

基于张量非负稀疏分解的偏振图像插值算法

张俊超¹, 陈溅来^{1*}, 罗海波², 杨德贵¹, 梁步阁¹¹中南大学航空航天学院, 湖南 长沙 410083;²中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110169

摘要 分焦平面偏振成像系统具有结构紧凑、体积小和实时性高等优点,而且一次成像可以获得多个偏振方向的光强响应,已是目前偏振成像的研究热点之一,但该系统的分焦平面结构会降低图像的空间分辨率。为了重构全分辨率的偏振图像以及减弱瞬时视场误差的影响,偏振图像的插值必不可少。为了保护偏振图像的张量结构,提出一种基于张量非负稀疏分解的偏振图像插值算法。首先根据非负稀疏编码理论对 4 通道的偏振图像块进行张量分解;然后利用非局部自相似约束求解稀疏表示;最后根据采样矩阵将重构的图像块反向映射以获得全分辨率的偏振图像。实验结果表明,所提算法在定量指标和视觉重构效果方面均优于现有的主流算法。

关键词 成像系统; 偏振成像; 分焦平面; 稀疏表示; 张量非负分解; 图像插值

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1411001

Polarization Image Interpolation Algorithm via Tensor Non-Negative Sparse Factorization

Zhang Junchao¹, Chen Jianlai^{1*}, Luo Haibo², Yang Degui¹, Liang Buge¹¹ School of Aeronautics and Astronautics, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China;² Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang, Liaoning 110169, China

Abstract The division-of-focal-plane polarization imaging system has a compact structure, small size, and high real-time performance, and simultaneously can achieve light intensity response of multiple polarization directions in single imaging. It is one of the research hotspots of polarization imaging. The planar structure reduces the spatial resolution of the image. To reconstruct a polarized image at full resolution and reduce the influence of the instantaneous field of view error, interpolation of polarized images is essential. To protect the tensor structure of polarized images, the algorithm for interpolation of polarized images based on non-negative sparse tensor factorization is proposed. First, according to the non-negative sparse coding theory, the four-channel polarization image block is tensor-decomposed. Second, the sparse representation is solved using nonlocal self-similarity constraints. Finally, the reconstructed image blocks are inverted mapped according to the sampling matrix to obtain a full resolution polarized image. Experimental results show that quantitative indicators and image reconstruction effects of the proposed algorithm are more accurate than that of current mainstream algorithms.

Key words imaging systems; polarimetric imaging; division-of-focal-plane; sparse representation; tensor non-negative factorization; image interpolation

OCIS codes 110.5405; 120.5410; 100.3010; 100.3190

收稿日期: 2020-12-22; 修回日期: 2021-01-25; 录用日期: 2021-02-05

基金项目: 国家自然科学基金(61901531)、国防科技重点实验室基金(6142401200301)

通信作者: *jianlaichen@163.com

1 引言

偏振特性是光的重要物理特性之一,该特性可以反映目标的介电常数、反射率、表面法线方向和粗糙度等参数^[1]。偏振成像系统是根据偏振状态之间的差异进行成像,可以获得较传统成像设备多一维的偏振信息,在图像去雾^[2-4]、水下成像^[5-7]和医学诊断^[8]等民用领域得到了广泛的应用,在伪装和隐藏目标探测^[9]等军事领域具有较其他成像设备难以比拟的优势。

目前,偏振成像方法主要包括分时(DoT, Division-of-Time)型、分振幅(DoAM, Division-of-Amplitude)型、分孔径(DoAP, Division-of-Aperture)型和分焦平面(DoFP, Division-of-Focal-Plane)型^[10-11]。分时型偏振成像系统是使用旋转偏振片来获得不同偏振方向的光强响应,该系统不适用于动态变化的场景。分振幅型和分孔径型偏振成像系统在设备体积、能量透过率和系统配准等方面存在不足,极大地限制了其在军事和民用领域中的应用。分焦平面型偏振成像系统是将微偏振阵列集成在相机的焦平面上,每 2×2 单元组成一个超像素并分别按照 0° 、 45° 、 90° 和 135° 的方向进行排列。分焦平面型偏振成像系统可以一次成像,能够获得 4 个偏振方向的光强响应,具有结构紧凑、体积小和实时性高等优点,但其仅能获取线偏振信息,不能提供圆偏振信息,是目前偏振成像领域的研究热点之一。

然而,分焦平面的结构会导致分焦平面型偏振成像系统存在图像的空间分辨率降低的问题,同时瞬时视场误差的存在会极大程度地影响重构偏振信息的精度^[12]。为了降低瞬时视场误差的影响以及提升图像的空间分辨率,科研人员提出了一系列偏振图像插值算法^[13-22]。其中双线性、双三次和双样条插值算法^[14-15]均先被提出并分别应用在分焦平面偏振图像的插值过程中,这些算法均是通过邻域像素来估计未知偏振方向的光强响应,但未考虑偏振通道间的相关性和图像的结构信息,所以重构的线偏振度(DoLP, Degree of Linear Polarization)图像误差较大^[10]。为了提升重构偏振信息的精度,科研人员相继提出了基于梯度信息^[16]和基于偏振通道间相关性^[17]的算法。Ahmed 等^[18]将残差插值和引导滤波结合,用来估计未知的光强响应,然而该方法采用的引导图像是真实的全分辨率图像,这会导致该方法的应用受限。Li 等^[19]基于 Newton 多项式的偏振插值算法在偏振差分域中对图像边缘进行判

定并确定插值策略。在本课题组的前期工作中,提出了一种基于字典学习的偏振图像插值方法^[20],该方法将偏振图像的插值问题转化为求解最小化问题,通过迭代更新字典和稀疏表示来获得高质量的线偏振度图像,然而该方法是将张量结构的图像块向量化,但这会破坏像元间的空间结构,最终导致重构的结果非最优。此外,本课题组还将深度学习应用到该领域,提出了 PDCNN (Polarization Demosaicking Convolutional Neural Network)^[21],即以双三次算法预插值的 4 通道偏振图像作为输入,输出 4 通道的偏振图像和 Stokes 矢量^[10]。随后,在 PDCNN 的基础上,Zeng 等^[22]提出了一种端到端的网络结构,该网络可以直接输出 Stokes 矢量的第一个分量 S_0 、线偏振度和偏振角。虽然基于深度学习的方法获得了较好的重构效果,但是需要对这些网络进行有监督的训练,即需要知道真实的全分辨率图像,为此导致其在实测数据上的效果不如在仿真数据上的结果。

为了保护偏振图像块的张量结构,本文提出一种基于张量非负稀疏分解的偏振图像插值算法。首先将分焦平面偏振图像通过双三次简单预插值来获得 4 通道的偏振图像;然后对图像块进行聚类,对同类的图像块进行非负稀疏分解可以学习得到该类三个模式的字典;接着使用非局部自相似的约束来求解每个图像块的稀疏表示;最后根据采样矩阵将重构的图像块反向映射以获得全分辨率的偏振图像。该模型是以张量的形式对偏振图像进行处理,集成偏振通道间的相关性并保护像元间的空间结构。实验结果表明,该方法在定量对比和视觉效果上均优于现有的主流算法。

