

凸透镜焦距测量不确定度分析及系统偏差校正

盛树武¹, 李林海², 辛志慧¹, 孙丽存^{1*}¹云南师范大学物理与电子信息学院云南省光电信息技术重点实验室, 云南 昆明 650500;²云南开放大学文化旅游与国际交流学院, 云南 昆明 650500

摘要 综合考虑了透镜的焦深、厚度、球差等因素, 对高斯公式法(实物成实像法)测量凸透镜焦距的不确定度进行了较全面的分析, 并提出了校正由透镜厚度及球差引起的系统测量偏差的方法。对于选定的标称焦距为 25.0 mm 的凸透镜, 其测量不确定度随着物距的增大先减小后增大, 校正前最小值为 1.26 mm, 其中透镜球差的存在对于测量不确定度的影响最为突出。系统测量偏差校正后, 其不确定度变化趋势不变, 最小值降低为 0.10 mm, 这大大提高了测量结果的准确度。不确定度分析结果表明将物点置于透镜的二倍焦距附近得到的测量结果更为可靠, 所得结果为实验操作提供指导依据。

关键词 测量; 焦距; 测量不确定度; 系统偏差校正

中图分类号 O435

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1412001

Uncertainty Analysis and System Deviation Correction of Convex Lens Focal Length Measurement

Sheng Shuwu¹, Li Linhai², Xin Zhihui¹, Sun Licun^{1*}¹Yunnan Key Laboratory of Opto-Electronic Information Technology, School of Physics and Electronic Information Technology, Yunnan Normal University, Kunming, Yunnan 650500, China;²School of Cultural Tourism and International Exchange, Yunnan Open University, Kunming, Yunnan 650500, China

Abstract In this paper, the uncertainty of convex lens focal length measured based on the Gauss formula method (real object-real image method) is analyzed comprehensively considering the factors of the depth of field, thickness, and spherical aberration of the lens, and a method to correct the systemic measurement deviation caused by lens thickness and spherical aberration is proposed. For the selected convex lenses with a nominal focal length of 25.0 mm, the measurement uncertainty decreases first and increases afterward with the increase of the object distance, and the minimum value before correction is 1.26 mm, where the spherical aberration of the lens has the most prominent influence on the measurement uncertainty. After the system measurement deviation being corrected, the change trend of the measurement uncertainty remains unchanged and the minimum value is reduced to 0.10 mm, which indicates that the deviation correction improves the accuracy of the measurement results greatly. The results of uncertainty analysis show that the measurement results are more reliable when the object point is placed near the twice focal length of the lens, providing a guide for experimental operation.

Key words measurement; focal length; measurement uncertainty; systemic deviation correction

OCIS codes 120.1880; 120.3940; 080.3630

收稿日期: 2020-12-21; 修回日期: 2021-01-13; 录用日期: 2021-02-05

基金项目: 国家自然科学基金(61705192, 62065019)、云南省应用基础研究计划项目(2018FD014)、云南省博士后定向培养资助项目、云南师范大学引进人才科研启动项目

通信作者: * alicheckzy@126.com

1 引言

焦距是光学系统最重要的参数之一^[1]。光学系统焦距的准确测量为其装配与调校^[2],物像关系的确定^[3],以及其他参数如折射率、曲率半径等的测量提供依据^[4-5]。透镜是构成光学系统的最基本的元件,因此透镜焦距的准确测量是十分必要的。目前常用的测量透镜焦距的方法有传统的平行光聚焦法、高斯公式法(物距像距法)^[1]、二次成像法^[6]、横向放大率法^[7]、自准直法^[2]、节点法^[8]等,也有新兴的差动共焦定焦法^[9-10]、干涉法^[11-13]、衍射法^[14-15]、全息法^[5,16]等。虽然新兴的方法有很多,测量准确度也确实得到了很大的提升,但是它们对测量环境的要求比较高,而且测量准确度依赖于一些关键性的光学部件;传统方法中二次成像法需测量的参数较多且不便测量长焦系统,横向放大率法及节点法操作较为麻烦,自准直法的测量精度有限且不易改进,平行光聚焦法最为简单直观但是难以获得无限远、高精度、宽光束的平行光,这限制了其应用范围。相比较而言,高斯公式法原理较为简单、易于实现、对环境要求低,可应用于大口径、长焦距系统的测量,且易于推广至凹透镜焦距的测量,是目前最常用的测量透镜焦距的基本方法之一。因此对高斯公式法测量透镜焦距进行详细的不确定度分析,并在此基础上对其偏差校正方法展开研究以提高其测量准确度是十分有意义的。目前国内外很多文献讨论过高斯公式法测量透镜焦距的不确定度的来源,包括测量时引入的随机误差、透镜倾斜引起的测量误差^[17]、透镜厚度引起的测量误差^[18]、清晰成像位置的不确定度引起的测量误差^[1]等。但是由于引起测量不确定度的原因多样,大部分文献只对其中某一因素进行分析而忽略其他影响因素,导致读者很容易对于透镜焦距测量的不确定度分析产生迷茫。事实上,可以通过多次测量以及更换更精密的测量仪器的方法来降低由读数引起的随机误差对测量不确定度的影响,由透镜倾斜引起的不确定度可以通过对实验光路的进一步调试来减小。而由透镜成像焦深的存在导致像面位置的不确定引起的焦距测量不确定度,由透镜球差的存在导致视觉像面与高斯像面不重合引起的焦距测量不确定度,以及由透镜的厚度不真实为零引起的焦距不确定度,则没办法直接通过实验的办法来避免或减小,只能通过理论分析来进行校正。因此,对于由这几个因素引起的焦距不确定度的分析显得尤为重要。本文将基于

