

相干光成像系统传递函数的物理意义及实验证明

李俊昌^{1,2}, 罗润秋¹, 彭祖杰¹, 宋庆和^{1,2*}, 桂进斌¹, 夏海廷^{1,2}¹昆明理工大学理学院物理系, 云南 昆明 650500;²云南省土木工程防灾重点实验室, 云南 昆明 650500

摘要 根据相干光成像振幅分布的近似计算理论, 成像系统是线性空间不变系统, 出射光瞳表征的传递函数定义为几何光学像频谱的滤波器。基于能够准确计算像光场振幅及相位分布的理论, 指出成像系统不是线性空间不变系统, 从而将传递函数的物理意义定义为几何光学像经过特定距离进行菲涅耳衍射的空间滤波器。通过单透镜相干光成像和数字全息成像的模拟和光学实验, 验证了传递函数新定义的正确性。

关键词 信号处理; 衍射计算; 相干光成像; 相干传递函数

中图分类号 O438.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1207001

Physical Significance and Experimental Proof of Transfer Function in Coherent Optical Imaging Systems

Li Junchang^{1,2}, Luo Runqiu¹, Peng Zujie¹, Song Qinghe^{1,2*}, Gui Jinbin¹, Xia Haiting^{1,2}

¹Department of Physics, Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China;

²Yunnan Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Kunming, Yunnan 650500, China

Abstract According to the approximate calculation theory of the amplitude distribution of coherent optical imaging, the imaging system is a linear space invariant system, and the transfer function of the ocular circle is defined as the filter of the geometrical optical image spectrum. Using the theory for accurately calculating the amplitude and phase distributions of image optical field, we found that the imaging system was no longer a linear space invariant system and that the physical definition of the transfer function needed to be modified. Through simulation and optical experiments of single lens coherent optical imaging and digital holography imaging, we verified the new definition of the transfer function as a spatial filter for geometric optical images diffracted by Fresnel lenses at a specific distance.

Key words signal processing; diffraction calculation; coherent optical imaging; coherent transfer function

OCIS codes 070.6110; 110.1650; 090.1970; 110.2960

1 引言

激光出现以后, 相干光照明成像是近代光学一个重要的研究内容。Goodman 教授基于线性系统理论和适当近似, 在《傅里叶光学导论》中给出像光场振幅分布的计算公式^[1]。基于该公式的研究, 相干光成像系统是一个线性空间不变系统, 并且由出射光瞳表征的相干传递函数是几何光学像频谱的滤

波器。研究 Born 等所著《光学原理》第 7 版可知^[2], Goodman 教授得到的结论与该名著中等晕区近似下广延物的相干光照明成像结论相同。

随着科学研究的深入发展, 在光学精密检测研究中, 为提高像光场的分辨率, 近年来出现许多用不同形式结构光照明检测物体提高像光场振幅分辨率的研究^[3-7]。根据一些文献的报导^[3-5], 结构光照明能让像光场部分区域的振幅分辨率超越瑞利分辨极

收稿日期: 2020-11-30; 修回日期: 2020-12-28; 录用日期: 2021-01-18

基金项目: 国家自然科学基金(11862008, 61540075, 61565011)

* E-mail: 20080137@kust.edu.cn

限。然而,实验观测表明,在像平面上不同区域有不同的分辨率,不但与成像是线性空间不变系统的理论相矛盾,而且相干光成像获得的是具有振幅和相位分布的像光场,局限于振幅分辨率的理论研究是不完善的。因此,建立准确的相干光照明成像理论逐渐成为必须解决的问题。2016年,一篇论文^[8]写到相干成像系统的性能表示在光学界至今无统一标准,对于一个光学系统,建议给出一种辐射形线条分辨率板——“西门子星”在像平面不同位置的成像结果,并期望建立根据实验测量准确获得理想像的数学方法。

本文作者^[9]基于 Goodman 教授的研究方法和菲涅耳衍射近似,曾导出相干光照明下能够计算像光场振幅及相位分布的单透镜成像表达式。此后,基于柯林斯公式^[10],导出能够由 2×2 矩阵元素描述的光学系统像光场表达式,单透镜成像计算成为这个公式的一个特例^[11]。基于成像公式的数学分析,相干光成像系统始终不是线性空间不变系统,理论上能解释像平面上不同区域有不同分辨率的实验

