^[18]的迭代相位补偿法、Cai 等^[17]的希尔伯特变换法等。为了避免复杂的相位解析,本文将基于统计分析的伽马校正法^[11]用于正交光栅相移轮廓术。通过改变正交光栅编码来主动消除系统的非线性误差。

不失一般性,条纹投影轮廓术测量系统的非线性响应还可以描述为

$$I_{\text{out}} = I_{\text{in}}^{\gamma}, \quad (16)$$

式中: γ 为系统的伽马值。为了消除系统的非线性误差,对输入的条纹进行预编码,预编码值为 γ_p 。考虑到实际系统中,投影仪的光圈较大,景深较小,这导致投影的条纹会出现不同程度的散焦,文献[11]中将(16)式改写为

$$I_{\text{out}} = C_1 I_{\text{in}}^{\gamma_a/\gamma_p + \gamma_b} + C_2, \quad (17)$$

式中: C_1 是幅度调制; C_2 为背景光强,系统的伽马值变为 $\gamma' = \gamma_a/\gamma_p + \gamma_b$,利用统计分析法,通过两次预编码 γ_p 来计算出 γ_a 和 γ_b ,再使 $\gamma' = 1$,求出预编码值的 γ_p 来消除系统非线性。文献[11]方法能很好实现单载频正弦光栅投影轮廓术的伽马校正。理论上,所求预编码值与所投正弦条纹的分布方向无关,仅由系统的非线性特性决定,本文采用文献[11]的伽马校正法来抑制正交光栅相移轮廓术的非线性误差。

首先验证该方法在正交光栅投影轮廓术中应用的可行性。通过改变摄像机的光圈大小和焦距以及投影仪的焦距,多次分别投影水平和垂直正弦光栅,采用文献[11]方法来计算系统分别对水平条纹和垂直条纹响应的伽马值分布,测量结果如表 1 所示。两个方向的预编码伽马值差别很小,表明系统对两个方向的条纹的非线性响应基本一致。

表 1 水平正弦光栅和垂直正弦光栅求出的预编码值

Table 1 Pre-encoded Gamma values calculated by horizontal sinusoidal grating and vertical sinusoidal grating

Case	Horizontal sinusoidal grating	Vertical sinusoidal grating
1	1.701	1.698
2	1.697	1.689
3	1.680	1.673

因此实际应用时,只需要投影一个方向的正弦光栅来计算预编码的伽马值,再将其用于后续的伽马校正法中即可。

3 计算机模拟

由于实际测量系统的伽马值一般为 $1 \sim 3$ ^[27],设伽马值为 2.5 来模拟系统的非线性响应,即正交条纹主要包含 2 阶、3 阶以及基频交叉项等高次谐波分量。计算机模拟图像尺寸为 $160 \text{ pixel} \times 160 \text{ pixel}$,相移步数从 5 到 15 变化的正交光栅相移轮廓术。只考虑非线性时,求出两个正交方向相位误差的标准差(STD),如图 3 所示。随着相移步数的增加,水平相位误差的 STD 减少到 0.247 rad 左右,垂直方向相位误差的 STD 减少到 0.123 rad 左右,趋于稳定。可见提高相移步数虽然会略微消减非线性误差,但是不可彻底将其消除。

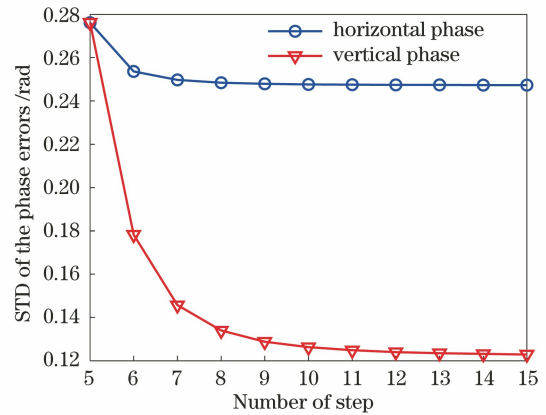


图 3 不同相移步数的正交光栅相移轮廓术的相位误差 STD 分布

Fig. 3 STD of phase error distribution for crossed grating PSP with different phase shifting steps

