

透视投影下混合表面 3D 重建的快速 SFS 算法

王国珲*,张璇

西安工业大学光电工程学院,陕西西安 710021

摘要 针对现有的透视投影下混合表面 3D 重建从明暗恢复形状(SFS)算法中辐照度方程求解耗时较长、误差较大的问题,提出了一种基于牛顿-拉弗森法的混合表面 3D 重建快速 SFS 算法。首先,采用 Blinn-Phong 模型表征物体表面的混合反射特性,结合摄像机的针孔透视投影模型,建立了与物体表面 3D 形貌信息相对应的图像偏微分辐照度方程;其次,将辐照度方程转换为关于物体表面高度梯度函数的方程,使用牛顿-拉弗森法迭代求解该方程的解;接着,将此解转换为哈密顿-雅可比偏微分辐照度方程,利用勒让德变换获得偏微分方程对应的哈密顿函数;最后,运用最优控制原理和迭代 fast marching 策略构建哈密顿函数的逼近方案并得到哈密顿-雅可比方程的黏性解,此黏性解代表了混合反射表面的高度值。实验结果表明:与现有的基于 upwind 格式的混合表面 3D 重建 SFS 算法相比,所提算法的运行时间得到大幅度的降低,获得的物体表面高度的平均绝对误差与均方根误差亦有较大程度的减小。 关键词 机器视觉;从明暗恢复形状;混合表面;3D 重建;透视投影;辐照度方程

中图分类号 TP391 文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1215003

Fast Shape-From-Shading Algorithm for 3D Reconstruction of Hybrid Surfaces Under Perspective Projection

Wang Guohui^{*}, Zhang Xuan

School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China

Abstract To address the problems associated with excessive time consumption and large errors in irradiance equation solutions using existing shape-from-shading (SFS) algorithms for three-dimensional (3D) reconstruction of hybrid surfaces under perspective projection, a fast SFS algorithm based on the Newton-Raphson method is proposed. First, the Blinn-Phong model is adopted to characterize the hybrid reflection property of object surfaces. Then, an image partial differential irradiance equation that corresponds to the 3D shape information of the surfaces is established by considering the pinhole camera perspective projection model. Second, the irradiance equation is transformed into a functional equation in the height gradient of object surfaces, which is iteratively solved using the Newton-Raphson method. Then, the solution is converted into a Hamilton-Jacobi partial differential irradiance equation whose Hamiltonian function can be obtained through Legendre transformation. Finally, a scheme to approximate the Hamiltonian function based on optimal control theory and iterative fast marching strategy is applied to obtain the viscosity solution of the Hamilton-Jacobi equation, which represents the heights of hybrid reflection surfaces. Experimental results demonstrate that the mean absolute error and root mean square error of the heights of the object surface decrease and the run time of the proposed algorithm is greatly reduced compared with the existing SFS algorithm for 3D reconstruction of hybrid surfaces based on the upwind scheme.

Key words machine vision; shape-from-shading; hybrid surfaces; 3D reconstruction; perspective projection; irradiance equation

OCIS codes 150.1135; 150.6910; 150.0155; 120.5240

收稿日期: 2020-12-21; 修回日期: 2021-01-18; 录用日期: 2021-01-26

基金项目:国家自然科学基金(61102144)、陕西省光电测试与仪器技术重点实验室开放基金(2016SZSJ-60-1)、西安市智能探视感知重点实验室项目(201805061ZD12CG45)、西安工业大学校长基金(XGPY200216)

* E-mail: booler@126.com

第 41 卷 第 12 期/2021 年 6 月/光学学报

1 引 言

从明暗恢复形状(SFS)是计算机视觉和光度学领域中重建物体表面 3D 形貌的重要方法之一^[1-2]。 SFS 方法的基本原理:借助一定的成像模型,从单幅 图像的明暗变化出发,通过施加约束条件利用变分 法获得物体表面的梯度场,进而通过积分方式由梯 度得到表面高度值^[3-4]。基于 SFS 方法的系统具有 设备简单、分辨率高、适用性强等优势,在工业生产 过程检测^[5]、医学图像分析与重建^[6-7]、人脸与指纹 等生物特征识别^[8-9]、星球表面形貌重建^[10]等领域 得到了大量的应用。