现象。并且,由出射光瞳表征的相干光成像系统的传递函数应定义为几何光学像经过特定距离进行菲涅耳衍射的空间滤波器^[11]。此外,为适应 3D 检测的研究需要^[12],基于单透镜成像表达式,还进行了离焦像场的理论和实验研究。

本文采用能够计算像光场复振幅的单透镜成像表达式,首先通过相干光成像的振幅分布实验研究,对传递函数的新定义进行简明的实验证明;然后理论上建立根据实验测量获得理想像的数学方法,通过显微数字全息实验,在获得理想像复振幅的同时,对传递函数的新定义再次做出证明。

2 相干光照明成像的两种计算公式

在直角坐标系 $O-xyz$ 中,设成像系统光轴与 z 轴重合,光学系统由 2×2 元素的光学矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 描述, $U_0(x, y)$ 是物平面光波场的复振幅,基于线性系统理论,可以导出能计算像光场振幅和相位分布的表达式^[11]:

$$U(x, y) = \exp \left[\frac{jk}{2d_{pi}}(x^2 + y^2) \right] \times F^{-1} \left\{ F \left[-\frac{1}{A} U_0 \left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A} \right) \exp \left[j \frac{k}{2} \left(\frac{C}{A} - \frac{1}{d_{pi}} \right) (x^2 + y^2) \right] \right] \times P(-\lambda d_{pi} f_x, -\lambda d_{pi} f_y) \right\}, \quad (1)$$

式中: $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长; $P(\cdot)$ 为出射光瞳函数; d_{pi} 为出射光瞳到像平面的距离; $F\{\cdot\}$ 、 $F^{-1}\{\cdot\}$ 分别为二维傅里叶变换、逆变换符号; f_x 、 f_y 分别为二维频率空间坐标。对于焦距 f 的单透镜成像系统,设物距和像距分别为 d_0 、 d_i ,对应的光

学矩阵为 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -1/f & 1/A \end{bmatrix}$, 且 $A = -d_i/d_0$ 。由于出射光瞳即透镜光瞳,将 $d_{pi} = d_i$, $C = -1/f$ 代入(1)式,得到^[11]

$$U(x, y) = \exp \left[\frac{jk}{2d_i}(x^2 + y^2) \right] \times F^{-1} \left\{ F \left[-\frac{1}{A} U_0 \left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A} \right) \exp \left[-jk \frac{1}{2Ad_i}(x^2 + y^2) \right] \right] \times P(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y) \right\}. \quad (2)$$

如果只对像光场振幅分布感兴趣,按照 Goodman 教授的近似方法^[1],省略(2)式中二次相位因子,即得到

$$U(x, y) = F^{-1} \left\{ F \left[-\frac{1}{A} U_0 \left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A} \right) \right] P(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y) \right\}. \quad (3)$$

(3)式正是《傅里叶光学导论》^[1]介绍的像光场振幅分布计算公式。因此,(3)式可以视为在给定近

似条件下(1)式用于单透镜成像系统像光场振幅分布计算时的一个特例。比较(2)式和(3)式可以看出,如果(2)式是正确的,相干光成像系统就不是线性空间不变系统。即便只考虑像光场的振幅计算,忽略(2)式傅里叶逆变换前方的二次相位因子,也只有 $Ad_i \rightarrow \infty$, 即像距无穷大的成像系统才是线性空间不变系统。(3)式的计算始终是不精确的,或者,从严格的理论意义上看,对于相干光成像,等晕区不

存在。此外,按照线性空间不变系统理论讨论振幅传递函数的频率响应^[1],这种讨论是一种近似分析。

3 相干光成像系统传递函数的新定义

基于(3)式,由于 $F\left[-\frac{1}{A}U_0\left(-\frac{x}{A},-\frac{y}{A}\right)\right]$ 代表几何光学像的频谱,光学系统出射光瞳函数 P 表征的振幅传递函数的物理意义是几何光学像频谱的滤波器^[1]。对(2)式中带有二次相位因子的几何光学像的傅里叶变换进行展开,得到

$$F\left\{-\frac{1}{A}U_0\left(\frac{x}{A},\frac{y}{A}\right)\exp\left[-j\frac{k}{2Ad_i}(x^2+y^2)\right]\right\} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}-\frac{1}{A}U_0\left(\frac{x}{A},\frac{y}{A}\right)\exp\left[-j\frac{k}{2Ad_i}(x^2+y^2)\right]\times \exp[-j2\pi(f_x x+f_y y)]dx dy, \quad (4)$$

