

# 光学学报

## 工作在一定入射角度范围内镀有增透膜的衍射光学元件的衍射效率研究

杨亮亮\*, 刘成林, 沈法华, 赵勇兵

盐城师范学院物理与电子工程学院, 江苏 盐城 224007

**摘要** 对于工作在成像光学系统中的衍射光学元件, 一定的入射角度范围是其工作的常态, 并且增透膜的引入会影响衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率。本文基于衍射光学元件的相位函数, 修正了含有增透膜时的微结构高度; 建立了在一定入射角度范围内工作时, 单层和多层衍射光学元件的复合带宽积分平均衍射效率与修正微结构高度之间关系的理论模型; 并以工作在红外波段的衍射光学元件为例, 对比分析了含有增透膜时采用带宽积分平均衍射效率最大化得到微结构高度的常用方法和利用修正微结构高度的修正方法设计得到的衍射效率和带宽积分平均衍射效率。仿真和计算结果表明: 入射角度和增透膜厚度的改变都会引起含有增透膜的衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率下降; 基于修正的设计方法, 计算得到了以 ZnSe 为基底的单层衍射光学元件(入射角度范围为  $0^\circ \sim 30^\circ$ ) 和多层衍射光学元件(入射角度范围为  $0^\circ \sim 20^\circ$ ) 的复合带宽积分平均衍射效率分别达到 95.528% 和 99.449%。该方法为衍射光学元件的优化设计提供了参考。

**关键词** 衍射; 光学元件; 增透膜; 入射角度; 衍射效率; 微结构高度

中图分类号 O439 文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1205002

## Diffraction Efficiency of Diffractive Optical Elements with Antireflection Coatings Within a Certain Incident Angle Range

Yang Liangliang\*, Liu Chenglin, Shen Fahua, Zhao Yongbing

*School of Physics and Electronic Engineering, Yancheng Teachers University,  
Yancheng, Jiangsu 224007, China*

**Abstract** For the diffractive optical elements (DOEs) in imaging optical systems, a range of incident angles is the normal working situation, and the introduction of antireflection coatings (ARCs) to DOEs affects polychromatic integral diffraction efficiency (PIDE). Relying on the phase function of DOEs, we modify the microstructure heights with ARCs in this paper. Furthermore, we build theoretical models of the relationship between the comprehensive PIDE and modified microstructure heights of single-layer and multilayer DOEs working within a certain incident angle range. With DOEs working in the infrared waveband as an example, we comparatively analyze the diffraction efficiency and PIDE with ARCs designed by the common method (CM) of maximizing the PIDE to obtain microstructure heights and by the proposed modified method (MM) based on modified microstructure heights. The simulation and calculation results show that both the change in incident angles and optical thicknesses of ARCs will induce the decline in the PIDE of DOEs with ARCs. With the MM, the comprehensive PIDE is 95.528% and 99.449%, respectively for single layer DOEs with a substrate of ZnSe working in the incident angle range of  $0^\circ \sim 30^\circ$  and multilayer DOEs in the  $0^\circ \sim 20^\circ$  range. This method provides a reference for the optimal design of DOEs.

**Key words** diffraction; optical elements; antireflection coatings; incident angle; diffraction efficiency;

收稿日期: 2020-12-07; 修回日期: 2021-01-12; 录用日期: 2021-01-26

基金项目: 国家自然科学基金(61904158)、江苏省自然科学基金面上项目(BK20201475)、江苏省高校自然科学基金项目(19KJD140005)

\* E-mail: yang\_liangliang@163.com

microstructure height

OCIS codes 050.1970; 220.4000; 050.1960

## 1 引言

衍射光学元件(DOEs)包括单层 DOEs 和多层 DOEs,其以独特的光学性质被广泛应用于多种不同的光学系统中<sup>[1-6]</sup>。微结构高度和衍射效率都是 DOEs 在设计和加工过程中需要关注的重要参数,衍射效率的高低会影响 DOEs 的工作波段和入射角度范围<sup>[7-10]</sup>。对于应用于成像光学系统中的 DOEs,为了减少杂散光以及增加系统的透射率,透镜表面和衍射微结构表面都需要镀增透膜。增透膜具有一定厚度,它的引入会使 DOEs 产生附加相位,影响 DOEs 的实际微结构高度,进而影响其衍射效率。

目前,增透膜通常采用多层膜系的结构形式,例如三层膜系、四层膜系等。对比单层膜系,多层膜系的光学厚度一般更大些,特别是红外波段光学材料膜系<sup>[11-14]</sup>。增透膜会在衍射微结构表面形成一定的厚度,使得实际的微结构高度偏离理论值。Yang 等<sup>[15]</sup>设计的工作在可见光波段的多层 DOEs 的微结构高度为 16.460  $\mu\text{m}$  和 -12.813  $\mu\text{m}$ 。Zhang 等<sup>[16]</sup>设计的红外双波段变焦系统中的多层 DOEs 的微结构高度为 186.705  $\mu\text{m}$  和 -210.364  $\mu\text{m}$ 。增透膜引入的附加厚度不利于 DOEs 实现高衍射效率;经过前期的理论分析可知微结构高度的减小有利于提高斜入射时 DOEs 的衍射效率<sup>[17-18]</sup>。文献[19]讨论了增透膜对 DOEs 衍射效率的影响,实现了设计波长处 100% 的衍射效率,但未分析入射角度的改变和入射角度范围对衍射效率的影响。对于成像光学系统中的 DOEs,衍射面上的入射角度通常不是确定的某一个值,而是某一范围。所查资料显示,对于工作在一定入射角度范围内含有增透膜的 DOEs 的衍射效率还未见相关报道。

本文基于 DOEs 的相位函数方程,分析了增透膜对单层和多层 DOEs 微结构高度和衍射效率的影响;针对工作在斜入射状态下以及某一确定入射角度范围内的两种工作状态,提出了含有增透膜时 DOEs 衍射效率和带宽积分平均衍射效率的修正方法(MM)。设计方法和仿真结果对于 DOEs 的设计、加工和实际应用具有一定的指导意义。