SFS 方法经过长期的发展, 衍生出许许多多不 同类型的算法。早期的 SFS 算法^[11-12]依托简化的 成像模型,如假定光源位于无限远处、摄像机遵循 正交投影模型、物体表面的反射特性服从理想的 漫反射,这些假设条件尽管降低了 SFS 方法的复 杂性,但也引起了较大的重建误差。这是因为实 际的物体表面并非理想的漫反射表面,而是既含 有漫反射又含有镜面反射的混合表面[13],尤其在 摄像机距离物体表面较近时(此时摄像机接近于 透视投影),重建误差更为明显。基于此,近年来 不少学者对混合表面的 SFS 方法展开了研究。 Ahmed 等^[14-15]首次建立了 Ward 模型^[16]下的混合 表面 SFS 图像辐照度方程,并利用 Lax-Friedrichs sweeping 算法进行了求解。Tozza 等^[17]研究了基 于 Phong 模型^[18] 的图像辐照度方程,使用 semi-Lagrangian 算法得到了收敛结果。然而上述方法 中,摄像机的投影方式仍为正交投影,而实际中摄 像机接近于透视投影。为此, Vogel 等^[19-20]在透视 投影下对基于 Phong 模型的混合表面 SFS 方法进 行研究,借助 Lax-Friedrichs 算法或 upwind 格式进 行了求解。本课题组通过对文献「14-15]进行深入 的研究,提出了一种改进的 Ward 模型,建立了透 视投影下的图像辐照度方程,并开发了基于 fixedpoint 的求解算法,得到了较好的重建效果^[13]。然 而,由于 Ward 和 Phong 反射模型的复杂性,特别 是在透视投影下,Lax-Friedrichs或 fixed-point 数值 算法中很难找到最优的人工黏性因子,导致计算 过程中收敛速度较慢。

针对上述问题,为解决透视投影下混合表面的 3D 形貌重建问题,本文提出了一种基于牛顿-拉弗森法的快速 SFS 算法。采用 Blinn-Phong 模 型表征物体表面的混合反射特性,结合摄像机的 针孔透视投影模型,建立包含物体表面高度信息 的偏微分辐照度方程;利用牛顿-拉弗森法迭代逼 近辐照度方程的解,将此解转换为哈密顿-雅可比 偏微分方程,并得到哈密顿函数的控制形式;运用 最优控制原理和迭代 fast marching 策略获得哈密 顿-雅可比方程的黏性解,在提高重建精度的同时 加快了收敛速度。

2 透视投影下混合表面的图像辐照度 方程

众所周知,实际的物体表面并非理想的漫反射 表面,而是既含有漫反射又含有镜面反射的混合表 面^[13,21]。鉴于 Blinn-Phong 反射模型具有良好的性 能和适中的复杂度^[22],采用 Blinn-Phong 模型表征 物体表面的混合反射特性,于是得到的图像辐照度 方程为

 $I(u,v) = k_{d} \cos \theta_{i} + k_{s} (\cos \delta)^{a}$, (1) 式中:I(u,v)为图像在(u,v)处的灰度值; k_{d} 、 k_{s} 分 别为物体表面漫反射、镜面反射成分的加权因子,且 有 $k_{d}+k_{s} \leq 1$;镜面反射指数 $\alpha > 0$; θ_{i} 和 δ 的几何关 系如图 1 所示,分别为(u,v)处对应的物体表面上 某点 P(x,y,z)处的法向量 N(u,v)与光源照射光 线 L(u,v)之间的夹角以及与 H(u,v)之间的夹角。 图 1 中,H(u,v)为 L(u,v)和摄像机成像光线 V(u,v)的角平分线。