若令 $f_x = \frac{x_d}{Ad_i}$, $f_y = \frac{y_d}{Ad_i}$, 与非涅耳衍射公式相比较,不难看出,其计算结果与几何光学理想像经距离为 $-Ad_i$ 的非涅耳衍射到达 $x_d y_d$ 平面的光波场相似。于是,出射光瞳函数 P 表征的传递函数可以视为几何光学理想像经距离为 $-Ad_i$ 的非涅耳衍射的空间滤波器。

4 (2)式及传递函数定义的实验证明

像的强度分布是(2)式及(3)式的模平方,为考查(2)式是否能够准确计算像光场,并对传递函数的新定义进行简明的实验证明,首先研究图 1 所示的实验^[11]。实验系统中,透镜焦距 $f=300$ mm,孔径为 75 mm;物平面是一个“光”字透光孔的光阑,光阑宽度为 10.65 mm;物距 $d_0=900$ mm,像距 $d_i=450$ mm,用微机 PC 控制的影像传感器 CCD 记录物体的像。为考查出射光瞳尺寸对成像质量的影响,紧邻透镜前放置直径为 5.5 mm 的圆孔光阑,进行无光阑及有光阑的像光场强度图像检测及模拟。

利用沿光轴 z 传播的波长 $\lambda=633$ nm 的平面波照明物平面。图 2(a1)、(b1)为无光阑、光阑直径为 5.5 mm 时 CCD 在像平面探测到的光斑强度图样。图 2(a2)、(b2)是(2)式模拟计算的光斑图样。图 2(a3)、(b3)是(3)式模拟计算的光斑图样。可以看出,(2)式模拟结果与实验测量结果十分吻合。光阑直径较小时,(3)式使用时不满足物体尺寸要小于透镜孔径 $1/4$ 的近似条件^[1],所以(3)式不能正确地模拟实验结果。

为较直观地了解出射光瞳的空间滤波作用,图

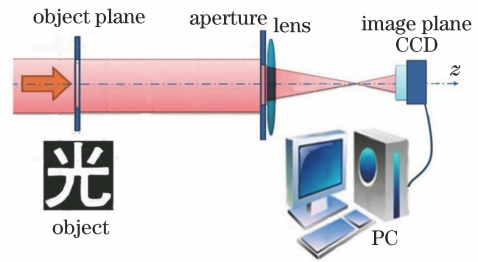


图 1 衍射受限成像实验

Fig. 1 Limited diffraction imaging experiment

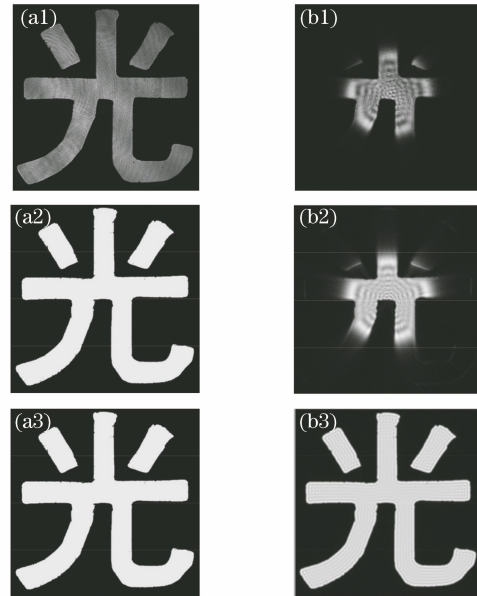


图 2 像光场强度图像的实验测量与理论模拟(像面尺寸为 5.3 mm \times 5.3 mm)。(a1)无光阑实验测量;(b1)有光阑实验测量;(a2)(b2)(2)式模拟的结果;(a3)(b3)(3)式模拟的结果

Fig. 2 Experimental measurement and theoretical simulation results of intensity image (image plane size is 5.3 mm \times 5.3 mm). (a1) Experimental measurement without the aperture; (b1) experimental measurement with the aperture; (a2)(b2) simulation result of Eq. (2); (a3)(b3) simulation result of Eq. (3)