利用双 5 步相移法来抑制 2 阶非线性响应后,求出的两个正交方向相位误差的 STD 减小为 0.050 rad,减小了大约 82%,并且其值还远小于高步相移法(以 15 步相移法为例)的结果,对比结果如表 2 所示。图 4 为重建的水平相位误差的第 80 行和垂直相位误差的第 80 列的分布图,可见双 5 步相移法的相位计算精度大幅提高。

正交光栅的双 5 步相移法以及分别投射 5 幅水平和垂直正弦光栅来计算水平和垂直相位都需要 10 幅光栅图,本文对比了它们的相位计算结果。表 3 给出了这两种方法和正交光栅的 5 步相移法的对比结果。图 5 为水平相位误差的第 80 行和垂直相位误差的第 80 列的分布图。由表 3 和图 5 可知,单频正弦光栅的 5 步相移法消除误差的效果更好,

表 2 正交光栅相移轮廓术的相位误差 STD 仿真结果

Table 2 Simulation results of the STD of phase errors for crossed grating PSP

Method	STD of the horizontal phase errors /rad	STD of the vertical phase errors /rad
Five-step	0.276	0.276
Fifteen-step	0.247	0.123
Double five-step	0.050	0.050

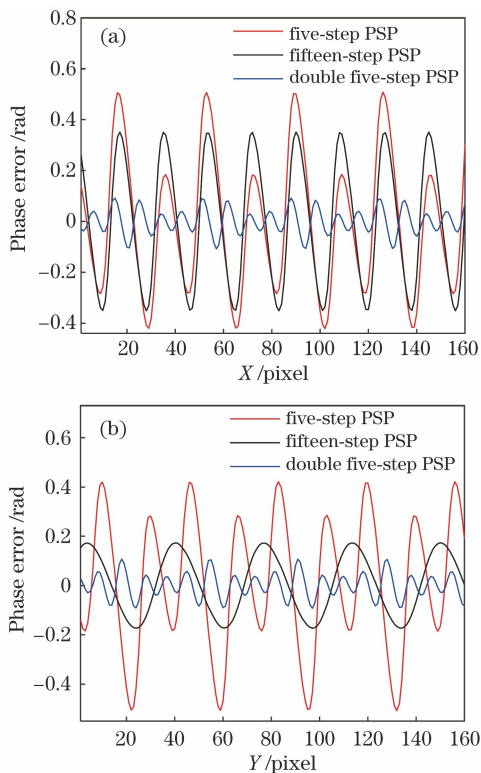


图 4 正交光栅相移轮廓术的相位误差分布。

(a)水平相位误差;(b)垂直相位误差

Fig. 4 Phase error distribution of crossed grating PSP.

(a) Horizontal phase error; (b) vertical phase error

表 3 三个方法的相位误差 STD 仿真结果

Table 3 Simulation results of the STD of phase errors by three methods

Method	STD of the horizontal phase errors /rad	STD of the vertical phase errors /rad	Number of grating patterns
Five-step	0.276	0.276	5
Double five-step	0.050	0.050	10
Five-step with single carrier	0.002	0.002	10