Fig. 1 Reflection geometry relationship of the local surface

混合表面上点 P(x,y,z) 与图像中(u,v)的对应关系可以由图 2 所示的针孔透视投影模型来描述。图 2 中,o-xyz 为摄像机坐标系,原点 o 位于摄像机的投影中心,z 轴与摄像机的光轴保持一致,x轴、y 轴分别平行图像坐标系的u 轴、v 轴;图像坐标系所在的成像平面位于z = -f 处,摄像机镜头





图 2 针孔透视投影

Fig. 2 Pinhole perspective projection

的焦距 *f*>0。考虑点光源近似位于投影中心的情况,此时有

$$L(u,v) = V(u,v) = H(u,v) \Rightarrow \delta = \theta_{i}.$$
 (2)
于是图像辐照度方程(1)式变为

$$I(u,v) = k_{d}\cos\theta_{i} + k_{s}\cos^{a}\theta_{i}$$
。 (3)
依据图 2 所示的针孔透视投影的成像原理,有

$$\frac{u}{x} = \frac{v}{y} = \frac{-f}{z}.$$
(4)

因此,得到混合表面上点 *P*(*x*,*y*,*z*)的表达 式为

$$P(x,y,z) = \frac{\tilde{z}(u,v)}{f}(u,v,-f), \ (u,v) \in \Omega,$$
(5)

式中:P 点到 o-xy 平面的距离 $\tilde{z}(u,v) > 0; \Omega$ 为摄 像机捕获到的图像区域。

通过(5)式,可以计算得到点 P 处的法向量为

$$\mathbf{N}(u,v) = \left(f \frac{\partial \widetilde{z}}{\partial u}, f \frac{\partial \widetilde{z}}{\partial v}, \widetilde{z}(u,v) + u \frac{\partial \widetilde{z}}{\partial u} + v \frac{\partial \widetilde{z}}{\partial v}\right)^{\mathrm{T}}.$$
 (6)

过点 P 的光源照射光线方向向量为

$$L(u,v) = \frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2 + f^2}} (-u, -v, f)^{\mathrm{T}} .$$
 (7)

由于 θ_i 为 N(u,v) 与 L(u,v)之间的夹角, 故有

$$\cos \theta_{i} = \frac{Q(u,v)\tilde{z}(u,v)}{\sqrt{\left(f \frac{\partial \tilde{z}}{\partial u}\right)^{2} + \left(f \frac{\partial \tilde{z}}{\partial v}\right)^{2} + \left(u \frac{\partial \tilde{z}}{\partial u} + v \frac{\partial \tilde{z}}{\partial v} + \tilde{z}\right)^{2}}},$$
(8)

式中: $Q(u,v) = f/\sqrt{u^2 + v^2 + f^2} > 0$ 。令 $Z = \ln[\tilde{z}(u,v)]$,同时将(8)式代入(3)式,可得到透视 投影下混合表面的图像辐照度方程,即为

$$I(u,v) = k_{d} \frac{Q(u,v)}{U(u,v,\nabla Z)} + k_{s} \frac{Q^{a}(u,v)}{U^{a}(u,v,\nabla Z)},$$

其中

$$U(u, v, \nabla Z) = \sqrt{\left(f \frac{\partial Z}{\partial u}\right)^2 + \left(f \frac{\partial Z}{\partial v}\right)^2 + \left(u \frac{\partial Z}{\partial u} + v \frac{\partial Z}{\partial v} + 1\right)^2} > 0,$$
(10)

式中:∇Z 为物体表面高度梯度。

3 牛顿-拉弗森法求解图像辐照度 方程

显然,透视投影下建立的混合表面 SFS 图像辐 照度方程(9)式是一个一阶非线性偏微分方程,当镜 面反射指数 $\alpha \neq 1$ 时,方程求解异常困难。为了解决 偏微分辐照度方程(9)式的求解问题,首先利用牛 顿-拉弗森法迭代逼近(9)式中关于 $U(u,v,\nabla Z)$ 的 解,然后可由 $U(u,v,\nabla Z)$ 进一步计算得到辐照度 方程的黏性解。