2 问题描述

2.1 符号约定

本文对所用的符号进行如下约定:张量使用加粗的欧拉手写体来表示,如 \mathcal{A} ;加粗的大写字母、加粗的小写字母和小写字母分别表示矩阵、向量和标量,如 \mathbf{A} 、 \mathbf{a} 和 a ;矩阵 \mathbf{A} 的第 i 列为 $\mathbf{a}^{(i)}$ 。一个 G 维的张量 $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times \dots \times n_G}$ 的 g -mode 展开矩阵为 $\mathbf{A}_g \in \mathbb{R}^{n_g \times N_g}$,其中 $N_g = \prod_{t=1, t \neq g}^G n_t$, n_g 为第 g 维的维度数 n_G 为第 G 维的维度数。张量 $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times \dots \times n_G}$ 和矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m_g \times n_g}$ 的 g -mode 乘积为 $\mathcal{F} = \mathcal{A}_{(\times_g)} \mathbf{B}$,其中 $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times \dots \times m_g \times \dots \times n_G}$, $\mathbf{F}_{(g)} = \mathbf{B} \mathbf{A}_{(g)}$, m_g 为矩阵 \mathbf{B} 第 1 维的维度数。特别地,3 维

张量 $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ 的正切片为 $\mathbf{A}_g = \mathcal{A}(:, :, g_1)$, 其中 $g_1 = 1, 2, \dots, n_3$, $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ 中的元素为 a_{uvw} , u , v 和 t 为索引值。 $\|\cdot\|_0$ 为 L_0 范数, 表示非零元素的个数。

2.2 分焦平面偏振图像的插值

分焦平面偏振图像中, 每 2×2 单元组成一个超像素, 如图 1(a) 所示。超像素中, 不同的像元对应不同的偏振方向, 这会导致同一偏振方向的像元所对应的图像分辨率降低, 图像 $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{h/2 \times w/2 \times 4}$, 其中 h 和 w

分别表示全分辨率图像的高和宽, 4 表示偏振通道数, 对应 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 和 135° 4 个偏振方向。分焦平面偏振图像的插值就是根据 \mathcal{Y} 来重构全分辨率图像 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{h_1 \times w_1 \times 4}$, 二者之间的关系可以表示为

$$\text{vec}(\mathbf{Y}_p) = \mathbf{D}_p \text{vec}(\mathbf{X}_p), \quad (1)$$

式中: \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 分别表示 \mathcal{X} 和 \mathcal{Y} 的正切片; p 表示 4 个偏振通道, $p = 1, 2, 3, 4$; $\text{vec}(\cdot)$ 表示向量化操作; \mathbf{D} 表示下采样矩阵, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{(hw/4) \times (hw)}$, 不同的偏振通道对应不同的下采样矩阵。

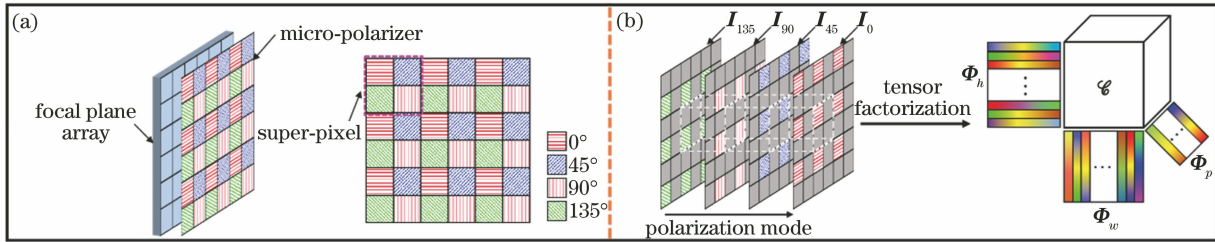


图 1 微偏振系统及偏振张量数据结构。(a)微偏振片的排列模式;(b)偏振数据的张量分解示意图

Fig. 1 Micropolarization system and polarization tensor data structure. (a) Arrangement pattern of micropolarizer; (b) schematic of tensor decomposition of polarization data

根据(1)式可知, 直接由 \mathcal{Y} 恢复 \mathcal{X} 的问题是一个图像逆问题, 该问题将有无穷多个解。非负矩阵分解和稀疏编码常用来求解图像逆问题, 如高光谱图像超分辨^[23-24]、图像去噪^[25-26]和图像插值^[27-28]等, 而且获得了较好的重构效果。基于非负稀疏分解理论和偏振数据的张量结构, \mathcal{X} 可以分解为

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \mathcal{C}_{(\times 1)} \Phi_h^{(\times 2)} \Phi_w^{(\times 3)} \Phi_p, \\ \text{s. t. } &\|\mathcal{C}\|_0 \leq \tau, c_{uvw} \geq 0, \\ &\phi_h^{(i)} \geq 0, \phi_w^{(i)} \geq 0, \phi_p^{(i)} \geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

式中: \mathcal{C} 表示核心张量(稀疏表示), 其被稀疏性约

束, 约束非零元素的个数不超过 τ , τ 为允许非零元素的最大个数; Φ_h 、 Φ_w 和 Φ_p 分别表示高度模式、宽度模式和偏振模式的字典, 如图 1(b) 所示, 其中 $\mathbf{I}_0, \mathbf{I}_{45}, \mathbf{I}_{90}$ 和 \mathbf{I}_{135} 代表由插值获得的 4 个偏振方向的全分辨率图像; $\phi_h^{(i)}, \phi_w^{(i)}$ 和 $\phi_p^{(i)}$ 分别表示第 i 个字典中的列向量; c_{uvw} 表示核心张量中的元素。受到非负性的约束, $c_{uvw}, \phi_h^{(i)}, \phi_w^{(i)}$ 和 $\phi_p^{(i)}$ 均是非负的。从(1)式和(2)式可以看到, 使 L_1 范数近似于 L_0 范数并对该问题进行凸化处理, 则分焦平面偏振图像的插值问题可以表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{X}^* &= \text{argmin} \left\{ \sum_{p=1}^4 \|\text{vec}(\mathbf{Y}_p) - \mathbf{D}_p \text{vec}(\mathbf{X}_p)\|_F^2 + \|\mathcal{X} - \mathcal{C}_{(\times 1)} \Phi_h^{(\times 2)} \Phi_w^{(\times 3)} \Phi_p\|_F^2 + \lambda \|\mathcal{C}\|_1 \right\}, \\ \text{s. t. } &c_{uvw} \geq 0, \phi_h^{(i)} \geq 0, \phi_w^{(i)} \geq 0, \phi_p^{(i)} \geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_F$ 分别表示 L_1 范数和 Frobenius 范数; λ 表示拉格朗日乘子。由(3)式可知, 分焦平面偏振图像的插值问题为求解字典和核心张量的问题。

