

工业 CT 图像直接生成三角网格有限元模型

段黎明^{1*}, 方诚^{1,2}, 罗雪清^{1,2}, 谭川东^{1,2}, 盛晋银^{1,2}¹重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室 ICT 研究中心, 重庆 400044;²重庆大学机械工程学院, 重庆 400044

摘要 针对基于工业计算机断层成像(CT)图像的逆向设计存在定量分析难、自动化程度低及需要中间环节转化的问题,提出了一种将工业 CT 图像直接转换为三角网格有限元模型的方法。对 CT 图像进行轮廓识别后生成有限元模型的内外边界,根据图像像素点坐标信息将图像划分为若干单元,然后采用改进的三角剖分方法生成初始三角网格有限元模型,并对初始有限元模型进行了优化。结果表明,生成的三角网格最大边长比为 1~2,最大扭曲角度数为 0°~2°,网格质量满足实际工程应用需求的评价标准。并在样件、汽缸头模型上进行了实验,实验结果证明了该方法的可行性。

关键词 成像系统;工业计算机断层成像;三角网格;有限元模型

中图分类号 TH128

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1411002

Direct Generation of Triangular Mesh Finite Element Model From Industrial CT Images

Duan Liming^{1*}, Fang Cheng^{1,2}, Luo Xueqing^{1,2}, Tan Chuandong^{1,2}, Sheng Jinyin^{1,2}

¹ICT Research Center, Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems (Chongqing University),
Ministry of Education, Chongqing 400044, China;

²College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China

Abstract Regarding difficult quantitative analysis, low automation, and intermediate link transformation in reverse design based on industrial computerized tomography (CT) images, this paper proposes a method for direct conversion of industrial CT images into triangular mesh finite element models. After the contour recognition of a CT image, the inner and outer boundaries of the finite element model are generated. According to the coordinate information of image pixels, the image is divided into several elements. Then, the initial triangular mesh finite element model is generated with the improved triangulation method, and the initial finite element model is optimized. The results show that the maximum side ratio of the generated triangular meshes is between 1 and 2, and the maximum twist angle is between 0° and 2°, which meets the evaluation standard of practical engineering application. Experiments are carried out on the sample and cylinder head model, and the results prove the feasibility of the proposed method.

Key words imaging systems; industrial computerized tomography; triangular mesh; finite element model

OCIS codes 110.6960; 110.6980; 120.4290

1 引言

工业计算机断层成像(CT)技术被广泛应用于

零件的无损检测及逆向设计^[1-3],得到的二维 CT 图像可以清晰、准确、直观地展示被检测物体内部的结构、组成及缺陷状况。随着工程应用要求的提高,基

收稿日期: 2020-09-07; 修回日期: 2021-01-04; 录用日期: 2021-02-05

基金项目: 国家自然科学基金(52075057)

通信作者: * duanliming163@163.com

于工业 CT 图像的逆向设计不仅限于视觉显示,还需要编辑、修改、测量和定量分析。有限元分析技术与工业 CT 技术的结合为基于 CT 图像的逆向设计提供了新的研究方向。在逆向设计中,若能由工业 CT 扫描得到的断层图像直接生成二维有限元模型,则可实现对零件任意指定截面或局部的应力应变分析,为零件的安全性评估提供更严格可靠的方法支撑。

目前,国内外许多学者针对图像数据生成有限元模型进行了大量研究^[4-6],但其中涉及工业 CT 图像直接生成二维有限元模型的方法甚少。Zhang 等^[7]提出了一种从体数据提取二维及三维四面体网格的方法;Zhang 等^[8]还提出了另一种从体数据提取自适应四面体和六面体网格的方法;文献^[7-8]中生成三维有限元模型的方法无法直接应用于二维有限元模型的生成。张峰^[9]将三维重建模型进行实体填充,利用有限元分析软件进行网格划分;贾佳^[10]利用软件 VTK 对 CT 图像数据进行处理生成三维实体模型后,将模型导入 ANSYS 中进行网格划分及有限元分析;楼玉萍等^[11]基于医学 CT 序列图像提出了一种生成三维四面体网格模型的方法;文献^[9-11]中的方法可将 CT 图像数据生成三维有限元模型,但需借助工具软件实现中间转换,技术路线繁琐。Xie 等^[12]提出了一种划分光栅图像网格的分层算法,该方法由 CT 图像生成网格模型不能直接用于有限元分析;Duan 等^[13]提出了一种自由边界参数化算法,以三角网格的方式还原三维表面生成三角网格模型,研究对象为零件表面;Anderson 等^[14]提出了一种在医学 CT 图像上建立网格几何形状的方法,再将建立的网格模型转化为有限元模型。

上述由图像数据生成有限元网格模型的方法在其各自针对的领域切实可行,但对工业 CT 图像直接生成二维有限元模型具有局限性。因此,本文提出了一种工业 CT 图像直接生成三角网格有限元模型的方法。首先,对图像进行轮廓识别,利用 Bezier 曲线生成有限元模型的内外边界;接着,获取工业 CT 图像的像素点坐标信息,根据坐标信息将图像划分为若干单元^[15];其次,利用二次误差函数生成内、外边界单元的最小化值,并通过单元的再划分保证每个单元的最小化值有且仅有一个;然后,采取改进的三角剖分方法连接边界节点、最小化值节点与内部节点,生成初始三角网格有限元模型;最后,利用节点度数优化与单元角度优化相结合的方式优化初始有限元模型,得到满足实际需求的三角网格有限元模型。

