

基于三次样条拟合插值的高精度质心定位方法

刘杰^{1,2***}, 张耿^{1**}, 冯向朋¹, 张智南¹, 李思远¹, 胡炳樑^{1*}¹中国科学院西安光学精密机械研究所光谱成像技术重点实验室, 陕西 西安 710119;²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 通过对质心法、曲面拟合法两类质心定位算法的优劣势进行分析, 提出结合两类定位算法优势的基于三次样条拟合插值的高精度质心定位算法, 并指出其实现双重定位误差抑制的原理。通过仿真实验, 对比不同信噪比下传统质心法与所提算法的定位误差, 发现基于三次样条拟合插值的质心定位误差均明显小于传统质心法。当信噪比为 20 dB 时, 基于三次样条拟合插值的质心定位误差方均根误差仅为 0.003 pixel。通过真实仪器测量的星点图像, 再次验证了所提算法的有效性。基于三次样条拟合插值的高精度质心定位算法可有效抑制定位误差, 具有较好的抗噪性, 不依赖特定星点模型, 适用范围较广。

关键词 测量; 星点检测; 星敏感器; 质心定位; 双重误差抑制; 三次样条拟合插值

中图分类号 V241.62+3

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1212004

High Precision Centroid Location Algorithm Based on Cubic Spline Fitting and Interpolation

Liu Jie^{1,2***}, Zhang Geng^{1**}, Feng Xiangpeng¹, Zhang Zhinan¹, Li Siyuan¹, Hu Bingliang^{1*}

¹Key Laboratory of Spectral Imaging Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract In this paper, we proposed a high-precision centroid location algorithm based on cubic spline fitting and interpolation combining the advantages of centroid algorithms and surface fitting algorithms. Besides, the principle behind its double error suppression was given. The simulation showed that the location error of the proposed algorithm at different SNRs was significantly smaller than that of traditional centroid algorithms. When the SNR was 20 dB, the root-mean-square error of the proposed algorithm was only 0.003 pixel. Furthermore, the star images from real instruments verified the effectiveness of this algorithm once again. In summary, this algorithm can effectively suppress the location error and has strong noise resistance, which can be widely applied without requiring specific star models.

Key words measurement; star detection; star tracker; centroid location; double error suppression; cubic spline fitting and interpolation

OCIS codes 120.6085; 120.4640; 2804788

1 引言

星点检测是光学系统指标测量的重要环节。星点像质心定位精度直接影响光学系统指标的调试及

检测。在星敏感器中, 星点像质心的定位尤为重要, 其精度决定了星敏感器姿态测量的精度^[1]。星点像质心定位在光学仪器检测及使用中有着广泛的应用^[1-3]。常用的星点质心定位算法可分为两类: 一类为

收稿日期: 2020-12-03; 修回日期: 2021-01-12; 录用日期: 2021-02-01

基金项目: 陕西省重点研发计划(2020SF-284)

* E-mail: hbl@opt.ac.cn; ** E-mail: gzhang@opt.ac.cn; *** E-mail: liujie2015@opt.ac.cn

利用一阶矩计算质心的传统质心法、加权质心法等；一类为三维曲面拟合算法，如高斯曲面拟合法、抛物面拟合法等。

曲面拟合法计算较复杂，但拟合曲面的方式对噪声起到了抑制作用，精度较高。高斯曲面拟合法^[4]认为星点成像近似符合高斯分布，以高斯曲面拟合星点像得到像点质心。各向异性高斯曲面拟合法^[5]在高斯拟合的基础上增加两个方向的模糊参数和旋转因子来反映像点不同方向的各向异性特性，以完善成像模型。抛物面拟合法^[6]以抛物面拟合星点像。星点像重采样质心定位算法^[7]是通过高密度重采样建立星点像的实际模型，进而利用最小平方和得到质心偏移，可看作一种实测模型拟合法。成像模型选择是曲面拟合法的基礎。对于星点成像，平台运动、光学系统像差、传感器误差等均会影响成像模型^[1-9]。拟合曲面抑制了噪声影响，但若成像模型选择不当会造成失真，对质心定位精度造成较大影响。为增强成像模型的适用性，数学模型将趋于复杂，计算量也将增大。