ZEMAX 光学仿真软件综合分析透镜的厚度、球差以及成像焦深对高斯物像公式法测量透镜焦距不确定度的影响,并提出相应的测量误差校正方法,以提高凸透镜焦距测量的准确度。

2 实验原理及测量装置

基于高斯光学,薄透镜的成像满足高斯公式^[19],即

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}, \quad (1)$$

式中: l 为物距; l' 为像距; f' 为薄透镜的焦距,其符号法则遵从国家标准《GB/T 1224-2016 几何光学术语、符号》。因此,只要实验过程中将物体(或物点)置于合适的位置,找到该物体经过透镜后所成的像,测出物距 l 及像距 l' ,即可根据(1)式计算得到待测透镜的焦距 f' 。

为此,设计了如图 1 所示的测量装置,用以测量透镜的焦距 f' 。激光器发出的光(中心波长 $\lambda = 589 \text{ nm}$)经过高倍物镜聚焦后,会聚在点 A,将一大小可调的孔径光阑放置在 A 点,滤去杂光。点 A 作为物点,发出的光经待测透镜的折射后成像到 CCD(型号为 MER-132-43U3M-L,恒洋光学,像元尺寸为 $3.75 \mu\text{m} \times 3.75 \mu\text{m}$),CCD 可沿 Z 轴移动并将接收到的图像传输到计算机终端。激光器、物镜、孔径光阑、待测透镜、CCD 均放置于最小刻度为 0.5 mm 的光具座上,前后移动 CCD,当在计算机上观察到的图像能量最集中时,认为 CCD 与待测透镜的高斯像面重合,此时待测透镜与点 A 之间的距离即为物距 l ,待测透镜与 CCD 之间的距离为像距 l' 。因此,只需记录物点位置 Z_A ,待测透镜位置 Z_L 以及清晰成像时 CCD 的位置即高斯像面位置 Z_C ,即可得到待测透镜焦距 f' 满足

$$\frac{1}{Z_C - Z_L} - \frac{1}{Z_A - Z_L} = \frac{1}{f'}. \quad (2)$$

3 焦距测量的不确定度分析

本文以联合光科技(北京)有限公司提供的 110012 双凸透镜为例,对影响其焦距测量不确定度的几个因素展开分析。该双凸透镜的俯视图如图 2 所示, H 为物方主点, H' 为像方主点,前后两面的曲率半径分别为 $R_1 = -R_2 = R = 25.40 \text{ mm}$,中心厚度 $d = 2.60 \text{ mm}$,通光孔径大小 $D = 12.50 \text{ mm}$,材质为精退火 K9 光学玻璃(折射率 $n_o = 1.5170$),标称有效焦距 $f'_n = 25.00 \text{ mm}$ 。

