

## 基于区域量化算法的增强型双频解相位方法

文浩<sup>1,2</sup>, 姚鹏程<sup>1,2</sup>, 盖绍彦<sup>1,2</sup>, 达飞鹏<sup>1,2,3\*</sup><sup>1</sup>东南大学自动化学院, 江苏 南京 210096;<sup>2</sup>东南大学复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 江苏 南京 210096;<sup>3</sup>东南大学深圳研究院, 广东 深圳 518063

**摘要** 针对传统双频法无法满足高精度测量要求的问题, 提出了一种基于区域量化算法的增强型双频解相位方法。该方法首先通过双频法获得不稳定的条纹阶次, 然后通过区域灰阶图对条纹阶次进行区域划分, 再对每个区域中全部像素点对应的条纹阶次进行排序并取中位值, 最后将取得的中位值赋值给该区域所有的像素点对应的条纹阶次。经过量化后的条纹阶次是唯一稳定的, 因此该方法能够获得精确的绝对相位。仿真和实验结果证明了所提方法的可行性。与传统双频法和三频法相比, 所提方法在达到双频法测量速度的同时, 能够达到三频法测量的精度。

**关键词** 测量; 相位解包裹; 双频法; 区域量化; 条纹阶次

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1212003

## Enhanced Dual-Frequency Phase Unwrapping Method Based on Regional Quantification Algorithm

Wen Hao<sup>1,2</sup>, Yao Pengcheng<sup>1,2</sup>, Gai Shaoyan<sup>1,2</sup>, Da Feipeng<sup>1,2,3\*</sup><sup>1</sup> School of Automation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;<sup>2</sup> Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering, Ministry of Education, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;<sup>3</sup> Shenzhen Research Institute, Southeast University, Shenzhen, Guangdong 518063, China

**Abstract** To solve the problem that the traditional dual-frequency method cannot meet the requirement of high precision measurement, an enhanced dual-frequency phase unwrapping method based on the regional quantification algorithm is proposed. In this method, unstable fringe orders are first obtained by the dual-frequency method, and the fringe orders are divided by the regional gray-code map. Then, the fringe orders corresponding to all the pixels in each region are sorted and the median value is obtained. Finally, the obtained median value is assigned to the corresponding the fringe orders of all pixels in this region. The quantified fringe order is unique and stable, so the method can obtain accurate absolute phases. Simulation and experimental results demonstrate the feasibility of the proposed method. Compared with the traditional dual-frequency method and three-frequency method, the proposed method reaches the measurement speed as that of the dual-frequency method and the measuring precision as that of the three-frequency method.

**Key words** measurement; phase unwrapping; dual-frequency method; regional quantification; fringe order

**OCIS codes** 120.5050; 050.5080; 050.2770; 100.5088

收稿日期: 2020-12-17; 修回日期: 2021-01-05; 录用日期: 2021-01-22

基金项目: 国家自然科学基金(51475092)、江苏省自然科学基金(BK20181269)、江苏省前沿引领技术基础研究专项(BK20192004C)、深圳市科技创新委员会(JCYJ20180306174455080)

\* E-mail: dafp@seu.edu.cn

# 1 引言

光学三维测量一直是计算机视觉领域研究的热点,其中结构光具有速度快、精度高、工作距离长、成本低、材料适应性广等优点,广泛应用于制造业、工业检测、医学、人机交互等领域的光学三维测量<sup>[1-3]</sup>。随着人们对测量实时性要求的不断提高,快速三维测量不断发展<sup>[4]</sup>。在已有的方法中,傅里叶变换轮廓术(FTP)<sup>[5-6]</sup>只需要一张图片就可以进行三维重建,因此最适合用于高速三维测量。由于带通滤波局限性的存在,FTP往往难以测量边缘锐利、突变或反射率不均匀的物体。相较而言,相移轮廓术(PSP)则具有每个点的相位值仅与相移条纹的值有关而与邻域值无关的特点,因此该方法得到了更广泛的使用<sup>[7]</sup>。