3 基于张量非负稀疏分解的偏振图像插值

将分焦平面偏振图像通过双三次简单插值来获得全分辨率的 4 通道偏振图像, 该图像作为全分辨率图像的初始估计, 后续字典和稀疏表示

的更新会隐式地更新全分辨率图像。首先对整幅图像进行剪切操作以获得若干个图像块; 其次基于 K -means 算法对图像块进行聚类, 同类图像块聚合在一起以学习共同的字典; 然后基于学习的字典和非局部自相似约束来获得每个图像块的稀疏表示; 最后基于采样矩阵将重构的图像块反向映射以获得全分辨率的偏振图像。分焦平面偏振图像的插值流程如图 2 所示, 所提方法主要包括字典学习、核心张量学习和图像重构三个步骤。

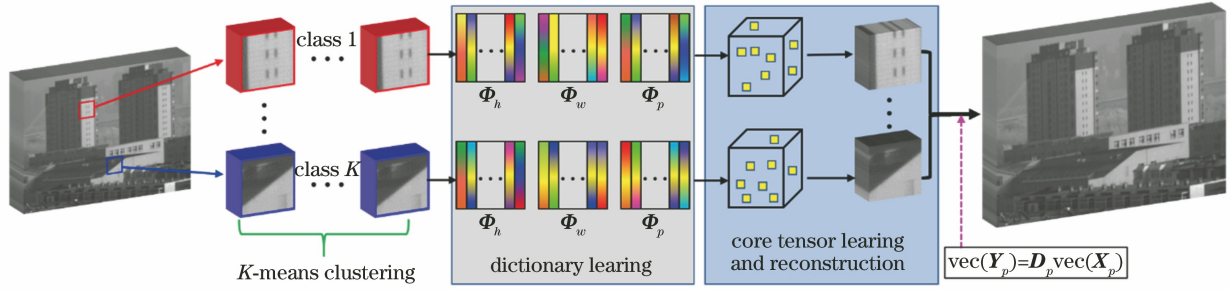


图 2 分焦平面偏振图像的插值流程

Fig. 2 Interpolation flow of polarizing image in focal plane

3.1 字典学习

采用 K -means 聚类算法对预插值所获得的全分辨率偏振图像 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{h \times w \times 4}$ 进行聚类, 图像 \mathcal{X} 被剪切成 N 个图像块, 图像块的尺寸为 $f_h \times f_w \times 4$, $N = \lfloor (h - f_h) / s \rfloor \times \lfloor (w - f_w) / s \rfloor$, s 表示图像块剪切的步长, f_h 表示图像块的高, f_w 表示图像块的宽, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整。对剪切后的图像块基于灰度值相似性准则进行聚类, 可以获得 K 个类别。第 k 类别的第 i 个图像块可表示为 $\mathcal{R}^{(i)} = R_i(\mathcal{X}) \in \mathbb{R}^{f_h \times f_w \times 4}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n_k$, 其中 $R_i(\cdot)$ 表示提取图像块的操作, n_k 为属于类别 k 的图像块数目, $\sum_{k=1}^K n_k = N$, 则 $\mathcal{R}^{(i)}$ 可以分解为

$$\mathcal{R}^{(i)} = \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_h^{(i)} \Phi_w^{(i)} \Phi_p^{(i)} \quad (4)$$

如果 $\mathcal{R}^{(i)}$ 和 $\mathcal{R}^{(j)}$ 属于同一类, 则 $\Phi_h^{(i)} = \Phi_h^{(j)}$, $\Phi_w^{(i)} = \Phi_w^{(j)}$, $\Phi_p^{(i)} = \Phi_p^{(j)}$, 其中 j 为第 j 个图像块。将属于类别 k 的图像块拼接在一起可以组成一个 4 阶张量, 即 $\mathcal{P}^{(k)} \in \mathbb{R}^{f_h \times f_w \times 4 \times n_k}$, 根据 (4) 式将 $\mathcal{P}^{(k)}$ 按照 1-mode 进行展开, 则稀疏分解可表示为

$$\mathbf{P}_{(1)}^{(k)} = \Phi_h^{(k)} \mathbf{A}_{(1)}^{(k)} = \Phi_h^{(k)} \mathbf{B}, \quad (5)$$

式中: $\mathbf{P}_{(1)}^{(k)}$ 和 $\mathbf{A}_{(1)}^{(k)}$ 分别表示张量 $\mathcal{P}^{(k)}$ 和 $\mathcal{A}^{(k)}$ 的 1-

mode 展开矩阵, $\mathcal{A}^{(k)} = \mathcal{C}_{(\times 2)}^{(k)} \Phi_w^{(k)} \Phi_p^{(k)}$; $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{H \times (f_w \times n_k \times 4)}$, H 为字典原子的数量, $H = f_h + 2$ 。根据 (3) 式和 (5) 式, 字典 $\Phi_h^{(k)}$ 的学习可以等效为

$$\min \left\{ \frac{1}{2} \left\| \mathbf{P}_{(1)}^{(k)} - \Phi_h^{(k)} \mathbf{B} \right\|_F^2 + \lambda_k \left\| \mathbf{B} \right\|_1 \right\},$$

$$\text{s. t. } \phi_h^{(e)} \geq 0, \mathbf{b}^{(t)} \geq 0, \quad (6)$$

式中: $\Phi_h^{(k)} \in \mathbb{R}^{f_h \times H}$ ($H > f_h$); $e = 1, 2, 3, \dots, H$; $t = 1, 2, 3, \dots, (f_w \times n_k \times 4)$; $\mathbf{b}^{(t)}$ 表示矩阵 \mathbf{B} 的第 t 列。采用 NNDLA (Non-Negative Dictionary Learning Algorithm)^[23] 求解 (6) 式, 通过迭代交替来更新稀疏表示 \mathbf{B} (固定字典) 和字典 $\Phi_h^{(k)}$ (固定稀疏表示), 从而获得最优的字典 $\Phi_h^{(k)}$ 。同理, 将 $\mathcal{P}^{(k)}$ 按照 2-mode 和 3-mode 进行展开, 可以学习得到最优的字典 $\Phi_w^{(k)} \in \mathbb{R}^{f_w \times W}$ ($W > f_w$) 和 $\Phi_p^{(k)} \in \mathbb{R}^{4 \times P}$ ($P > 4$)。得到所有类别的字典后, 任意一个图像块都有对应的字典 ($\Phi_h^{(i)} = \Phi_h^{(k)}$, $\exists \mathcal{R}^{(i)} \in C_k$, 其中 C_k 为类别 k 的集合)。在后续的推导中为了表示方便, 第 i 个图像块 $\mathcal{R}^{(i)}$ 的字典用 $\Phi_h^{(i)}$ 、 $\Phi_w^{(i)}$ 和 $\Phi_p^{(i)}$ 来表示。基于获得的字典, (3) 式可以改写为

$$\mathcal{X}^* = \underset{C^{(i)}}{\operatorname{argmin}} \left[\sum_{p=1}^4 \left\| \operatorname{vec}(\mathbf{Y}_p) - \mathbf{D}_p \operatorname{vec}(\mathbf{X}_p) \right\|_F^2 + \sum_{i=1}^N \left(\left\| \mathcal{R}^{(i)} - \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_h^{(i)} \Phi_w^{(i)} \Phi_p^{(i)} \right\|_F^2 + \lambda_i \left\| \mathcal{C}^{(i)} \right\|_1 \right) \right],$$

$$\text{s. t. } c \geq 0, \quad (7)$$

式中: c 表示张量 $\mathcal{C}^{(i)}$ 中的元素。因此, 基于固定的字典, 全分辨率图像 \mathcal{X} 可以通过求解核心张量 $\mathcal{C}^{(i)}$ 来获得。