原因在于其可以消除单频正弦光栅相移轮廓术中二、三次谐波分量对相位计算的影响,而双 5 步相移法在近似的情况下,只消除了正交光栅相移轮廓术

中二次谐波分量对相位计算的影响。

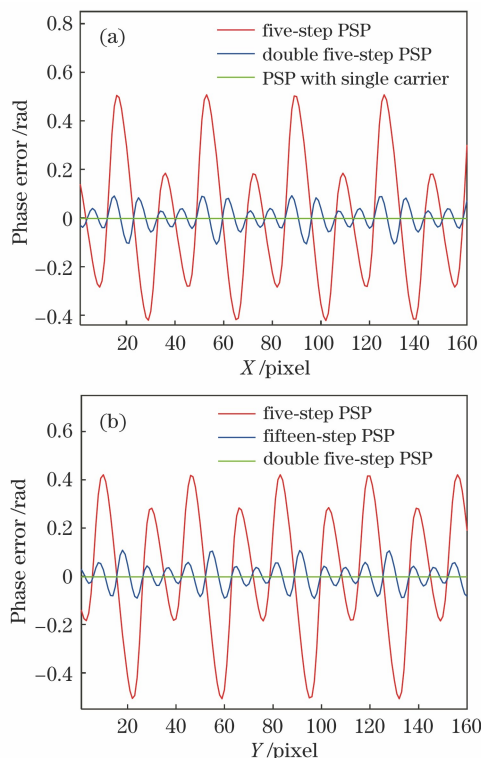


图 5 相位误差分布对比。(a)水平相位误差;(b)垂直相位误差

Fig. 5 Comparison of phase error distribution.

(a) Horizontal phase error; (b) vertical phase error

4 实 验

本文完成了相关的实验验证。搭建的测量系统由一台数码光处理投影机(分辨率为 1280 pixel × 800 pixel)、一个 IDS UI-124xSE-M 摄像机(分辨率为 1280 pixel × 1024 pixel)以及一台计算机组成。实验装置如图 6 所示。

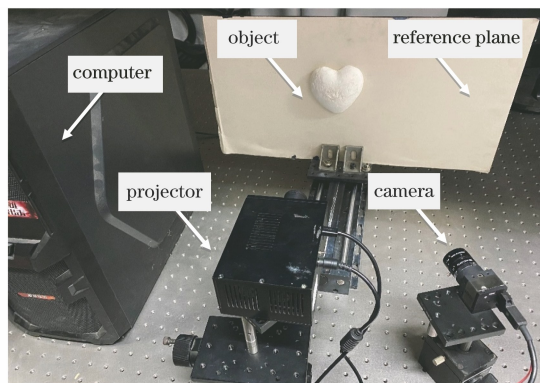


图 6 实验装置图

Fig. 6 Experimental setup

首先,对平面进行测量。将水平和垂直正弦光栅的 20 步相移法得到的两组相位作为理想相位,

利用正交光栅相移轮廓术,相移步数从 5 到 13 变化,对该平面进行测量。图 7(a)为 5 步相移法中一张拍摄的光栅图,图中标出的线段 A 和线段 B 为后面的结果显示区域。图 7(b)为两个正交方向

相位误差的 STD 的变化趋势。图中水平和垂直方向的 STD 值分别稳定在 0.180 rad 和 0.093 rad 左右,高步相移无法将相位误差消除,与计算机模拟的结论一致。