对于 SFS 图像辐照度方程(9)式,可以看作是 关于 $T = Q(u,v)/U(u,v,\nabla Z) > 0$ 的方程,整理 可得

$$F(T) = k_s T^a + k_d T - I(u, v) = 0.$$
 (11)
F(T)的一阶导数 F'(T)为

$$F'(T) = \alpha k_{s} T^{a-1} + k_{d} > 0_{\circ}$$
(12)

显然,F(T)具有单调性。给定初始值 $T^{\circ}=1$, 基于牛顿-拉弗森法的迭代公式经过 k 步迭代就可 以准确获得(11)式的解 T^{k} 。

$$T^{k} = T^{k-1} - \frac{F(T^{k-1})}{F'(T^{k-1})},$$
(13)

因此,可以得到

$$U(u, v, \nabla Z) = \frac{Q(u, v)}{T^k}, \qquad (14)$$

将(14)式代入(10)式,进一步整理,得到新的图 像辐照度方程为

$$T^{k}\sqrt{\left(f\frac{\partial Z}{\partial u}\right)^{2} + \left(f\frac{\partial Z}{\partial v}\right)^{2} + \left(u\frac{\partial Z}{\partial u} + v\frac{\partial Z}{\partial v} + 1\right)^{2}} - Q(u,v) = 0.$$
(15)

显然,(15)式是一个哈密顿-雅可比类型的偏微分方程。一般情况下,图像辐照度方程(15)式 不存在通常意义上的解,需计算在黏性意义下的解。

4 哈密顿-雅可比偏微分辐照度方程 黏性解

将∇Z 简写为g,可以得到哈密顿-雅可比方程 (15)式的哈密顿函数,即为

(9)

第 41 卷 第 12 期/2021 年 6 月/光学学报

$$H(u,v,g) = -Q(u,v) +$$

 $T^{k}\sqrt{f^{2} \|\mathbf{g}\|^{2} + [(u,v) \cdot \mathbf{g} + \mathbf{1}]^{2}}$ 。 (16) 利用勒让德变换可获得哈密顿函数(16)式对应 的控制形式,

$$H(u,v,g) = -Q(u,v) + \sup_{\boldsymbol{a} \in B_{2}(0,1)} \left\{ -l_{c}(u,v,\boldsymbol{a}) - f_{c}(u,v,\boldsymbol{a}) \cdot \boldsymbol{g} \right\},$$

(17) 式中: $l_{c}(u,v,a) = -T^{k}Q(u,v)\sqrt{1-||a||^{2}} - T^{k}\mathbf{R}^{T}(u,v)\mathbf{v}(u,v)\cdot a + Q(u,v); f_{c}(u,v,a) = -T^{k}\mathbf{R}^{T}(u,v)\times D(u,v)\mathbf{R}(u,v)a; B_{2}(0,1)$ 为定义 在 R²上的单位圆面。 $\mathbf{R}(u,v),\mathbf{v}(u,v)$ 和 D(u,v)分別满足

$$\mathbf{R}(u,v) = \begin{cases} \left(\frac{u}{\sqrt{u^{2} + v^{2}}} & \frac{v}{\sqrt{u^{2} + v^{2}}} \\ -\frac{v}{\sqrt{u^{2} + v^{2}}} & \frac{u}{\sqrt{u^{2} + v^{2}}} \\ \frac{1}{\sqrt{u^{2} + v^{2}}} & \frac{1}{\sqrt{u^{2} + v^{2}}} \\ \frac{1}{\sqrt{u^{2} + v^{2}}} & \frac$$

$$\mathbf{v}(u,v) = \begin{pmatrix} \sqrt{(u^2 + v^2)/(u^2 + v^2 + f^2)} \\ 0 \end{pmatrix},$$
(19)

$$\boldsymbol{D}(u,v) = \begin{pmatrix} \sqrt{u^2 + v^2 + f^2} & 0\\ 0 & f \end{pmatrix}.$$
 (20)