3.2 核心张量的学习

实验中并未直接求解 (7) 式中的模型来获得核心张量, 而是在该模型中引入了非局部自相似约束。非局部自相似约束^[27-29] 在图像复原领域得到了广泛的应用, 而且常集成在模型中可以提升图像复原的

性能。对于第 i 个图像块 $\mathcal{R}^{(i)}$, 非局部相似块可以根据其他块与其灰度相似性来获得, 将前 m 个最相似的块拼接在一起, 可以表示为 $\mathcal{S}^{(k)} \in \mathbb{R}^{f_h \times f_w \times 4 \times m}$ 。根据相似度可知, 这些相似块可以用来近似目标图像块 $\mathcal{R}^{(i)}$, 估计的图像块 $\mathcal{U}^{(i)}$ 可表示为

$$\mathcal{U}^{(i)} = \mathcal{S}_{(\times 4)}^{(i)} \omega^{(i)}, \quad (8)$$

式中: $\omega^{(i)} \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ 表示加权系数, 其可以根据相似度来计算得到, 表达式为

$$\omega_j^{(i)} = c_1 \cdot \exp[-\|\mathbf{S}^{(i)}(:, :, :, j) - \mathcal{R}^{(i)}\|_{\text{F}}^2/c_2], \quad (9)$$

止频率,实验中设为 120。通过集成非局部自相似约束,则(7)式中的模型进一步改写为

式中: c_1 表示归一化参数; c_2 表示对应滤波器的截

$$\mathcal{X}^* = \operatorname{argmin}_{\mathcal{Y}^{(i)}} \left[\sum_{p=1}^4 \|\operatorname{vec}(\mathbf{Y}_p) - \mathbf{D}_p \operatorname{vec}(\mathbf{X}_p)\|_{\text{F}}^2 + Q \right], \text{ s. t. } c \geq 0, \quad (10)$$

$$Q = \sum_{i=1}^N \left(\|\mathcal{R}^{(i)} - \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_{h(\times 2)}^{(i)} \Phi_{w(\times 3)}^{(i)} \Phi_p^{(i)}\|_{\text{F}}^2 + \lambda_i \|\mathcal{C}^{(i)}\|_1 + \beta_i \|\mathcal{U}^{(i)} - \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_{h(\times 2)}^{(i)} \Phi_{w(\times 3)}^{(i)} \Phi_p^{(i)}\| \right), \quad (11)$$

式中: β 表示权衡系数。采用 ADMM(Alternative Direction Multiplier Method)^[30] 来求解核心张量以保留与 $\mathcal{C}^{(i)}$ 相关的项,则增广拉格朗日函数可表示为

$$\sum_{i=1}^N L_{\mu}(\mathcal{C}^{(i)}, \mathcal{S}^{(i)}, \mathcal{V}^{(i)}) = \|\mathcal{R}^{(i)} - \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_{h(\times 2)}^{(i)} \Phi_{w(\times 3)}^{(i)} \Phi_p^{(i)}\|_{\text{F}}^2 + \lambda_i \|\mathcal{C}^{(i)}\|_1 + \beta_i \|\mathcal{U}^{(i)} - \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_{h(\times 2)}^{(i)} \Phi_{w(\times 3)}^{(i)} \Phi_p^{(i)}\| + \mu \|\mathcal{S}^{(i)} - \mathcal{C}^{(i)} + \mathcal{V}^{(i)}/(2\mu)\|_{\text{F}}^2, \text{ s. t. } c \geq 0, \quad (12)$$

式中: $\mathcal{V}^{(i)}$ 表示拉格朗日张量乘子; μ 表示正则化因子, $\mu > 0$ 。(12)式等效于独立求解 N 个最小化 L_{μ} 的问题,两个子问题可表示为

$$\begin{cases} \mathcal{C}^{(i)} = \operatorname{argmin}_{\mathcal{C}^{(i)}} L_{\mu}(\mathcal{C}^{(i)}, \mathcal{S}^{(i)}, \mathcal{V}^{(i)}) \\ \mathcal{S}^{(i)} = \operatorname{argmin}_{\mathcal{S}^{(i)}} L_{\mu}(\mathcal{C}^{(i)}, \mathcal{S}^{(i)}, \mathcal{V}^{(i)}) \end{cases} \quad (13)$$

(13)式的解可表示为

$$\begin{cases} \mathcal{C}^{(i)} = \left[\operatorname{soft}\left(\mathcal{S}^{(i)} + \frac{\mathcal{V}^{(i)}}{2\mu}, \frac{\lambda_i}{2\mu}\right) \right]_+ \\ \mathcal{S}^{(i)} = [(1 + \beta_i) [\mathcal{J}_{(\times 1)}(\Phi_h^{(i)})^T \Phi_{h(\times 2)}^{(i)} (\Phi_w^{(i)})^T \Phi_{w(\times 3)}^{(i)} (\Phi_p^{(i)})^T \Phi_p^{(i)}] + \mu \mathcal{J}]^{-1} \cdot \\ \left[\beta_i \mathcal{U}_{(\times 1)}^{(i)} (\Phi_h^{(i)})^T_{(\times 2)} (\Phi_w^{(i)})^T_{(\times 3)} (\Phi_p^{(i)})^T + \mathcal{R}_{(\times 1)}^{(i)} (\Phi_h^{(i)})^T_{(\times 2)} (\Phi_w^{(i)})^T_{(\times 3)} (\Phi_p^{(i)})^T + \mu \left(\mathcal{C}^{(i)} - \frac{\mathcal{V}^{(i)}}{2\mu}\right) \right] \\ \mathcal{V}^{(i)} = \mathcal{V}^{(i)} + \mu(\mathcal{S}^{(i)} - \mathcal{C}^{(i)}) \end{cases}, \quad (14)$$

式中: $\operatorname{soft}(a, b) = \max(|a| - b, 0) \cdot \operatorname{sgn}(a)$, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数; $[a]_+ = \max(a, 0)$; \mathcal{J} 表示单位张量, $\mathcal{J} \in \mathbb{R}^{H \times W \times P}$ 。得到字典 $(\Phi_h^{(i)}, \Phi_w^{(i)}, \Phi_p^{(i)})$ 和核心张量 $\mathcal{C}^{(i)}$ 后,图像块 $\mathcal{R}^{(i)}$ 可以由(4)式重构获得。

3.3 图像重构

根据采样矩阵对重构的图像块进行反向映射以得到全分辨率图像,仅保留(10)式中与 \mathcal{X} 相关的项,则全分辨率图像的重构等效于求解

$$\min_{\mathcal{X}} \left\{ \sum_{p=1}^4 \|\operatorname{vec}(\mathbf{Y}_p) - \mathbf{D}_p \operatorname{vec}(\mathbf{X}_p)\|_{\text{F}}^2 + \sum_{i=1}^N \left(\|\mathcal{R}^{(i)} - \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_{h(\times 2)}^{(i)} \Phi_{w(\times 3)}^{(i)} \Phi_p^{(i)}\|_{\text{F}}^2 \right) \right\}. \quad (15)$$