质心法直接计算星点像灰度值的一阶矩得到质心，计算速度快，具有很好的鲁棒性，但抗干扰能力较弱。采用质心法进行星点定位，会受到系统误差和随机误差的影响^[10]。加权质心法^[11]、迭代加权质心法^[12]等通过不同权重的设定提高了质心法提取精度，改善了受噪声影响大的问题，但未能抑制两种定位误差。考虑到曲面拟合法对噪声的抑制效果较好，质心法鲁棒性好，本文拟结合两类算法的优势，在质心法的基础上，抑制其存在的系统误差、随机误差，得到一种定位精度高、可广泛应用的星点质心定位算法。

2 质心定位误差分析

星点像可以看作无穷远处的点光源在光学系统焦平面上所成的图像，其分布为系统点扩展函数，与二维高斯分布近似，可表示为

$$I(x, y) = A \exp[-(x - x_0)^2 / (2\sigma^2) - (y - y_0)^2 / (2\sigma^2)], \quad (1)$$

式中： A 为系统强度振幅，与传感器接收的辐射功率有关； σ 为高斯函数均方差； x_0 、 y_0 为高斯分布中心，即质心。星点像为传感器对上述函数的离散采样。像元 (i, j) 对应的接收能量强度为上述函数在像元面积内的积分， m 、 n 分别为传感器像元的横向、纵向尺寸。像元灰度值与接收能量强度函数正相关，可近似表示为

$$G(i, j) = A \int_{i-m/2}^{i+m/2} \int_{j-n/2}^{j+n/2} \exp[-(x - x_0)^2 / (2\sigma^2) - (y - y_0)^2 / (2\sigma^2)] dy dx. \quad (2)$$

在质心法计算过程中，以像元中心坐标位置及像元灰度值计算一阶矩得到质心，计算公式为

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij} G(i, j)}{\left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N G(i, j) \right]} \\ y_c = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N y_{ij} G(i, j)}{\left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N G(i, j) \right]} \end{cases}. \quad (3)$$

由(3)式可知，计算中各像元灰度与像元几何中心位置坐标对应。但实际上传感器的感光区域并非覆盖整个像元，且形状也各有不同^[11]。像元几何中心位置并不是灰度一阶矩的中心，这会给质心法计算带来系统误差。此外，光学系统误差、量化误差、暗电流、散粒噪声等也会带来随机误差^[7,10-11,13]。

3 双重误差抑制原理及算法

为获得高精度的质心定位，需对质心法计算中的系统误差及随机误差进行补偿或抑制。研究表明，当光斑图像的最大空间频率小于传感器的采样频率时，系统误差基本被消除^[14]，此时光斑图像灰度的一阶矩中心近似等于像元的几何中心。为抑制质心法定位的系统误差，可使光学系统离焦，产生弥散光斑，以减小系统误差的影响，但实际应用中光斑弥散也会使噪声增大，从而降低信噪比(SNR)。而实际测定系统进行误差补偿的计算量较大，工程应用较困难^[13,15]。本文拟采用算法离焦来抑制系统误差的影响^[13-14,16]，即在不降低系统信噪比的情况下，利用插值算法扩大光斑弥散区域，提高图像的空间采样频率，利用一阶矩计算插值后图像的质心，其一阶矩中心近似等于像元的几何中心，从而抑制了系统误差的影响。

对于随机误差，可通过多帧数据求平均值、光斑图像减暗噪声、制冷抑制暗电流等方法进行图像噪声抑制，也可采用加权质心法在算法上抑制随机噪声的影响^[11-13]。考虑到曲面拟合质心法在质心定位中有较好的抗噪能力，将拟合方法引入质心定位算法。采用三次样条拟合对星点像灰度进行处理，增加其光滑性，抑制随机噪声的影响。样条拟合无特定数据模型，消除了曲面拟合中对模型选取的依赖，有较好的适应性。

通过对质心定位算法误差的分析，可知质心定位算法存在系统误差及随机误差。三次样条拟合插值在数据平滑、去噪方面有着较好的效果^[17-18]。基

于三次样条拟合插值的高精度质心定位算法利用三次样条拟合、算法离焦插值来减小定位误差,提高质心定位精度,其算法的总体流程如图 1 所示,拟合插值部分的伪代码如图 2 所示。