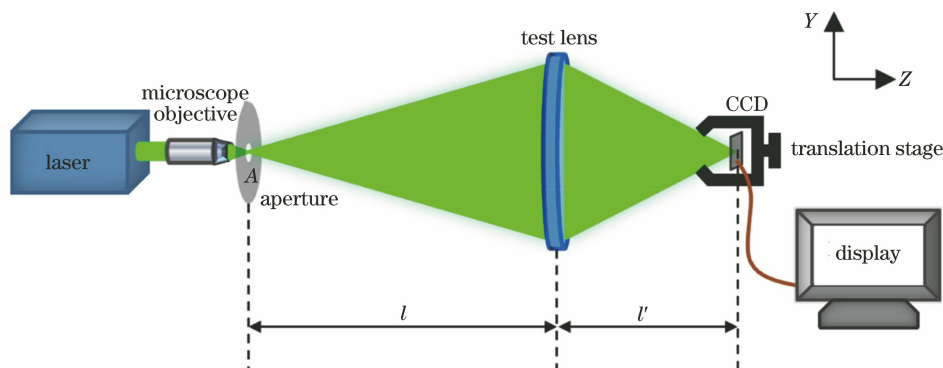


图 1 测量装置示意图

Fig. 1 Schematic of measurement setup

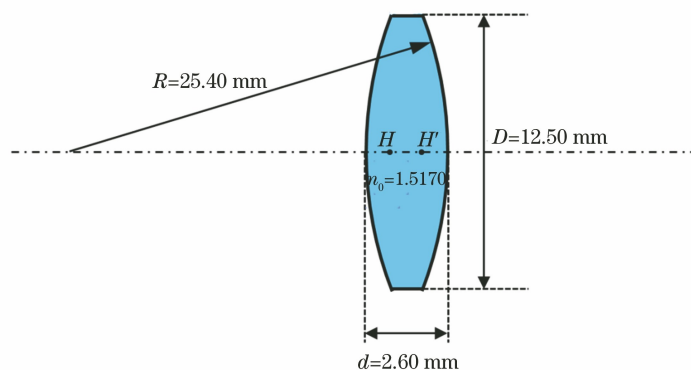


图 2 测试用双凸透镜俯视图

Fig. 2 Top view of biconvex lens for test

3.1 焦深引起的不确定度分析

首先考虑理想透镜的情况,即忽略透镜的厚度及像差,利用 ZEMAX 仿真物点的成像情况,如图 3 所示。在 ZEMAX 镜头编辑器中设置理想透镜 L, 焦距为 25.00 mm, 通光孔径大小为 12.50 mm。将物点 A 置于透镜的 1 倍焦距以外,在其共轭位置 A' 点进行理想成像(成像为一个衍射图样)。沿 Z 轴移动 CCD, 观察 CCD 接收到的图样,理论上只有当 CCD 与高斯像平面重合时,光线能量最为集中, CCD 被照亮最少像元个数,将该个数记为 N_{\min} , N_{\min} 等于衍射受限下零级光斑尺寸与 CCD 像元尺

寸的比值向上取整。事实上,由于 CCD 分辨率的限制,在 CCD 由 A'' 移动到 A''' 的过程中, CCD 都只有 N_{\min} 个像元被照亮,可以认为光线的能量集中程度一致,至少 $N_{\min} + 1$ 个像元被照亮时, CCD 才可分辨出其接收到的图像的不同。A'' 到 A''' 的距离称为成像系统的焦深,记为 D_{DOF} 。焦深的存在导致清晰成像位置 Z_c 的测量不可避免地存在偏差,最大偏差为 $D_{\text{DOF}}/2$, 实验过程中由焦深引起的 Z_c 的不确定度^[20]为

$$u_{c1} = \frac{D_{\text{DOF}}/2}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

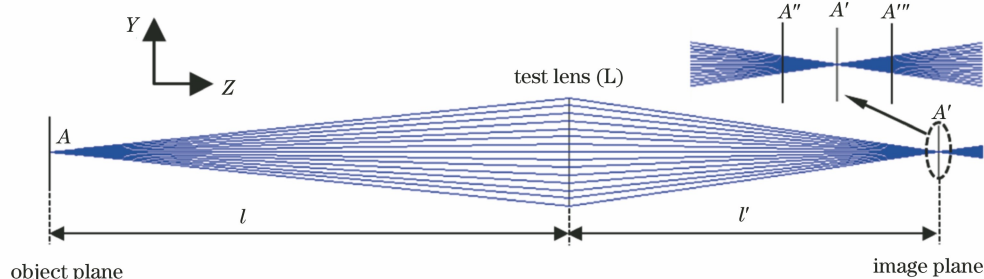


图 3 理想透镜成像仿真图

Fig. 3 Simulation diagram of ideal lens imaging

设 CCD 像元尺寸为 $a \times a$, 则

$$D_{\text{DOF}} = \frac{2al'}{D}, \quad (4)$$

那么,

$$u_{\text{Cl}} = \frac{al'}{\sqrt{3}D}. \quad (5)$$

3.2 透镜厚度引起的不确定度分析

如图 2 所示,厚度的存在导致透镜物方主点 H 与像方主点 H' 并不重合且不在透镜的几何中心位置,而高斯公式[(1)式]中像距与物距的准确定义分别为像方主平面到像点的距离与物方主平面到物点的距离。因此,以透镜中心为起点测量透镜的物距与像距并利用(2)式计算焦距将引起相应的测量误差。