(15)式是二次凸问题,且不同的偏振通道对应不同的采样矩阵,因此对于每个偏振通道,其所对应的全分辨率图像的解析解可表示为

$$\operatorname{vec}(\mathbf{X}_p) = [\mathbf{D}_p^T \mathbf{D}_p + \sum_{i=1}^N (\mathbf{R}_i^T \mathbf{R}_i)]^{-1} \cdot [\mathbf{D}_p^T \operatorname{vec}(\mathbf{Y}_p) + \operatorname{vec}\left(\sum_{i=1}^N \mathbf{Z}_p^{(i)}\right)], \quad (16)$$

式中: $\mathcal{Z}^{(i)} = \mathcal{C}_{(\times 1)}^{(i)} \Phi_{h(\times 2)}^{(i)} \Phi_{w(\times 3)}^{(i)} \Phi_p^{(i)}$; $\mathbf{Z}_p^{(i)}$ 表示 $\mathcal{Z}^{(i)}$ 的正切片; \mathbf{R} 表示提取图像块的矩阵。整个算法的流程:首先使用双三次插值来获得全分辨率图像的初始估计;其次根据(6)式来学习最优的字典;然后根据(14)式来计算核心张量;最后根据(16)式来重构全分辨率图像,进而可以求解 Stokes 矢量和 DoLP 图像。

4 实验结果与分析

4.1 实验参数设置

实验中,令 $f_h = f_w = 8, H = W = f_h + 2, P = 6, m = 10, \lambda = 1 \times 10^{-5}, \beta = 0.05, \mu = 0.01$ 。 $s = 2$ 表明图像块之间存在重叠,这可以减弱重构图像的块效

应。聚类算法中设 $K = 100$, 当类别中样本数目小于 300 时, 采用合并策略可以减少总的类别数。为了定量对比不同算法的重构效果, 搭建分时型偏振成像系统。首先将线偏振片安装在转台上并放置在灰度相机镜头的前端; 然后按照 0° 、 45° 、 90° 和 135° 的 4 次步进来旋转线偏振片, 得到 4 个偏振方向的全分辨率图像; 最后根据微偏振片阵列的排列模式 [图 1(a)] 来仿真生成分焦平面偏振图像。分焦平面偏振图像中奇数行和奇数列的像素值由 0° 方向的偏振图像中奇数行和奇数列的像素来赋值; 奇数行和偶数列的像素值由 45° 方向的偏振图像中奇数行和偶数列的像素来赋值; 偶数行和奇数列的像素值由 135° 方向的偏振图像中偶数行和奇数列的像素来赋值; 偶数行和偶数列的像素值由 90° 方向的偏振图像中偶数行和偶数列的像素来赋值。此外, 为了减少随机噪声的影响, 每个角度下在同一场景中采集 100 次图像后取均值, 并将其作为真实的全分辨率图像。为了测试所提的算法, 采集了 20 组图像, 每组图像包含 4 个偏振方向的全分辨率图像。将所提算法与主流算法进行对比, 即文献 [16-17, 19-20] 所采用的算法, 主流算法的代码均由原作者提供, 参数并未进行任何修改, 其中文献 [17, 20] 是本课题组之前提出的算法。此外, 采用 RMSE

(Root Mean Square Error)、PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) 和 SSIM (Structural Similarity) [31] 作为定量评价指标。

4.2 实验结果与分析

基于仿真生成的分焦平面偏振图像, 不同的算法将生成 4 个偏振方向的全分辨率图像, 根据 Stokes 矢量和 DoLP 计算公式 [10] 可以获得强度图像 (Stokes 矢量的第一个分量 S_0) 和 DoLP 图像, 实验结果如图 3 和图 4 所示, 其中第一行代表强度图像, 第二行代表重构的 DoLP 图像, 第三行代表 DoLP 图像中矩形框内的放大图。从图 3 和图 4 可以看到, 文献 [16-17] 重构的 DoLP 图像包含较多的噪声, 这是估计的 4 个偏振方向的全分辨率图像中存在较大插值误差所导致的; 虽然文献 [19] 减弱了插值噪声的影响, 但是该算法重构的 DoLP 图像过于平滑; 文献 [20] 获得了较文献 [16-17] 更好的重构结果, 可是重构的 DoLP 图像 (图 4) 也存在微小的插值噪声, 这是由于该模型将图像块向量化, 破坏了图像的空间结构, 所以重构的结果不是最优的; 所提算法重构的 DoLP 图像中插值噪声最少, 获得更好的视觉效果, 原因在于所提算法是基于偏振数据的张量结构来建立的, 引入非负稀疏编码和非局部自相似约束可以保证重构的偏振图像插值误差更小。

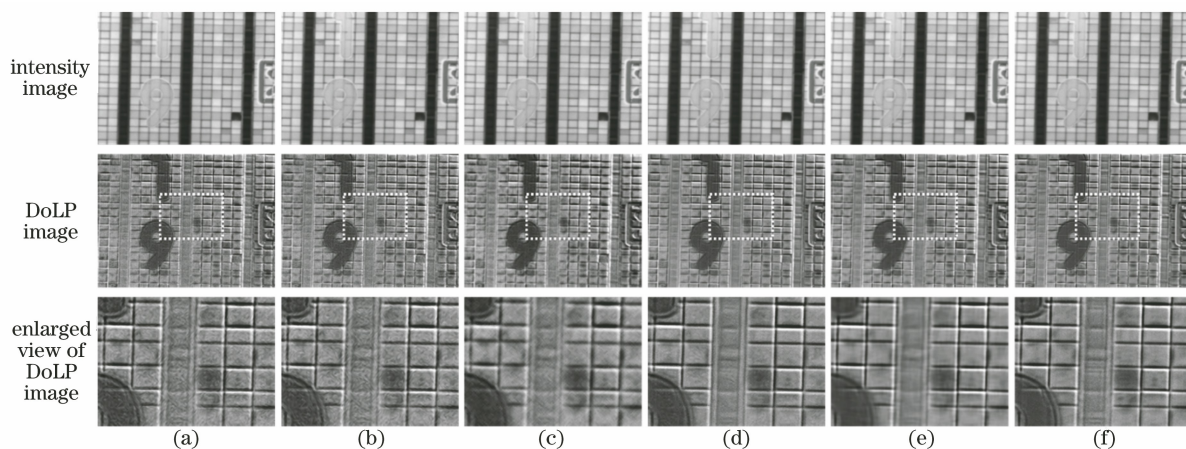


图 3 不同算法在场景 1 中重构的结果。(a) 文献 [16]; (b) 文献 [17]; (c) 文献 [19]; (d) 文献 [20]; (e) 所提算法; (f) 真值
Fig. 3 Results of reconstruction of different algorithms in scenario 1. (a) Ref. [16]; (b) Ref. [17]; (c) Ref. [19]; (d) Ref. [20]; (e) proposed algorithm; (f) ground truth