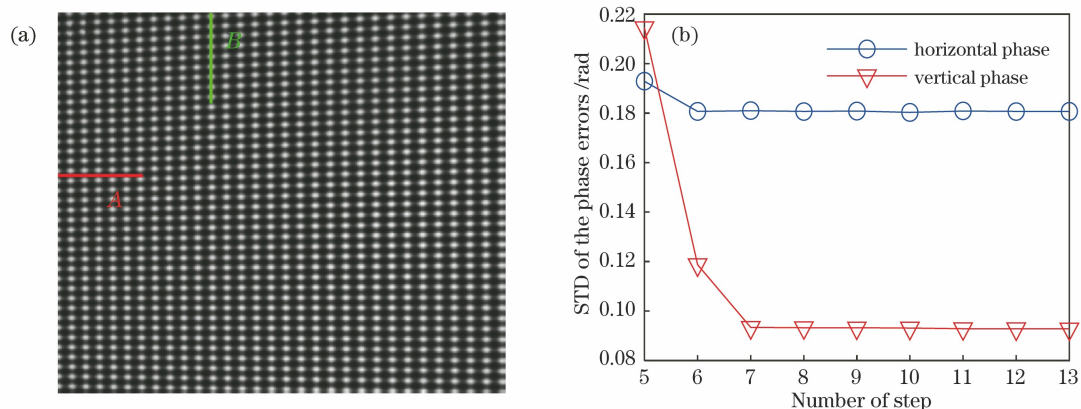


图 7 实验结果。(a)采集的光栅图;(b)不同相移步数的正交光栅相移轮廓术的相位误差的 STD 分布
Fig. 7 Experimental results. (a) Captured grating image; (b) STD of phase errors distribution for crossed grating PSP with different phase shifting step

采用正交光栅相移轮廓术的双 5 步相移法来减小相位误差,实验结果如下。分别利用 5 步、13 步、双 5 步相移法来计算两个正交方向的相位误差,图 8(a)和(b)分别为图 7(a)中线段 A 处的水平相位误差和线段 B 处的垂直相位误差的分布图。表 4 为对应的相位误差的 STD 值。双 5 步相

移法求得水平相位误差的 STD 值由 0.193 rad 减小至 0.030 rad,减小了大约 84%;垂直相位误差的 STD 值由 0.215 rad 减小至 0.038 rad,减小了大约 82%。可见,在正交光栅投影时,采用双 5 步相移法的补偿效果优于高步相移法。

表 5 为单频正弦光栅的 5 步相移法、采用主动

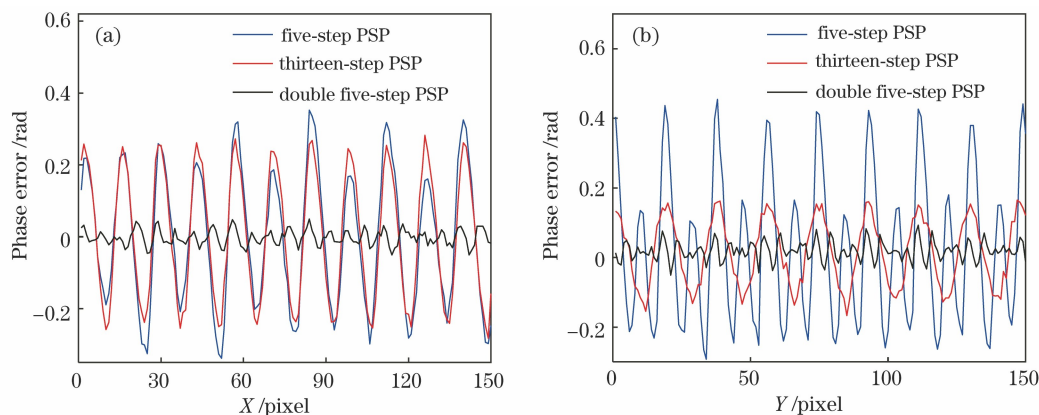


图 8 相位误差分布。(a)水平相位误差;(b)垂直相位误差

Fig. 8 Phase error distribution. (a) Horizontal phase error; (b) vertical phase error

表 4 正交光栅相移轮廓术的相位误差 STD 实验结果

Table 4 Experimental results of the STD of phase errors for crossed grating PSP

Method	STD of the horizontal phase errors /rad	STD of the vertical phase errors /rad
Five-step	0.193	0.215
Thirteen-step	0.181	0.093
Double five-step	0.030	0.038

伽马校正前后的正交光栅投影的 5 步相移法和双 5 步相移法的实验结果对比。双 5 步相移法的相位计算精度,依旧不如分别投射水平和垂直正弦光栅的 5 步相移法高。但是采用主动伽马校正后的正交光栅投影的 5 步相移法,水平相位误差和垂直相位误差的 STD 均大大减小,并且仅需 5 幅条纹图,便与分别投射水平和垂直正弦光栅的 5 步相移法的结果相当。此外,利用相同的程序设计平台(Matlab),几