## 2 含有增透膜时 DOEs 衍射效率的理论模型

### 2.1 单层 DOE 的优化设计

与入射光波长和微结构高度相比,工作在成像光学系统中的 DOEs 的周期宽度较大。基于标量衍射理论,单层 DOE 的  $k$  级衍射效率为

$$\eta_k = \text{sinc}^2 \left\{ k - \frac{\phi_{\text{DOE}}(\lambda, \theta)}{2\pi} \right\}, \quad (1)$$

式中: $\phi_{\text{DOE}}(\lambda, \theta)$  为 DOE 的相位;  $\theta$  为入射角度;  $\lambda$  为波长。当光线从折射率为  $n_0(\lambda)$  的入射介质中以  $\theta$  角度传播到折射率为  $n(\lambda)$  的 DOE 基底材料上时,如图 1(a)所示,相位函数可以表示为

$$\phi_{\text{DOE}}(\lambda, \theta) = \frac{2\pi d_0}{\lambda} \left[ \sqrt{n^2(\lambda) - n_0^2(\lambda) \sin^2 \theta} - n_0(\lambda) \cos \theta \right], \quad (2)$$

其中,

$$d_0 = \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - n_0(\lambda_0)}, \quad (3)$$

式中: $d_0$  为 DOE 的理论微结构高度;  $\lambda_0$  为设计波长。图 1(a)中衍射微结构表面上方区域代表增透膜,图 1(b)给出了四层膜系的增透膜示意图。可见,增透膜会引入一定的光学厚度,由此引入的附加相位可以表示为

$$\phi_{\text{ARC}}(\lambda, \theta) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^K n_i l_i / \cos \theta_i, \quad (4)$$

式中: $\Delta L$  为增透膜的光学厚度;  $n_i$  和  $l_i$  分别表示第

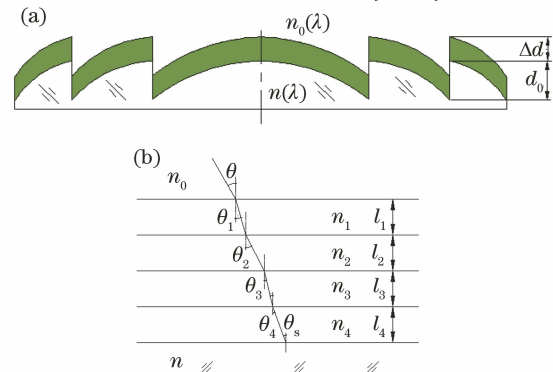


图 1 单层 DOE 的增透膜示意图。(a)含有增透膜的 DOE;

(b)四层膜系的增透膜

Fig. 1 Profile of single layer DOE with antireflection coatings. (a) Profile of DOE with antireflection coatings; (b) four layers antireflection coatings

$i$  层膜的折射率和物理厚度;  $\theta_i$  为光线经过第  $i$  层膜的折射角, 该折射角的大小由入射角决定。由 (4) 式可知, 增透膜引入的附加相位随入射角度的增大而增大。

含有增透膜时, DOE 的实际相位等于其本体相位  $\phi_{\text{DOE}}(\lambda, \theta)$  与增透膜引入的附加相位  $\phi_{\text{ARC}}(\lambda, \theta)$  之和, 即

$$\phi(\lambda, \theta) = \phi_{\text{DOE}}(\lambda, \theta) + \phi_{\text{ARC}}(\lambda, \theta) = \frac{2\pi d_0 [\sqrt{n^2(\lambda) - n_0^2(\lambda) \sin^2 \theta} - n_0(\lambda) \cos \theta]}{\lambda} + \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^K n_i l_i / \cos \theta_i. \quad (5)$$

此时, 单层 DOE 的衍射效率为

$$\eta_A = \text{sinc}^2 \left\{ k - \frac{\phi_{\text{DOE}}(\lambda, \theta) + \phi_{\text{ARC}}(\lambda, \theta)}{2\pi} \right\}. \quad (6)$$

事实上, 由于增透膜引入的附加相位会增加 DOE 的微结构高度, 所以, 设计时应根据微结构高度进行修正。修正后的微结构高度  $d$  为

$$d = d_0 - \Delta d = \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - n_0(\lambda_0)} - \frac{\phi_{\text{ARC}}(\lambda)}{2\pi} \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - n_i(\lambda_0)} = \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - n_0(\lambda_0)} - \frac{1}{\lambda} \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - n_0(\lambda_0)} \sum_{i=1}^K n_i l_i / \cos \theta_i. \quad (7)$$

可以看出, 修正后的微结构高度不仅与设计波长有关, 还与增透膜的参数有关, 包括增透膜各个膜层材料的折射率和物理厚度, 以及光线的入射角度。修正后的微结构高度随入射角度的改变而改变。因此, 含有增透膜时单层 DOE 修正后的衍射效率可以进一步表示为

$$\eta_A = \text{sinc}^2 \left\{ k - \frac{\phi_{\text{DOE}}(\lambda, \theta) + \phi_{\text{ARC}}(\lambda, \theta)}{2\pi} \right\} = \text{sinc}^2 \left\{ k - \frac{d}{\lambda} [\sqrt{n^2(\lambda) - n_0^2(\lambda) \sin^2 \theta} - n_0(\lambda) \cos \theta] - \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^K n_i l_i / \cos \theta_i \right\}. \quad (8)$$

### 1.2 多层 DoEs 的优化设计

图 2 所示为多层 DOE 示意图,  $n_1(\lambda)$  和  $n_2(\lambda)$  分别表示组成多层 DOE 的衍射元件基底材料的折射率,  $n_m(\lambda)$  表示中介质材料的折射率。若中介质为空气, 则表示双层 DOE; 若中介质为另一种光学材料, 则表示三层 DOE。斜入射时多层 DOE 的相位函数为

$$\phi_{\text{MLDOEs}}(\lambda, \theta) = \frac{2\pi d_{10}}{\lambda} [n_1(\lambda) \cos \theta - \sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta}] + \frac{2\pi d_{20}}{\lambda} [\sqrt{n_2^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta} - \sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta}], \quad (9)$$

其中,

$$\begin{cases} d_{10} = \frac{k\lambda_1 [n_2(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - k\lambda_2 [n_2(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)]}{[n_1(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)][n_2(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - [n_1(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)][n_2(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)]}, \\ d_{20} = \frac{k\lambda_2 [n_1(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] - k\lambda_1 [n_1(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)]}{[n_1(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)][n_2(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - [n_1(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)][n_2(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)]} \end{cases}, \quad (10)$$