定量的评价结果如表 1~3 所示, RMSE、PSNR 和 SSIM 指标是在 20 组测试图像上计算并取均值得到的。从表 1~3 可以看到, 由于文献 [19] 重构的图像过平滑, 所以相应的指标较不理想; 文献 [20] 较文献 [16-17] 取得了更大的 PSNR 值和 SSIM 值, 在定量指标方面印证了图 3 和图 4 的结果; 所提算法

在多数图像上获得了较小的 RMSE 值和较大的 PSNR 值, 表明此方法重构的偏振图像与真实图像有较小的灰度值偏差; 对于 SSIM 指标, 文献 [20] 在 4 个偏振方向的光强图像和强度图像 S_0 上获得了较大的值, 而且所提算法也获得了较接近的值, 但是在 DoLP 图像上, 所提算法获得的 SSIM 值和

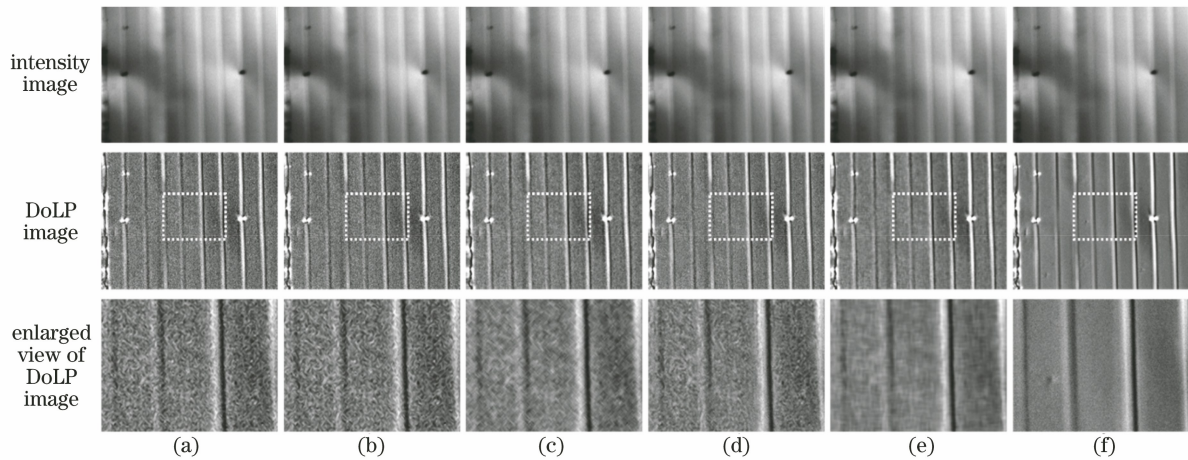


图 4 不同算法在场景 2 中重构的结果。(a)文献[16];(b)文献[17];(c)文献[19];(d)文献[20];(e)所提算法;(f)真值
Fig. 4 Results of reconstruction of different algorithms in scenario 2. (a) Ref. [16]; (b) Ref. [17]; (c) Ref. [19]; (d) Ref. [20]; (e) proposed algorithm; (f) ground truth

表 1 不同算法的 RMSE 结果

Table 1 RMSE results of different algorithms

Image	Ref. [16]	Ref. [17]	Ref. [19]	Ref. [20]	Proposed algorithm
I_0	0.9172	0.9130	1.0161	0.8343	0.8289
I_{45}	0.9417	0.9331	1.0818	0.8586	0.8492
I_{90}	1.0278	1.0207	1.0431	0.9386	0.9234
I_{135}	1.0154	1.0065	1.1373	0.9214	0.9011
S_0	1.3521	1.3431	1.3120	1.2923	1.3955
DoLP	0.0052	0.0052	0.0068	0.0049	0.0041

表 2 各算法的 PSNR 结果

Table 2 PSNR results of different algorithms

Image	Ref. [16]	Ref. [17]	Ref. [19]	Ref. [20]	Proposed algorithm
I_0	49.1474	49.1852	48.4587	49.9669	50.0212
I_{45}	49.0598	49.1380	47.9479	49.8136	49.9674
I_{90}	48.2762	48.3278	48.2223	49.0320	49.1974
I_{135}	48.3604	48.4241	47.4757	49.1414	49.3548
S_0	45.9172	45.9708	46.2035	46.2743	45.6678
DoLP	45.8336	45.9552	43.7292	46.6113	48.2496

表 3 各算法的 SSIM 结果

Table 3 SSIM results of different algorithms

Image	Ref. [16]	Ref. [17]	Ref. [19]	Ref. [20]	Proposed algorithm
I_0	0.9817	0.9816	0.9793	0.9850	0.9844
I_{45}	0.9822	0.9822	0.9787	0.9856	0.9849
I_{90}	0.9805	0.9805	0.9799	0.9843	0.9837
I_{135}	0.9788	0.9787	0.9767	0.9826	0.9821
S_0	0.9856	0.9856	0.9841	0.9868	0.9843
DoLP	0.8815	0.8815	0.8776	0.9093	0.9335

PSNR 值均最大。原因在于 DoLP 图像是基于不同偏振通道的图像求解获得的,该图像更能反映偏振

通道之间的关联性,PSNR 和 SSIM 指标均反映了所提算法可以充分利用不同偏振通道间的相关性(对张量结构进行处理),最大程度地保留了 DoLP 图像的强度和结构信息。

4.3 不同参数下的实验结果

本节测试所提算法在不同图像块中的重构效果。选用的图像块尺寸分别为 2×2 、 4×4 和 8×8 ,对应的重构结果如图 5 和图 6 所示。从图 5 和图 6 可以看到,当图像块的尺寸为 2×2 时,重构的 DoLP 图像包含较强烈的插值噪声;随着图像块尺寸的增加,插值误差得到了有效抑制,DoLP 图像的重构质量也得到相应提升;当图像块的尺寸为 8×8 时,重构的视觉效果最好,故所提算法采用 8×8 大小的图像块。

此外, 2×2 大小的图像块所对应的字典 Φ_h 和 Φ_w 的大小均为 2×4 ,而 8×8 大小的图像块所对应的字典的大小为 8×10 ,后者对应的核心张量可以更稀疏,从而字典的表征能力得到提升。然而,更大尺寸的图像块对应更大尺寸的字典,在精度提升的同时可以提升字典的训练时间复杂度,因此在实际工程应用中,可以根据实时性和精度的要求来选择合适的图像块尺寸。

4.4 实测数据下的实验结果

基于实测数据的重构结果如图 7 所示。从图 7 可以看到,文献[16]重构的 DoLP 图像存在虚假的锯齿状边缘,如矩形框所圈的区域,文献[17-19]抑制了该虚假边缘,但是文献[19]重构的 DoLP 图像过于平滑,丢失了图像细节,如椭圆所圈的车牌区域,文献[20]和所提算法重构的 DoLP 图像获得了最好的视觉效果。