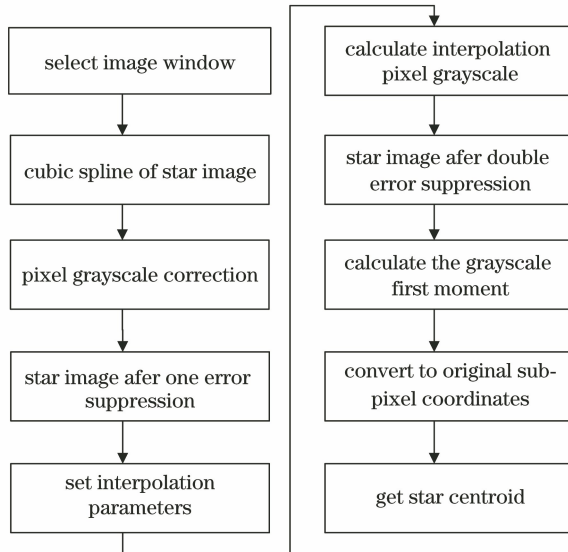


图 1 基于双重误差抑制拟合插值的质心定位算法
Fig. 1 Star centroid location algorithm based on double error suppression

```

1 Begin
2 pt = 1000;
3 SNR = 20;
4 DaF = zeros(pt,2);
5 PaF = zeros(pt,2);
6 for i = 1 to pt
7   do [M, N] = size(Data);
8     DataN = awgn(Data, SNR, 'measured', 'dB');
9     tt = linspace(1,20,20), linspace(1,20,20));
10    FPN = csaps(tt,DataN,0.996,tt);
11    x1 = 1:0.2:20;
12    y1 = 1:0.2:20;
13    [x2,y2] = meshgrid(x1,y1);
14    t11 = interp2(x,y,FPN,x2,y2,'spline');
15    [x1,y1] = GetPointZX(DataN);
16    [x2,y2] = GetPointZX(FPN);
17    [x3,y3] = GetPointZX_CZ(t11,DataN);
18    DaF(i,:) = [x1-x0 y1-y0];
19    PaF(i,:) = [x2-x0 y2-y0];
20    TaF(i,:) = [x3-x0 y3-y0];
21    dx1_M = [min(DaF(:,1)) max(DaF(:,1))];
22    dy1_M = [min(DaF(:,2)) max(DaF(:,2))];
23    dx2_M = [min(PaF(:,1)) max(PaF(:,1))];
24    dy2_M = [min(PaF(:,2)) max(PaF(:,2))];
25    dx3_M = [min(TaF(:,1)) max(TaF(:,1))];
26    dy3_M = [min(TaF(:,2)) max(TaF(:,2))];
27
28    dx1_a = sum(DaF(:,1))/pt;
29    dy1_a = sum(DaF(:,2))/pt;
30    dx2_a = sum(PaF(:,1))/pt;
31    dy2_a = sum(PaF(:,2))/pt;
32    dx3_a = sum(TaF(:,1))/pt;
33    dy3_a = sum(TaF(:,2))/pt;
34
35    dx1_Rms = sqrt(sum(DaF(:,1).*DaF(:,1))/pt);
36    dy1_Rms = sqrt(sum(DaF(:,2).*DaF(:,2))/pt);
37    dx2_Rms = sqrt(sum(PaF(:,1).*PaF(:,1))/pt);
38    dy2_Rms = sqrt(sum(PaF(:,2).*PaF(:,2))/pt);
39    dx3_Rms = sqrt(sum(TaF(:,1).*TaF(:,1))/pt);
40    dy3_Rms = sqrt(sum(TaF(:,2).*TaF(:,2))/pt);
41 End
  
```

图 2 本文算法拟合插值部分的伪代码
Fig. 2 The pseudo code of the interpolation fitting part of proposed algorithm

4 实验结果及分析

4.1 仿真实验

通过仿真实验验证本文算法,利用(1)式产生理想星点像,取 (x_0, y_0) 为(10.5, 10.6), $A = 230, \sigma = 0.7$,如图 3 所示。

