

# 投影仪和双相机组成的三目立体视觉系统标定方法

周舵<sup>1</sup>, 王鹏<sup>1,2\*</sup>, 孙长库<sup>1</sup>, 董美涵<sup>1</sup>, 付鲁华<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室, 天津 300072;

<sup>2</sup>光电控制技术重点实验室,河南 洛阳 471009

**摘要** 在完成对投影仪的参数标定后可将投影仪看作另一个相机,并将其与双目相机组成三目立体视觉系统。不同于借助高精度平面靶标的传统标定法,本文只需一个简易制作的无标识白纸靶标即可获得由双目系统提供的特征点世界坐标。使用线性模型和包含薄棱镜畸变系数的畸变校正模型完成对投影仪的初步参数标定,采用改进的 光束平差法对投影仪与双相机的参数进行全局最优估计。标定验证实验结果表明,改进的光束平差法可以实现参数的优化。对标准平面的测量对比实验证明,三目立体视觉系统可以提高测量精度。

关键词 机器视觉;立体视觉;条纹投影;投影仪标定;光束平差法

**中图分类号** TP391.4 文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1115001

## Calibration Method for Trinocular Stereovision System Comprising Projector and Dual Cameras

Zhou Duo<sup>1</sup>, Wang Peng<sup>1,2\*</sup>, Sun Changku<sup>1</sup>, Dong Meihan<sup>1</sup>, Fu Luhua<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China; <sup>2</sup> Science and Technology on Electro-Optic Control Laboratory, Luoyang, Henan 471009, China

**Abstract** After the parameter calibration of a projector, it can be considered another camera and combined with a binocular system to form a trinocular stereo vision system. In contrast to the traditional calibration method using high-precision plane targets, the proposed method only needs a simple and unmarked white paper target to obtain the world coordinates of the characteristic points provided by a binocular system. The linear model and distortion correction model containing the distortion coefficient of a thin prism are used to complete the preliminary parameter calibration of a projector, and an improved beam adjustment method is used to estimate the global optimal parameters of the projector and a dual camera. Results of calibration verification experiments show that the proposed improved beam-adjustment method can achieve parameter optimization. A measurement comparison experiment on a standard plane showed that the resulting trinocular stereo vision system could enhance measurement accuracy.

**Key words** machine vision; stereovision; fringe projection; projector calibration; bundle adjustment method **OCIS codes** 150.1488; 330.1400; 100.5070

## 1 引 言

立体视觉技术是典型的光学三维测量技术之一<sup>[1-3]</sup>,一般的立体视觉系统完成测量需要经过相机标定、同名点匹配与三维重建等步骤。相机标定是

依据所采集的三维特征点及其在图像上的成像点来 确定相机的各项系统参数,同名点匹配(立体匹配) 是匹配各相机像素之间对应点的过程。传统的被动 式立体视觉技术有同名点匹配混乱、不易提取特征 和匹配点少等缺点,而投影仪所辅助的主动式立体

收稿日期: 2020-09-14; 修回日期: 2020-10-23; 录用日期: 2021-01-06

基金项目:光电控制技术重点实验室和航空科学基金联合资助(201951048001)

<sup>\*</sup> E-mail: wang\_peng@tju.edu.cn

## 研究论文

视觉技术<sup>[4-6]</sup>通过投影仪对被测视场投射光栅面结构光,具有速度快、精度高、非接触以及可全场测量等优点,近年来得到了广泛的应用。

立体视觉系统的标定分为两部分,即已有广泛 研究的单相机参数标定<sup>[7-9]</sup>和描述相机之间关系的 系统参数标定。对于相机之间的系统参数标定,杨 景豪等<sup>[10]</sup>利用了空间中常见的平行线和垂直线来 建立特征约束方程以求解其参数;邹朋朋等<sup>[11]</sup>利用 了共线向量的夹角应为0的特点来求解双目相机的 畸变系数,再通过平面单应矩阵来实现相机参数的 求解;Zhang等<sup>[12]</sup>提出了基于三维立体靶标的标定 方法;Li等<sup>[13]</sup>考虑了畸变模型,采用改进的光束平 差(BA)法对系统参数进行优化;Liu等<sup>[14]</sup>使用了三 维重建误差而非重投影误差作为目标函数,统一了 标定评定标准和测量精度要求。

对于通过投影仪辅助的双目立体视觉系统,绝 大部分学者采用了传统的双目标定法,此时只将投 影仪看作提供主动结构光的辅助工具。然而事实上 投影仪光路与相机光路类似<sup>[15]</sup>,如果能够标定出投 影仪的参数,则双目立体视觉系统将会变成由一个 投影仪和双相机(1P2C)组成的"三目"立体视觉系 统,为此可以提高系统的测量精度<sup>[1]</sup>。常见的投影 仪标定方法是借助一个相机来辅助捕捉投影仪图像 特征点<sup>[15-18]</sup>,具体过程如下。将平面靶标置于投影 仪与相机的公共视场中的多个位置,通过相位或其 他特征来求取投射在靶标特征点所对应的投影仪的 像素坐标,进而采用 Zhang 的相机标定法<sup>[9]</sup>对投影 仪进行参数标定。该方法存在如下局限性:1)需要 高精度加工的靶标来提供可靠的世界坐标值;2)需 要靶标覆盖至少 1/3 的投影仪与相机的公共视 场<sup>[19]</sup>;3)靶标上的特征图案需要被聚焦,否则会引 起特征点图像坐标的提取误差;4)需要靶标的表面 具有良好的漫反射特性。