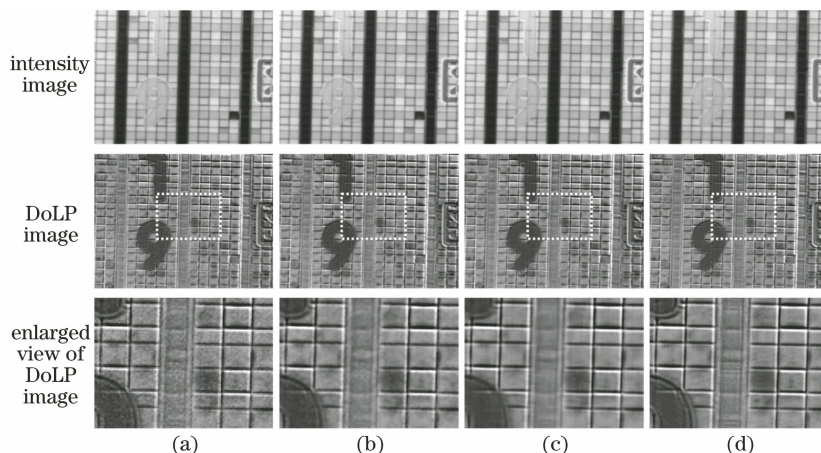


图 5 场景 1 中不同图像块尺寸下的重构结果。(a) 2×2 ; (b) 4×4 ; (c) 8×8 ; (d) 真值

Fig. 5 Reconstruction results under different image block sizes in scenario 1. (a) 2×2 ; (b) 4×4 ; (c) 8×8 ; (d) ground truth

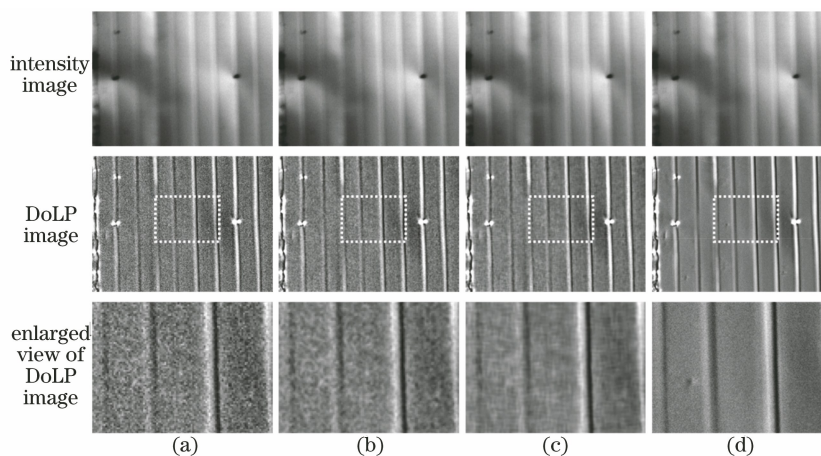


图 6 场景 2 中不同图像块尺寸下的重构结果。(a) 2×2 ; (b) 4×4 ; (c) 8×8 ; (d) 真值

Fig. 6 Reconstruction results under different image block sizes in scenario 2. (a) 2×2 ; (b) 4×4 ; (c) 8×8 ; (d) ground truth

实验中,电脑配置为 3.6 GHz Intel Core i9-9900 K CPU,64 G RAM。在相同的 MATLAB 测试平台上进行测试,测试图像的尺寸为 $320 \text{ pixel} \times 490 \text{ pixel}$,不同算法的运行时间如表 4 所示。从表 4 可以看到,文献[16-19]算法简单,所以运行速度快;

文献[20]和所提算法均是通过迭代来求解最优化问题,从而获得了高质量的全分辨率图像,但算法比较耗时。针对该问题,可以采用代码优化、并行运算和 GPU 加速等策略来提升算法的时效性。

表 4 不同算法的运行时间

Table 4 Running time of different algorithms

Algorithm	Ref. [16]	Ref. [17]	Ref. [19]	Ref. [20]	Proposed algorithm
Running time /s	0.48	0.26	0.22	308.00	278.00

5 结 论

本文提出一种基于张量非负稀疏分解的偏振图像插值算法,该算法以张量分解的方式来重构全分辨率的偏振图像。对于每个图像块,基于相似性准则对其进行聚类,从而学习自适应的字典;采用非局

部自相似约束来获得该图像块的稀疏表示。对重构的图像进行反向映射以获得最终的插值图像。本文给出该算法的详细求解过程,基于测试图像来验证所提算法。实验结果表明,所提算法在定量指标和视觉重构效果方面均优于现有的主流方法。所提算法是一种无监督的学习策略,现有基于深度学习的

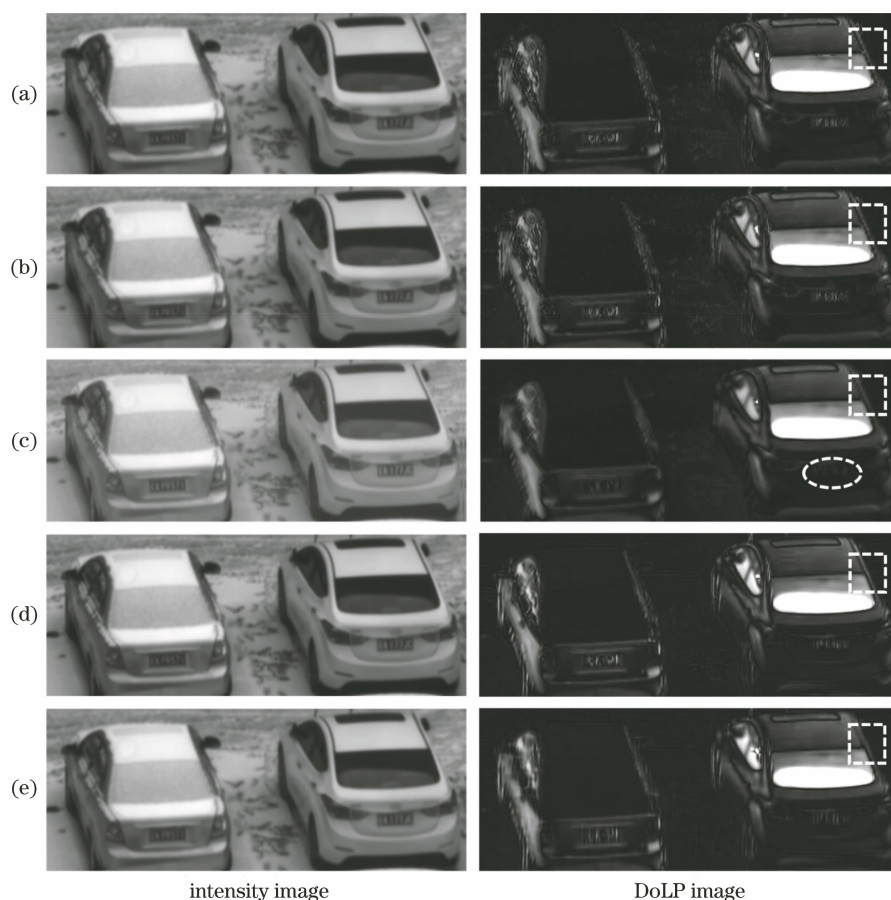


图 7 不同算法在实测数据中的重构结果。(a)文献[16];(b)文献[17];(c)文献[19];(d)文献[20];(e)所提算法

Fig. 7 Reconstruction results of different algorithms in measured data. (a) Ref. [16]; (b) Ref. [17];