2 有限元模型的生成

2.1 生成有限元模型边界

为提高有限元模型边界生成的正确性,本文采用识别图像轮廓进一步拟合有限元模型边界的方法。该方法的基本步骤是:1)根据工业 CT 图像边缘点具有灰度不连续或发生突变的特性,采用文献^[16]中的方法识别图像轮廓。2)在模型轮廓线上选取一组点作为型值点。为了保证边界的准确性,选取的型值点为轮廓线的交点或曲率变化最大的点。对图 1 所示的样件 CT 图像进行型值点提取,得到型值点如图 2 中三角形点所示。3)采用 Bezier 曲线拟合生成模型边界,对具有内腔结构的零件分别表述其内外边界。根据 Bezier 曲线的定义,通过型值点反求出控制点,如图 2 中圆形点所示。通过控制点拟合 Bezier 曲线,得到有限元模型的边界如图 2 中实线所示。

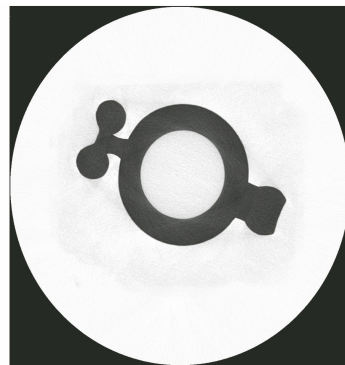


图 1 样件 CT 图像

Fig. 1 CT image of the sample

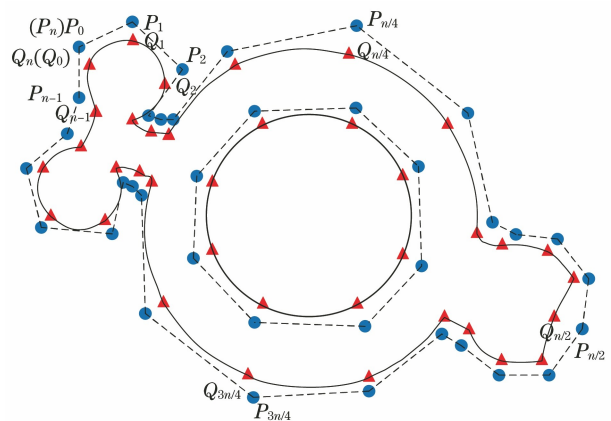


图 2 样件的有限元模型边界

Fig. 2 Boundary of the finite element model of the sample

2.2 划分单元

单元是本文方法的关键要素之一。零件在指定

截面上的密度分布情况是以工业 CT 图像中像素的灰度值来量化的,物体密度的大小与像素灰度值的大小成正比^[17]。当工业 CT 扫描零件所获得的图像像素在空间上均匀并规则分布时,设定单元是位于单张 CT 图像上相邻像素点构成的正方形^[18],如图 3 所示。CT 图像的像素点构成了单元的顶点,每个顶点具有对应的位置坐标和像素点灰度值,单元的边界长度为单位 1,具体单位长度根据需求设定。对样件 CT 图像进行单元划分,如图 4 所示。

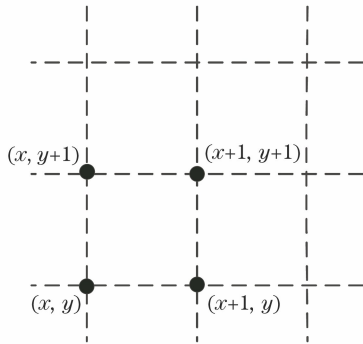


图 3 单元示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the unit

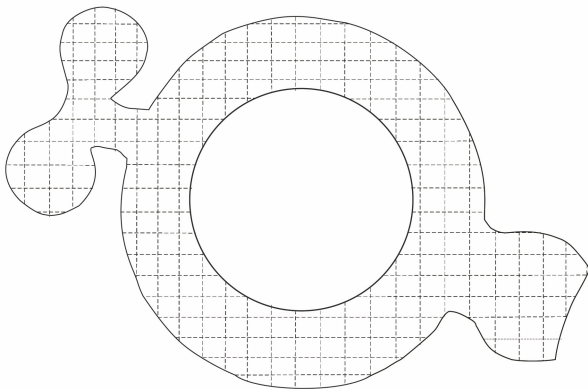


图 4 样件 CT 图像单元示意图

Fig. 4 Schematic diagram of CT image unit of the sample

2.3 生成最小化值

本文方法引入二次误差,将对偶曲面的思想从位置和法线信息延伸到单元,利用最小化二次误差函数(QEF),求解出边界单元(其中一条边为有限元边界的单元)的最小化值^[19]。

$$QEF[\delta] = \sum_I [\mathbf{X}_I \times (\delta - Y_I)]^2, \quad (1)$$

式中: δ 为最小化值; I 为等值线与单元的交点; \mathbf{X}_I 和 Y_I 分别为交点处的单位法向量和位置。如图 5 所示,曲线为等值线,黑点为通过(1)式求得的该单元的最小化值。

利用该方法求出内、外边界单元的所有最小化值,如图 6 菱形点所示。在求解出边界单元的所有

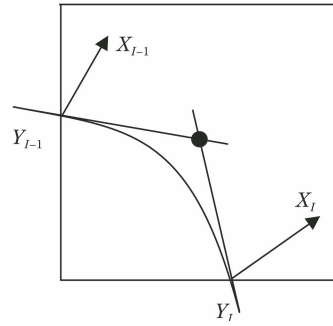


图 5 最小化值求解示意图

Fig. 5 Schematic diagram of solving the minimizer

最小化值后,对其做进一步分析优化。

1) 判断最小化值与轮廓线的相对位置关系。如图 6(a)所示,当最小化值(点 1)在轮廓线外部时,则对单元进行再划分直至最小化值存在于轮廓线内部。如图 6(b)所示,点 2、3 为单元再划分后重新生成的最小化值。