本文以一般传统的双目视觉系统所测得的世界 坐标作为标定投影仪的三维特征点坐标,提出一种 无须靶标的投影仪标定方法。由相位匹配得到三维 特征点所对应的投影仪图像坐标,通过线性成像模 型和畸变校正模型来实现对投影仪参数的初步求 解。随后引入光束平差法的概念,实现投影仪和双 相机系统的全局系统参数的优化。

## 2 1P2C立体视觉系统模型及其标定 原理

## 2.1 投影仪的成像模型

1P2C 三目立体视觉系统由投影仪和双相机组成,其标定的基础是标定投影仪的各目参数,其中左 右相机的成像参数模型已有广泛的研究,投影仪的成 像模型与相机模型相似,核心为线性成像模型<sup>[7]</sup>。在 该模型下,特征点的三维世界坐标**P**<sup>T</sup><sub>w</sub>(*x*<sub>w</sub>,*y*<sub>w</sub>,*z*<sub>w</sub>)与 相对应的图像坐标**p**<sup>T</sup>(*u*,*v*)的关系可表示为

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w} \\ y_{w} \\ z_{w} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x} & 0 & u_{0} & 0 \\ 0 & f_{y} & v_{0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{1}^{\mathrm{T}} & t_{x} \\ \mathbf{r}_{2}^{\mathrm{T}} & t_{y} \\ \mathbf{r}_{3}^{\mathrm{T}} & t_{z} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w} \\ y_{w} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w} \\ y_{w} \\ z_{w} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} x_{w} \\ y_{w} \\ z_{w} \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

式中:s为尺度因子;A为相机内参矩阵,包含等效 焦距 $f_x$ 和 $f_y$ 与主点坐标 $u_0$ 和 $v_0$ 共4个参数;R 和T分别为相机外参中的旋转矩阵和平移向量;r 为R的参数;t为T的参数;M为世界坐标到图像 坐标的投影矩阵,其由相机内外参数共同决定;m 为M的参数。

实际的投影仪成像系统并非理想的线性系统, 实际采集的图像特征点坐标与理想线性坐标的偏差 称为镜头畸变。传统的相机镜头畸变可分解为径向 畸变和切向畸变,可使用关于畸变系数 k 的由理想 坐标向畸变坐标转换的函数来表示<sup>[20]</sup>。然而投影 仪中数字微镜器件的安装误差相比于相机较大,所 以该畸变模型并不适用于描述投影仪的镜头畸变。

投影仪标定过程中,需要对投影仪所输入的标 准正弦条纹图像的畸变进行校正。然而利用畸变函 数求解理想坐标是反复迭代的过程,并且该迭代过

程在非线性优化过程中的参数求解具有较高的敏感性,运算时间较长,所以实验选用畸变校正函数而非 畸变函数来描述投影仪的镜头畸变。

光学元件的安装倾角所引起的误差可以被近似为

薄棱镜畸变,薄棱镜畸变的数学表达式可以分解为类 似于传统相机畸变模型中径向畸变和切向畸变的多项 式形式<sup>[21]</sup>。整合径向畸变、切向畸变和薄棱镜畸变的 互相关系数,则最终的投影仪畸变模型可表示为

$$\boldsymbol{x}_{p} = \text{undist}(\boldsymbol{x}_{pd}, \boldsymbol{k}_{p}) \Rightarrow \begin{cases} x_{p} = x_{pd}(1 + k_{1}r^{2} + k_{2}r^{4}) + (k_{3} + k_{5})x_{pd}^{2} + k_{3}y_{pd}^{2} + k_{6}x_{pd}y_{pd} \\ y_{p} = y_{pd}(1 + k_{1}r^{2} + k_{2}r^{4}) + k_{4}x_{pd}^{2} + (k_{4} + k_{6})y_{pd}^{2} + k_{5}x_{pd}y_{pd} \end{cases},$$
(2)

式中: $x_{pd}$ 为向投影仪输入有畸变的图像坐标; $x_p$ 为理 想线性模型所投影的坐标;undist(•)为关于多项式系 数 $k_p$ 的畸变校正函数, $k_p = [k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6]^T$ 。

## 2.2 1P2C视觉测量系统的模型

1P2C 视觉测量系统的模型如图 1 所示,其中  $p_1$ 为左相机的像素点, $p_r$ 为右相机的像素点, $p_p$ 为 投影仪的像素点, $P_w$ 为被测点。1P2C 立体视觉测 量系统中,投影仪投射出标准的正弦条纹,因被测物 的形状受到调制,则条纹发生变形,接着使用双相机 分别采集条纹图像。对于左图上某像素点  $p_1(u_1, v_1)$ ,如果在右图上存在同名点,则可结合条纹相位 的级次约束和双目系统的极线约束<sup>[3]</sup>在右图上搜索 到点  $p_r(u_r, v_r)$ 。







对于传统的双目立体视觉系统,完成两个相机 的参数标定和像素同名点的匹配后,则可求取被测 点的三维坐标。通过(1)式能够确定分别经过左图 像素点与右图像素点并分别指向被测点 P<sub>w</sub>的两条 射线,表达式为

$$\begin{cases} s_1 \widetilde{\boldsymbol{p}}_1 = \boldsymbol{M}_1 \times \widetilde{\boldsymbol{P}}_w \\ s_r \widetilde{\boldsymbol{p}}_r = \boldsymbol{M}_r \times \widetilde{\boldsymbol{P}}_w \end{cases}, \tag{3}$$