种方法的计算时间差别不大。因此在实际应用中,需要采集的条纹数的多少和在实验中是否需要更换光栅,才是决定时间损耗多少的关键。图 9 为对应图 8 相同区域,采用不同方法的误差分布图。双 5

步相移法由于只能抑制 2 阶非线性,依然存在一定程度的周期性误差,主动伽马校正法能很好地抑制非线性误差。

表 5 四个方法的相位误差 STD 实验结果

Table 5 Experimental results of the STD of phase errors by four methods

Method	STD of the horizontal phase errors /rad	STD of the vertical phase errors /rad	Number of grating patterns	Time /s
Five-step	0.193	0.215	5	2.413
Double five-step	0.030	0.038	10	2.927
Gamma correction	0.017	0.020	5	2.441
Five-step with single carrier	0.016	0.018	10	2.518

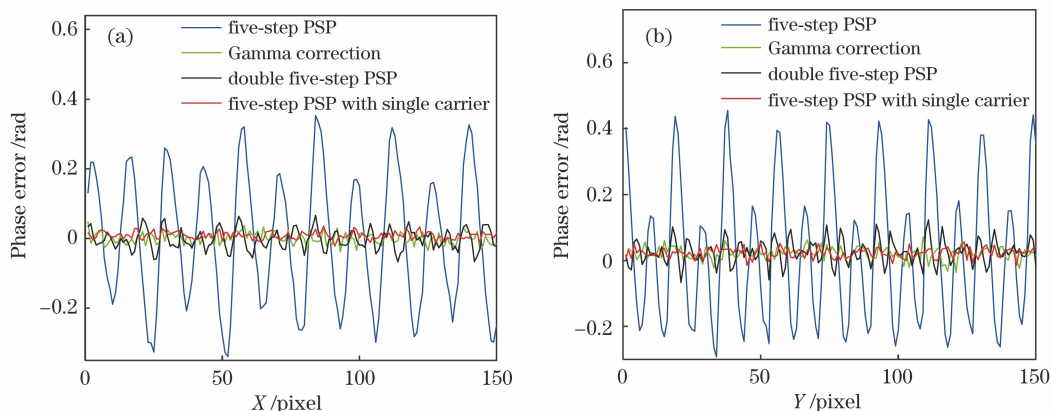


图 9 四个方法的相位误差分布。(a)水平相位误差;(b)垂直相位误差

Fig. 9 Phase error distribution of four methods. (a) Horizontal phase error; (b) vertical phase error

心形物体的测量也验证了本文研究。将正交光栅投影的 5 步相移法、双 5 步相移法和经主动伽马校正后的 5 步相移法用于该物体的测量。图 10(a)为心形物体的灰度图,图 10(b)~(d)分别为 5 步相移法的第一帧变形光栅图,双 5 步相移法具有初始相移量 π 的第一帧变形光栅图,主动伽马校正后的 5 步相移法的第一帧变形光栅图。为了清楚看到主动伽马校正前后的条纹特点,本文画出了条纹的频谱分布图。由于显示时灰度级量化等级的限制,为了压制高强度的零频分量对其他频谱分量显示的影响,仅显示了频谱的对数变换结果。图 10(e)和(f)分别是图 10(b)和(d)的傅里叶频谱图,可见经伽马校正后,条纹中的高次谐波项和交叉项被抑制了。图 10(g)~(l)分别是三个方法解调出的水平和垂直相位分布。由于非线性响应的存在,5 步相移法恢复出的物体表面存在周期性相位误差,如图 10(g)和(j)所示。双 5 步相移法恢复出的周期性相位误差大