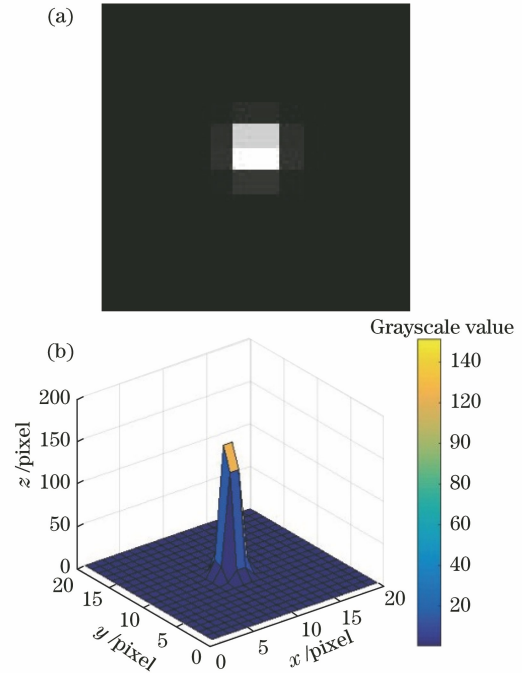


图 3 理想星点像。(a)灰度图像;(b)三维图像
Fig. 3 Ideal star image. (a) Grayscale image; (b) three-dimensional image

为验证三次样条拟合对随机误差的抑制作用,在仿真过程中,图像加入高斯白噪声,信噪比分别取 5 dB、10 dB、15 dB、20 dB,然后分别利用传统质心法、样条拟合质心法对 1000 组星点仿真图像进行质心定位,结果如表 1 和图 4 所示,其中 $\Delta \bar{x}$ 为 x 轴误差的平均值, $\Delta \bar{y}$ 为 y 轴误差的平均值, R_x 为 x 轴误差的方均根, R_y 为 y 轴误差的方均根。

由表 1 及图 4 可知,在不同信噪比下样条拟合质心法定位误差的方均根(RMS)均小于传统质心法,可见三次样条拟合对噪声有较好的抑制作用。在表 1 所示的不同信噪比下,定位误差的算术平均值均较小并趋于零,可知计算大量图像星点定位坐标的平均值也可在较大程度上抑制定位误差。

表 2 和图 5 所示为分别利用质心法、样条插值质心法对 1000 组星点仿真图像进行质心定位的误差分布,其中 Δx_{\min} 为 x 轴误差的最小值, Δx_{\max} 为 x 轴误差的最大值。在不同的信噪比下,样条插值质心法的定位误差 RMS 值均小于传统质心法,可

表 1 不同信噪比下样条拟合对定位误差的抑制效果

Table 1 Suppression effect of spline fitting on location error under different SNR

unit: pixel

SNR	Traditional centroid algorithm				Centroid algorithm with spline fitting			
	$\Delta\bar{x}$	$\Delta\bar{y}$	R_x	R_y	$\Delta\bar{x}$	$\Delta\bar{y}$	R_x	R_y
5 dB	0.005	0.007	0.289	0.279	0.000	-0.004	0.062	0.066
10 dB	-0.003	0.051	0.052	0.065	0.001	-0.021	0.023	0.051
15 dB	-0.001	0.072	0.041	0.075	0.000	-0.041	0.010	0.045
20 dB	-0.001	0.077	0.036	0.077	0.000	-0.040	0.003	0.041

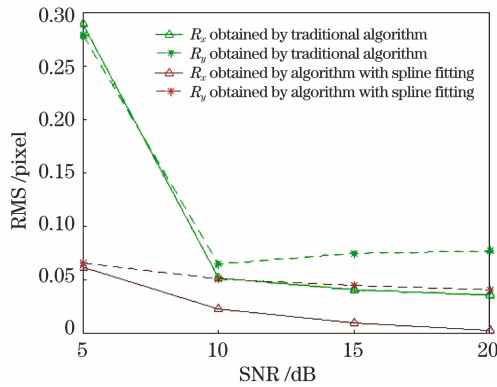


图 4 不同信噪比下样条拟合定位误差的 RMS 值
Fig. 4 RMS of location error with spline fitting under different SNR

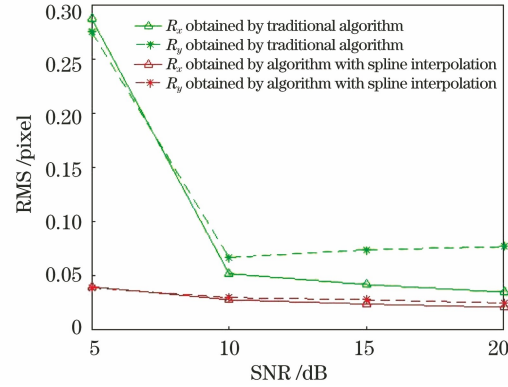


图 5 不同信噪比下样条插值定位误差 RMS 值
Fig. 5 RMS of location error with spline interpolation under different SNR