相移轮廓术解相位算法通常是先利用条纹信息得到包裹相位,再利用相位解包裹算法得到绝对相位。传统的相位解包裹算法有时间相位解包裹(TPU)算法<sup>[8-9]</sup>和空间相位解包裹(SPU)算法<sup>[10-11]</sup>。由于空间相位解包裹算法在测量对象包含不连续或孤立物体时无法使用,而时间相位解包裹算法能够处理这种情况,因此时间相位解包裹算法得到了更广泛的应用。用于三维形状测量的典型TPU方法可分为两类:多频率(或多波长)方法<sup>[12-14]</sup>和灰阶码方法<sup>[15-16]</sup>。多频率方法需要投影多个条纹周期,然后利用周期之间的相位差解出包裹相位<sup>[17]</sup>。灰阶码方法的主要应用为格雷码法解包裹。格雷码法所需的额外投影数量与投影条纹的频率有关,在高频测量时需要额外投影的灰度图较多,所以较少用于快速测量。

在多频法中,双频法的投影条纹数量少,因而在快速测量中得到了广泛的使用。但使用双频法解相位时容易产生误差。为了解决这个问题,Reich等<sup>[18]</sup>提出使用三种频率的光栅来进行外差相位解相,但该方法需要投影更多的图片,因此测量速度大大降低。在双频法改进方面,Yu等<sup>[19]</sup>提出了一种双频法结合格雷码的方法来消除条纹阶次误差的方法,该方法取得了很好的效果,但是需要额外投影一组格雷码图像,因此也降低了测量速度。上述方法虽然提高了测量精度,但是都需要额外投影图像,从而降低了测量的速度。

为了在不降低测量速度的前提下解决双频法解包裹相位时精度不够的问题,本文提出了一种区域量化算法的增强性双频解相位方法,该方法仅需投

影与双频法相同的条纹数,就能够达到与三频法相近的解相位精度。

## 2 基本原理

### 2.1 传统相移法

本文首先采用相移轮廓术解得包裹相位。这里以三步相移法为例来说明解得包裹相位的过程,所需投影的正弦条纹的数学表达式为

$$I_n(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \cos\left(\varphi + \frac{2n\pi}{3}\right),$$

$$n = 0, 1, 2, \quad (1)$$

式中: $(x, y)$ 为像素点的坐标; $n$ 为投影条纹图像的幅数; $\varphi$ 为编码的相位; $I'(x, y)$ 为平均强度; $I''(x, y)$ 为调制强度; $\varphi$ 可表示为

$$\varphi(x, y) = \arctan \left[ \frac{\sum_{n=1}^3 I_n(x, y) \sin(2n\pi/3)}{\sum_{n=1}^3 I_n(x, y) \cos(2n\pi/3)} \right]. \quad (2)$$

(2)式在求解 $\varphi(x, y)$ 的过程中使用了反正切函数,因此求解出来的 $\varphi(x, y)$ 具有 $2\pi$ 不连续性,其值的范围为 $(-\pi, \pi)$ 。要想获取被测物体的三维形貌,就需要利用空间或时间解包裹算法去除 $2\pi$ 不连续性。由于空间解包裹算法应用的局限性,本文使用了时间解包裹算法中的多频率解包裹算法。

### 2.2 双频外差法

在多频率解包裹中,双频外差法所需的投影数量最少,具有最大的投影速度,因此在快速测量中得到了广泛使用。传统双频外差法是将两种不同频率的相位函数 $\varphi_h(x, y)$ 和 $\varphi_l(x, y)$ 叠加,得到一种频率更低的相位函数 $\Phi(x, y)$ ,即绝对相位。其中 $\varphi_h(x, y)$ 具有更高的精度,所以被用来求解得到绝对相位,而 $\varphi_l(x, y)$ 则被用来求解高频相位所对应的条纹阶次。

三步相移法首先分别投影如(1)式描述的三幅高频相移图 $I_{nh}(x, y)$ 和三幅低频相移图 $I_{nl}(x, y)$ ,然后分别用(2)式求得高频包裹相位 $\varphi_h(x, y)$ 和低频包裹相位 $\varphi_l(x, y)$ 。再求得合成相位 $\varphi_{eq}(x, y)$ 为

$$\varphi_{eq}(x, y) = \varphi_h(x, y) - \varphi_l(x, y). \quad (3)$$

求得 $\varphi_{eq}(x, y)$ 后,求合成相位的频率 $\lambda_{eq}$ ,即

$$\lambda_{eq} = \frac{\lambda_l \lambda_h}{\lambda_l - \lambda_h}, \quad (4)$$

式中: $\lambda_l$ 为低频条纹的频率; $\lambda_h$ 为高频条纹的频率。

有了 $\lambda_{eq}$ 、 $\lambda_h$ 、 $\varphi_{eq}(x, y)$ 以及 $\varphi_h(x, y)$ 就能够得到高频相位的条纹阶次 $k_h(x, y)$ ,具体为

$$k_h(x, y) = \text{Round} \left[ \frac{(\lambda_{eq}/\lambda_h)\varphi_{eq}(x, y) - \varphi_h(x, y)}{2\pi} \right], \quad (5)$$