式中:  $d_{10}$  和  $d_{20}$  为多层 DOE 的理论微结构高度;  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为设计波长。

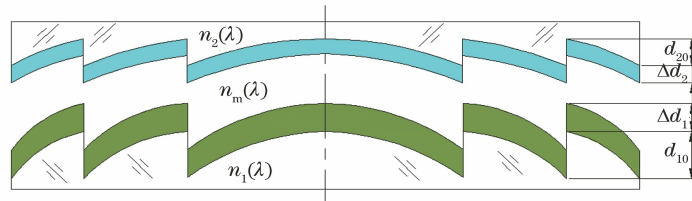


图 2 含有增透膜的多层 DOE 的结构示意图

Fig. 2 Structure of multilayer DOE with antireflection coatings

考虑到增透膜引入的附加相位, 多层 DOE 的相位函数可以进一步表示为

$$\phi(\lambda, \theta) = \phi_{\text{MLDOEs}}(\lambda, \theta) + \phi_{\text{IARC}}(\lambda, \theta) + \phi_{\text{ZARC}}(\lambda, \theta) = \phi_{\text{MLDOEs}}(\lambda, \theta) + \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^M n_{1i} l_{1i} / \cos \theta_{1i} + \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^N n_{2i} l_{2i} / \cos \theta_{2i}, \quad (11)$$

式中:  $n_{1i}$  和  $l_{1i}$ 、 $n_{2i}$  和  $l_{2i}$  分别表示第一层和第二层衍射元件表面上第  $i$  层膜的折射率和物理厚度;  $\theta_{1i}$  和  $\theta_{2i}$  分别表示光线通过第  $i$  层膜的折射

角。由于多层 DOEs 在两个设计波长处总的相位为  $2\pi$  的整数倍, 因此含有增透膜时的微结构高度修正为

$$\left\{ \begin{aligned} d_1 &= d_{10} - \Delta d_1 = \left\{ k\lambda_1 [n_2(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - k\lambda_2 [n_2(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] - \right. \\ &\quad \left. \left( \sum_{i=1}^M n_{1i} l_{1i} / \cos \theta_{1i} + \sum_{i=1}^N n_{2i} l_{2i} / \cos \theta_{2i} \right) \{ [n_2(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - [n_2(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] \} \right\} / \\ &\quad \{ [n_1(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] [n_2(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - [n_1(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] [n_2(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] \} \\ d_2 &= d_{20} - \Delta d_2 = \left\{ k\lambda_1 [n_1(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - k\lambda_2 [n_1(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] - \right. \\ &\quad \left. \left( \sum_{i=1}^M n_{1i} l_{1i} / \cos \theta_{1i} + \sum_{i=1}^N n_{2i} l_{2i} / \cos \theta_{2i} \right) \{ [n_1(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] - [n_1(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] \} \right\} / \\ &\quad \{ [n_1(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] [n_2(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] - [n_1(\lambda_1) - n_m(\lambda_1)] [n_2(\lambda_2) - n_m(\lambda_2)] \} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

可见, 修正的微结构高度与两个增透膜系的参数均有关。因此, 多层 DOEs 的修正后的衍射效率可以进一步表示为

$$\eta_A = \text{sinc}^2 \left\{ k - \frac{\phi_{\text{MLDOEs}}(\lambda, \theta) + \phi_{1\text{ARC}}(\lambda, \theta) + \phi_{2\text{ARC}}(\lambda, \theta)}{2\pi} \right\} = \text{sinc}^2 \left\{ k - \frac{d_1}{\lambda} [n_1(\lambda) \cos \theta - \sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta}] - \frac{d_2}{\lambda} [\sqrt{n_2^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta} - \sqrt{n_m^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta}] - \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^M n_{1i} l_{1i} / \cos \theta_{1i} - \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^N n_{2i} l_{2i} / \cos \theta_{2i} \right\} \quad (13)$$

(13)式不仅可以用于计算工作在红外波段的多层 DOEs 的衍射效率, 对于工作在可见光、紫外等波段的多层 DOEs 也适用。工作在一定波段范围 ( $\lambda_{\min} \sim \lambda_{\max}$ ) 的 DOEs, 包括单层和多层 DOEs, 其带宽积分平均衍射效率为

$$\bar{\eta}_A = \frac{1}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \eta_A d\lambda, \quad (14)$$

工作在一定入射角度范围  $\theta_{\min} \sim \theta_{\max}$  的 DOEs 的复合带宽积分平均衍射效率为

$$\bar{\eta}_{\text{CA}} = \frac{1}{\theta_{\max} - \theta_{\min}} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \bar{\eta}_A d\theta = \frac{1}{\theta_{\max} - \theta_{\min}} \cdot \frac{1}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \eta_A d\lambda d\theta. \quad (15)$$

对于工作在成像光学系统中的 DOEs, 一般情况下  $\theta_{\min} = 0$ ,  $\theta_{\max}$  由视场决定。当 DOEs 工作的入射角度范围确定后, 利用(15)式可以计算 DOEs 含有增透膜时的复合带宽积分平均衍射效率。

### 3 分析与讨论

为了分析增透膜对单层和多层 DOEs 衍射效率的影响, 首先需要利用增透膜引入的附加相位计算修正后的微结构高度, 然后分析不同入射角度下增

透膜对 DOEs 带宽积分平均衍射效率的影响, 进一步实现在一定入射角度范围内工作的 DOEs 的复合带宽积分平均衍射效率的优化设计。

#### 3.1 单层 DOE 的衍射效率分析

以工作在长波红外波段 ( $8 \sim 12 \mu\text{m}$ ) 为例, 分析不同厚度的增透膜对单层 DOEs 衍射效率的影响。基底选择常用红外材料 ZnSe 和 ZnS, 根据带宽积分平均衍射效率最大化得到微结构高度的常用方法 (CM), 得到设计波长为  $9.732 \mu\text{m}$ <sup>[20]</sup>, 两个单层 DOEs 的微结构高度分别为  $6.912 \mu\text{m}$  和  $8.087 \mu\text{m}$ 。第一个单层 DOE 的基底材料为 ZnSe, 采用的增透膜系为 H(204)/L(46)/H(31)/L(50), 其中 H 和 L 分别为 ZnSe 和 BaF<sub>2</sub>, 即高、低折射率材料; 第二个单层 DOE 的基底材料为 ZnS, 采用的增透膜系为 H(192)/L(328)/H(651)/L(1070), 其中 H 和 L 分别为 Ge 和 ZnS。两个不同增透膜系总的光学厚度分别为  $0.5442 \mu\text{m}$  和  $6.4476 \mu\text{m}$ 。