将透镜的两个折射面看作两个单独的理想光组,根据几何光学公式^[19]可推导出透镜物方主点位置 l_H 为

$$l_H = \frac{-dR_1}{n_0(R_2 - R_1) + (n_0 - 1)d}, \quad (6)$$

像方主点位置 l'_H 为

$$l'_H = \frac{-dR_2}{n_0(R_2 - R_1) + (n_0 - 1)d}. \quad (7)$$

根据几何关系,透镜物方主点与像方主点的间距为

$$b = \frac{d(n_0 - 1)(R_2 - R_1 + d)}{n_0(R_2 - R_1) + (n_0 - 1)d}. \quad (8)$$

对于对称双凸透镜而言,透镜物方主点与像方主点到其几何中心的距离均可视为 $\frac{b}{2}$,因此透镜厚度引起的透镜位置 Z_L 的测量不确定度可视为

$$u_{L1} = \frac{b}{2}. \quad (9)$$

3.3 透镜球差引起的不确定度分析

高斯公式[(1)式]只适用于近轴光线,此时 l' 与光线入射高度 h 无关;而远轴光线的传播规律不满足高斯公式,其像方截距随入射光线高度 h 的变化而变化。因此,轴上点 A 发出的同心光束经待测透镜后不再是同心光束,不同入射高度 h 的光线经过透镜后交光轴于不同位置,其相对于高斯像点的偏离即为轴向球差,如图 4 所示。轴向球差的最大值 δL_m 总对应于边缘光线,由图 4 中的粗实线标出。由图 4 可以看出,球差的存在导致 CCD 接收到的弥散斑半径最小的位置 3 与其高斯像面 1 不重合,由此导致高斯像面位置的测量不确定度 u_{c2} 。

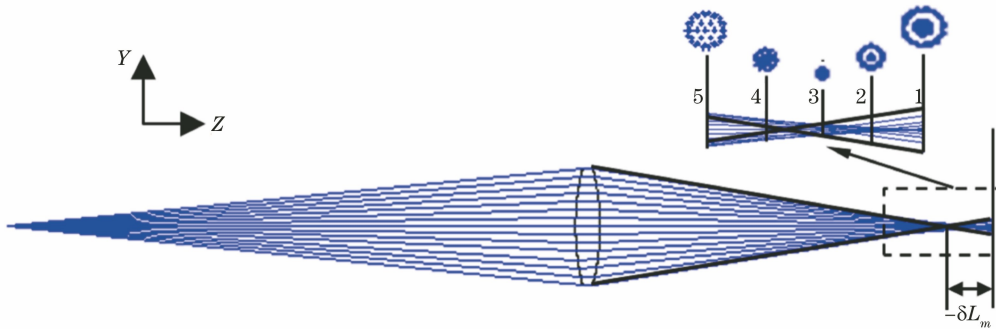


图 4 轴上点球差

Fig. 4 Spherical aberration of axile point

根据几何光学,可推导出单一折射球面的初级球差公式^[19]为

$$\delta L_0 = -\frac{1}{2n'u'^2} \cdot l u n i (i - i') (i' - u), \quad (10)$$

式中: δL_0 为单一折射球面的初级球差; n, n' 分别为

物方空间及像方空间折射率; i, i' 分别为入射角和折射角; u, u' 分别为物方孔径角及像方孔径角。

对于透镜,利用(10)式,再结合阿贝不变量公式^[19],易推导出其初级球差为

$$\delta L_{10} = -\frac{l'^2}{2} h^2 \times \left[\frac{n_0 + 2}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{R_1^2} - \left(\frac{2n_0 + 1}{n_0 - 1} \frac{1}{f'^2} + \frac{4n_0 + 4}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{l} \right) \frac{1}{R_1} + \frac{3n_0 + 1}{n_0 - 1} \frac{1}{f'^2} \frac{1}{l} + \frac{3n_0 + 2}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{l^2} + \frac{n_0^2}{(n_0 - 1)^2} \frac{1}{f'^3} \right], \quad (11)$$