2) 判断最小化值的唯一性。如图 6(c)所示,对

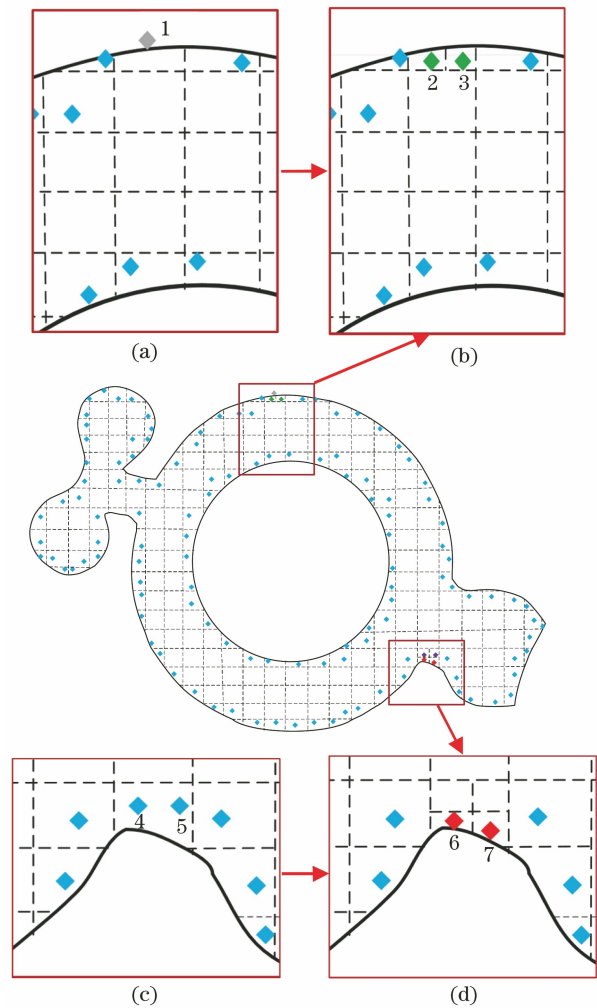


图 6 边界单元的最小化值

Fig. 6 Minimized value of boundary unit

具有多个最小化值(点 4、5)的单元进行再划分直至新生成的每个单元有且仅有一个最小化值。如图 6 (d)所示,点 6、7 是重新生成的最小化值。

2.4 三角网格的剖分

2.4.1 定义节点

三角网格的节点由三种类型的点组成,分别定义如下:1)边界节点位于有限元模型边界上,是边界与单元各边交点,如图 7 中三角形点所示;2)最小化值节点位于边界单元中,是边界单元的最小化值,如图 7 中菱形点所示;3)内部单元节点位于图像内部,是单元各边的交点,如图 7 中圆形点所示。

2.4.2 三角剖分

本文提出了一种基于两节点最小距离的三角网格剖分算法,利用 Delaunay 三角形外接圆不包含其他节点的特性,在剖分过程中尽可能生成更多的 Delaunay 三角形。从图 7 可知所有节点的坐标,假设节点个数为 E ,分别记为 $T_1 T_2 T_3 \dots T_E$ 。三角剖分步骤如下。

1) 为了防止三角网格剖分产生重叠,内层节点组成的凸多边形内不再包含其他节点,以逆时针方向依次记为 $T_1 T_2 T_3 \dots T_e$,如图 7(a)中节点 $T_1 T_2 T_3 T_4$ 。

2) 确定外层凸多边形。外层凸多边形是包含内层凸多边形的最小凸多边形。一个内层凸多边形有 e 个节点,在节点 $T_{e+1}, T_{e+2}, T_{e+3}, \dots, T_E$ 中分别找出所有距离节点 $T_1, T_2, T_3, \dots, T_e$ 最近的节点后连接生成外层凸多边形的边。如图 7(a)中连接距离内层凸多边形 $T_1 T_2 T_3 T_4$ 各节点最近的节点 $T_5, T_6, T_7, \dots, T_{11}$ 生成外层凸多边形,并连接内外凸多边形对应节点记为线段 $T_s T_t (s=1, 2, 3, \dots, e, e < t \leq E)$ 。

3) 分别以 $T_s T_t$ (从 $s=1$ 开始)作为 Delaunay 三角形的一条边,得到图 7(a);搜索外层凸多边形边上及内部能与 $T_s T_t$ 构成 Delaunay 三角形的节点,若该节点存在,则将此节点与对应线段 $T_s T_t$ 的两个端点连接。如图 7(b)所示, $T_1 T_5$ 连接 T_{11} , 形成一个 Delaunay 三角形 $T_1 T_5 T_{11}$, 同理得到 Delaunay 三角形 $T_2 T_6 T_5$ 。若该节点不存在,则连接 $T_s T_{s+1}$, 得到三角形 $T_s T_t T_{s+1}$ 。

4) 以外层凸多边形的边界为边的 Delaunay 三角形划分完毕后,分析现有 Delaunay 三角形,若两三角形共点(如 $\triangle T_1 T_5 T_{11}$ 与 $\triangle T_5 T_2 T_6$ 共点 T_5),则以该点出发的两条非外层凸多边形边界线段(如 $T_1 T_5$ 、 $T_5 T_2$)为边,构成新的三角网格。如图 7(b)中三角形 $T_1 T_5 T_2$ 。