##### 3.1.1 不同入射角度下单层 DOEs 的衍射效率分析

当入射角度分别为  $0^\circ$ 、 $15^\circ$  和  $30^\circ$  时, 基于 CM 得到的微结构高度仿真分析第一个单层 DOE 的衍射效率, 仿真结果如图 3(a) 所示。本文所用的 CM 就是直接利用带宽积分平均衍射效率最大化方法得到

的设计波长和理论微结构高度等参数分析不同入射角度下的衍射效率,以及直接利用理论微结构高度计算增透膜引入的附加相位对衍射效率的影响。图 3(a)给出了第一个单层 DOE 在没有考虑增透膜时的理论衍射效率以及直接考虑增透膜时的实际衍射效率与波长的关系。可见,与理论衍射效率相比,基于 CM 直接考虑增透膜引入的附加相位会引起 DOE 衍射效率的下降。例如:正入射时理论衍射效率最小值为 85.712%,而考虑增透膜时的实际衍射效率最小值下降为 76.303%,下降了 9.409 个百分点;当入射角度分别增大到 15°和 30°时,由于增透

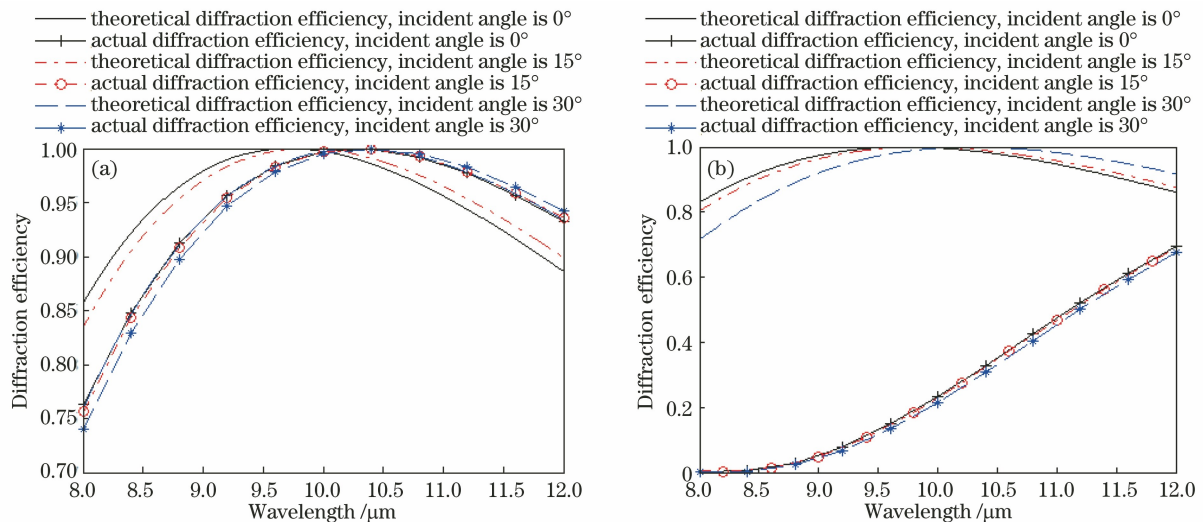


图 3 含有增透膜时单层 DOE 的衍射效率。(a) ZnSe;(b) ZnS

Fig. 3 Diffraction efficiency of single layer DOE with antireflection coatings. (a) ZnSe; (b) ZnS

基于 CM,上述两个单层 DOE 的理论带宽积分平均衍射效率和直接考虑增透膜时的实际带宽积分平均衍射效率如表 1 所示。可见:当入射角度分别为 0°、15°和 30°时,第一个单层 DOE 的带宽积分平均衍射效率下降量均不超过 1 个百分点,第二个单层 DOE 的带宽积分平均衍射效率下降量约为 0.67 个百分点。可见,当 DOE 工作在不同入射角度时,增透膜膜厚的增加会引起带宽积分平均衍射效率的下降。

正入射和斜入射时光线在膜层内传播的光学路径不同,所以入射角度不同时增透膜引入的附加相位也不同。利用(7)式对考虑增透膜时单层 DOE 的微结构高度  $d$  进行修正,修正结果如表 1 所示。当入射角度分别为 0°、15°和 30°时,第一个单层 DOE 修正后的微结构高度  $d$  分别下降了 0.387,0.392,0.408  $\mu\text{m}$ ,第二个单层 DOE 修正后的微结构高度  $d$  分别下降了 66.254%、66.539%

膜的引入,入射到衍射面上的入射角度分别为 6.323°和 11.284°,对比理论衍射效率,实际衍射效率的最小值分别下降了 7.776 个百分点和 1.984 个百分点。

第二个单层 DOE 的衍射效率如图 3(b)所示。从图中可以看出,与理论衍射效率相比,利用 CM 直接考虑增透膜时计算得到的实际衍射效率下降很大,导致此单层 DOE 不能直接用于成像光学系统。对比分析不同光学厚度的增透膜对衍射效率的影响可以看出,随着增透膜光学厚度的增大,采用 CM 直接考虑增透膜时的衍射效率下降得越发显著。

和 67.367%。对于两种膜系的 DOE,入射角度越大,修正后的微结构高度均下降得越显著;膜系的光学厚度越大,修正后的微结构高度下降得也越显著。

采用修正微结构高度的修正方法(MM),计算得到了两个单层 DOE 的衍射效率和带宽积分平均衍射效率,如图 4 和表 1 所示。修正后第一个单层 DOE 在正入射和 30°入射角度时的衍射效率的最小值分别为 85.701%和 84.336%,对比修正前,分别提高了 9.398 个百分点和 10.339 个百分点,在整个波段范围内的带宽积分平均衍射效率分别提高了 0.836 个百分点和 1.254 个百分点;修正后第二个单层 DOE 在上述三个入射角度状态下的衍射效率的最小值均高于 84%,带宽积分平均衍射效率均高于 95%。可见,利用 MM,在不同入射角度下均可以提高单层 DOE 的衍射效率和带宽积分平均衍射效率。