式中:Round 为对所求函数进行四舍五入。求得最后的绝对相位  $\Phi(x, y)$  为

$$\Phi(x, y) = \varphi_h(x, y) + 2\pi k_h(x, y). \quad (6)$$

### 2.3 三频外差法

三频外差法是在双频外差法的基础上增加了一组相移图,其对应的三组相位主值分别为  $\varphi_1(x, y)$ 、 $\varphi_2(x, y)$ 、 $\varphi_3(x, y)$ ,使用外差原理分别叠加  $\varphi_1(x, y)$ 、 $\varphi_2(x, y)$  和  $\varphi_2(x, y)$ 、 $\varphi_3(x, y)$ ,得到频率为  $\lambda_{12}$ 、 $\lambda_{23}$  的相位  $\varphi_{12}(x, y)$ 、 $\varphi_{23}(x, y)$ ,再将频率为  $\lambda_{12}$ 、 $\lambda_{23}$  的相位叠加,得到全场范围只有一个周期的相位  $\varphi_{123}(x, y)$ 。三频外差法的求解过程中包括了三个外差过程,与仅用两种频率的光栅进行外差计算的方法相比,其对相位主值的精度要求大大降低,解相过程也更加稳定。但三频外差法需要投影

更多的图像,因此它的测量速度比双频法要小。

## 3 所提方法

图 1 为投影条纹图。对于传统的双频法,其投影的图像为三幅高频相移图加上三幅低频相移图,分别如图 1(a)、(b)所示。通过传统的双频法解出的条纹阶次如图 2(a)所示。每个周期内的条纹阶次在理论上具有一致性,但由于实际测量过程中存在环境光和相机噪声的影响,因此解出来的条纹阶次可能出现跳变误差,如图 2(b)所示。针对这个问题,本文提出一种基于区域量化算法的增强型双频法。该方法保留了双频法的高频条纹,将低频的三张条纹设计成两幅相移图加一幅区域灰阶图,如图 1(c)所示。利用该区域灰阶图辅助划分每个区域的条纹阶次,结合另外两幅低频相移图将每个周期的条纹阶次设置成唯一确定的值,如图 2(c)所示,这有效克服了条纹阶次误差问题。

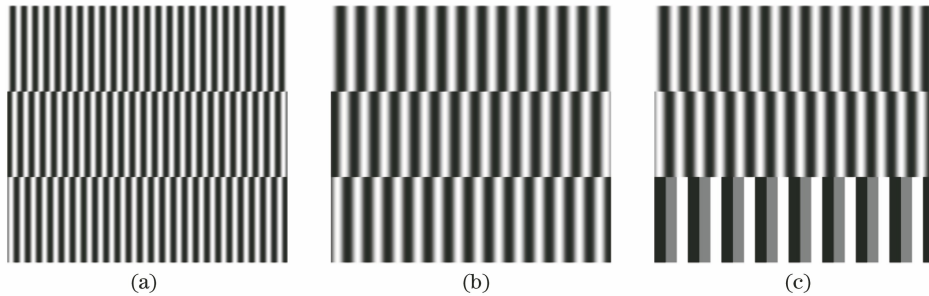


图 1 投影条纹图。(a)高频条纹;(b)低频条纹;(c)所提方法得到的低频条纹

Fig. 1 Projected fringe patterns. (a) High-frequency fringes; (b) low-frequency fringes; (c) low-frequency fringe obtained by proposed method