式中: $s_1$ 和 $s_r$ 分别为左、右相机的尺度因子; $\tilde{p}_1$ 、 $\tilde{p}_r$ 和 $\tilde{P}_w$ 分别为(1)式坐标的齐次形式; $M_1$ 和 $M_r$ 分别为左、右相机的投影矩阵。由于系统的标定存在误差,则(3)式中的两条射线并不相交,此时可采用最

小二乘法来计算该被测点的三维坐标。

对于增加投影仪的 1P2C 三目视觉测量系统, 若标定投影仪参数,则需增加一条由投影仪像素点 *p*<sub>0</sub> 指向 *P*<sub>w</sub> 的射线,表达式为

$$s_{\mathrm{p}} \widetilde{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{p}} \times \widetilde{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{w}},$$
 (4)

式中: $s_p$ 为投影仪的尺度因子; $\tilde{p}_p$ 为投影仪的坐标 点; $M_p$ 为投影仪的投影矩阵。由(3)式和(4)式可 知,双目立体视觉测量系统变成了三目立体视觉测 量系统。由三条射线确定的 6 个方程和两个约束条 件,能够更精确地求取被测点的三维坐标。

## 2.3 1P2C 立体视觉测量系统的标定原理

不同于借助已知三维世界坐标的平面靶标的传 统投影仪标定方法,本文以传统的双目视觉测量系 统为基础,提出一种无须平面靶标的投影仪标定方 法。进一步,本文将得到的投影仪参数代入全局的 1P2C系统中,实现参数的全局优化,方法流程如下。 1)由 Zhang 的双目标定法得到双相机的初始内参 和外参;2)由投影仪投射出纵横向的正弦条纹,使用 相机采集条纹图像并经过相位匹配来确定投影仪与 左右相机图像上的同名点;3)由左右相机同名点确 定的双射线来计算世界坐标,并由步骤 2)确定的相 应投影仪图像坐标对投影仪的初步参数进行标定; 4)将投影仪坐标系作为世界坐标系,使用投影仪的 外参将双相机外参矩阵转换为对投影仪坐标系的转 换矩阵  $R_{12p}$ 、 $T_{12p}$ 、 $R_{r2p}$  和  $T_{r2p}$ ;5)将投影仪的内参和 左右相机坐标系向投影仪坐标系转换的外参作为待 优化参数,以图像同名点所确定的世界坐标的重投 影误差作为目标函数,实现对系统参数的全局光束 平差优化。详细的标定流程如图 2 所示。

需要特别指出的是,因为对系统参数的全局优 化过程中无须将世界坐标作为输入参数,所以不再 需要高精度加工且带有特征标识的靶标,甚至可以 不需要借助任何标准的标识物体。但在投影仪的标 定过程中,为了达到较好的相位计算以及匹配效果, 使用无平整度要求的纸质平面作为标定靶标。

### 第 41 卷 第 11 期/2021 年 6 月/光学学报



图 2 1P2C 视觉系统的参数标定及其优化流程

Fig. 2 Parameter calibration and optimization process of 1P2C vision system

3 1P2C系统标定的实施技术细节

## 3.1 基于平面靶标的双目标定

传统的双目标定系统提供了双相机的内参和待 优化的外参的初始值,这是全局系统标定的前置步 骤之一。使用双相机分别采集某个位置上的平面靶 标图像,靶标平面上某一点  $P_w$ 在左右相机上的实 际成像坐标分别为  $p_{1d}$  和  $p_{rd}$ ,其理想的线性坐标分 别为  $p_1$ 和  $p_r$ 。左相机外参为  $R_1$ 与  $T_1$ ,右相机外参 为  $R_r$ 与  $T_r$ ,则右相机与左相机之间的坐标系转换 关系  $R_{r21}$ 与  $T_{r21}$ 可表示为

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{R}_{r21} = \boldsymbol{R}_{r}\boldsymbol{R}_{1}^{-1} \\ \boldsymbol{T}_{r21} = \boldsymbol{T}_{r} - \boldsymbol{R}_{r}\boldsymbol{R}_{1}^{-1}\boldsymbol{T}_{1}^{\circ} \end{cases}$$
(5)

平面靶标上的  $n_i$  个圆型标识点能够提供  $n_i$ 个精确的三维坐标  $P_b(x_b, y_b, 0)$ 。按照一般习惯, 左相机坐标系被定义为世界坐标系。将靶标在双 目公共视场中任意摆放  $n_p$  个位置,根据每一个靶 标位置相对左相机坐标系的转换矩阵  $R_1^i$  和  $T_1^i(j=1,2,...,n_p)$ ,可得到各个特征点的世界坐 标  $P_w(x_w, y_w, z_w)$ 。以双目系统的重投影误差作 为优化目标,可迭代求解出最优的参数估计,表达 式为

$$\operatorname{argmin}_{r} \sum_{i}^{n_{f}} \sum_{j}^{n_{p}} \left\{ \| \boldsymbol{p}_{\mathrm{ld}}^{ij} - \hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{ld}}^{ij} (\boldsymbol{P}_{\mathrm{b}}^{i}, \boldsymbol{R}_{1}^{j}, \boldsymbol{T}_{1}^{j}, \boldsymbol{A}_{1}, \boldsymbol{k}_{1}) \|^{2} + \| \boldsymbol{p}_{\mathrm{rd}}^{ij} - \hat{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{rd}}^{ij} (\boldsymbol{P}_{\mathrm{b}}^{i}, \boldsymbol{R}_{1}^{j}, \boldsymbol{T}_{1}^{j}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{r21}}, \boldsymbol{T}_{\mathrm{r21}}, \boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}, \boldsymbol{k}_{\mathrm{r}}) \|^{2} \right\},$$