式中: δL_{10} 为透镜的初级球差; f' 为透镜的焦距。

令 $h = \frac{D}{2}$, 即可得到透镜的最大初级轴向球差 δL_m 。弥散斑几何半径最小处一般约在距离高斯像面 $3/4\delta L_m$ 位置处。因此, 由球差引起的高斯像面位置的测量不确定度为

$$u_{c2} = \frac{3l'^2}{8} \left(\frac{D}{2}\right)^2 \times \left[\frac{n_0 + 2}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{R_1^2} - \left(\frac{2n_0 + 1}{n_0 - 1} \frac{1}{f'^2} + \frac{4n_0 + 4}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{l} \right) \frac{1}{R_1} + \frac{3n_0 + 1}{n_0 - 1} \frac{1}{f'^2} \frac{1}{l} + \frac{3n_0 + 2}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{l^2} + \frac{n_0^2}{(n_0 - 1)^2} \frac{1}{f'^3} \right] \quad (12)$$

3.4 合成不确定度的分析

对(2)式进行全微分, 可得

$$df' = \frac{-l'^2}{(l-l')^2} dZ_A - \frac{l+l'}{l-l'} dZ_L + \frac{l^2}{(l-l')^2} dZ_C, \quad (13)$$

因此, 有

$$u_{f'} = \sqrt{\left(\frac{\partial f'}{\partial Z_A}\right)^2 u_A^2 + \left(\frac{\partial f'}{\partial Z_L}\right)^2 u_L^2 + \left(\frac{\partial f'}{\partial Z_C}\right)^2 u_C^2} = \sqrt{\left[\frac{-l'^2}{(l-l')^2}\right]^2 u_A^2 + \left[\frac{l+l'}{l-l'}\right]^2 u_L^2 + \left[\frac{l^2}{(l-l')^2}\right]^2 u_C^2} \quad (14)$$

对于单次测量, 物点 A 的位置测量不确定度由光具座的测量精度决定, 按照均匀分布偏差估算^[20], 则有

$$u_A = 0.5 \text{ mm} / \sqrt{3}. \quad (15)$$

待测透镜 L 的位置测量不确定度由光具座的测量精度及其自身厚度决定, 即

$$u_L = \sqrt{\left(\frac{0.5 \text{ mm}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}. \quad (16)$$

高斯像面的位置测量不确定度由光具座的测量精度及焦深和球差决定, 即

$$u_C = \sqrt{\left(\frac{0.5 \text{ mm}}{\sqrt{3}}\right)^2 + u_{C1}^2 + u_{C2}^2}. \quad (17)$$

为了方便探讨透镜焦距的测量准确度与物点位置之间的关系, 令 $l = -kf'$, 其中, k 为比例常数, 表征物距与焦距之间的倍率关系, 并结合(1)、(5)、(9)、(12)、(14)~(17)式可得

$$u_{f'} = \sqrt{\frac{1}{k^4} u_A^2 + \left(1 - \frac{2}{k}\right)^2 u_L^2 + \left(1 - \frac{1}{k}\right)^4 u_C^2} = \left\{ \frac{1}{k^4} \cdot \left(\frac{0.5}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1 - \frac{2}{k}\right)^2 \left\{ \left(\frac{0.5}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left[\frac{1}{2} \frac{d(n_0 - 1)(R_2 - R_1 + d)}{n_0(R_2 - R_1) + (n_0 - 1)d}\right]^2 \right\} + \left(1 - \frac{1}{k}\right)^4 \left\{ \left(\frac{0.5}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{k}{k-1} f' \frac{a}{\sqrt{3}D}\right)^2 + \frac{9}{64} \left(\frac{k}{k-1} f'\right)^4 \left(\frac{D}{2}\right)^4 \cdot \left[\frac{n_0 + 2}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{R_1^2} - \left(\frac{2n_0 + 1}{n_0 - 1} \frac{1}{f'^2} - \frac{4n_0 + 4}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{kf'}\right) \frac{1}{R_1} - \frac{3n_0 + 1}{n_0 - 1} \frac{1}{f'^2} \frac{1}{kf'} + \frac{3n_0 + 2}{n_0} \frac{1}{f'} \frac{1}{k^2 f'^2} + \frac{n_0^2}{(n_0 - 1)^2} \frac{1}{f'^3} \right]^2 \right\} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

将透镜的各项参数代入(18)式, 可得 $\frac{\partial f'}{\partial Z_A} u_A$ 、

$\frac{\partial f'}{\partial Z_L} u_L$ 、 $\frac{\partial f'}{\partial Z_C} u_C$ 以及待测透镜的焦距测量不确定度 $u_{f'}$ 与 k 之间的关系, 如图 5 所示。

图 5 仅分析了透镜实物成实像, 即 $k > 1$ 的情况。由图 5 可知, 物点位置测量不确定度 u_A 对待测透镜焦距的测量不确定度 $u_{f'}$ 的影响随 k 值的增大缓慢减小。透镜位置及高斯像面位置的不确定度 u_L 、 u_C 对待测透镜焦距的测量不确定度 $u_{f'}$ 的影响随 k 值的增大先减小后增大。当 $k = 2$ 时, $\frac{\partial f'}{\partial Z_L} = 0$,