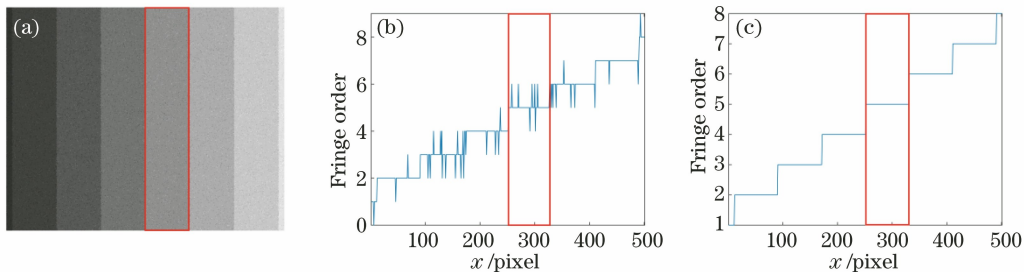


图 2 条纹阶次图。(a)受噪声影响的条纹阶次;(b)图 2(a)中的一行;(c)经过本文方法处理后的条纹阶次

Fig. 2 Fringe order diagrams. (a) Fringe order affected by noise; (b) a line of Fig. 2(a);

(c) processed fringe order by proposed method

### 3.1 高频部分

为了保证高频部分的精度,本文所提方法与传统双频法的高频部分采用相同的相移条纹[(1)式],且使用(2)式可以得到高频的包裹相位  $\varphi_h(x, y)$ 。

### 3.2 低频部分

用来解低频包裹相位的两幅条纹图为

$$I_{11}(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \cos \varphi_1, \quad (7)$$

$$I_{12}(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \sin \varphi_1, \quad (8)$$

解得低频相位  $\varphi_1(x, y)$  为

$$\varphi_1(x, y) = \arctan \left[ \frac{I_{12}(x, y) - I'(x, y)}{I_{11}(x, y) - I'(x, y)} \right], \quad (9)$$

其中  $I'(x, y)$  可以从高频条纹图像解得,即

$$I'(x, y) = \frac{I_{h1}(x, y) + I_{h2}(x, y) + I_{h3}(x, y)}{3}, \quad (10)$$

式中:  $I_{h1}(x, y)$ 、 $I_{h2}(x, y)$ 、 $I_{h3}(x, y)$  为高频条纹图。

### 3.3 区域量化算法

在求得  $\varphi_h(x, y)$  和  $\varphi_l(x, y)$  之后, 使用(3)~(5)式可以得到不稳定的条纹阶次  $k_h$ , 如图 2(a) 所示。为了得到准确的  $k_h$ , 本文设计了区域灰阶图, 即

$$I(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \times K, \quad (11)$$

$$K = \begin{cases} -1, & \text{fringe order is 1} \\ 0, & \text{fringe order is 2} \\ 1, & \text{fringe order is 3} \end{cases}$$

$$I''(x, y) = \sqrt{\frac{[I_{h1}(x, y) - I_{h3}(x, y)]^2}{3} + \left[ \frac{I_{h1}(x, y) + I_{h3}(x, y) - 2 \times I_{h2}(x, y)}{3} \right]^2}. \quad (13)$$

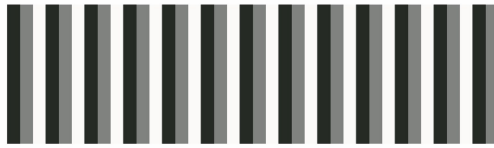


图 3 区域灰度图

Fig. 3 Regional gray-code map

通过  $I'(x, y)$  和  $I''(x, y)$  的值就可以将区域划分出来。因此区域灰阶图所对应的区域与高频相位的周期相同, 所以, 利用区域灰阶图就能够将每个高频周期所对应的条纹阶次  $k_h$  划分出来, 其中一个区域如图 2(a) 中方框所示。然后对每个区域内所有像素点对应的条纹阶次进行统计, 再进行排列, 得到一组有序数列。理论上, 相同区域内的像素点对应相同的条纹阶次, 因此这组有序数列内的值理应是相同的, 但是由于误差的存在, 这组有序数列的值不完全相同, 如图 2(b) 中方框区域所对应的条纹阶次所示。本文所提方法取这组有序数列的中位数, 然后将其赋值给该数列所对应区域内的所有像素点, 这样, 该区域内的所有像素点就具有了相同的条纹阶次, 如图 2(c) 中方框区域所对应的条纹阶次所示。只要该区域内有误差的像素点小于该区域像素点总数的 1/2, 该区域内的所有像素点就能得到唯一正确的条纹阶次  $k_h$ 。但由于离焦和噪声的影响, 灰度图的边界处会有几个像素点发生跳变, 对于跳变的消除, 可以采用文献[20]中提出的方法: 首先通过(6)式得到不精确的绝对相位  $\Phi$ , 然后对其进行中值滤波, 得到滤波后的相位  $\Phi_f$ , 再消除跳变点, 即