幅减小,如图 10(h)和(k)所示。图 10(i)和(l)为主动伽马校正后的测量结果,周期性误差几乎消失。

综合以上分析,主动伽马校正法用于正交光栅相移轮廓术中,能很好抑制系统非线性带来的相位误差,在应用中更占优势。建立在 2.1 节畸变相位分析理论基础上的双 5 步相移法由于只能抑制正交光栅投影轮廓术中 2 阶非线性带来的相位误差,在数字编码条纹投影中,相对于分别投影水平和垂直正弦条纹的 5 步相移轮廓术,其没有优势。但在需要采用物理光栅来获得正交条纹的应用中,双 5 步相移法依然提供给我们一种抑制非线性误差的解决方案。

正交光栅投影方法的相位计算精度是保证其后期应用的关键,非线性误差是该方法的主要误差源,本文主要研究正交光栅投影的相位计算关键问题,未涉及相位与高度的映射以及相机标定,所有的模拟和实验结果均以相位方式给出。

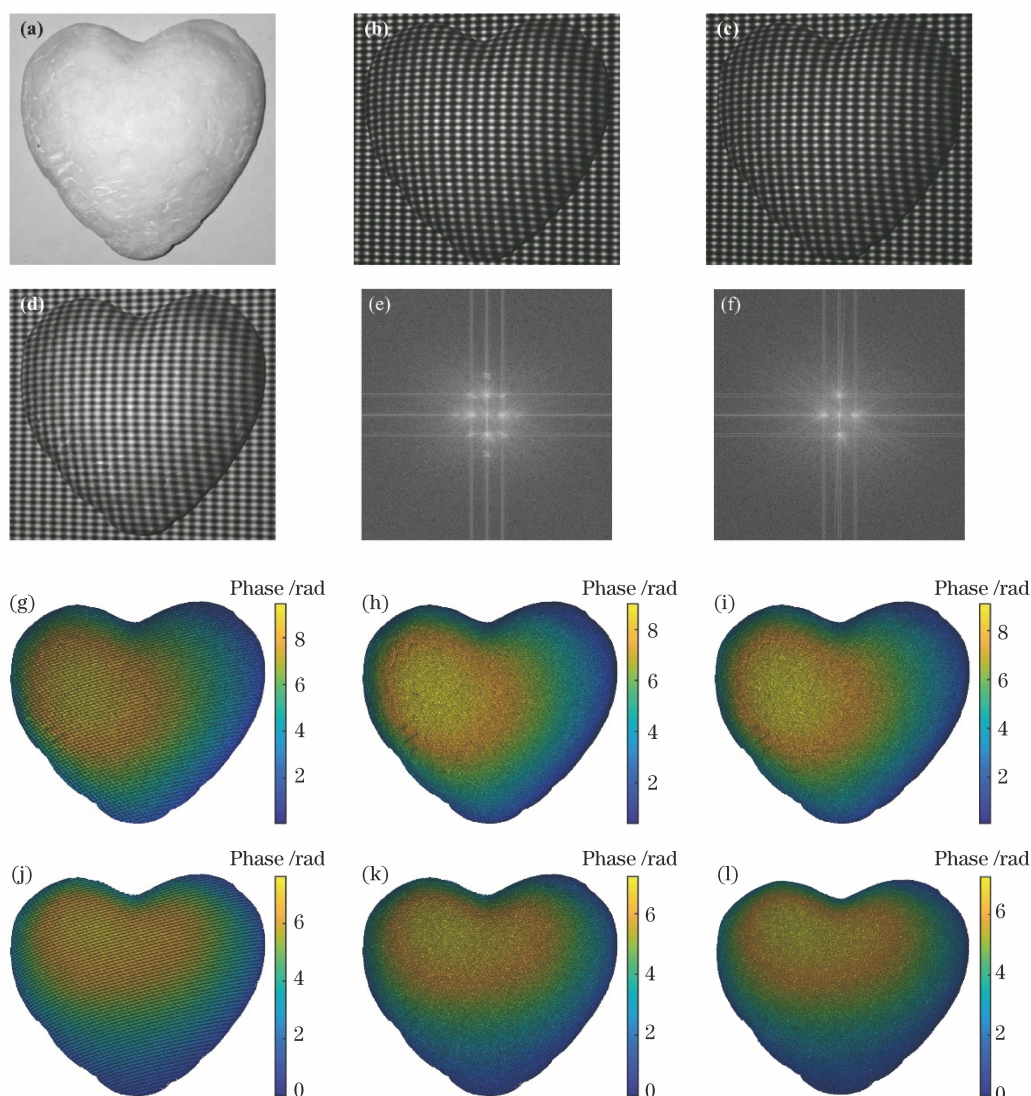


图 10 心形物体测量结果。(a)心形物体;(b)(e)(g)(j) 5步相移法;(c)(h)(k) 双5步相移法;
(d)(f)(i)(l) 经伽马校正的5步相移法

Fig. 10 Measurement results of a heart-shaped object. (a) Heart-shaped object; (b)(e)(g)(j) five-step PSP;
(c)(h)(k) double five-step PSP; (d)(f)(i)(l) five-step PSP with Gamma correction

5 结 论

本文研究正交光栅相移轮廓术。建立了系统的非线性响应引起的相位误差的数学模型,研究了抑制系统的非线性响应带来的相位误差的方法。基于所提的相位误差分布模型,提出了双5步相移法来抑制2阶非线性对正交光栅相移轮廓术的影响。为了更好地抑制非线性误差,指出利用基于统计分析的伽马校正法确定系统的伽马值,主动改变正交光栅编码能得到更好的效果。

参 考 文 献

[1] Lu M T, Su X Y. Vertical measurement method for structured light three-dimensional profilometry based

on phase-shifting and modulation ratio[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(7): 0704003.

卢明腾, 苏显渝. 基于相移与调制比的结构光三维面形垂直测量方法[J]. 中国激光, 2019, 46(7): 0704003.

- [2] Zuo C, Feng S J, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: a review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 109: 23-59.
- [3] Cheng Z Y, Lu R S, Mao C L. Measurement method of three-dimensional shape of bright surface with binocular stereo vision[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(7): 071202.

程子怡, 卢荣胜, 毛翠丽. 光亮表面双目立体视觉三维形貌测量方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(7): 071202.