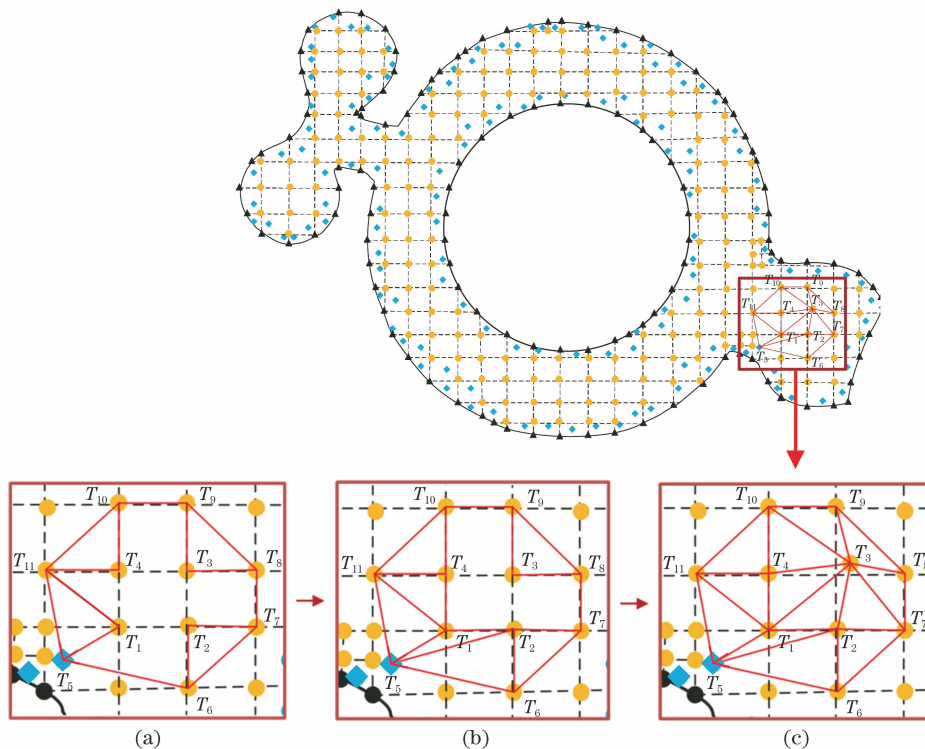


图 7 三角网格的剖分

Fig. 7 Triangulation of triangular mesh

5) 由于划分的单元是正方形(即四边形 $T_1T_2T_3T_4$ 、 $T_4T_3T_9T_{10}$ 、 $T_2T_7T_8T_3$ 为正方形),可能会出现如图 7(b)所示情况,导致再继续划分的三角形为非 Delaunay 三角形,为了保证生成的 Delaunay 三角形最多,需要移动节点位置。由于单元共点 T_3 ,则移动节点 T_3 的位置。为了保证 T_3 移动后的四边形 $T_1T_2T_3T_4$ 仍为凸多边形,限定移动方向为垂直于线段 T_8T_9 的方向,移动长度为 T_3 至线段 T_8T_9 距离的四分之一。移动后按照 Delaunay 三角形特性连接节点,

得到图 7(c)。

重复以上步骤,连接所有节点生成三角网格。

2.5 初始有限元模型

根据本文提出的由工业 CT 图像直接生成二维三角网格有限元模型的方法,在处理器为 Intel i5-10210U CPU @ 1.60 GHz, RAM 为 8 GB 的 Windows10 计算机上,利用 VS2016 开发工具结合 C++ 语言与 OpenGL 图像显示库搭建实验平台。完成样件的三角剖分,得到如图 8 所示的样件初始三角网格有限元模型。

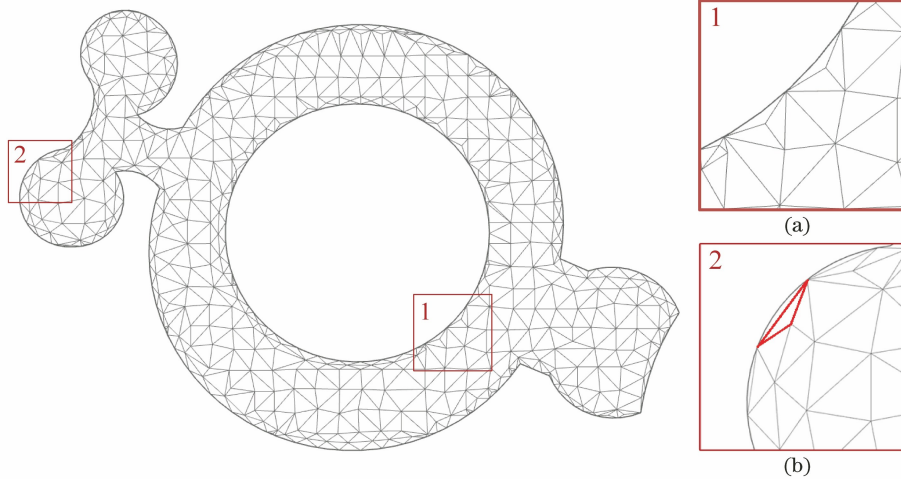


图 8 样件的初始有限元模型

Fig. 8 Initial finite element model of the sample

分析样件的初始有限元模型可知,该模型存在以下两个方面的问题:1)初始有限元模型节点连接的协调性较差,扭曲程度大,如图 8(a)所示;2)三角网格单元的形状不满足有限元模型的要求,存在非锐角三角形,如图 8(b)所示。

3 有限元模型的优化

3.1 网格节点度数优化方法

针对生成的初始有限元模型,先进行整体的节点度数优化以提高三角网格的整体质量。初始模型的扭曲程度大,因此需要通过改变节点的连接方式来提高有限元模型的协调性。

3.1.1 节点度数优化目标函数

根据 Chen^[20-21] 提出的最优 Delaunay 三角剖分函数的全局最优解为三角网格的所有三角单元均为等边三角形,即每个节点被 6 个三角单元共有,也称该节点的正规度数为 6。但在实际运用中,每个节点的正规度数是由其存在的位置所决定的。设定节点 v_i 的度数为 f_i ,正规度数为 F_i ,则当 v_i 为内部节点时, $F_i=6$;当 v_i 为边界节点时,根据 v_i 相邻的

2 条边界线的夹角 φ_i 来计算 f_i ,使得 v_i 相邻的每个三角单元的内角度数尽量接近 $\pi/3$ 。当正规度数 F_i 产生变化时,临界角度 φ_i 应满足:

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\varphi_i}{F_i} = \frac{\varphi_i}{F_i - 1} - \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