表 2 不同信噪比下样条插值对定位误差的抑制

Table 2 Suppression effect of spline interpolation on location error under different SNR

unit: pixel

SNR	Traditional centroid algorithm				Centroid algorithm with spline fitting			
	Δx_{min}	Δx_{max}	R_x	R_y	Δx_{min}	Δx_{max}	R_x	R_y
5 dB	-0.836	1.007	0.287	0.275	-0.135	0.173	0.040	0.039
10 dB	-0.369	0.155	0.052	0.067	-0.085	0.086	0.028	0.030
15 dB	-0.113	0.106	0.042	0.074	-0.060	0.059	0.024	0.028
20 dB	-0.065	0.060	0.035	0.077	-0.044	0.039	0.021	0.025

见样条插值对定位误差有较好的抑制作用。低信噪比下,样条插值对定位误差的抑制效果尤其明显,误差的最大、最小值区间有着显著差异。

在不同信噪比下,对比了传统质心法、一重误差抑制法、双重误差抑制法的定位误差。由表 3 和图 6 可知,经过双重误差抑制,质心定位误差得到了

较好的抑制。由图 7 可知,经过双重误差抑制后,质心定位误差的极值变动区间被明显压缩。当信噪比为 5 dB 时尤其明显,绝对误差值由 1 pixel 左右降到 0.15 pixel 以下。在不同信噪比下,双重误差抑制法的质心定位误差均明显小于传统质心法。当信噪比为 20 dB 时,双重误差抑制法的方均根误差仅为

表 3 不同误差抑制下的定位效果

Table 3 Location effect with different error suppression

unit: pixel

SNR	Centroid location algorithm				After one error suppression (spline fitting)				After double error suppression (spline fitting, spline interpolation)			
	Δx_{min}	Δx_{max}	R_x	R_y	Δx_{min}	Δx_{max}	R_x	R_y	Δx_{min}	Δx_{max}	R_x	R_y
5 dB	-1.075	1.055	0.286	0.280	-0.373	0.191	0.053	0.065	-0.145	0.127	0.035	0.035
10 dB	-0.181	0.364	0.055	0.065	-0.110	0.108	0.023	0.050	-0.075	0.082	0.016	0.016
15 dB	-0.123	0.115	0.041	0.074	-0.041	0.038	0.009	0.050	-0.033	0.031	0.007	0.007
20 dB	-0.068	0.102	0.036	0.073	-0.032	-0.028	0.003	0.050	-0.024	0.019	0.003	0.003

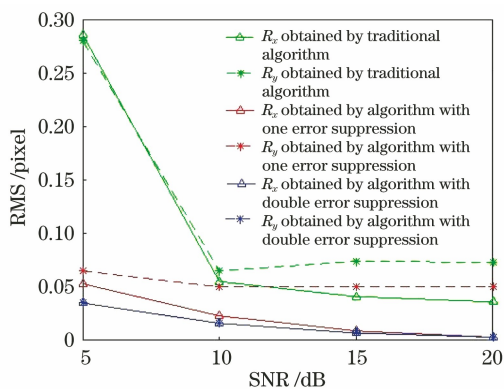


图 6 不同误差抑制下的定位误差 RMS 值

Fig. 6 RMS of location error with different error suppression
0.003 pixel。由以上分析可知,基于双重误差抑制的质心定位算法对定位误差的抑制是有效的。

4.2 真实仪器图像实验

以某卫星高光谱载荷为实验光学仪器,利用其星点测试数据验证误差抑制算法的有效性。仪器成像数据如图 8 所示。由于星点成像的理想位置未知,故不能直接得到星点质心的定位误差,但各定位

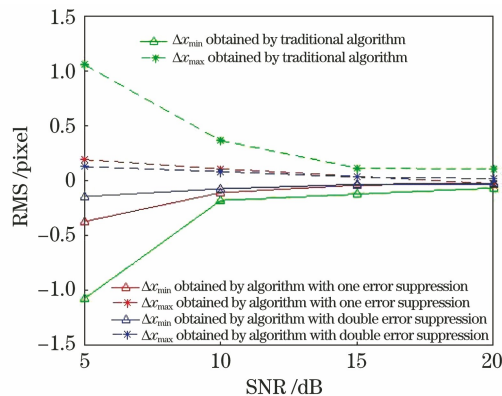


图 7 不同误差抑制下的定位误差极值

Fig. 7 The maximum location error and minimum error with different error suppression