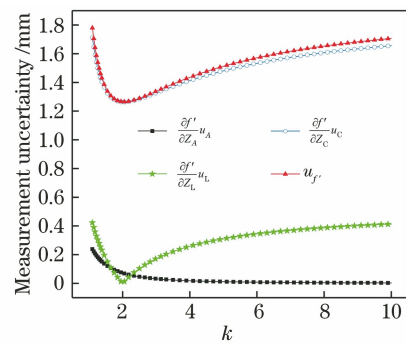


图 5 测量不确定度随 k (物距) 的变化
Fig. 5 Measurement uncertainty varying with k (object distance)

此时由 u_L 引起的焦距测量不确定度为 0。 $\frac{\partial f'}{\partial Z_C}$ 随 k 值的增大而增大,但是 u_C 随 k 值的增大而减小,当 $k=2.08$ 时, $\frac{\partial f'}{\partial Z_C} u_C$ 最小。最终,在三个因素的影响下,待测透镜焦距的测量不确定度 $u_{f'}$ 随 k 值的增大先减小后增大,在 1.26~1.78 mm 范围内变化,当 $k=2.04$ 时 $u_{f'}$ 最小,最小值为 1.26 mm,该值相对于其待测透镜焦距标称值 25.0 mm 较高。由图 5 易看出,高斯像面位置的不确定度 u_C 对待测透镜焦距的测量不确定度 $u_{f'}$ 的影响最大。

3.5 系统偏差修正

由 3.1~3.3 节分析可知,焦深的存在对于焦距测量结果的影响是随机的,而透镜厚度及球差的存在对于焦距测量的影响却是确定且可以推算的,因此可先对焦距测量结果进行修正,再进行不确定分析,此时不确定度可大幅降低,更具有参考价值。

设待测透镜的物距、像距测量值分别为 l_m 、 l'_m ,考虑透镜厚度对其主点位置的影响,修正后的物距、像距值应分别为 $l_m + \frac{b}{2}$ 、 $l'_m - \frac{b}{2}$ 。因此由透镜厚度造成的焦距测量偏差为

$$\Delta f'_1 = \frac{l_m l'_m}{l_m - l'_m} - \frac{\left(l_m + \frac{b}{2}\right) \left(l'_m - \frac{b}{2}\right)}{l_m - l'_m + b} = \frac{b}{4} \frac{2l_m^2 + bl_m + 2l'^2_m - bl'_m}{(l_m - l'_m + b)(l_m - l'_m)} \quad (19)$$

单一正透镜总是产生负球差,所以球差的存在导致弥散斑几何半径最小的位置比高斯像面位置更靠近透镜的像方主平面,只考虑该因素,待测透镜的像距值应为 $l'_m + u_{C2}$ 。因此,由透镜球差造成的焦距测量偏差为

$$\Delta f'_2 = \frac{l_m l'_m}{l_m - l'_m} - \frac{l_m (l'_m + u_{C2})}{l_m - (l'_m + u_{C2})} = \frac{l_m^2 u_{C2}}{(l_m - l'_m - u_{C2})(l_m - l'_m)} \quad (20)$$

修正后的待测透镜焦距应为

$$f'_C = \frac{l_m l'_m}{l_m - l'_m} - \Delta f'_1 - \Delta f'_2 \quad (21)$$

对于几何结构已知的透镜,可直接根据(8)、(12)式分别计算出 $\frac{b}{2}$ 及 u_{C2} ,再将其分别代入(19)、(20)式求得 $\Delta f'_1$ 、 $\Delta f'_2$,最终确定出修正后的焦距值 f'_C 。

大多数情况下,待测透镜参数是未知的, $\frac{b}{2}$ 及 u_{C2} 无法直接通过计算得出。普通玻璃折射率一般在 1.5 左右,对于对称双凸透镜,根据(8)式,可得 $\frac{b}{2} \approx \frac{d}{6}$,双凸透镜的厚度可利用游标卡尺获得。 u_{C2} 则可通过以下简单实验得到:寻找到弥散斑几何半径最小时 CCD 的位置 Z_{C1} ,并记录此时弥散斑的半径 r_1 ,再向远离透镜的方向移动 CCD,记录下弥散斑半径变为 $4r_1$ 时 CCD 的位置 Z_{C2} ,由于弥散斑几何半径最小处一般约在距离高斯像面 $\frac{3}{4} \delta L_m$ 位置处,因此 $u_{C2} \approx Z_{C2} - Z_{C1}$ 。利用实验方法确定 $\frac{b}{2}$ 及 u_{C2} 后,再利用上述思想对待测透镜焦距进行修正,这样可大大提高透镜焦距测量的准确度。