表 1 单层 DOEs 的带宽积分平均衍射效率以及修正后的微结构高度

Table 1 Average polychromatic integral diffraction efficiency (PIDE) and modified microstructure height of single layer DOEs

Parameter	ZnSe			ZnS		
	$\theta=0^\circ$	$\theta=15^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=0^\circ$	$\theta=15^\circ$	$\theta=30^\circ$
Theoretical PIDE / %	95.670	95.626	94.773	94.754	94.692	93.658
Actual PIDE / %	94.834	94.729	94.402	27.267	26.873	25.785
Modified microstructure height / $\mu\text{m}$	6.525	6.520	6.504	2.729	2.706	2.639
Modified PIDE / %	95.670	95.670	95.656	95.370	95.373	95.380

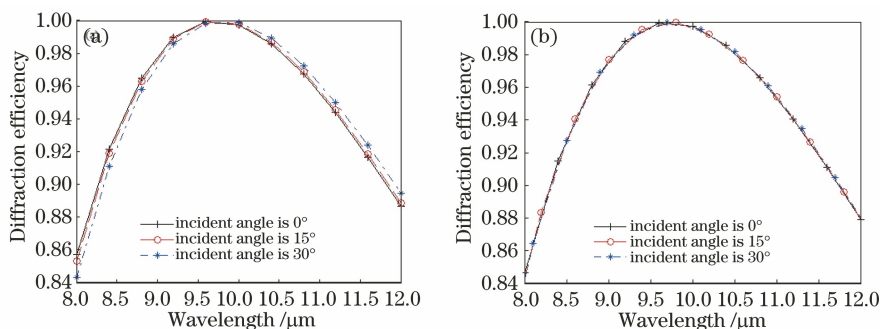


图 4 单层 DOEs 修正后的衍射效率。(a) ZnSe; (b) ZnS

Fig. 4 Modified diffraction efficiency of single layer DOEs. (a) ZnSe; (b) ZnS

### 3.1.2 工作在一定入射角度范围内时单层 DOEs 的衍射效率分析

工作在成像光学系统中的 DOEs, 其表面的入射角度通常不是确定的某一个值, 而是一定的入射角度范围。为了准确评价工作在一定入射角度范围内的 DOEs 的衍射效率, 接下来分析带宽积分平均衍射效率与入射角度之间的关系, 并计算复合带宽积分平均衍射效率。

根据(7)式得到了单层 DOEs 修正后的微结构

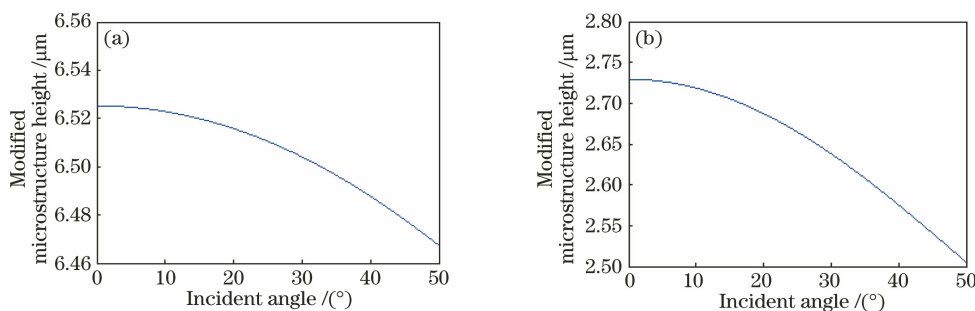


图 5 单层 DOEs 修正后的微结构高度。(a) ZnSe; (b) ZnS

Fig. 5 Modified microstructure height of single layer DOEs. (a) ZnSe; (b) ZnS

利用修正微结构高度计算得到了单层 DOEs 的带宽积分平均衍射效率, 如图 6 和表 2 所示。第一个单层 DOE 在两个入射角度范围工作时的最低带宽积分平均衍射效率较修正前分别提高了 1.322 个百分点和 2.911 个百分点, 第二个单层 DOE 分别提高了 69.945 个百分点和 74.924 个百分点。可

高度与入射角度的关系, 如图 5 所示。修正后实际的微结构高度随入射角度的增大而逐渐下降, 斜入射时微结构高度的减小有利于提高衍射效率, 所以, 修正后的微结构高度由设计波长和工作范围内的最大入射角度决定。当上述两个单层 DOEs 分别工作在  $0^\circ \sim 15^\circ$  和  $0^\circ \sim 30^\circ$  的入射角度范围时, 修正后的微结构高度分别为  $6.520 \mu\text{m}$  和  $6.504 \mu\text{m}$  以及  $2.706 \mu\text{m}$  和  $2.639 \mu\text{m}$ 。可见, 入射角度范围不同会得到不同的修正微结构高度。

见, 在大的入射角度范围内工作或者增透膜厚度较大时, 利用修正微结构高度能够提高单层 DOEs 在入射角度范围内的带宽积分平均衍射效率。

当入射角度范围分别为  $0^\circ \sim 15^\circ$  和  $0^\circ \sim 30^\circ$  时, 利用(8)、(14)和(15)式, 计算得到了两个单层 DOEs 的复合带宽积分平均衍射效率, 计算结果如