算法的质心定位结果均有偏差,多帧图像中定位误差具有随机性。各算法的定位误差随机性可反映算法定位的精度。对于静止星点多帧成像:若多帧定位结果的方差较小,则算法定位结果较精确,误差较小;若多帧定位结果的方差较大,则算法定位波动性大,误差较大。

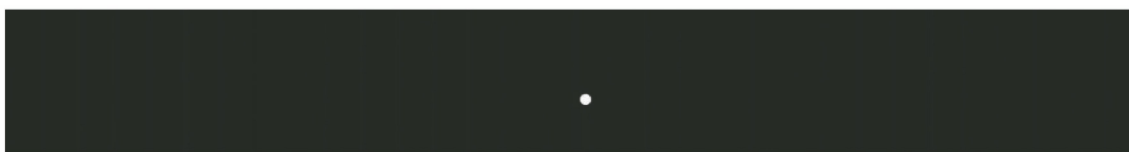


图 8 仪器星点图像

Fig. 8 Star image in the instrument

对高光谱载荷进行星点静止成像,取 100 帧。对 100 帧数据分别利用传统质心定位算法及基于双重误差抑制的星点定位算法获取星点质心位置,定位结果如图 9 所示。传统质心定位算法得到的星点中心误差波动较大,定位误差在 0.05 pixel 以内。而利用基于双重误差抑制后的星点定位算法得到的星点中心误差较小,定位误差在 0.005 pixel 以内。

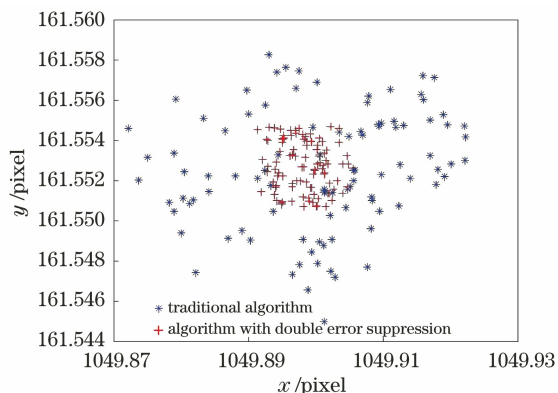


图 9 多帧仪器星点图像定位结果

Fig. 9 Location results of star images in the instrument

方法对定位误差有较好的抑制作用,可提高星点定位精度。

5 结 论

常用的星点质心定位算法中,曲面拟合法计算较复杂,但拟合曲面的方式对噪声起到了抑制作用,精度较高,需要对成像模型进行假定或测量,选择不当则会造成失真,且为提高成像模型的适用性,数学模型将趋于复杂,计算量也将增大。质心法直接计算星点像灰度值的一阶矩得到质心,计算速度快,具有很好的鲁棒性,但抗干扰能力较弱。基于三次样条插值拟合的高精度质心定位算法结合了质心法、曲面拟合法两类星点质心定位算法的优势,其不依赖于特定星点模型的假定,利用三次样条拟合及离焦插值能较好地抑制定位误差,同时利用一阶矩直接计算星点质心,具有较好的抗噪性,适用范围较广。