3(a)给出光阑直径为 5.5 mm 时(2)式计算过程中,带有二次相位因子的几何光学理想像的频谱及出射光瞳对频谱的截取情况。由于带有二次相位因子的几何光学理想像频谱分布与平面波照射下理想像的非涅耳衍射图像相似,传递函数空间滤波后,不能得到完整的像,如图 2(b2)所示。图 3(b)显示出(3)式计算过程中几何光学理想像的频谱及出射光瞳对频谱的滤波作用。由于出射光瞳的作用是理想像频谱的低通滤波器,获得损失部分高频分量的完整像,如图 2(b3)所示,与实验测量结果不吻合。

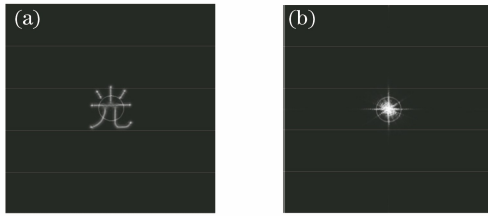


图 3 两种传递函数的物理意义比较(图像宽度为 1024/5.3 mm⁻¹)。(a)理想像菲涅耳衍射的空间滤波器;(b)理想像频谱的低通滤波器

Fig. 3 Comparison of physical meanings of two transfer functions (width of images is 1024/5.3 mm⁻¹). (a) Spatial filter with ideal image Fresnel diffraction; (b) low-pass filter with ideal image frequency spectrum

5 数字全息成像实验验证

以上只通过像光场强度分布对相干传递函数的新定义进行了简明的实验证明。为考查(2)式能否准确计算像光场的振幅及相位分布,并对相干传递函数的新定义进行较严格的实验证明,基于(2)式建立利用显微数字全息图获取理想像的方法。

按照(2)式,若出射光瞳足够大,成像系统无像差,可以令 $P(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y) = 1$,理想像可表示为

$$U(x, y) \exp \left[-\frac{jk}{2d_i} \left(1 - \frac{1}{A} \right) (x^2 + y^2) \right] \approx -\frac{1}{A} U_0 \left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A} \right) \quad (5)$$

图 4 是显微数字全息实验系统。波长为 $\lambda = 633 \text{ nm}$ 的激光经空间滤波器(SF)扩束及准直后形成平面波,再通过半反透镜(BS₁)分为物光与参考光。其中,沿水平方向传播的物光经透镜(L)聚焦后由反射镜(M₁)反射,成为球面波后照射到物体 OBJ(分辨率板 USAF1951)上。穿过物体的光波经过物镜(MO)及半反透镜(BS₂)后,在微机 PC 控制的影像传感器 CCD 上成像。由 BS₁ 向上反射的光波为参考光,参考光经反射镜 M₂ 及 BS₂ 反射后到达 CCD。两列光波干涉形成的数字全息图由 CCD 记录。

基本实验参数为:物镜型号为 RMS 20X,焦距 $f = 9 \text{ mm}$,数值孔径 $NA = 0.4$;物距 $d_o = 9.45 \text{ mm}$,像距 $d_i = 189 \text{ mm}$,出射光瞳直径 $D = 2d_o \times \tan(\arcsin NA) = 8.2486 \text{ mm}$;CCD 阵列数 1200×1600 ,像素尺寸为 0.0052 mm ;会聚球面照明波的焦点在物平面上方约 1 mm 处。对数字全息

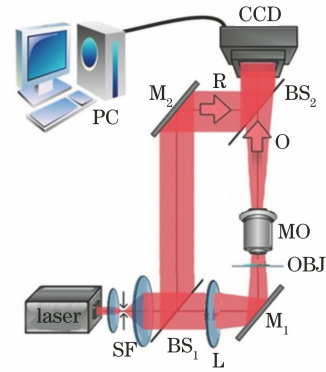


图 4 显微数字全息实验系统

Fig. 4 Experiment system of digital holographic microscopy

图重建像的振幅图像进行二值化处理,图像上下沿纵向均匀补 0,设计取样点有 1600×1600 ,物平面的物理尺寸为 $0.416 \text{ mm} \times 0.416 \text{ mm}$ 。图 5 是波面半径为 1 mm 的会聚球面波照明下模拟物平面的振幅及相位分布。