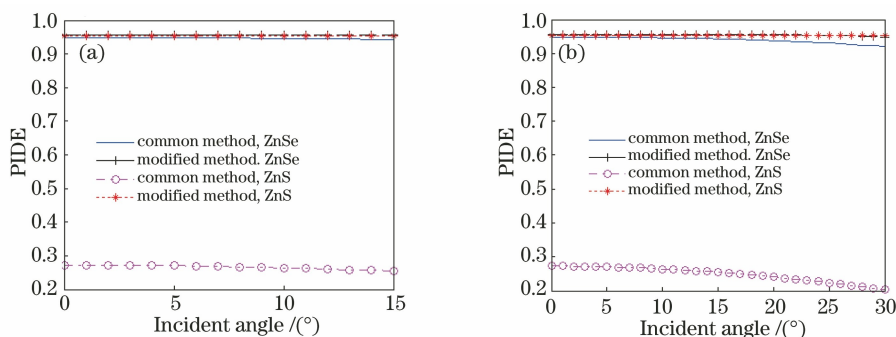


图 6 单层 DOEs 修正后的带宽积分平均衍射效率。(a)  $0^\circ\sim 15^\circ$ ; (b)  $0^\circ\sim 30^\circ$

Fig. 6 Modified PIDE of single layer DOEs. (a)  $0^\circ\sim 15^\circ$ ; (b)  $0^\circ\sim 30^\circ$

表 2 在一定入射角度范围内工作的单层 DOEs 的带宽积分平均衍射效率

Table 2 Average polychromatic integral diffraction efficiency (PIDE) of the single layer DOEs within a certain range of incident angle

PIDE	ZnSe		ZnS	
	$\theta_{\max} = 15^\circ$	$\theta_{\max} = 30^\circ$	$\theta_{\max} = 15^\circ$	$\theta_{\max} = 30^\circ$
Minimum PIDE	94.309	91.965	25.420	20.335
Minimum modified PIDE	95.631	94.876	95.365	95.259
Comprehensive PIDE	94.667	94.014	26.646	24.874
Modified comprehensive PIDE	95.664	95.528	95.370	95.351

表 2 所示,可以看出均高于 95%。当入射角度范围分别为  $0^\circ\sim 15^\circ$  和  $0^\circ\sim 30^\circ$  时,第一个单层 DOEs 的复合带宽积分平均衍射效率比 CM 的计算结果分别提高了 0.997 个百分点和 1.514 百分点,第二个单层 DOEs 分别提高了 68.724 个百分点和 70.477 个百分点。可见,单层 DOEs 无论是工作在一定入射角度情况下,还是工作在一定入射角度范围内,增透膜对带宽积分平均衍射效率的影响都不能忽略,特别是当膜厚较大或入射角度范围较大时。

### 3.2 多层 DOEs 的衍射效率分析

下面分析工作在长波红外波段的多层 DOEs,基底材料同样选择上述的 ZnSe 和 ZnS,中间介质为空气。根据正入射时带宽积分平均衍射效率最大化

得到设计波长为  $8.80\ \mu\text{m}$  和  $11.12\ \mu\text{m}$ ,微结构高度分别为  $120.601\ \mu\text{m}$  和  $-133.111\ \mu\text{m}$ 。增透膜同样采用 3.1 节给出的膜系。根据 CM,当入射角度增大到  $25^\circ$  时,多层 DOEs 在设计波长处的衍射效率会下降为零。所以,下面分析斜入射时,入射角度选择  $10^\circ$  和  $20^\circ$ 。

#### 3.2.1 不同入射角度时多层 DOEs 的衍射效率分析

当入射角度分别为  $0^\circ$ 、 $10^\circ$  和  $20^\circ$  时,多层 DOEs 未镀膜时的理论衍射效率和含有增透膜未优化时的实际衍射效率如图 7(a)、(b)所示。可见,采用 CM 直接考虑增透膜时的衍射效率在整个工作波段范围内下降很明显,不能满足成像光学系统中的应用要求。

利用(12)式计算得到了多层 DOEs 修正后的微

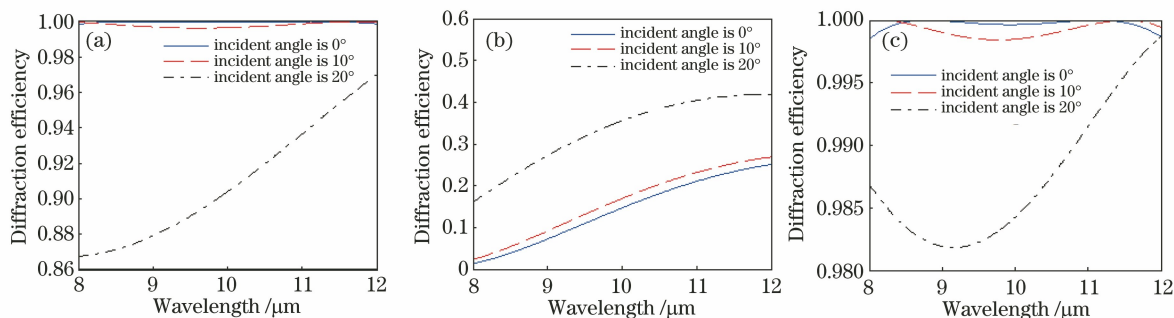


图 7 多层 DOEs 的衍射效率。(a) 理论值; (b) 实际值; (c) 修正后的值

Fig. 7 Diffraction efficiency of multilayer DOEs. (a) Theoretical diffraction efficiency; (b) actual diffraction efficiency; (c) modified diffraction efficiency

结构高度与入射角度的关系,如图 8 所示。由图 8 (a)、(b)可以看出:随入射角度增大,微结构高度  $d_1$  缓慢增加, $d_2$  的绝对值缓慢下降;当入射角度为  $0^\circ$  时,多层 DOEs 修正后的微结构高度为  $112.347 \mu\text{m}$  和  $-129.262 \mu\text{m}$ ;当入射角度为  $20^\circ$  时,多层 DOEs 修正后的微结构高度为  $112.612 \mu\text{m}$  和