$$(6)$$

式中: $\tau = \{\mathbf{R}_{l}^{i}, \mathbf{T}_{1}^{i}, \mathbf{A}_{1}, \mathbf{k}_{1}, \mathbf{R}_{r21}, \mathbf{T}_{r21}, \mathbf{A}_{r}, \mathbf{k}_{r}\}$ 为待优化 参数; $\mathbf{p}_{d}$ 为左右相机上实际观测的像素坐标; $\hat{\mathbf{p}}_{d}$ 为 相应的重投影坐标。基于平面靶标的双目标定及其 参数优化方法已有广泛的研究和应用,具体的参数 计算过程本文不再赘述。

## 3.2 投影仪的参数标定

对于空间上 *n* 个特征点的世界坐标  $\tilde{P}_{w}^{T}(x_{w}^{\circ}, y_{w}^{\circ}, z_{w}^{\circ}, 1)$ 以及所对应的图像坐标点  $\tilde{p}_{p}^{T}(u_{p}^{\circ}, v_{p}^{\circ}, 1)$ (*o*=1,2,3,…,*n*),根据(1)式可以建立 2*n* 个线性 方程,表达式为

式中: $m = [m_{11} \quad m_{12} \quad m_{13} \quad \cdots \quad m_{32} \quad m_{33}]^{T}$ 为待 求的参数。因 $m_{34} = t_z \neq 0$ ,将(7)式左右两边同时 除以 $m_{34}$ 后可简写成

$$\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{m}' = \boldsymbol{B} \,, \tag{8}$$

式中: $m' = m/m_{34}$ 。根据矩阵形式的最小二乘法可以求得m',即

$$\boldsymbol{m}' = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{\circ} \qquad (9)$$

由于投影矩阵 *M* 由相机内参*K* 与相机外参*R* 和 *T* 共同决定,则由(1)式可得

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{m}_{1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{m}_{14} \\ \boldsymbol{m}_{2}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{m}_{24} \\ \boldsymbol{m}_{3}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{m}_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{x} \boldsymbol{r}_{1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{u}_{0} \boldsymbol{r}_{3}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{f}_{x} \boldsymbol{t}_{x} + \boldsymbol{u}_{0} \boldsymbol{t}_{z} \\ \boldsymbol{f}_{y} \boldsymbol{r}_{2}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{v}_{0} \boldsymbol{r}_{3}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{f}_{y} \boldsymbol{t}_{y} + \boldsymbol{v}_{0} \boldsymbol{t}_{z} \\ \boldsymbol{r}_{3}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{t}_{z} \end{bmatrix} .$$
(10)

根据旋转矩阵 **R** 的单位正交性质,可知  $\|m_{3}^{T}\| = \|r_{3}^{T}\| = 1$ ,由此可得  $m_{34} = 1/\|m'_{3}\|$ , 由  $m_{34}$ 和 m'可以求得 m 以及投影矩阵 M。从 M 中可以分离如下参数,即

$$\begin{cases} f_x = \| \boldsymbol{m}_1 \times \boldsymbol{m}_3 \| \\ f_y = \| \boldsymbol{m}_2 \times \boldsymbol{m}_3 \| \\ u_0 = \boldsymbol{m}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{m}_3 \\ v_0 = \boldsymbol{m}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{m}_3 \end{cases}, \qquad (11)$$

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{1} = (\mathbf{m}_{1} - u_{0}\mathbf{m}_{3})/f_{x} \\ \mathbf{r}_{2} = (\mathbf{m}_{2} - v_{0}\mathbf{m}_{3})/f_{y}, \\ \mathbf{r}_{3} = \mathbf{m}_{3} \end{cases}$$
(12)  
$$\begin{cases} t_{x} = (m_{14} - u_{0}m_{34})/f_{x} \\ t_{y} = (m_{24} - v_{0}m_{34})/f_{y}, \end{cases}$$
(13)

 $t_z = m_{34}$ 在完成投影仪内参矩阵和外参矩阵的参数求解 后,可以采用非线性优化法来求取投影仪畸变校正

系数 k<sub>p</sub>,其优化的目标函数为畸变校正系数所计算 的成像物理坐标与内、外参矩阵所求取的投影坐标 之间的距离平方和,表达式为

$$\operatorname{argmin}_{\boldsymbol{k}} \sum_{o}^{n} \| \boldsymbol{x}_{p}^{o}(\boldsymbol{p}_{pd}^{o}, \boldsymbol{k}_{p}, \boldsymbol{A}_{p}) - \widehat{\boldsymbol{x}}_{p}^{o}(\boldsymbol{P}_{w}^{o}, \boldsymbol{R}_{p}, \boldsymbol{T}_{p}) \|^{2},$$
(14)