当 $F_i=2,3,\dots,7$ 时,分别求得临界角度 φ_i 的取值如图 9 所示。

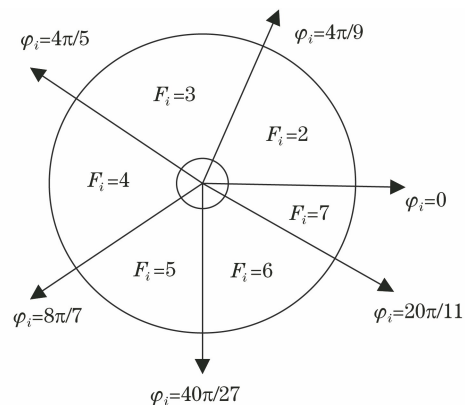


图 9 节点正规度数的取值

Fig. 9 Value of node normal degree

边界节点的不正规程度需要引入合适的评价指

标来进行衡量,定义度数偏差为 $\Delta\phi_i$,表示为

$$\Delta\phi_i = |f_i - F_i| \quad (3)$$

整个有限元网格的不规则度数定义为所有单个节点度数偏差的累加和 $\Delta\phi$,表示为

$$\Delta\phi = \sum_{i=1}^n |f_i - F_i| \quad (4)$$

(4)式为节点度数优化目标函数,当目标函数为 0,即所有节点度数为正规度数时,网格模型的规范程度最高。优化网格的过程就是最小化目标函数的值。

3.1.2 节点度数优化

获取模型中所有节点的度数,根据节点度数对部分不正规节点进行优化。由图 9 可知,不同的临界角对应边界节点的正规度数不同,为了使边界节点的度数为正规度数,内部节点的正规度数设为 6,本文提出了一种针对节点度数的优化方法。针对边界节点与其他度数内部节点的优化方法存在些许差异,但其本质相同,本文合并描述为边翻转法。

在图 10(a)中,节点 T_a 的正规度数为 F_a ,其实际度数为 $F_a - 1$;节点 T_b 的正规度数为 F_b ,其实际度数为 $F_b + 1$;节点 T_c 的正规度数为 F_c ,其实际度数为 $F_c - 1$;节点 T_d 的正规度数为 F_d ,其实际度数为 $F_d + 1$;这四个节点构成一个类似于四边形结构 $T_a T_b T_c T_d$,实际度数为 $F_a - 1$ 的节点与实际度数为 $F_c - 1$ 的节点位于四边形的同一对角线上,实际度数为 $F_b + 1$ 的节点与实际度数为 $F_d + 1$ 的节点位于四边形的另一对角线上,中间节点 $T_{a+1}, T_{b+1}, \dots, T_{a+n}, T_{b+n}$ 的度数均为正规度数 6。此时,可以将连接节点 T_b, T_d 方向上的连接线[图 10(a)中的粗实线连接线]翻转至连接节点 T_a, T_c 方向[图 10(b)中的粗实线连接线]上。完成边翻转后,节点 T_a, T_b, T_c, T_d 的度数均为正规度数。

3.2 网格单元角度优化方法

三角网格单元最理想的形状是正三角形,在不能完全满足正三角形的情况下,则要求三角单元为锐角三角形。针对此问题,本文提出了一种插入节点的方法来优化单元角度。

首先定义集群,集群需同时满足三个条件:1)由网格中相邻的三个三角单元组成;2)三个三角单元组成的多边形为凸多边形;3)三个三角单元中至少有一个为钝角或直角三角单元。

该优化过程分为以下几个步骤:1)锁定一个集群以三角形 $T_3 T_7 T_8$ 、三角形 $T_2 T_7 T_3$ 、三角形 $T_6 T_7 T_2$ 构成一个集群;2)三角形 $T_3 T_7 T_8$ 、三角形