式中:  $K$  为投影灰阶图的级次, 在本文中采用三级灰阶来划分区域。投影的区域灰阶图也会将背景分割出来, 因此可能影响被测物体的条纹阶次, 且设计的条纹级数越多, 被测物体表面的区域与背景相同条纹级数区域发生重合的可能性越小, 但条纹级数的分辨率越低。为了保证区域的分辨率, 本文选择了三级条纹来分割区域。本文所用三级条纹的条纹级数顺序为 1, 2, 3, 1, 2, 3..., 具体如图 3 所示。  $K$  值的求解公式为

$$K = \frac{I(x, y) - I'(x, y)}{I''(x, y)}, \quad (12)$$

其中,  $I''(x, y)$  同样可以从高频条纹图像中解得, 即

$$\begin{cases} \Phi(x, y) = \Phi(x, y) - 2\pi, & \Phi(x, y) - \Phi_f(x, y) > T_h \\ \Phi(x, y) = \Phi(x, y) + 2\pi, & \Phi(x, y) - \Phi_f(x, y) < -T_h \end{cases}, \quad (14)$$

式中:  $T_h$  为跳变误差的阈值。如此就可以得到完整精确的绝对相位。在本文中  $T_h$  取  $\pi$ 。

## 4 仿真与实验

### 4.1 仿 真

本文的仿真使用的是 MATLAB 软件, 双频和三频法的高频条纹均使用周期为 20 pixel 的条纹, 双频法的低频条纹使用周期为 20.5 pixel 的条纹, 而三频法的中频条纹使用周期为 22 pixel 的条纹、低频条纹使用周期为 24 pixel 的条纹。利用 awgn 函数对图像加入高斯白噪声, 以模拟现实中的噪声, 三组实验分别是加入 20 dB、25 dB、30 dB 的高斯白噪声情况下的结果, 如图 4 所示。为了使仿真结果更加可观, 使用均方根误差 (RMSE) 来量化显示各个方法的误差大小, 在加入高斯白噪声的情况下, 各方法所解包裹的 RMSE 值见表 1。

如图 4(a)、(d)、(g) 所示, 传统双频法很容易受到噪声的影响, 即使只加入 30 dB 的高斯白噪声, 双频法解出的相位也会产生很大的噪声跳变; 图 4(b)、(e)、(h) 说明, 相比于传统双频法, 传统三频法具有一定的抗噪效果, 很好地抑制了 30 dB 和 25 dB 的噪声, 但仍然不能很好地处理 20 dB 噪声的情况; 而图 4(c)、(f)、(i) 显示了本文所提方法对于高斯白噪声的消除具有最好的效果, 即使加入了 20 dB 的高斯白噪声, 文本所提方法依然能准确地解出绝对