逼近(17)式中的 H(u,v,g),采用如下方法

$$H(u, v, g) \approx -Q(u, v) + \sup_{a \in B_2^{(0,1)}} \{-l_c(u, v, a) + \min[-f_1(u, v, a), 0]g_1^+ + \max[-f_1(u, v, a), 0]g_1^- + \min[-f_2(u, v, a), 0]g_2^+ + \max[-f_2(u, v, a), 0]g_2^-\},$$
(21)

式中: $f_m(u,v,a)$ 为 $f_c(u,v,a)$ 的第m(m=1,2)个分量; g_m^+ 、 g_m^- 分别为g第m个分量的前向、后向差分。显然,逼近方法中需要计算最优问题,可运用最优控制原理和作者提出的方法进行计算,具体过程可参见文献[2,23]。

定义 $Z^{k} \equiv Z(u, v, k \Delta t)$,在时域利用前向欧拉 公式对其进行展开,可得到 Z 的求解数值算法,

 $Z^{k} = Z^{k-1} - \Delta t H(u, v, g)$, (22) 式中: Δt 为时间增量。由于数值算法是迭代形式 的,为了加快算法的收敛速度,可将迭代 fast marching策略^[24]应用到上述算法中,经过几步迭代 可以精确逼近 Z 的黏性解,此黏性解的指数函数 exp(Z)即为混合反射表面的高度值。

5 实 验

为了评估所提算法的速度及精度,借助文献 [11]提供的标准 Vase 和 Mozart 测试数据和实际 (a) 拍摄的图像进行了 3D 形貌重建,同时对重建的结果与基于 upwind 格式的 Vogel 算法重建的结果进行了比较。

5.1 Vase 和 Mozart 图像的 3D 形貌重建

文献[11]中 Vase 和 Mozart 的真实高度如图 3 所示,所有的单位均为像素,图 3(a)中 Vase 和图 3 (b)中 Mozart 的基准平面到投影中心的距离均设 置为 250。生成实验图像的参数设置为:摄像机镜 头的焦距 f=25,光源近似位于摄像机的投影中心。 混合表面的反射模型的 4 组参数配置为:1) k_d = 0.9, k_s =0.1, α =5;2) k_d =0.9, k_s =0.1, α =15;3) k_d =0.7, k_s =0.3, α =15;4) k_d =0.5, k_s =0.5, α = 15。

图 4(a)~(d)和图 5(a)~(d)分别为 4 组配置 下生成的 Vase 和 Mozart 灰度图像,图像分辨率为 128×128;图 4(e)~(h)为采用 Vogel 算法^[19-20]分 別对 Vase 图像[图 4(a)~(d)]进行 3D 形貌重建的 (b)



图 3 Vase 和 Mozart 的真实高度。(a) Vase;(b) Mozart Fig. 3 Ground truth of Vase and Mozart. (a) Vase; (b) Mozart

结果;图 4(i)~(1)是 Vogel 算法的重建误差,即图 4 (e)~(h)与图 3(a)之间的高度差值;图 4(m)~(p) 是所提算法分别对 Vase 图像[图 4(a)~(d)]进行 3D 形貌重建的结果;图 4(q)~(t)是所提算法的重 建误差,即图 4(m)~(p)与图 3(a)之间的高度差 值。图 5(e)~(t)分别为 Vogel 算法和所提算法对 Mozart 图像[图 5(a)~(d)]进行 3D 形貌重建的结 果和重建误差。



图 4 Vase 图像及 3D 形貌重建结果。(a)~(d)按 4 种配置生成的图像;(e)~(h) Vogel 算法重建结果; (i)~(l) Vogel 算法重建误差;(m)~(p)所提算法重建结果;(q)~(t)所提算法重建误差

Fig. 4 Vase images and their 3D shape reconstruction results. (a)-(d) Generated images by 4 configurations; (e)-(h) reconstructed results by Vogel algorithm; (i)-(l) reconstructed errors by Vogel algorithm; (m)-(p) reconstructed results by proposed algorithm; (q)-(t) reconstructed errors by proposed algorithm