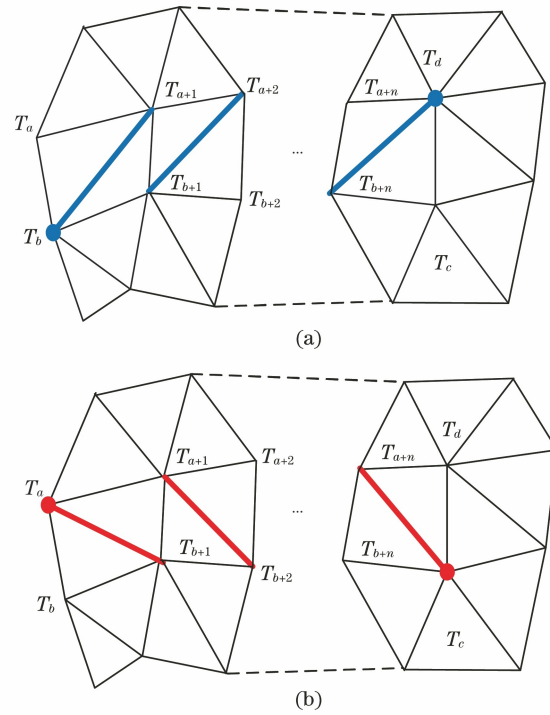


图 10 边翻转法

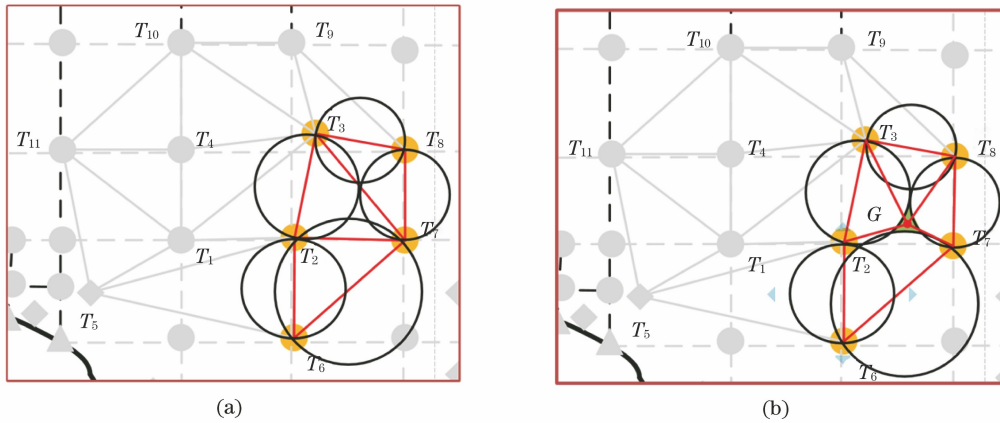
Fig. 10 Edge flip method

$T_2 T_7 T_3$ 、三角形 $T_6 T_7 T_2$ 构成凸多边形 $T_3 T_2 T_6 T_7 T_8$,以凸多边形的各边为直径,边界中点为圆心,分别作圆,如图 11(a)所示;3)在凸多边形 $T_3 T_2 T_6 T_7 T_8$ 的内部得到一个所有圆不相交的区域,该区域构成一个多边形 S ,如图 11(b)所示的类三角形阴影区域;4)采用文献[22]中的间隙处理技术在多边形 S 内部的有效位置插入随机采样的新点 G 作为节点;5)连接该节点与凸多边形 $T_3 T_2 T_6 T_7 T_8$ 的各个顶点,得到该集群优化后的网格,如图 11(b)所示;6)判断该集群优化后的所有三角形 $GT_2 T_6, GT_6 T_7, GT_7 T_8, GT_3 T_8, GT_2 T_3$ 是否均为锐角三角形,若是,则该集群的优化完成;若存在非锐角三角形,如图 11(b)中的三角形 $GT_2 T_6, GT_6 T_7$,则进入另一个集群中进行优化;7)设置迭代终止条件为 $1 \leq l_{\max} \leq 2, 0^\circ \leq \theta_{\max} \leq 2^\circ$ 。若满足迭代终止条件,则优化结束,若不满足迭代终止条件则继续执行步骤 1~6,直到满足迭代终止条件为止。

4 实验结果

4.1 网格质量评价标准

在三角网格有限元模型中,基于工程计算需求评价网格质量的参数包含网格平均边长、网格边长比、扭曲角以及内角大小^[23-26]。针对初始有限元模



(a) (b)

图 11 单元角度优化方法

Fig. 11 Unit angle optimization method

型存在的问题,本文引入网格单元边长比、扭曲角这两个三角网格有限元模型的质量评价指标,定义如下。

1) 网格单元边长比 l 。单个三角网格单元最长边长度 L_{max} 与最短边长度 L_{min} 之比。即

$$l = \frac{L_{max}}{L_{min}} \quad (5)$$

最理想的网格单元边长比是 1,即三角网格的每个单元为正三角形。对于本文研究的线性单元,

取最大边长比作为评价指标,满足要求的网格单元最大边长比 l_{max} 取值范围为 1~2。

2) 扭曲角 θ 。在单个三角网格中,对应边与中线的夹角中最小角的余角,表征单个三角网格单元在整个有限元网格模型中的扭曲程度。公式为

$$\theta = 90^\circ - \min(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \quad (6)$$

式中: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为中内角,如图 12 所示。本文取最大扭曲角作为评价指标,为了满足实际需求,最大扭曲角 θ_{max} 的取值范围为 $0^\circ \sim 2^\circ$ 。

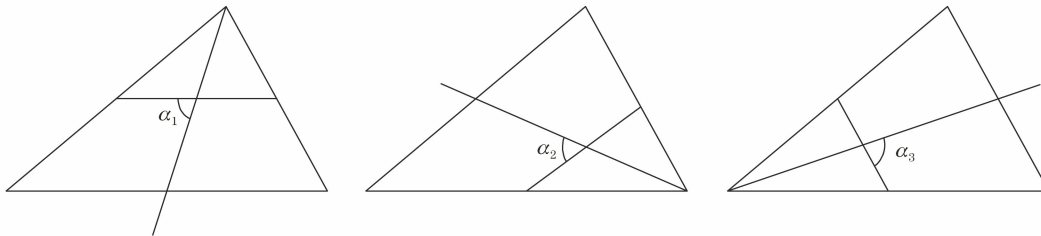


图 12 三角网格扭曲角定义

Fig. 12 Definition of the twist angle of the triangular mesh

4.2 样 件

优化后的样件有限元模型如图 13 所示,对主要参数进行统计,三角网格单元个数为 5776,网格平均边长为 1.21 mm,其网格单元最大边长比 $l_{max} = 1.03$,最大扭曲角 $\theta_{max} = 0.07^\circ$ 。因此,得到的样件有限元模型满足实际有限元分析的需求。

利用本文所绘制的网格,将优化后的样件网格导入到有限元分析软件中进行简单的有限元分析,该样本切片为简单内腔零件,其材料的弹性模量为 170 GPa、泊松比为 0.28,为了模拟其实际工作受力情况,在内部添加了 0.2 MPa 的压力。通过仿真分析,其应力云图如图 14 所示,其中色度条单位为 MPa。仿真过程的可行性验证了本文方法的正确性。

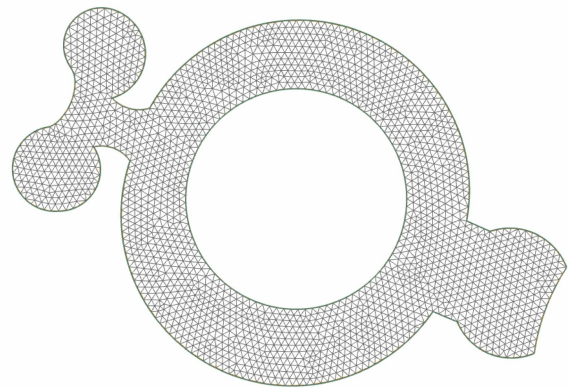


图 13 样件有限元模型

Fig. 13 Finite element model of sample

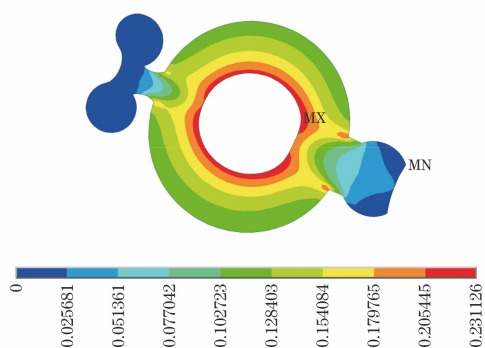


图 14 样件应力云图

Fig. 14 Sample stress nephogram

4.3 汽缸头

汽缸头经工业 CT 机扫描重建后得到 CT 图像 71 张,如图 15 所示。对展示该零件主要结构特征的编号为 33、48、50、57 的 CT 图像所示横断面进行有限元分析,利用本文方法生成其对应的三角网格有限元模型,得到如图 16 所示的实验结果。