式中: $p_{pd}$  为有畸变的像素坐标,将内参矩阵  $A_p$  转换为图像物理坐标系下的坐标  $x_{pd}$ ,再通过畸变校正 系数  $k_p$  来计算出理想坐标  $x_p$ ; $\hat{x}_p$  为线性坐标,世界 坐标  $P_w$  通过外参  $R_p$  和  $T_p$  投影到图像物理坐标系 上来得到线性坐标 $\hat{x}_p$ 。以 $\hat{x}_p$  与  $x_p$  的偏差累加作为 优化目标,采用 LM(Levenberg-Marquardt)算法可 以求解出畸变校正系数  $k_p$ 。

相对于一般的投影仪标定方法<sup>[15-18]</sup>,所提的投 影仪标定方法不再需要高精度的平面靶标,不再通 过图像标识来提取特征点的坐标。由于相位的高斯 模糊具有稳定性的特点,所以允许投影仪投射和相 机采集过程有一定的离焦。

## 3.3 全局系统的参数优化

BA 法能够利用观测值和已知数据的约束来实 现对待优化数据的求解和优化,现已广泛应用在视 觉测量及其系统参数的标定过程中<sup>[22-24]</sup>。BA 法应 用在相机标定过程中的核心在于以重投影误差作为 目标函数并进行优化,这是一个非线性优化问题,待 优化参数的数目及输入的迭代初值是该优化问题的 关键。针对 1P2C 视觉测量系统,本文改进了 BA 方法,提出了新的优化目标函数,即

$$\operatorname{argmin}_{\varepsilon} \sum_{o} \left\{ \left\| \boldsymbol{p}_{1}^{o} - \hat{\boldsymbol{p}}_{1}^{o} \left( \hat{\boldsymbol{P}}_{w}, \boldsymbol{\omega}_{12p}, \boldsymbol{T}_{12p}, \boldsymbol{A}_{1} \right) \right\|^{2} + \right. \\ \left\| \boldsymbol{p}_{r}^{o} - \hat{\boldsymbol{p}}_{r}^{o} \left( \hat{\boldsymbol{P}}_{w}, \boldsymbol{\omega}_{r2p}, \boldsymbol{T}_{r2p}, \boldsymbol{A}_{r} \right) \right\|^{2} + \\ \left\| \boldsymbol{p}_{p}^{o} \left( \boldsymbol{p}_{pd}^{o}, \boldsymbol{k}_{p}, \boldsymbol{A}_{p} \right) - \hat{\boldsymbol{p}}_{p}^{o} \left( \hat{\boldsymbol{P}}_{w}, \boldsymbol{A}_{p}, \boldsymbol{k}_{p} \right) \right\|^{2} \right\}, (15)$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{w}^{o} = f_{2\text{line}}(\boldsymbol{p}_{1}^{o}, \boldsymbol{p}_{r}^{o}, \boldsymbol{R}_{12p}, \boldsymbol{T}_{12p}, \boldsymbol{R}_{r2p}, \boldsymbol{T}_{r2p}, \boldsymbol{A}_{1}, \boldsymbol{A}_{r}),$$
(16)

式中: $\xi = \{A_{p}, k_{p}, R_{12p}, T_{12p}, R_{r2p}, T_{r2p}\}$ 为待优化的参数; $f_{2line}(\cdot)$ 为双射线法计算坐标的函数; $\omega_{12p}$ 和 $\omega_{r2p}$ 分别为旋转矩阵 $R_{12p}$ 和 $R_{r2p}$ 的向量形式。模型中输入的数据包括畸变校正后的相机图像坐标( $p_{1}$ 和 $p_{r}$ )、相机内参( $A_{1}$ 和 $A_{r}$ )、投影仪初步标定所得的内参( $A_{p}$ 和 $k_{p}$ )以及转换为投影仪世界坐标系下的相机外参( $R_{12p}, T_{12p}, R_{r2p}$ 和 $T_{r2p}$ )。相比于(6)式的双目标定优化模型,(15)式的1P2C标定优化模型

1) 线性世界坐标 $\hat{P}_{w}$  是利用同名点与传统双目标定参数通过双射线法来计算得到的,而非平面靶标上的特征点所提供的,所以优化过程的可靠性与靶标制造精度和靶标位置数目无关,但是与同名点对( $p_{1},p_{r},p_{p}$ )的总数目相关。

2) 无论是双相机标定,还是 3.2 节中的投影仪标定,世界坐标系都是左相机坐标系。为了减少待优化的投影仪相关参数,需要将世界坐标系转换为投影仪坐标系,即令 *R*<sub>p</sub>=*I*和 *T*<sub>p</sub>=0,其中 *I*为单位矩阵,此时左右相机的外参将转换为投影仪世界坐标系下的相机外参。

3)为了降低求解过程中雅克比矩阵的复杂性 并避免陷入局部最优解,应尽量减少待优化目标参

#### 第 41 卷 第 11 期/2021 年 6 月/光学学报

数的数目和函数的复杂性。由于利用观测的实际坐标  $p_d$  求取理想线性坐标 p 是传统镜头畸变模型的逆过程,这会造成迭代函数的大量运算,所以将双相机标定优化的相机内参值设为无须优化的固定值,并将投影仪的畸变模型更改为(2)式的畸变校正模型,此时重投影误差为由畸变校正所得图像坐标值 p 与由线性模型计算所得坐标值  $\hat{p}$  之间的误差。另外,可由罗德里格斯转换函数将相机外参中的  $3 \times 3$  旋转矩阵  $R_{12p}$  和  $R_{12p}$  報換为  $3 \times 1$ 的向量形式  $\omega_{12p}$  和  $\omega_{12p}$ 。