3.6 修正后焦距测量不确定度分析

将透镜厚度及球差对焦距测量引起的偏差进行修正后,单次测量物点 A 的位置测量不确定度不变,即

$$u_{AC} = u_A = \frac{0.5 \text{ mm}}{\sqrt{3}} \quad (22)$$

待测透镜 L 的位置测量不确定度仅由光具座的测量精度决定,即

$$u_{LC} = \frac{0.5 \text{ mm}}{\sqrt{3}} \quad (23)$$

高斯像面的位置测量不确定度由光具座的测量精度及焦深共同决定,即

$$u_{CC} = \sqrt{\left(\frac{0.5 \text{ mm}}{\sqrt{3}}\right)^2 + u_{C1}^2} \quad (24)$$

修正后的待测透镜焦距不确定度应为

$$u_{f'_C} = \sqrt{\frac{1}{k^4} u_{AC}^2 + \left(1 - \frac{2}{k}\right)^2 u_{LC}^2 + \left(1 - \frac{1}{k}\right)^4 u_{CC}^2} = \left\{ \frac{1}{k^4} \cdot \left(\frac{0.5}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1 - \frac{2}{k}\right)^2 \left(\frac{0.5}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{k}\right)^4 \left[\left(\frac{0.5}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{k}{k-1} f' \frac{a}{\sqrt{3} D}\right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

将透镜的各项参数代入(25)式,可得 $\frac{\partial f'}{\partial Z_A}u_{AC}$ 、

$\frac{\partial f'}{\partial Z_L}u_{LC}$ 、 $\frac{\partial f'}{\partial Z_C}u_{CC}$ 以及待测透镜的焦距测量不确定度 $u_{f'C}$ 与 k 之间的关系,如图6所示。

由图6可知,物点位置测量不确定度 u_{AC} 对待测透镜焦距的测量不确定度 $u_{f'C}$ 的影响不变,依然随 k 值的增大而减小。透镜位置的不确定度 u_{LC} 对待测透镜焦距的测量不确定度 $u_{f'C}$ 的影响随 k 值的增大先减小后增大。同样地,当 $k=2$ 时, $\frac{\partial f'}{\partial Z_L}=0$,此时由 u_{LC} 引起的焦距测量不确定度为0。高斯像面位置的不确定度 u_{CC} 对待测透镜焦距的测量不确定度的影响相较于修正之前显著减小,且随 k 值的增大单调增大。最终,在三个因素的影响下,待测透镜焦距的测量不确定度 $u_{f'C}$ 随 k 值的增大先减小后增大,在 $0.10\sim 0.33$ mm范围内变化,当 $k=2.00$ 时 $u_{f'C}$ 最小。通过对比图5、图6易看出,修正后的焦距测量准确度显著提高。

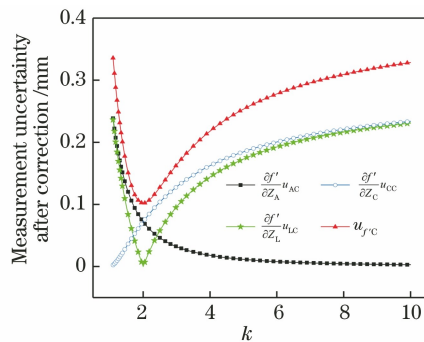


图6 系统偏差修正后测量不确定度随 k (物距)的变化

Fig. 6 Measurement uncertainty varying with k (object distance) after system deviation correction

4 结 论

在利用高斯公式法(实物成实像法)测量凸透镜焦距的实验中,物点、待测透镜和高像斯面三个位置测量的准确度共同决定透镜焦距测量的准确度。对透镜焦距测量的不确定度进行了系统的分析,并详细分析了焦深、透镜厚度以及球差的存在对测量不确定度的影响,并提出了修正测量结果的方法。分析结果表明,对透镜厚度及球差造成的测量偏差进行修正可显著提高透镜焦距的测量准确度,且将物点置于透镜二倍焦距位置附近时,得到的测量结果最为可靠。

参 考 文 献

[1] Jiang Y, Bai J, Luo J, et al. An error calibration

method against aberration in long focal length measurement[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(12): 1222002.

江瑶,白剑,罗佳,等.长焦距测量系统的像差误差校正方法研究[J].光学学报,2014,34(12): 1222002.