对图 16 所示的有限元模型结果进行参数统计,结果如表 1 所示,根据引入的评价指标,对网格单元最大边长比 l_{\max} 与最大扭曲角 θ_{\max} 进行评判,其值满足取值范围,所得到的有限元模型满足实际分析需求。

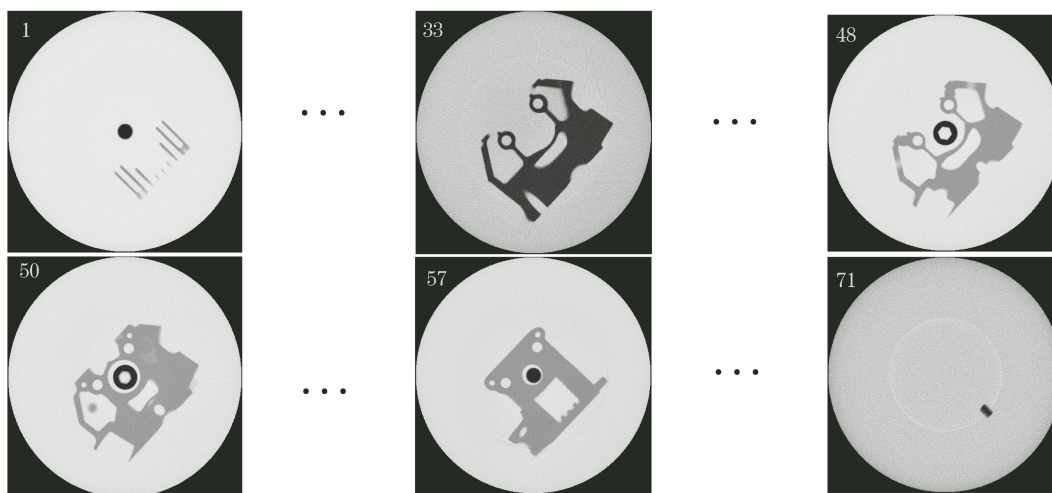


图 15 汽缸头工业 CT 图像序列

Fig. 15 Industrial CT image sequences of cylinder head

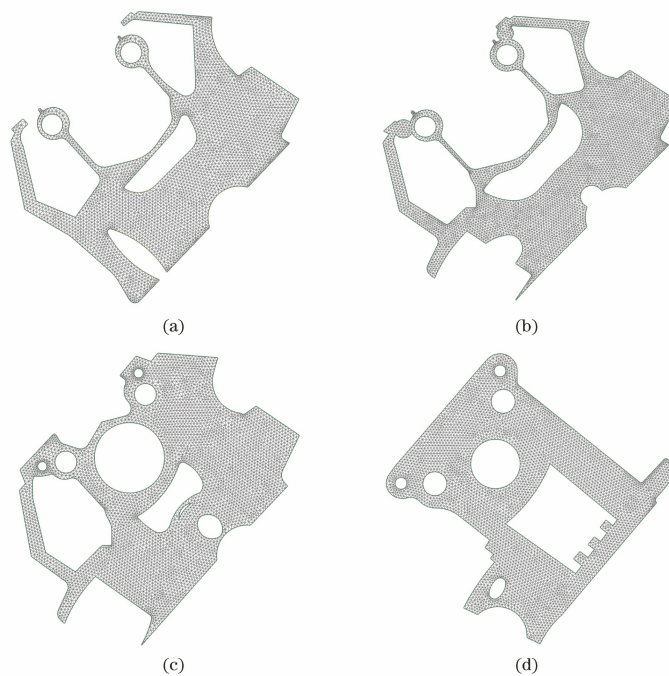


图 16 汽缸头 CT 图像有限元模型。(a)编号 33;(b)编号 48;(c)编号 50;(d)编号 57

Fig. 16 Finite element models of CT image of cylinder head. (a) Number 33; (b) number 48; (c) number 50; (d) number 57

表 1 汽缸头 CT 图像有限元模型参数统计

Table 1 Parameter statistics of finite element model of CT image of cylinder head

CT image number	Number of elements	Average edge length of elements /mm	Maximum edge length ratio of mesh element l_{\max}	Maximum twist angle $\theta_{\max}/(^{\circ})$
33	7945	1.54	1.02	0.09
48	7449	1.97	1.31	0.49
50	8791	1.32	1.24	0.32
57	7662	1.83	1.51	0.51

5 结 论

由工业 CT 图像直接生成的二维有限元模型可以为研究零件指定截面或局部的有限元分析提供技术支撑。本文以单张工业 CT 图像为研究对象,提出了一种工业 CT 图像直接生成三角网格有限元模型的方法,成功将工业 CT 技术与有限元分析技术结合在一起。该方法简单易行,无需中间转换。通过实例证明其生成的有限元模型满足实际有限元模型的要求,验证了本文方法的正确性。但是,该方法同样也具有局限性,在应用亚像素边缘检测算法对轮廓模糊的 CT 图像进行识别时往往也存在边界识别不佳的问题。如何在保证正确性及效率的前提下,进一步提高二维有限元模型网格剖分的自适应性,将是下一步研究的重点。