从图 4 和图 5 所示的结果来看:所提算法和 Vogel 算法均能较好地重建 Vase 和 Mozart 的 3D 形貌,但相比之下,所提算法能比 Vogel 算法取得更 好的结果,局部细节更清晰,误差更小;尤其当镜面 反射成分较强时[如图 4(c)(d)和图 5(c)(d)所示], 所提算法重建的效果更佳。

5.2 3D 形貌重建结果的定量比较

为了定量地比较 3D 形貌重建结果,使用物体 表面高度的平均绝对误差(MAE)、均方根误差 (RMSE)、算法运行时间指标对所提算法和 Vogel

算法进行比较。MAE 和 RMSE 定义为

$$E_{\rm MA} = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left| \widetilde{z}_{ij} - \widetilde{z}_{ij}^{\rm G} \right|, \qquad (23)$$

$$E_{\rm RMS} = \sqrt{\frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} |\widetilde{z}_{ij} - \widetilde{z}_{ij}^{\rm G}|^2}, \quad (24)$$

式中: \tilde{z}_{ij}^{G} 为图像像素点(i,j)处真实的高度值[如图 3(a)和图 3(b)所示]; \tilde{z}_{ij} 为 Vogel 算法或所提算法 重建的高度值;m、n分别为图像的行数与列数,即 $m \times n$ 为图像分辨率的大小。





Fig. 5 Mozart images and their 3D shape reconstruction results. (a)-(d) Generated images by 4 configurations; (e)-(h) reconstructed results by Vogel algorithm; (i)-(l) reconstructed errors by Vogel algorithm; (m)-(p) reconstructed results by proposed algorithm; (q)-(t) reconstructed errors by proposed algorithm

表 1 和表 2 分别为 Vase 图像、Mozart 图像 3D 形貌重建结果的定量比较,其中算法由 Matlab 2015a 结合 C 语言 mex 函数实现,算法运行时间是 基于 Intel Xeon E5-1650 CPU 和 16 GB DDR3 内存的 PC 机得到的。

表 1 Vase 图像 3D 形貌重建结果的定量比较

Table 1	Quantitative	comparison of	f 3D shape	reconstruction	results of	the '	Vase images
---------	--------------	---------------	------------	----------------	------------	-------	-------------

	MAE /pixel		RMSE /pixel		Running time /s	
Figure	Vogel	Proposed	Vogel	Proposed	Vogel	Proposed
	algorithm	algorithm	algorithm	algorithm	algorithm	algorithm
Fig. 4(a)	1.5791	0.5126	1.6819	0.5912	0.31	0.10
Fig. 4(b)	1.2402	0.5403	1.3553	0.6495	0.26	0.10
Fig. 4(c)	1.6159	0.5338	1.8427	0.6334	0.35	0.10
Fig. 4(d)	2.2007	0.5269	2.5676	0.6184	0.66	0.10

表 2 N	Aozart 图像	3D 形	貌重建结界	11.11111111111111111111111111111111111	量比较
-------	-----------	------	-------	--	-----

Table 2 Quantitative comparison of 3D shape reconstruction results of the Mozart images

	MAE /pixel		RMSE /pixel		Running time /s	
Figure	Vogel	Proposed	Vogel	Proposed	Vogel	Proposed
	algorithm	algorithm	algorithm	algorithm	algorithm	algorithm
Fig. 5(a)	4.4093	1.9019	5.1441	2.3340	0.75	0.21
Fig. 5(b)	3.8506	1.9545	4.4811	2.3791	0.87	0.21
Fig. 5(c)	3.5287	1.9389	4.1006	2.3701	0.51	0.21
Fig. 5(d)	3.7177	1.9269	4.3398	2.3670	0.89	0.21