[2] Duan Y X, Chen Y Q, Zhao J K, et al. Focal length testing method of long focal length laser optical system[J]. Chinese Journal of Lasers, 2013, 40(4): 0408005.

段亚轩,陈永权,赵建科,等.长焦距激光光学系统焦距测试方法[J].中国激光,2013,40(4): 0408005.

[3] Liu Y. Design and key technology study of focal length measurement system based on double grating interferometry[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2017: 1-2.

刘尧.基于双光栅干涉技术的焦距测量系统设计及其关键技术研究[D].南京:南京理工大学,2017: 1-2.

[4] Li Q, Su G H, Zhang R K, et al. Nondestructive measurement of refractive index of transparency capillary [J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(6): 1264-1270.

李强,苏光辉,张瑞凯,等.透明毛细管管壁折射率的无损测量[J].光学精密工程,2010,18(6): 1264-1270.

[5] Liu J J, Li E P, Di J L, et al. Measurement of liquid lens parameters based on digital holographic microscopy[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(11): 1109001.

刘俊江,李恩普,邸江磊,等.基于数字全息显微术的液体透镜参数测量方法[J].中国激光,2014,41(11): 1109001.

[6] Glatt I, Kafri O. Determination of the focal length of nonparaxial lenses by moire deflectometry [J]. Applied Optics, 1987, 26(13): 2507-2508.

[7] Prakash O, Ram R S. Determination of focal length of large focal length convex lenses [J]. Optics & Laser Technology, 1996, 28(1): 43-45.

[8] Liao L Y, Albuquerque B F C, Parks R E, et al. Precision focal-length measurement using imaging conjugates[J]. Optical Engineering, 2012, 51(11): 113604.

[9] Zhao W Q, Li Z G, Qiu L R, et al. Large-aperture laser differential confocal ultra-long focal length measurement and its system [J]. Optics Express, 2015, 23(13): 17379-17393.

[10] Li Z, Qiu L, Zhao W, et al. Laser multi-reflection differential confocal long focal-length measurement [J]. Applied Optics, 2016, 55(18): 4910-4916.

- [11] Yang G, Miao L, Zhang X, et al. High-accuracy measurement of the focal length and distortion of optical systems based on interferometry[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(18): 5217-5223.
- [12] Lee S. Talbot interferometry for measuring the focal length of a lens without moiré fringes[J]. *Journal of the Optical Society of Korea*, 2015, 19(2): 165-168.
- [13] Zhao L, Bai J, Fang W D. Focal length measurement method for lenses with small aperture and long focal length [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40 (4): 0412002.
赵磊, 白剑, 方卫栋. 小口径长焦透镜的焦距检测技术[J]. *光学学报*, 2020, 40(4): 0412002.
- [14] Zhu X C, Cao X D, Wu S B, et al. Focal length measurement of microlens by rotation method based on grating multislit diffraction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(5): 0523001.
朱咸昌, 曹学东, 吴时彬, 等. 基于光栅多缝衍射的转角法测量微透镜焦距[J]. *光学学报*, 2011, 31(5): 0523001.
- [15] Dashtdar M, Mohammad-Ali Hosseini-Saber S. Focal length measurement based on Fresnel diffraction from a phase plate[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(26): 7434-7437.
- [16] Chhaniwal V K, Kihiko J M, Dubey S, et al. Digital holographic testing of biconvex lenses [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(36): 8714-8722.
- [17] Wang Y C, Liu J J, Li G Z, et al. Influence of measurement error of the focal length due to lens slant[J]. *Physics and Engineering*, 2016, 26(3): 45-48.
王云创, 刘俊杰, 李光仲, 等. 透镜倾斜对焦距测量误差的影响[J]. *物理与工程*, 2016, 26(3): 45-48.
- [18] Gao L H, Gao S H, Lin X J. Study on errors in measuring the focus of a thin lens caused by its thickness[J]. *Physical Experiment of College*, 2012, 25(2): 72-74.
高立华, 高松华, 林小锦. 薄透镜厚度引起焦距测量误差的探究[J]. *大学物理实验*, 2012, 25(2): 72-74.
- [19] Yu D Y, Tan H Y. *Engineering optics*[M]. 4th ed. Beijing: China Machine Press, 2016.
郁道银, 谈恒英. *工程光学*[M]. 4 版. 北京: 机械工业出版社, 2016.
- [20] Li J H. *The error theory and evaluation of measurement uncertainty* [M]. Beijing: China Metrology Publishing House, 2003: 137-147.
李金海. *误差理论与测量不确定度评定*[M]. 北京: 中国计量出版社, 2003: 137-147.