相位。仿真结果证明,针对类似高斯白噪声的随机噪声,本文所提方法解出的绝对相位精度比三频法

解出的绝对相位精度更高,从而证明了文本所提方法的优势。

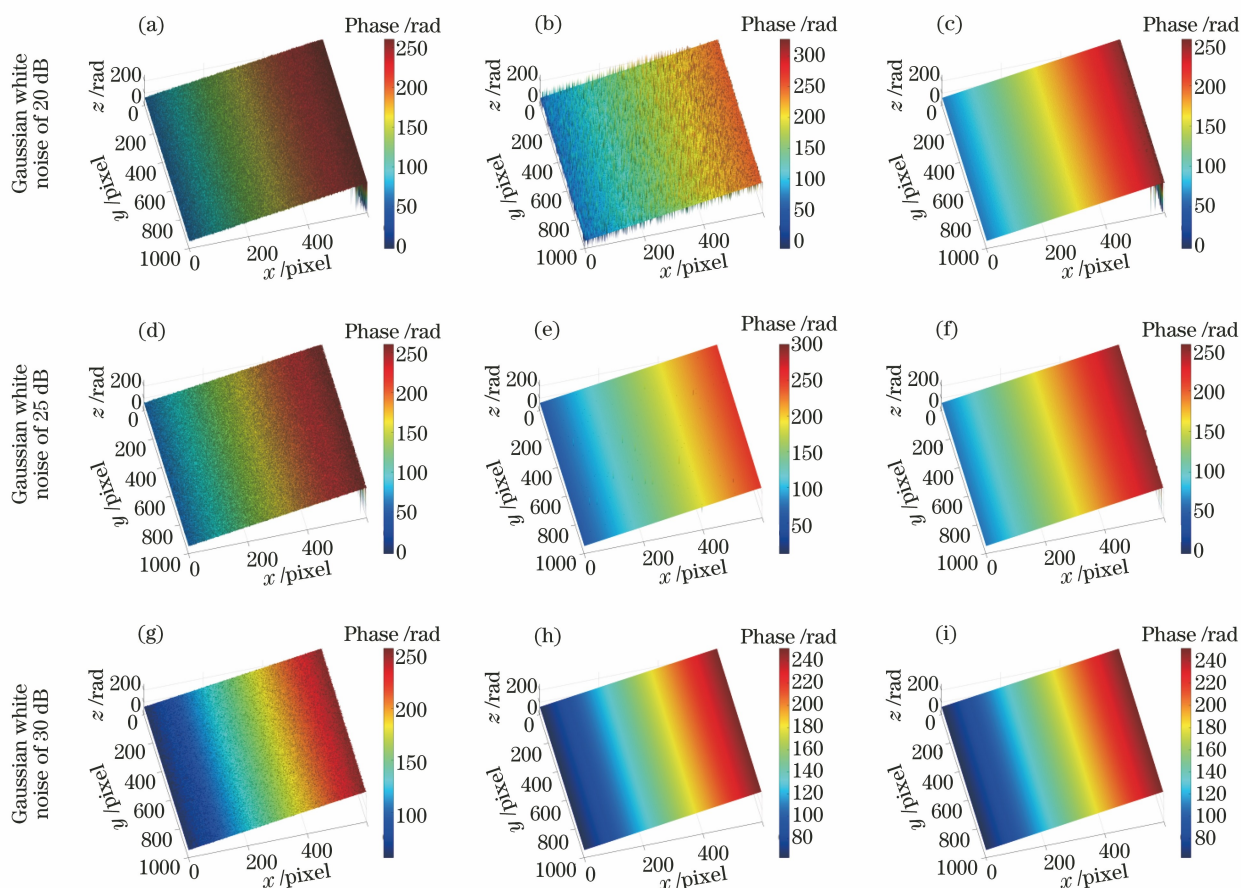


图 4 仿真结果。(a)(d)(g)加入 20 dB、25 dB、30 dB 高斯白噪声时双频法的仿真结果;(b)(e)(h)加入 20 dB、25 dB、30 dB 高斯白噪声时三频法的仿真结果;(c)(f)(i)加入 20 dB、25 dB、30 dB 高斯白噪声时所提方法的仿真结果

Fig. 4 Simulation results. (a)(d)(g) Simulation results of dual-frequency method when adding Gaussian white noise of 20 dB, 25 dB, and 30 dB; (b)(e)(h) simulation results of three-frequency method when adding Gaussian white noise of 20 dB, 25 dB, and 30 dB; (c)(f)(i) simulation results of proposed method when adding Gaussian white noise of 20 dB, 25 dB, and 30 dB

表 1 在高频周期为 20 pixel 且加入不同强度高斯白噪声情况下各方法的 RMSE 值

Table 1 RMSE value of each method at high frequency period of 20 pixel and with white Gaussian noise of different intensity

Intensity of Gaussian white noise /dB	Dual-frequency method	Three-frequency method	Proposed method
20	10.5965	6.1136	0.1008
25	3.7046	0.3568	0.0565
30	1.8285	0.0316	0.0316

#### 4.2 实验

为了验证本文所提方法的有效性,搭建了一套包括数字光处理(DLP)投影仪(LightCrafter 4500)和高速 CCD 相机(Basler acA800-510um)的三维测

量系统。其中投影仪分辨率为 912 pixel × 1140 pixel,装配在相机上的镜头焦距为 6 mm(理光 6 mm 镜头),光圈为  $f/1.4$ 。摄像机分辨率设定为 720 pixel × 540 pixel,相机通过投影仪的触发信号来同步采集被测物体的图片。