从表1和表2可以发现:与Vogel算法的重建 误差相比,所提算法的MAE、RMSE均有较大程 度的减小,为Vogel算法的1/2~1/3,这是因为本 文基于牛顿-拉弗森法、勒让德变换和最优控制原 理构建了更加有效的数值求解算法;所提算法 CPU运行时间相比Vogel算法亦有较大幅度的降 低,这是因为本文采用迭代fast marching策略对 数值求解算法的收敛过程进行了加速。值得注意 的是:CPU运行时间中,勒让德变换得到控制形式 (17)式的时间约占总运行时间的1/2,这是因为变 换过程中需要进行较为复杂的矩阵乘法运算;牛 顿-拉弗森法得到图像辐照度方程(15)式的时间约 占总运行时间的 1/8;数值求解(22)式的时间约占 总运行时间的 3/8。此外,对于不同配置参数的图 像,所提算法的收敛速度几乎保持一致,而 Vogel 算法的收敛速度则受到图像中镜面反射成分的 影响。

5.3 实际拍摄图像的 3D 形貌重建

图 6 是对一幅实际拍摄的图像进行 3D 形貌重 建的结果。图 6(a)是实际拍摄的灰度图像,具有较 强的镜面反射成分;由于 SFS 的光源采用摄像机自 带的闪光灯,因此符合图 2 所示的成像模型。图 6 (b)、(c)分别为 Vogel 算法、所提算法对图 6(a)重 建的 3D 形貌。





由于没有获取到实际拍摄图像的真实 3D 形 貌,无法计算重建后的 MAE 和 RMSE,因此仅从主 观上比较 Vogel 算法和所提算法 3D 重建的效果。 由图 6 可以看出:同 Vase 和 Mozart 图像 3D 形貌 重建的实验结果一样,所提算法和 Vogel 算法均能 较好地重建混合表面的 3D 形貌;同样相比之下,所 提算法能比 Vogel 算法取得更好的结果,局部细节 更形象、逼真,重建的效果更佳,如在瓶体处,所提算 法重建的形貌更接近于圆柱体。另外,相比 Vogel 算法的运行时间(1.15 s),所提算法 CPU 运行时间 (0.36 s)亦有较大幅度的降低。 总之,由图 4~6、表 1 和表 2 可以看出,与现有 的算法相比,所提算法能够更加有效地重建出透视 投影下混合表面的 3D 形貌。

6 结 论

提出了一种基于牛顿-拉弗森法的快速 SFS 算法,旨在解决透视投影下混合表面的 3D 形貌重建问题。采用 Blinn-Phong 模型表征物体表面的混合反射特性,建立了包含物体表面高度信息的偏微分 辐照度方程;利用牛顿-拉弗森法迭代逼近辐照度方程的解,将此解转换为哈密顿-雅可比偏微分方程,

得到了哈密顿函数的控制形式;运用最优控制原理 和迭代 fast marching 策略获得了哈密顿-雅可比方 程的黏性解,最终重建出混合表面的 3D 形貌。 Vase 图像、Mozart 图像及实际拍摄图像的实验结 果表明,与现有的透视投影下混合表面 SFS 算法相 比,所提算法在运行时间、3D 形貌重建精度等性能 上有较大改善。如何快速重建具有更加复杂反射特 性的物体表面 3D 形貌是下一步研究工作的重点。

参考文献

- [1] Wang G H, Han J Q, Zhang X M. A fast shape from shading method for diffuse surfaces [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(10): 7-10, 21. 王国珲,韩九强,张新曼.一种适合漫反射表面从明 暗恢复形状的快速算法[J].西安交通大学学报, 2009, 43(10): 7-10, 21.
- [2] Wang G H, Song Y G. A fast viscosity solution algorithm of shape from shading for non-Lambertian surfaces [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(7): 1577-1583.
 王国珲,宋玉贵. 一种非朗伯表面 SFS 的快速粘性 解算法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(7): 1577-1583.
- [3] Horn B K P. Height and gradient from shading [J]. International Journal of Computer Vision, 1990, 5 (1): 37-75.
- [4] Fu L, Hong H B, Wang X, et al. Non-Lambertian photometric stereo vision based on inverse reflectance model [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40 (5): 0520001.

付琳,洪海波,王晰,等.基于逆向反射模型的非朗 伯光度立体视觉[J].光学学报,2020,40(5): 0520001.