(c) Ref. [19]; (d) Ref. [20]; (e) proposed algorithm

偏振图像插值网络均需进行有监督的学习,从而提前标注大量的训练样本。结合所提的无监督机器学习算法,设计非监督的偏振图像插值网络将是以后的研究方向。

参 考 文 献

- [1] Zhao Y Q, Zhang Y C, Liu W T, et al. Polarization imaging by micro-polarizer array [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(10): 3117-3123.
赵永强, 张宇辰, 刘吾腾, 等. 基于微偏振片阵列的偏振成像技术研究 [J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(10): 3117-3123.
- [2] Liang J, Ju H J, Zhang W F, et al. Review of optical polarimetric dehazing technique [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(4): 0400001.
梁健, 巨海娟, 张文飞, 等. 偏振光学成像去雾技术综述 [J]. *光学学报*, 2017, 37(4): 0400001.
- [3] Shen L H, Zhao Y Q, Peng Q N, et al. An iterative image dehazing method with polarization [J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2019, 21(5): 1093-1107.
- [4] Zhang W F, Man Z S, Ge X L, et al. Fast dehazing method based on polarization optics [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(14): 141103.
张文飞, 满忠胜, 葛筱璐, 等. 一种快速实现的偏振光学去雾方法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(14): 141103.
- [5] Hu H F, Li X B, Liu T G. Recent advances in underwater image restoration technique based on polarimetric imaging [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 0603006.
胡浩丰, 李校博, 刘铁根. 基于偏振成像的水下图像复原技术研究最新进展 [J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(6): 0603006.
- [6] Gu Y, Carrizo C, Gilerson A A, et al. Polarimetric imaging and retrieval of target polarization characteristics in underwater environment [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(3): 626-637.
- [7] Wang J J, Liang L, Li S, et al. Correction and implementation of polarization-difference imaging model for underwater target [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(11): 1111003.
汪杰君, 梁磊, 李树, 等. 水下目标偏振差分成像模型修正与实现 [J]. *光学学报*, 2019, 39(11): 1111003.

- [8] Chang J T, He H H, Wang Y, et al. Division of focal plane polarimeter-based 3×4 Mueller matrix microscope: a potential tool for quick diagnosis of human carcinoma tissues [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2016, 21(5): 056002.
- [9] Mo C H, Duan J, Fu Q, et al. Review of polarization imaging technology for international military application(II) [J]. *Infrared Technology*, 2014, 36(4): 265-270.
莫春和, 段锦, 付强, 等. 国外偏振成像军事应用的研究进展(下) [J]. *红外技术*, 2014, 36(4): 265-270.
- [10] Tyo J S, Goldstein D L, Chenault D B, et al. Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications [J]. *Applied Optics*, 2006, 45(22): 5453-5469.
- [11] Luo H B, Liu Y D, Lan L J, et al. Key technologies of polarization imaging for division of focal plane polarimeters [J]. *Journal of East China Jiaotong University*, 2017, 34(1): 8-13.
罗海波, 刘燕德, 兰乐佳, 等. 分焦平面偏振成像关键技术 [J]. *华东交通大学学报*, 2017, 34(1): 8-13.
- [12] Niu J Y, Li F M, Ma L X. The image simulation of infrared microgrid polarimeter imagery and the study of IFOV correction algorithm [J]. *Science Technology and Engineering*, 2013, 13(25): 7521-7525, 7532.
牛继勇, 李范鸣, 马利祥. 红外微偏振图像模拟以及 IFOV 误差修正方法研究 [J]. *科学技术与工程*, 2013, 13(25): 7521-7525, 7532.
- [13] Zhao F, Cheng X M, Feng B, et al. Comparison research of interpolation algorithms for division of focal plane polarization image [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(16): 161014.
赵峰, 程喜萌, 冯斌, 等. 分焦平面偏振图像插值算法的比较研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(16): 161014.
- [14] Ratliff B M, LaCasse C F, Scott T J. Interpolation strategies for reducing IFOV artifacts in microgrid polarimeter imagery [J]. *Optics Express*, 2009, 17(11): 9112-9125.
- [15] Gao S K, Gruev V. Bilinear and bicubic interpolation methods for division of focal plane polarimeters [J]. *Optics Express*, 2011, 19(27): 26161-26173.
- [16] Gao S K, Gruev V. Gradient-based interpolation method for division-of-focal-plane polarimeters [J]. *Optics Express*, 2013, 21(1): 1137-1151.
- [17] Zhang J C, Luo H B, Hui B, et al. Image interpolation for division of focal plane polarimeters with intensity correlation [J]. *Optics Express*, 2016, 24(18): 20799-20807.
- [18] Ahmed A, Zhao X J, Gruev V, et al. Residual interpolation for division of focal plane polarization image sensors [J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10651-10662.
- [19] Li N, Zhao Y Q, Pan Q, et al. Demosaicking DoFP images using Newton's polynomial interpolation and polarization difference model [J]. *Optics Express*, 2019, 27(2): 1376-1391.
- [20] Zhang J, Luo H, Liang R, et al. Sparse representation-based demosaicking method for microgrid polarimeter imagery [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(14): 3265-3268.
- [21] Zhang J, Shao J, Luo H, et al. Learning a convolutional demosaicking network for microgrid polarimeter imagery [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(18): 4534-4537.
- [22] Zeng X L, Luo Y, Zhao X J, et al. An end-to-end fully-convolutional neural network for division of focal plane sensors to reconstruct S_0 , DoLP, and AoP [J]. *Optics Express*, 2019, 27(6): 8566-8577.
- [23] Dong W S, Fu F Z, Shi G M, et al. Hyperspectral image super-resolution via non-negative structured sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2016, 25(5): 2337-2352.
- [24] Han X H, Shi B X, Zheng Y Q. Self-similarity constrained sparse representation for hyperspectral image super-resolution [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, 27(11): 5625-5637.
- [25] Zhao R B, Tan V Y F. Online nonnegative matrix factorization with outliers [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(3): 555-570.
- [26] Liu L C, Chen L, Chen C L P, et al. Weighted joint sparse representation for removing mixed noise in image [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(3): 600-611.
- [27] Dong W S, Zhang L, Lukac R, et al. Sparse representation based image interpolation with nonlocal autoregressive modeling [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(4): 1382-1394.
- [28] Zhang J. Weighted-encoding-based image interpolation with the nonlocal linear regression model [J]. *Applied Optics*, 2020, 59(28): 8588-8594.
- [29] Zha Z Y, Yuan X, Wen B H, et al. Group sparsity residual constraint with non-local priors for image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2020, 29: 8960-8975.
- [30] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers [J]. *Foundations and Trends © in Machine Learning*, 2011, 3(1): 1-122.
- [31] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(4): 600-612.