在实验中,测量目标为石膏像,分别使用传统双频法、三频法和本文提出的方法求取石膏像的绝对相位。双频法和文本所提方法均使用高频条纹周期为 20 pixel、低频条纹周期为 20.5 pixel 的光栅来进行测量;三频法则使用高频条纹周期为 20 pixel、中频条纹周期为 22 pixel、低频条纹周期为 24 pixel 的光栅,作为对照实验。为了减少背景对实验的影响,实验背景采用黑色。

本文所提方法采集的图像如图 5 所示。

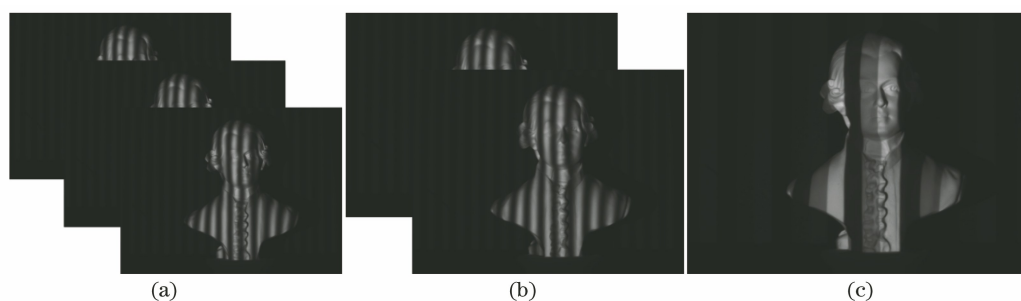


图 5 采集图像。(a)高频图像;(b)低频图像;(c)区域量化图

Fig. 5 Captured pictures. (a) High-frequency image; (b) low-frequency image; (c) regional quantization map

分别使用传统双频法[图 6(a)]、三频法[图 6(b)]和本文提出的方法[图 6(c)]求取所采集图像的绝对相位,为了使实验结果更加直观,再使用上述三种方法得到的绝对相位减去一个相同的参考平面的绝对相位,得到的结果如图 6 所示。

如图 6(a)中的相位图所示,使用传统双频法求解的绝对相位存在很多跳变误差,使得解得的绝对相位也有很多毛刺;使用本文所提的方法解得的绝对相位如图 6(c)所示,其基本还原了石膏

像原本的三维形貌。为了得到更准确的结果,将传统三频法解得的绝对相位作为标准相位,分别计算双频法和本文所提方法所得结果的 RMSE 值来衡量实验的结果,得到传统双频法的 RMSE 为 1.0749,而本文所提方法的 RMSE 仅为 0.0288,这证明了本文所提方法所解得的绝对相位能够达到与传统三频法相近的精度,但本文所提方法仅需要投影三频法 2/3 的条纹光栅,从而证明了本文所提方法的优势。

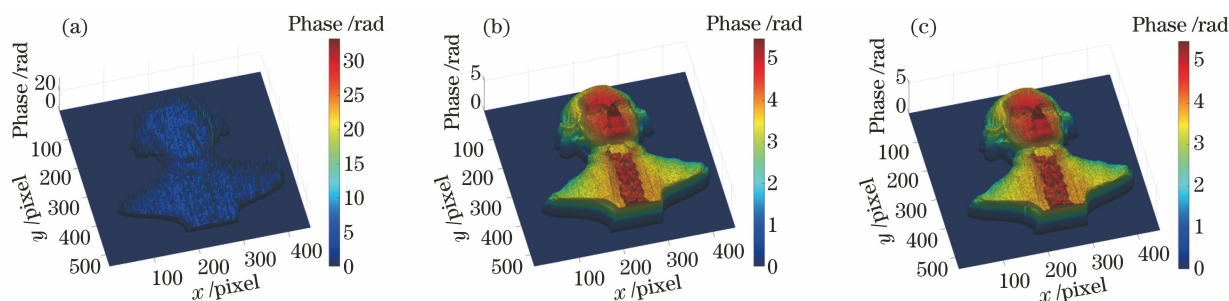


图 6 绝对相位图。(a)传统双频法;(b)传统三频法;(c)本文所提方法

Fig. 6 Absolute phase diagrams. (a) Traditional dual-frequency method; (b) traditional three-frequency method; (c) proposed method