参 考 文 献

- [1] Lü H Y, Zou J, Zhao J T, et al. Review and development of nano-computed tomography imaging technology[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(14): 140001.
吕寒玉, 邹晶, 赵金涛, 等. 纳米计算机断层扫描成像技术进展综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(14): 140001.
- [2] Wang J, Zhang X Y, Cai Y F, et al. CT image segmentation method combining wavelet transform and RSF model[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(21): 2110003.
王珏, 张秀英, 蔡玉芳, 等. 联合小波变换和 RSF 模型的 CT 图像分割方法[J]. *光学学报*, 2020, 40(21): 2110003.
- [3] Lin Q, Yang M, Zhang X M, et al. Improved image artifacts suppression method for neutron external CT[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(22): 2210001.
林强, 杨民, 张晓敏, 等. 一种改进的中子外部 CT 图像伪影抑制方法[J]. *光学学报*, 2020, 40(22): 2210001.
- [4] Hui Y, Wu J S, Yu B, et al. Construction and biomechanical analysis of integrated three-dimensional

optical model of L3-L4 segment of spine[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(7): 0707001.

惠宇, 武君胜, 鱼滨, 等. 脊柱 L3~L4 段的一体化三维光学模型构建及其生物力学分析[J]. *中国激光*, 2017, 44(7): 0707001.

- [5] Yan G X, Liu Z F, Feng X W. Three dimensional simulation and repair of skull maxilla and dentition based on CT scanning and laser sintering technologies [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2009, 36(10): 2538-2542.
颜功兴, 刘占芳, 冯晓伟. 基于 CT 扫描和激光烧结技术的上颌骨及牙列三维仿真与修复[J]. *中国激光*, 2009, 36(10): 2538-2542.
- [6] Punarselvam E, Suresh P. Investigation on human lumbar spine MRI image using finite element method and soft computing techniques[J]. *Cluster Computing*, 2019, 22(6): 13591-13607.
- [7] Zhang Y J, Bajaj C, Sohn B S. 3D finite element meshing from imaging data[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194(48/49): 5083-5106.
- [8] Zhang Y J, Bajaj C. Adaptive and quality quadrilateral/hexahedral meshing from volumetric data[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 195(9/10/11/12): 942-960.
- [9] Zhang F. 3D solid reconstruction based on sectional images[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2009.
张峰. 基于断层图像的三维实体重建[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009.
- [10] Jia J. The design and implementation of the system for transformation from computed tomography images to FEM models[D]. Jinan: Shandong University, 2013.
贾佳. CT 断层图像到 ANSYS 有限元模型转换系统的设计与实现[D]. 济南: 山东大学, 2013.
- [11] Lou Y P, Chen X. Tetrahedral mesh generation from medical sectional images[J]. *Bulletin of Science and Technology*, 2010, 26(4): 618-622.
楼玉萍, 陈欣. 基于医学图像序列生成四面体网格[J]. *科技通报*, 2010, 26(4): 618-622.
- [12] Xie H, Tong R F. Image meshing via hierarchical optimization[J]. *Frontiers of Information Technology &*

- Electronic Engineering, 2016, 17(1): 32-40.
- [13] Duan L M, Luo X Q, Ruan L, et al. Novel method of boundary-free mesh parameterization [J]. PLoS One, 2019, 14(6): e0217537.
- [14] Anderson D E, Cotton J R. Mechanical analysis of percutaneous sacroplasty using CT image based finite element models[J]. Medical Engineering & Physics, 2007, 29(3): 316-325.
- [15] Ju T, Losasso F, Schaefer S, et al. Dual contouring of hermite data[J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 339-346.
- [16] Wang K. Research on high precision contour extraction technology of industrial CT slice images[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005.
王凯. 工业 CT 切片图像高精度轮廓提取技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2005.
- [17] Yu X T, Gong J. CT principles and techniques[M]. Beijing, China: Science Press, 2014: 77-103.
余晓镔, 龚剑. CT 原理与技术[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 77-103.
- [18] Bai Y. Research on optimization for mesh model reconstructed by industrial CT serial images and system development [D]. Chongqing: Chongqing University, 2015.
白洋. 基于工业 CT 图像重建的网格模型优化方法研究及系统开发[D]. 重庆: 重庆大学, 2015.
- [19] Dong X, Chen Z G, Yao J F, et al. Superpixel generation by agglomerative clustering with quadratic error minimization [J]. Computer Graphics Forum, 2019, 38(1): 405-416.
- [20] Chen L. On minimizing the linear interpolation error of convex quadratic functions [J]. East Journal of Approximation, 2008, 14(3): 271-284.
- [21] Escobar J M, Montenegro R, Rodríguez E, et al. Simultaneous aligning and smoothing of surface triangulations[M]//Garimella R V. Proceedings of the 17th international meshing roundtable. Heidelberg: Springer, 2004: 333-350.
- [22] Yan D M, Wonka P. Gap processing for adaptive maximal Poisson-disk sampling[J]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(5): 1-15.
- [23] Li H F, Wu J C, Liu J B, et al. Finite element mesh generation and decision criteria of mesh quality [J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(3): 368-377.
李海峰, 吴冀川, 刘建波, 等. 有限元网格剖分与网格质量判定指标 [J]. 中国机械工程, 2012, 23(3): 368-377.
- [24] Du P A. Basic principles of finite element mesh generation [J]. Machinery Design & Manufacture, 2000(1): 34-36.
杜平安. 有限元网格划分的基本原则 [J]. 机械设计与制造, 2000(1): 34-36.
- [25] Yu H T, Shao K R, Luo J H. Adaptive mesh generation for fem computation [J]. High Voltage Engineering, 2004, 30(5): 4-5.
余海涛, 邵可然, 罗俊华. 有限元网格自动剖分 [J]. 高电压技术, 2004, 30(5): 4-5.
- [26] Shen J G, Chen Z Y, Zhang Y, et al. Iterative optimization of triangle meshing for FEM analysis [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2009, 21(12): 1715-1721.
沈建国, 陈志杨, 张引, 等. 面向有限元分析的三角网格迭代优化 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2009, 21(12): 1715-1721.