4 实 验

## 4.1 1P2C视觉测量系统的标定过程

### 4.1.1 标定图像采集

为了验证相位辅助的双目标定与测量方法, 组装的实验设备如图 3 所示。两个相机的型号均 为 HIKVISION MV-CA013-21UC,分辨率均为 1280 pixel×1024 pixel,相机均搭配 8 mm 焦距的 MVL-HF0828M-6MP镜头。投影仪型号为 DLP LightCrafter 4500,实际分辨率为 1824 pixel× 1140 pixel。该系统的测量视场约为 280 mm× 180 mm,最佳测量距离为 350 mm,测量景深约为 150 mm。图 4(a)为传统双目标定过程所需的带 圆型标识的平面靶标,双目相机采集平面靶标图 像的过程不再赘述。图 4(b)为投影仪标定所使用 的简易纸质靶标,该靶标无任何制作精度的要求, 无须喷涂图案标识,仅仅要求其表面具有良好的 漫反射特性。将简易纸质靶标在视场内任意摆放 多个位置,在各个位置上由投影仪向靶标分时地 投射纵横方向且双频率的四步相移条纹,同时触 发双相机来采集条纹图像。在某一摆放位置处相 机所采集的图像如图5所示。



图 3 1P2C 系统的实验设备 Fig. 3 Experimental equipment of 1P2C system

4.1.2 投影仪与双相机的同名点匹配

同名点的匹配过程是利用像素的相位信息来完成匹配的,实验采用四步相移法<sup>[25]</sup>来提取包裹相



图 4 1P2C系统标定图像的靶标。(a)带标识的平面靶标;(b)纸质靶标

Fig. 4 1P2C system calibration image target. (a) Plane target with identification; (b) paper target



图 5 在某个靶标位置所采集的条纹图像。(a)左相机纵向条纹图;(b)左相机横向条纹图; (c)右相机纵向条纹图;(d)右相机横向条纹图

Fig. 5 Fringe images collected at target location. (a) Longitudinal fringe pattern of left camera; (b) lateral fringe pattern of left camera; (c) longitudinal fringe image of right camera; (d) lateral fringe image of right camera

位,然后采用数论法<sup>[26]</sup>来获得图像的绝对相位。左 右相机图像与投影仪图像中的特征点是以匹配的同 名点对( $p_1$ , $p_r$ , $p_p$ )的形式存在,1P2C立体视觉测 量系统的同名点匹配过程从投影仪标准正弦条纹图 像中的某一像素点出发,接着在两幅相机图像中搜 索纵横相位相匹配的同名点。不失一般性地,本文 选择待匹配  $p_p$ 点的纵横相位值为( $\Phi^h(p_p) = 4n_h\pi$ ,  $\Phi^v(p_p) = 4n_v\pi$ ),其中  $n_h$ 和  $n_v$ 为整数。对于每一 个  $p_p$ 点,需要同时匹配上  $p_1$ 点和  $p_r$ 点才能记作匹 配成功,实际匹配过程中可能会因为相位值计算误 差等因素而出现误匹配。通过左右图像上同名点的 极线约束,可以去除距离极线过远的误匹配点以及 其他相位值不可靠的匹配点。对于在靶标位置上采 集的图像,经过相位匹配后获得双相机与投影仪的 图像同名点坐标,如图 6 所示。

4.1.3 包含投影仪参数的 1P2C 系统标定

每个同名点对可由传统的双目视觉方法计算出 一个以左相机坐标系为世界坐标系的三维坐标点。 由于每个三维坐标点都有相对应的投影仪图像同名 点,为此可以采用线性模型标定方法以及畸变系数 求取方法来完成对投影仪参数的初步标定。

1P2C视觉测量系统以投影仪坐标系作为世界 坐标系,将初步标定的投影仪和相机外参转换为投 影仪坐标系下待优化的相机外参(**R**<sub>12p</sub>、**T**<sub>12p</sub>、**R**<sub>r2p</sub> 和 **T**<sub>r2p</sub>),此时投影仪外参不再参与优化。



图 6 投影仪和左右相机的图像同名点坐标

Fig. 6 Image coordinates of homonymic point of projector and left and right cameras

将待优化的参数  $\xi$  经过全局优化后,得到的参数结果与优化前的参数对比如表 1 所示,无需优化的参数表示为"一",其中 **B** =  $[f_x f_y u_0 v_0]^T$ 。

## 4.2 标定精度验证

4.2.1 基于极线约束的标定精度验证

视觉测量系统中参数标定精度的常用评定标准:以高精度的世界坐标系向图像坐标系重投影并 计算其与实际观测坐标的误差。由于本文的标定方 法没有精准的三维参考坐标,所以提出一种普遍适 用于多目模型的基于极线约束的标定评定方法。