- [5] Yang L, Li E, Long T, et al. A welding quality detection method for arc welding robot based on 3D reconstruction with SFS algorithm [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 94(1/2/3/4): 1209-1220.
- [6] Lei L, Li J H, Liu M Q, et al. Shape from shading and optical flow used for 3-dimensional reconstruction of endoscope image [J]. Acta Oto-Laryngologica, 2016, 136(11): 1190-1192.
- [7] Turan M, Pilavci Y Y, Ganiyusufoglu I, et al. Sparse-then-dense alignment-based 3D map reconstruction method for endoscopic capsule robots
 [J]. Machine Vision and Applications, 2018, 29(2): 345-359.
- [8] Hu J F, Zheng W S, Xie X H, et al. Sparse transfer for facial shape-from-shading [J]. Pattern

第 41 卷 第 12 期/2021 年 6 月/光学学报

Recognition, 2017, 68: 272-285.

- [9] Kumar A, Kwong C. Towards contactless, low-cost and accurate 3D fingerprint identification [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2015, 37(3): 681-696.
- Liu W C, Wu B. An integrated photogrammetric and photoclinometric approach for illumination-invariant pixel-resolution 3D mapping of the lunar surface[J].
 ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2020, 159: 153-168.
- [11] Zhang R, Tsai P S, Cryer J E, et al. Shape from shading: a survey[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21 (8): 690-706.
- [12] Durou J D, Falcone M, Sagona M. Numerical methods for shape-from-shading: a new survey with benchmarks [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2008, 109(1): 22-43.
- [13] Wang G H, Han J Q, Zhang X M, et al. A new shape from shading algorithm for hybrid surfaces[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(5): 1124-1129.
 王国珲,韩九强,张新曼,等.一种从混合表面的明 暗变化恢复形状的新算法[J]. 宇航学报, 2011, 32 (5): 1124-1129.
- [14] Ahmed A H, Farag A A. Shape from shading under various imaging conditions [C] // 2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 17-22, 2007, Minneapolis, MN, USA. New York: IEEE Press, 2007: 1-8.
- [15] Ahmed A H, Farag A A. Shape from shading for hybrid surfaces [C] // 2007 IEEE International Conference on Image Processing, September 16-19, 2007, San Antonio, TX, USA. New York: IEEE Press, 2007: 525-528.
- [16] Ward G J. Measuring and modeling anisotropic reflection [J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1992, 26(2): 265-272.
- [17] Tozza S, Falcone M. Analysis and approximation of some shape-from-shading models for non-Lambertian surfaces [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2016, 55(2): 153-178.
- Phong B T. Illumination for computer generated pictures [J]. Communications of the ACM, 1975, 18 (6): 311-317.
- [19] Vogel O, Breuß M, Weickert J. Perspective shape from shading with non-Lambertian reflectance [M] // Rigoll G. Pattern recognition. Lecture notes in computer science. Berlin: Springer, 2008, 5096: 517-526.
- [20] Vogel O, Cristiani E. Numerical schemes for advanced reflectance models for shape from shading

[C] // 2011 18th IEEE International Conference on Image Processing, September 11-14, 2011, Brussels, Belgium. New York: IEEE Press, 2011: 5-8.

- [21] Huang S, Hu Y, Gong C L, et al. High precision three-dimensional face reconstruction algorithm based on gradient light image [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(4): 0410001.
 黄硕,胡勇,巩彩兰,等.基于梯度光图像的高精度 三维人脸重建算法[J].光学学报, 2020, 40(4): 0410001.
- [22] Blinn J F. Models of light reflection for computer

第 41 卷 第 12 期/2021 年 6 月/光学学报

synthesized pictures [J]. ACM Siggraph Computer Graphics, 1977, 11(2): 192-198.

- [23] Wang G H, Han J Q, Jia H H, et al. Fast viscosity solutions for shape from shading under a more realistic imaging model [J]. Optical Engineering, 2009, 48(11): 117201.
- [24] Wang G H, Han J Q, Zhang X M. Threedimensional reconstruction of endoscope images by a fast shape from shading method [J]. Measurement Science and Technology, 2009, 20(12): 125801.