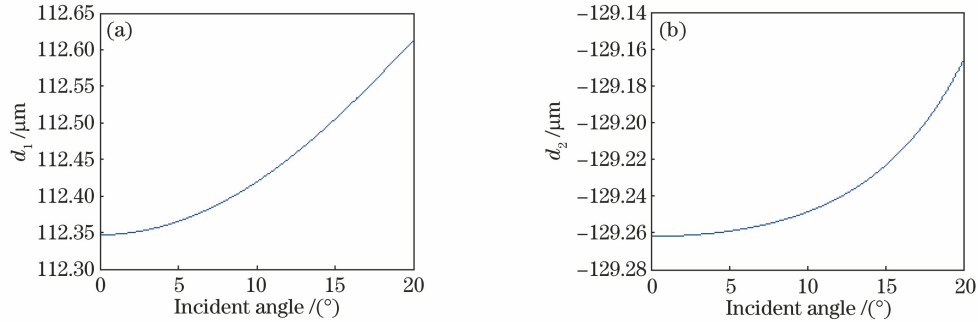


图 8 多层 DOEs 修正后的微结构高度。(a) ZnSe;(b) ZnS

Fig. 8 Modified microstructure heights of multilayer DOEs. (a) ZnSe; (b) ZnS

表 3 中给出了多层 DOEs 在上述三个入射角度下的带宽积分平均衍射效率。可以看出,不考虑增透膜存在时的实际衍射效率很低,利用修正方法得到的带宽积分平均衍射效率在正入射时达到了  $99.972\%$ ,在  $20^\circ$  入射角时达到了  $98.734\%$ ,可以进一步提高成像光学系统的成像质量。

表 3 多层 DOEs 的带宽积分平均衍射效率

Table 3 Average polychromatic integral diffraction efficiency of multilayer DOEs %

PIDE	$\theta=0^\circ$	$\theta=10^\circ$	$\theta=20^\circ$
Theoretical PIDE	99.972	99.796	90.900
Actual PIDE	14.060	16.012	33.299
Modified PIDE	99.972	99.927	98.734

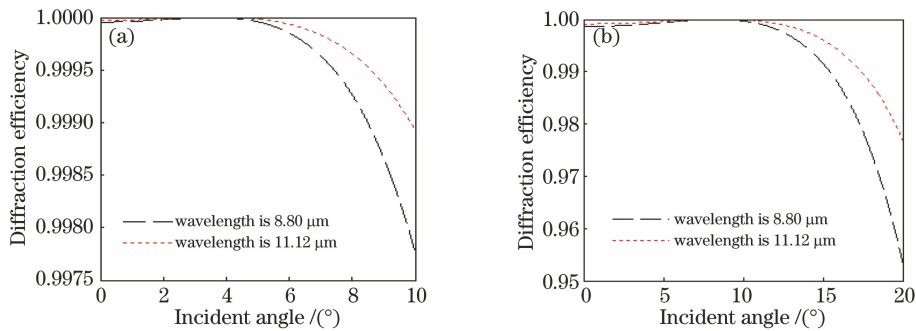


图 9 多层 DOEs 修正后的衍射效率与入射角度的关系。(a)  $0^\circ\sim 10^\circ$ ;(b)  $0^\circ\sim 20^\circ$

Fig. 9 Modified diffraction efficiency versus incident angle for multilayer DOEs. (a)  $0^\circ\sim 10^\circ$ ; (b)  $0^\circ\sim 20^\circ$

工作在上述两个入射角度范围时,多层 DOEs 的复合带宽积分平均衍射效率分别为  $99.944\%$  和  $99.449\%$ 。很显然,对比 CM,利用修正微结构高度

$-129.166 \mu\text{m}$ 。此时,计算得到含有增透膜时修正后的衍射效率如图 7(c)所示。由图 7(c)可见,利用修正后的微结构高度计算得到的衍射效率得到了很大改善;当入射角度分别为  $0^\circ$ 、 $10^\circ$  和  $20^\circ$  时,优化后的衍射效率分别高于  $99.847\%$ 、 $99.844\%$  和  $98.182\%$ 。

### 3.2.2 工作在一定入射角度范围内时多层 DOEs 的衍射效率分析

当多层 DOEs 的入射角度范围确定为  $0^\circ\sim 10^\circ$  时,根据 3.2.1 节的分析和图 8 确定多层 DOEs 修正的微结构高度为  $112.347 \mu\text{m}$  和  $-129.249 \mu\text{m}$ ;当入射角度范围确定为  $0^\circ\sim 20^\circ$  时,修正的微结构高度为  $112.347 \mu\text{m}$  和  $-129.166 \mu\text{m}$ 。利用 MM 计算得到了在两个设计波长处的衍射效率和带宽积分平均衍射效率,如图 9、10 所示。不同波长处的衍射效率不同,在上述两个入射角度范围内工作时,设计波长  $8.80 \mu\text{m}$  处的衍射效率分别高于  $99.777\%$  和  $95.344\%$ ,带宽积分平均衍射效率分别高于  $99.810\%$  和  $96.535\%$ 。

优化设计得到的多层 DOEs 的带宽积分平均衍射效率得到了很大改善。本文给出的 MM 还可以用于分析和优化工作在可见光波段或中波红外波段的三



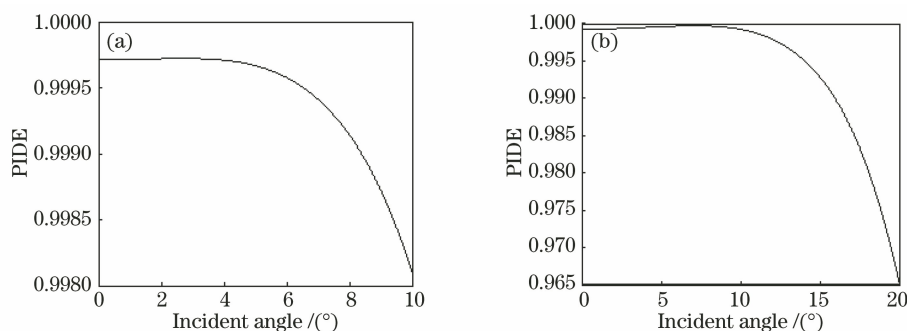


图 10 多层 DOEs 修正后的带宽积分平均衍射效率与入射角度的关系。(a)  $0^{\circ}\sim 10^{\circ}$ ; (b)  $0^{\circ}\sim 20^{\circ}$

Fig. 10 Modified PIDE versus incident angle for multilayer DOEs. (a)  $0^{\circ}\sim 10^{\circ}$ ; (b)  $0^{\circ}\sim 20^{\circ}$