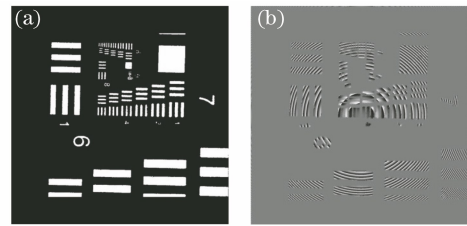


图 5 模拟物平面振幅及相位分布。

(a)振幅分布;(b)相位分布

Fig. 5 Amplitude distribution and phase distribution of simulated object field. (a) Amplitude distribution; (b) phase distribution

按照下述步骤,得到理论模拟与实验研究的比较结果。

1) 利用(2)式计算到达 CCD 窗口的像光场,设计参考光角度,令离轴数字全息图的物光及共轭物光频谱中心分别是频谱平面的第 1、3 象限中心,参考光与像光场干涉形成的模拟离轴数字全息图存入计算机。图 6 是模拟全息图及经过上下补零后的实验测量全息图。

2) 对理论模拟及实验测量全息图分别进行消零级衍射光干扰处理,利用快速傅里叶变换得到数字全息图频谱。图 7 是两全息图频谱图像的振幅分布。根据(5)式,并按照(4)式的研究方法容易证明到,由于实验研究中出射光瞳尺寸足够大,经出射光瞳的空间滤波作用后,重建的是损失部分高频角谱的完整像。于是,频谱图像的振幅分布 $U(x, y)$ 与几何光学像经过距离为 $d_i / \left(1 - \frac{1}{A} \right)$ 的菲涅耳衍射

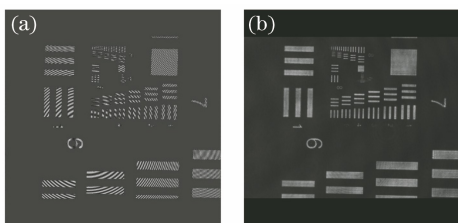


图 6 离轴全息图的理论模拟与实验测量(8.32 mm×8.32 mm)。(a)模拟全息图;(b)实验全息图

Fig. 6 Theoretical simulation and experimental measurement results of off-axis digital hologram (8.32 mm×8.32 mm). (a) Simulated hologram; (b) experimental hologram

的图像相似,图 7 可以视为对传递函数新定义的再次实验证明。以图 7 为频谱选择区域的定位依据,选择尺寸为 600 pixel×600 pixel 的窗口(图 7 中方框),在频谱平面取出物光频谱。

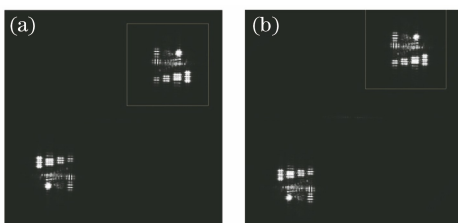


图 7 数字全息图频谱的理论模拟与实验测量(1600/8.32 mm⁻¹×1600/8.32 mm⁻¹)。(a)模拟全息图频谱;(b)实验全息图频谱

Fig. 7 Theoretical simulation and experimental measurement results of frequency spectrum of digital holograms (1600/8.32 mm⁻¹×1600/8.32 mm⁻¹). (a) Frequency spectrum of simulated hologram; (b) frequency spectrum of experimental hologram

3) 分别将频谱图中取出的物光频谱移到频谱面中心,周边全置 0,利用快速傅里叶逆变换得到 $U(x, y)$ 后代入(5)式计算。图 8 和图 9 分别为理想

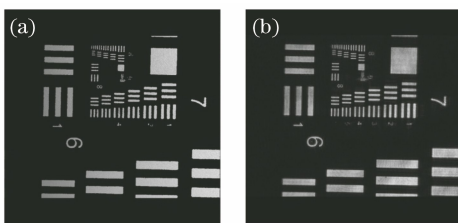


图 8 重建像振幅分布的理论模拟与实验测量(8.32 mm×8.32 mm)。(a)理论结果;(b)实验结果

Fig. 8 Theoretical simulation and experimental measurement results of the reconstructed amplitude distribution (8.32 mm×8.32 mm). (a) Simulation result; (b) experimental result