在 1P2C 视觉测量系统完成系统参数的标定 后,利用各目的内参将观测的图像特征坐标校正至 理想的线性坐标。对于某个投影仪图像上的理想坐

Parameter	В		k		ω		Т	
	Before	After	Before	After	Before	After	Before	After
Left camera	$\begin{bmatrix} 1680.92\\ 1680.41\\ 633.15\\ 516.35 \end{bmatrix}$	_	$\begin{bmatrix} -0.054\\ 0.107\\ -0.001\\ -0.003 \end{bmatrix}$	_	0.264 0.197 0.024	0.245 0.196 0.022	$\begin{bmatrix} 107.01\\ 3.06\\ -12.35 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 110.05\\ 3.04\\ 1.73 \end{bmatrix}$
Right camera	$\begin{bmatrix} 1678.97\\ 1680.72\\ 635.00\\ 516.45 \end{bmatrix}$	_	$\begin{bmatrix} -0.055\\ 0.104\\ -0.001\\ -0.002 \end{bmatrix}$	_	$\begin{bmatrix} 0.267 \\ -0.187 \\ -0.022 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.246 \\ -0.190 \\ -0.020 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -70.88 \\ 2.56 \\ -21.49 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -72.09\\ 3.30\\ -9.22 \end{bmatrix}$
Projector	2336.48 2334.51 972.78 1216.83	2257.90 2253.08 928.00 1150.92	$\begin{bmatrix} -0.079\\ 0.163\\ -0.001\\ 0.001\\ 0.025\\ 0.019 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.054\\ 0.169\\ -0.004\\ 0.002\\ 0.017\\ 0.034 \end{bmatrix}$	0 0 0	_	0 0 0	_

Table 1 Comparison of system parameters before and after optimization

表 1

优化前与优化后的系统参数对比

标,通过系统参数在左右图像上分别确定一条极线, 如果参数标定无偏差,那么左右图像的同名点理想 坐标必分别在这两条极线上<sup>[27]</sup>。利用纵横方向相 位约束进行同名点匹配的过程中,匹配精度能够达 到亚像素级,所以匹配的同名点坐标与极线的像素 距离偏差可以作为 1P2C 系统标定精度的验证 标准。

1P2C视觉测量系统的标定技术要点主要包括 新型的投影仪光学模型和对 1P2C 系统参数的全局 优化。为了对比标定技术要点的有效性,分别使用 新型投影仪模型未优化的参数、传统投影仪模型全 局优化后的参数和新型投影仪模型全局优化后的参数分别计算相应同名点与极线的距离。在6个靶标位置处的同名点对中随机选取200个,最终计算的6×200×2个距离偏差值统计结果如图7所示。从图7可以看到,由新型投影仪模型未优化的参数计算的平均偏差距离为1.654 pixel,由传统投影仪模型全局优化后的参数计算的平均偏差距离为0.749 pixel,由新型投影仪模型全局优化后的参数计算的平均偏差距离为0.379 pixel。由此可证明,投影仪模型更符合真实的投影仪,改进的BA优化方法有效,能够优化系统参数,而且可以提升准确度。





Fig. 7 Statistical results of deviation distance between coordinate of characteristic point and corresponding polar line.(a) Unoptimized new projector model; (b) globally optimized traditional projector model; (c) globally optimized new projector model

## 4.2.2 实物点云的验证

更直观地验证标定精度的方法是测量标准量 具,然后计算点云重建误差。为了能够真实地反映 标定误差等因素所引起的在整体视场内各个区域的 重建误差,选择的验证方式是计算每个测量点与真 实值的偏差并计算方均根误差。实验中使用的标准

### 研究论文

量具为图 8 的陶瓷平面,平面度为 10 μm,尺寸约为 120 mm×100 mm。



图 8 验证实验所使用的标准量具

Fig. 8 Standard gauges used in verification experiments

为了比较所提的 1P2C 标定方法相对其他方法 的优越性,分别使用传统的双目方法、新型投影仪 模型参数未优化的1P2C方法、传统投影仪模型全局 优化后的 1P2C 方法、新型投影仪模型参数优化后 的 1P2C 方法来计算被测陶瓷平面的点云。随后, 分别将各个方法测得的陶瓷平面点云作平面拟合, 计算每个被测点与拟合平面的误差,误差分布对比 结果如图 9 所示,因为每个像素是一个独立的测量 单元,所以图中的横纵坐标均为像素。4 种方法的 测量值对拟合平面的方均根误差分别为 0.052, 0.057,0.033,0.021 mm。

实验结果表明,相比于传统的双目视觉系统,未 经过参数优化的 1P2C 模型的精度没有提升,应用 新型投影仪模型并经过参数优化的 1P2C 模型的测 量精度得到了提升,尤其在测量视场的边缘位置。 该实验结果表明,提出的 1P2C 测量系统及其全局 参数优化方法能够提高点云的测量精度。





Fig. 9 Comparison of fitting plane errors of different stereo vision measurement schemes. (a) Traditional binocular vision;(b) new projector models; (c) optimized conventional projector models; (d) new optimized projector model

## 5 结 论

不同于一般的由投影仪辅助的双相机立体视觉 系统,本文将投影仪看作另一个相机,从而组成三目 立体视觉系统。首先通过双相机的传统标定方法来 获得相机参数;然后通过传统双目系统所提供的世 界坐标和同名点匹配所提供的投影仪图像坐标,用 来实现对投影仪的参数标定;最后采用改进的光束 平差法对投影仪与双相机的参数进行全局最优估 计。通过极线约束的标定精度验证实验表明,改进 的光束平差法能够实现标定参数的优化。通过对高 精度平面的对比测量实验表明,提出的单投影仪双 相机所组成的三目立体视觉测量系统相对于传统的 双目立体视觉提升了测量精度。

## 参考文献

- [1] Tong S, Xu X G, Yi C T, et al. Overview on vision-based 3D reconstruction[J]. Application Research of Computers, 2011, 28(7): 2411-2417.
  佟帅,徐晓刚,易成涛,等.基于视觉的三维重建技术综述[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(7): 2411-2417.
- [2] Bing P. Digital image correlation for surface

deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals [J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(8): 082001.