层 DOEs 的衍射效率。

## 4 结 论

本文建立了单层 DOEs 和多层 DOEs 的衍射效率和带宽积分平均衍射效率与增透膜参数之间的理论关系模型,分析了增透膜引入的附加相位对微结构高度的影响,提出了修正后的微结构高度的表达式,给出了工作在一定入射角度范围内的 DOEs 的复合带宽积分平均衍射效率的表达式,提出了含有增透膜时 DOEs 的优化设计方法。以工作在红外波段的 DOEs 为例进行分析,结果表明:直接采用常用方法,增透膜的引入会引起 DOEs 衍射效率的降低,而且随着入射角度的增大和增透膜膜厚的增加,影响越显著;采用修正方法和修正后的微结构高度会改善 DOEs 的衍射效率和带宽积分平均衍射效率;对于在  $0^{\circ}\sim 30^{\circ}$  和  $0^{\circ}\sim 20^{\circ}$  入射角度范围内工作的单层 DOEs,其复合带宽积分平均衍射效率分别高于 95% 和 99%。该方法可以提高折衍射混合光学系统的成像质量,对 DOEs 的实际加工和应用具有一定的指导意义。

## 参 考 文 献

- [1] Viotti M R, Kapp W, Albertazzi G J A, et al. Achromatic digital speckle pattern interferometer with constant radial in-plane sensitivity by using a diffractive optical element[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(12): 2275-2281.
- [2] Bian Y Y, Liu Y J, Jiang L, et al. Design of double-zone aspheric diffractive intraocular lens with extended depth of focus[J]. *Chinese Optics Letters*, 2018, 16(9): 093301.
- [3] Yolalmaz A, Yüce E. Effective bandwidth approach for the spectral splitting of solar spectrum using diffractive optical elements [J]. *Optics Express*, 2020, 28(9): 12911-12921.
- [4] Yang M X, Kong Z, Tan Q F, et al. Precise design of diffraction optical elements based on annular beam shaping [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39 (3): 0305002.  
杨美霞, 孔哲, 谭峭峰, 等. 基于环形光束整形的衍射光学元件的精确设计 [J]. *光学学报*, 2019, 39 (3): 0305002.
- [5] Gu J D, Liu Y J, Bian Y Y, et al. A dual-area aspheric diffractive intraocular lens for large corneal asphericity variation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(10): 1022001.  
谷健达, 刘永基, 边亚燕, 等. 适用于大范围角膜非球面系数的双区域非球面衍射型人工晶体 [J]. *光学学报*, 2020, 40(10): 1022001.
- [6] Zhang B, Cui Q F, Piao M X, et al. Substrate material selection method for dual-band multilayer diffractive optical elements and its application in the zoom system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(6): 0605001.  
张博, 崔庆丰, 朴明旭, 等. 双波段多层衍射光学元件的基底材料选择方法研究及其在变焦系统中的应用 [J]. *光学学报*, 2020, 40(6): 0605001.
- [7] Yang L L, Cui Q F, Liu T, et al. Effects of manufacturing errors on diffraction efficiency for multilayer diffractive optical elements [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(32): 6128-6133.
- [8] Greisukh G I, Ezhov E G, Stepanov S A, et al. Taking diffractive efficiency into account in the design of refractive/diffractive optical systems [J]. *Journal of Optical Technology*, 2016, 83(3): 163-167.
- [9] Piao M X, Cui Q F, Zhang B, et al. Optimization method of multilayer diffractive optical elements with consideration of ambient temperature [J]. *Applied Optics*, 2018, 57(30): 8861-8869.
- [10] Liu X G, Huo F R, Xue C X, et al. Parameter optimization and error compensation of diffraction microlens injection molding process [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(5): 052204.  
刘兴国, 霍富荣, 薛常喜, 等. 衍射微透镜注塑成型

- 工艺参数优化及误差补偿[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(5): 052204.
- [11] Dobrowolski J A, Sullivan B T. Universal antireflection coatings for substrates for the visible spectral region[J]. Applied Optics, 1996, 35(25): 4993-4997.
- [12] Gaĭnutdinov I S, Shuvalov N Y, Sabirov R S, et al. Antireflection coatings on germanium and silicon substrates in the 3–5- $\mu\text{m}$  and 8–12- $\mu\text{m}$  windows of IR transparency [J]. Journal of Optical Technology, 2009, 76(5): 302-305.
- [13] Wang T T. Fabrication of hard infrared anti-reflection coating with broadband in the wavelength of 0.8–1.7  $\mu\text{m}$  and 3.7–4.8  $\mu\text{m}$  based on oxide material [J]. Chinese Optics, 2014, 7(5): 816-822.  
王彤彤. 基于氧化物的 0.8~1.7  $\mu\text{m}$  和 3.7~4.8  $\mu\text{m}$  硬质宽带红外增透膜研制 [J]. 中国光学, 2014, 7(5): 816-822.
- [14] Cheng H J, Yu X H, Peng L, et al. LaF<sub>3</sub>-ZnS-Ge high-durability MWIR antireflective film on Ge substrate[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(11): 1117001.  
程海娟, 于晓辉, 彭浪, 等. Ge 基底 LaF<sub>3</sub>-ZnS-Ge 高耐用中波红外增透膜 [J]. 红外与激光工程, 2019, 48(11): 1117001.
- [15] Yang H F, Xue C X, Li C, et al. Diffraction efficiency sensitivity to oblique incident angle for multilayer diffractive optical elements [J]. Applied Optics, 2016, 55(25): 7126-7133.
- [16] Zhang B, Cui Q F, Piao M X, et al. Design of dual-band infrared zoom lens with multilayer diffractive optical elements[J]. Applied Optics, 2019, 58(8): 2058-2067.
- [17] Sandfuchs O, Brunner R, Pätz D, et al. Rigorous analysis of shadowing effects in blazed transmission gratings [J]. Optics Letters, 2006, 31(24): 3638-3640.
- [18] Yang L L, Liu C L, Li S Q, et al. Optimal design of depth-scaling error for multilayer diffractive optical elements with oblique incidence[J]. Applied Optics, 2017, 56(15): 4532-4536.
- [19] Mao S, Cui Q F, Piao M X, et al. Optimal design method on diffractive optical elements with antireflection coatings[J]. Optics Express, 2017, 25(10): 11673-11678.
- [20] Xue C X, Cui Q F. Design of multilayer diffractive optical elements with polychromatic integral diffraction efficiency [J]. Optics Letters, 2010, 35(7): 986-988.