## 5 结 论

传统双频法因其快速性而被广泛应用,但它存在解相位时相位不稳定的问题。提出了一种基于区域量化算法的增强型双频法,在保留高频的三幅相移图片的前提下,将低频的三幅相移图片变成两幅相移图和一幅区域灰阶图。首先利用三幅高频相移图和两幅低频相移图分别求出高频相位和低频相位以及不稳定的条纹阶次,然后使用区域灰阶图将条纹阶次图以高频相移周期为标准进行划分,再对每个区域内的条纹阶次进行量化,得到唯一正确的条纹阶次,从而提高绝对相位的精度。仿真和实验结果证明了所提方法在达到双频法测量速度的同时,能够达到三频法的测量精度。

## 参 考 文 献

- [1] Chen S L, Zhao J B, Xia R B. Improvement of the phase unwrapping method based on multi-frequency heterodyne principle[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(4): 0412004.  
陈松林, 赵吉宾, 夏仁波. 多频外差原理相位解包裹方法的改进[J]. 光学学报, 2016, 36(4): 0412004.
- [2] Hu Y, Chen Q, Liang Y C, et al. Microscopic 3D measurement of shiny surfaces based on a multi-frequency phase-shifting scheme [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2019, 122: 1-7.
- [3] Li Z W. Research on structured light 3D measuring technology and system based on digital fringe projection [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009: 11-17.  
李中伟. 基于数字光栅投影的结构光三维测量技术

- 与系统研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009: 11-17.
- [4] Yu Y, Da F P, Guo Y F, et al. High-speed phase-shifting 3D profilometry on human face assisted by statistical model [J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2020, 6: 1007-1016.
- [5] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. Review of Scientific Instruments, 1982, 72(12): 156-160.
- [6] Liu Y H, Zhang Q C, Zhang H H, et al. Improve temporal Fourier transform profilometry for complex dynamic three-dimensional shape measurement [J]. Sensors, 2020, 20(7): 1808.
- [7] Zuo C, Huang L, Zhang M L, et al. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: a comparative review [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2016, 85: 84-103.
- [8] Zhang S. Absolute phase retrieval methods for digital fringe projection profilometry: a review [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 107: 28-37.
- [9] Lei Z H, Li J B. Full automatic phase unwrapping method based on projected double spatial frequency fringes [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(1): 39-42. 雷志辉, 李健兵. 基于双频投影条纹的全自动相位解包裹方法 [J]. 光学学报, 2006, 26(1): 39-42.
- [10] Huntley J M, Saldner H. Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis [J]. Applied Optics, 1993, 32(17): 3047-3052.
- [11] Yang T, Zhang G L, Li H H, et al. Hybrid 3D shape measurement using the MEMS scanning micromirror [J]. Micromachines, 2019, 10(1): 47-61.
- [12] Cheng Y Y, Wyant J C. Two-wavelength phase shifting interferometry [J]. Applied Optics, 1984, 23(24): 4539-4543.
- [13] Cheng Y Y, Wyant J C. Multiple-wavelength phase-shifting interferometry [J]. Applied Optics, 1985, 24(6): 804-807.
- [14] Hu H H, Gao J, Zhou H Y, et al. A combined binary defocusing technique with multi-frequency phase error compensation in 3D shape measurement [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 124: 105806.
- [15] Sansoni G, Corini S, Lazzari S, et al. Three-dimensional imaging based on Gray-code light projection: characterization of the measuring algorithm and development of a measuring system for industrial applications [J]. Applied Optics, 1997, 36(19): 4463-4472.
- [16] Sansoni G, Carocci M, Rodella R. Three-dimensional vision based on a combination of Gray-code and phase-shift light projection: analysis and compensation of the systematic errors [J]. Applied Optics, 1999, 38(31): 6565-6573.
- [17] Wu Z J, Guo W B, Zhang Q C. High-speed three-dimensional shape measurement based on shifting Gray-code light [J]. Optics Express, 2019, 27(16): 22631-22644.
- [18] Reich C, Ritter R, Thesing J. 3D shape measurement of complex objects by combining photogrammetry and fringe projection [J]. Optical Engineering, 2000, 39(1): 224-231.
- [19] Yu S, Zhang J, Yu X Y, et al. 3D measurement using combined Gray code and dual-frequency phase-shifting approach [J]. Optics Communications, 2018, 413: 283-290.
- [20] Ma M, Yao P, Deng J, et al. A morphology phase unwrapping method with one code grating [J]. The Review of Scientific Instruments, 2018, 89(7): 073112.