[3] Xie Z X, Wang X D, Gong H L. Round-hole profile measurement of thin-walled parts based on binocular vision[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(12): 1204004.
解则晓, 王晓东, 宫韩磊. 基于双目视觉的薄壁零件 圆孔 轮 廓 测 量 [J]. 中 国 激 光, 2019, 46(12):

1204004.
[4] Wang P, Zhang Y Q, Sun C K, et al. Fringe projection measurement method based on polar line and fringe order double constraint [J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(4): 0413001.
王鹏,张宇倩,孙长库,等.极线和级次双约束的光 栅投影测量方法 [J]. 红外与激光工程, 2020, 49 (4): 0413001.

- [5] El-Etriby S, Al-Hamadi A K, Michaelis B. Dense stereo correspondence with slanted surface using phase-based algorithm [C] //2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, June 4-7, 2007, Vigo, Spain. New York: IEEE Press, 2007: 1807-1813.
- [6] Lee H, Kim M Y, Moon J I. Three-dimensional sensing methodology combining stereo vision and phase-measuring profilometry based on dynamic programming [J]. Optical Engineering, 2017, 56 (12): 124107.
- [7] Faugueras O D, Toscani G. The calibration problem for stereoscopic vision [M] //Casals A. Sensor devices and systems for robotics. NATO ASI series. Heidelberg: Springer, 1989, 52: 195-213.
- [8] Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using offthe-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal on Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- [9] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22 (11): 1330-1334.
- [10] Yang J H, Liu W, Liu Y, et al. Calibration of binocular vision measurement system[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(2): 300-308.
  杨景豪,刘巍,刘阳,等.双目立体视觉测量系统的标定[J]. 光学 精密工程, 2016, 24(2): 300-308.
- [11] Zou P P, Zhang Z L, Wang P, et al. Binocular camera calibration based on collinear vector and plane homography[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(11): 1115006.
  邹朋朋,张滋黎,王平,等.基于共线向量与平面单应性的双目相机标定方法[J].光学学报, 2017, 37

(11): 1115006.

- [12] Zhang J, Zhu J, Deng H, et al. Multi-camera calibration method based on a multi-plane stereo target [J]. Applied Optics, 2019, 58 (34): 9353-9359.
- Li W, Shan S, Liu H. High-precision method of binocular camera calibration with a distortion model
   [J]. Applied Optics, 2017, 56(8): 2368-2377.
- [14] Liu C Y, Li T T, Liu Y, et al. Binocular camera calibration based on three-dimensional reconstruction error [C] // 2018 IEEE 3rd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC), October 12-14, 2018, Chongqing, China. New York: IEEE Press, 2018: 1690-1694.
- [15] Zhang S, Huang P S. Novel method for structured light system calibration [J]. Optical Engineering. 2006, 45(8): 083601.
- [16] Li Z W, Shi Y S, Zhong K, et al. Projector calibration algorithm for the structured light measurement technique [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(11): 3061-3065.
  李中伟,史玉升,钟凯,等.结构光测量技术中的投影仪标定算法[J].光学学报, 2009, 29(11): 3061-3065.
- [17] Yang S R, Liu M, Song J H, et al. Flexible digital projector calibration method based on per-pixel distortion measurement and correction [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2017, 92: 29-38.
- [18] Juarez-Salazar R, Diaz-Ramirez V H. Flexible camera-projector calibration using superposed color checkerboards[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2019, 120: 59-65.
- [19] Sutton M A, Matta F, Rizos D, et al. Recent progress in digital image correlation: background and developments since the 2013 W M Murray lecture [J]. Experimental Mechanics, 2017, 57(1): 1-30.
- [20] Fryer J G, Brown D C. Lens distortion for closerange photogrammetry [ J ]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1986, 52(1): 51-58.
- [21] Tian Y Y, Yang H, Liu S Y. Research on thin prism distortion of CCD camera [J]. Journal of Northeast Dianli University, 2010, 30(6): 64-68.
  田原嫄,杨浩,刘思阳. CCD 摄像机镜头薄棱镜畸变的研究[J]. 东北电力大学学报, 2010, 30(6): 64-68.
- [22] Zhao H J, Wang Z, Jiang H Z, et al. Calibration for stereo vision system based on phase matching and bundle adjustment algorithm [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 68: 203-213.

第 41 卷 第 11 期/2021 年 6 月/光学学报

- [23] Furukawa Y, Ponce J. Accurate camera calibration from multi-view stereo and bundle adjustment [J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 84 (3): 257-268.
- [24] Wang Z, Huang J H, Gao J M, et al. Calibration of the structured light measurement system with bundle adjustment[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(8): 32-40, 48.
  王昭,黄军辉,高建民,等.基于光束法平差的结构 光测量系统标定[J]. 机械工程学报, 2013, 49(8):

32-40, 48. [25] Zuo C, Feng S J, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: a review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 109: 23-59.

- [26] Ding Y, Xi J T, Yu Y G, et al. Recovering the absolute phase maps of two fringe patterns with selected frequencies [J]. Optics Letters, 2011, 36 (13): 2518-2520.
- [27] Gao H W. Computer based binocular vision [M]. Beijing: Publishing House of Electronics industry, 2012: 66-68.
  高宏伟. 计算机双目立体视觉[M]. 北京: 电子工业 出版社, 2012: 66-68.