参 考 文 献

[1] Pan Y, Wang H, Jing N, et al. Parameter selection

- and optical design of all-day star sensor [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(1): 0122002.
- 潘越, 王虎, 荆楠, 等. 全天时星敏感器光学系统参量选择与光学设计 [J]. *光子学报*, 2016, 45(1): 0122002.
- [2] Liu Y C, Zhao C H, Xu Q. Neural network-based noise suppression algorithm for star images captured during daylight hours [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(6): 0610003.
- 刘宇宸, 赵春晖, 徐卿. 基于神经网络的全天时天文导航图像去噪方法 [J]. *光学学报*, 2019, 39(6): 0610003.
- [3] Chen H Y, Yin D Y. Restoration of smeared star spot for fine guidance sensor under complex dynamic conditions [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(9): 0912002.
- 陈怀宇, 尹达一. 复杂动态环境下精细导星仪拖尾星斑复原方法 [J]. *光学学报*, 2019, 39(9): 0912002.
- [4] Wang H Y, Fei Z H, Wang X L. Precise simulation of star spots and centroid calculation based on Gaussian distribution [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(7): 1672-1677.
- 王海涌, 费峥红, 王新龙. 基于高斯分布的星像点精确模拟及质心计算 [J]. *光学精密工程*, 2009, 17(7): 1672-1677.
- [5] Wang M, Zhao J Y, Chen T. Center extraction method for star-map targets based on anisotropic Gaussian surface fitting [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(5): 0515006.
- 王敏, 赵金宇, 陈涛. 基于各向异性高斯曲面拟合的星点质心提取算法 [J]. *光学学报*, 2017, 37(5): 0515006.
- [6] Feng X X, Zhang L Y, Ye N, et al. Fast algorithms on center location of two dimensional Gaussian distribution spot [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(5): 0512002.
- 冯新星, 张丽艳, 叶南, 等. 二维高斯分布光斑中心快速提取算法研究 [J]. *光学学报*, 2012, 32(5): 0512002.
- [7] Cao Y, Li B Q, Li H T, et al. High-accuracy star sensor centroid algorithm based on star image resampling [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(7): 0712003.
- 曹阳, 李保权, 李海涛, 等. 基于星点像重采样的星敏感器高精度质心算法 [J]. *光学学报*, 2019, 39(7): 0712003.
- [8] Wang L Y, Wang B, Zhang G Y, et al. Star point energy center correction method of star simulator [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(2): 0223001.
- 王凌云, 王博, 张国玉, 等. 星模拟器星点能量中心修正方法的研究 [J]. *光子学报*, 2016, 45(2): 0223001.
- [9] Tan D, Zhang X, Wu Y X, et al. Analysis of effect of optical aberration on star centroid location error [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(2): 219-225.
- 谭迪, 张新, 伍雁雄, 等. 光学像差对星点质心定位误差的影响分析 [J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(2): 219-225.
- [10] Yang J, Zhang T, Song J Y, et al. High accuracy error compensation algorithm for star image sub-pixel subdivision location [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2010, 18(4): 1002-1010.
- 杨君, 张涛, 宋靖雁, 等. 星点质心亚像元定位的高精度误差补偿法 [J]. *光学精密工程*, 2010, 18(4): 1002-1010.
- [11] Li P, Gao L M, Wu Y M, et al. Research on subpixel location error of weighted centroiding algorithm [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2011, 34(6): 43-46, 72.
- 李朋, 高立民, 吴易明, 等. 加权质心法亚像元定位误差研究 [J]. *电子测量技术*, 2011, 34(6): 43-46, 72.
- [12] Zhang J, Hao Y C, Liu D. Investigation on the mechanism and positioning error of multi-star spots extraction of iteratively weighted center of gravity algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(2): 0204001.
- 张俊, 郝云彩, 刘达. 迭代加权质心法机理及多星定位误差特性研究 [J]. *光学学报*, 2015, 35(2): 0204001.
- [13] Tang S J, Guo X S, Zhou Z F, et al. Modified systematic error compensation algorithm for star centroid sub-pixel detection [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(6): 1502-1507.
- 唐圣金, 郭晓松, 周召发, 等. 星点亚像元定位中系统误差的改进补偿方法 [J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(6): 1502-1507.
- [14] Alexander B F, Kim C N. Elimination of systematic error in subpixel accuracy centroid estimation [J]. *Optical Engineering*, 1991, 30(9): 1320-1330.
- [15] Rufino G, Accardo D. Enhancement of the centroiding algorithm for star tracker measure refinement [J]. *Acta Astronautica*, 2003, 53(2): 135-147.
- [16] Wang H T, Luo C Z, Wang Y, et al. An improved centroid algorithm for star point [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2009, 36(7): 55-59.
- 王洪涛, 罗长洲, 王渝, 等. 一种改进的星点质心算法 [J]. *光电工程*, 2009, 36(7): 55-59.
- [17] Bertolazzi E, Frego M, Biral F. Point data reconstruction and smoothing using cubic splines and

- clusterization[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2020, 176: 36-56.
- [18] Tan W, Fang M, Duan F, et al. Research on 3D laser image denoising algorithm based on three splines interpolation function[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, 51(9): 2496-2503.
- 谭文, 方森, 段峰, 等. 基于三次样条插值函数的 3D 激光图像去噪算法研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(9): 2496-2503.