- [4] Zhang S, Yau S T. Generic nonsinusoidal phase error correction for 3D shape measurement using a digital video projector [J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6292: 62920R.
- [5] Poynton C A. SMPTE tutorial: "Gamma" and its disguises: the nonlinear mappings of intensity in perception, CRTs, film, and video [J]. SMPTE Journal, 1993, 102(12): 1099-1108.
- [6] Hoang T, Pan B, Nguyen D, et al. Generic Gamma correction for accuracy enhancement in fringe-projection profilometry[J]. Optics Letters, 2010, 35(12): 1992-1994.
- [7] Huang P S, Zhang C P, Chiang F P. High-speed 3-D shape measurement based on digital fringe projection [J]. Optical Engineering, 2003: 163-168.
- [8] Liu K, Wang Y, Lau D L, et al. Gamma model and its analysis for phase measuring profilometry [J]. Journal of the Optical Society of America A, Optics, Image Science, and Vision, 2010, 27(3): 553-562.
- [9] Song Z. Comparative study on passive and active projector nonlinear Gamma calibration [J]. Applied Optics, 2015, 54(13): 3834-3841.
- [10] Guo H W, He H T, Chen M Y. Gamma correction for digital fringe projection profilometry[J]. Applied Optics, 2004, 43(14): 2906-2914.
- [11] Yu X, Liu Y K, Liu N Y, et al. Flexible gamma calculation algorithm based on probability distribution function in digital fringe projection system[J]. Optics Express, 2019, 27(22): 32047-32057.
- [12] Wu G X, Wu Y X, Hu X L, et al. Exponential Taylor Series Method to eliminate the Gamma distortion in phase shifting profilometry[J]. Optics Communications, 2019, 452: 306-312.
- [13] Baker M J, Xi J, Chicharo J F. Elimination of Gamma non-linear luminance effects for digital video projection phase measuring profilometers [C] // 4th IEEE International Symposium on Electronic Design, Test and Applications (delta 2008), January 23-25, 2008, Hong Kong, China. New York: IEEE Press, 2008: 496-501.
- [14] Cai W J, Cao Y P, Fu G K, et al. A full-field compensation method for nonlinear phase error [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(3): 0312001. 蔡文娟, 曹益平, 付光凯, 等. 一种非线性相位误差的全场补偿方法 [J]. 光学学报, 2019, 39(3): 0312001.
- [15] Huang P S, Hu Q J, Chiang F P. Double three-step phase-shifting algorithm[J]. Applied Optics, 2002, 41(22): 4503-4509.
- [16] Mao C L, Lu R S. Inverse error compensation method for improvement of phase recovery accuracy of multi-frequency fringe projection[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(4): 0412005. 毛翠丽, 卢荣胜. 提高多频条纹投影相位提取精度的反向误差补偿法 [J]. 光学学报, 2018, 38(4): 0412005.
- [17] Cai Z W, Liu X L, Jiang H, et al. Flexible phase error compensation based on Hilbert transform in phase shifting profilometry [J]. Optics Express, 2015, 23(19): 25171-25181.
- [18] Pan B, Qian K M, Huang L, et al. Phase error analysis and compensation for nonsinusoidal waveforms in phase-shifting digital fringe projection profilometry [J]. Optics Letters, 2009, 34(4): 416-418.
- [19] Stetson K A, Brohinsky W R. Electrooptic holography and its application to hologram interferometry[J]. Applied Optics, 1985, 24(21): 3631-3637.
- [20] Hyun J S, Zhang S. High-speed three-dimensional absolute shape measurement with three projected binary patterns [J]. Optical Engineering, 2020, 59(2): 024104.
- [21] Zhang Q C, Wu Z J. Three-dimensional imaging technique based on Gray-coded structured illumination [J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(3): 0303004. 张启灿, 吴周杰. 基于格雷码图案投影的结构光三维成像技术 [J]. 红外与激光工程, 2020, 49(3): 0303004.
- [22] Liu Y K, Olesch E, Yang Z, et al. A one-dimensional phase-shift technique based on dual-frequency crossed fringe for phase measuring deflectometry[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(3): 0308005. 刘元坤, Evelyn Olesch, 杨征, 等. 基于双频正交光栅一维相移的相位测量偏折术研究 [J]. 中国激光, 2015, 42(3): 0308005.
- [23] Liu Y K. Study on key technology and application of phase measuring deflectometry [D]. Chengdu: Sichuan University, 2008: 21-33. 刘元坤. 相位测量偏折术关键技术及其应用研究 [D]. 成都: 四川大学, 2008: 21-33.
- [24] Xiao C, Chen F, Zhong M, et al. Generation method of inverse fringes based on Delaunay triangulation[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(7): 0712001. 肖朝, 陈锋, 钟敏, 等. 基于 Delaunay 三角剖分的反向条纹生成方法 [J]. 光学学报, 2016, 36(7): 0712001.
- [25] Su X Y, Chen W J. Reliability-guided phase unwrapping algorithm: a review [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2004, 42(3): 245-261.
- [26] Han Y, Zhang Q C, Wu Y S. Performance comparison

of three basic phase unwrapping algorithms and their hybrid algorithms[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(8): 0815006.

韩宇, 张启灿, 吴应山. 三种基本相位展开算法及其融合算法的性能比较[J]. *光学学报*, 2018, 38(8): 0815006.

[27] Baker M J, Chicharo J F, Xi J. An investigation into temporal gamma luminance for digital fringe Fourier transform profilometers[C]//2007 IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing, October 3-5, 2007, Alcalá de Henares, Spain. New York: IEEE Press, 2007: 1-6.