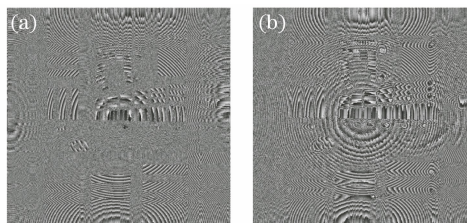


图 9 重建像相位分布的理论模拟与实验测量(8.32 mm×8.32 mm)。(a)理论结果;(b)实验结果

Fig. 9 Theoretical simulation and experimental measurement results of the reconstructed phase distribution (8.32 mm×8.32 mm). (a) Simulation result; (b) experimental result

像的振幅和相位分布。

研究图 8,并与图 9、图 5(b)进行比较,可以看出,理论模拟结果与实验结果吻合甚好,利用(5)式,能获得具有振幅和相位分布的理想像。

6 结 论

基于导出的相干光成像表达式,相干光成像系统不再是线性空间不变系统,成像系统出射光瞳函数表征的传递函数应定义为几何光学理想像经特定距离菲涅耳衍射场的空间滤波器。通过像光场的强度分布检测和数字全息实验,对传递函数的定义进行了证明。并且,建立了一种利用离轴显微数字全息图获取理想像的数学方法。

参 考 文 献

- [1] Goodman J W. Introduction to Fourier optics [M]. Chen J B, Qin K C, Cao Q Z, et al, Transl. 4th ed. Beijing: Science Press, 2020.
Goodman J W. 傅里叶光学导论 [M]. 陈家璧, 秦克诚, 曹其智, 等, 译. 4 版. 北京: 科学出版社, 2020.
- [2] Born M, Wolf E. Principles of optics [M]. Yang J S, Transl. 7th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006: 450-453.
马科斯·玻恩, 埃米尔·沃耳夫. 光学原理 [M]. 杨葭菴, 译. 7 版. 北京: 电子工业出版社, 2006: 450-453.
- [3] Lai X J, Tu H Y, Lin Y C, et al. Coded aperture structured illumination digital holographic microscopy for superresolution imaging [J]. Optics Letters, 2018, 43(5): 1143-1146.
- [4] Li S H, Ma J, Chang C L, et al. Phase-shifting-free resolution enhancement in digital holographic microscopy under structured illumination [J]. Optics Express, 2018, 26(18): 23572-23584.

- [5] Balasubramani V, Tu H Y, Lai X J, et al. Adaptive wave front correction structured illumination holographic tomography [J]. Scientific Reports, 2019, 9: 10489.
- [6] Wen G, Li S M, Yang X B, et al. Super-resolution fluorescence microscopy system by structured light illumination based on laser interference [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(3): 0318003.
文刚, 李思颀, 杨西斌, 等. 基于激光干涉的结构光照明超分辨荧光显微镜系统 [J]. 光学学报, 2017, 37(3): 0318003.
- [7] Song S J, Wan Y H, Han Y, et al. Self-interference digital holography with structured light illumination for tomographic imaging [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(5): 0509001.
宋舒杰, 万玉红, 韩影, 等. 结构光照明的自干涉数字全息层析成像 [J]. 中国激光, 2019, 46(5): 0509001.
- [8] Horstmeyer R, Heintzmann R, Popescu G, et al. Standardizing the resolution claims for coherent microscopy[J]. Nature Photonics, 2016, 10(2): 68-71.
- [9] Li J C. Calculation of diffraction and thermal effects of laser[M]. Beijing: Science Press, 2002: 116-119.
李俊昌. 激光的衍射及热作用计算[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 116-119.
- [10] Collins S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. Journal of the Optical Society of America, 1970, 60(9): 1168-1177.
- [11] Li J C, Xiong B H. Information optics tutorial[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2017: 102-110.
李俊昌, 熊秉衡. 信息光学教程[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2017: 102-110.
- [12] Song Q H, Li J C, Liu Z Q, et al. Defocusing image field calculation of lens imaging system illuminated by coherent light [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(12): 1207001.
宋庆和, 李俊昌, 刘志强, 等. 相干光照明的透镜成像系统离焦像场计算 [J]. 光学学报, 2017, 37(12): 1207001.