

可抑制大气湍流影响的深度学习计算鬼成像

赵延庚¹, 董冰^{1,2*}, 刘明¹, 周志强¹, 周静¹¹北京理工大学光电学院, 北京 100081;²信息光子技术工业和信息化部重点实验室, 北京 100081

摘要 计算鬼成像利用光场的二阶相干性进行成像。当探测光经历未知扰动(如大气湍流)时,无法通过计算获得实际到达物体的光场,此时按无扰动的计算光场进行图像重构时会产生图像模糊。提出一种基于深度学习的图像分类-复原方法,用于消除大气湍流对计算鬼成像的影响。该方法的基本思想是先用基于卷积神经网络的分类网络对图像按模糊程度进行分类;然后对每个分类下的图像,分别采用基于生成对抗网络的复原网络进行复原。通过仿真建立了包含大气湍流的压缩感知计算鬼成像模型,得到了不同强度的大气湍流引起的模糊图像,给出了采用深度学习对模糊图像进行分类和复原的结果。仿真表明,采用分类-复原网络可以有效提升计算鬼成像的像质,复原后的图像结构相似度和峰值信噪比均有明显提升,并且该网络对不同目标具有一定的泛化能力。

关键词 成像系统; 计算成像; 鬼成像; 深度学习; 大气湍流; 图像复原; 压缩感知

中图分类号 O438

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.1111001

Deep Learning Based Computational Ghost Imaging Alleviating the Effects of Atmospheric Turbulence

Zhao Yangeng¹, Dong Bing^{1,2*}, Liu Ming¹, Zhou Zhiqiang¹, Zhou Jing¹¹ School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;² Key Laboratory of Photonic Information Technology, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100081, China

Abstract Computational ghost imaging uses the second-order coherence of light fields to reconstruct images. In the case of an unknown disturbance (like atmospheric turbulence) to the probe light, the actual light field reaching the object cannot be calculated, and the images will become blurred if they are reconstructed according to the calculated light field without disturbance. In this paper, we proposed a deep learning based image classification-restoration method to suppress the influence of atmospheric turbulence on computational ghost imaging. Specifically, the classification network based on a convolutional neural network classified images according to their blur degree. Then, the images of each class were restored by the restoration network based on a generative adversarial network. Furthermore, we established a compressive-sensing-based computational ghost imaging model including atmospheric turbulence. As a result, the blurred images caused by atmospheric turbulence of different intensities were obtained, and the blurred images were classified and restored by the deep learning method. The simulation results show that the proposed classification-restoration network can effectively improve the image quality of ghost imaging and significantly improve the structural similarity and peak signal-to-noise ratio of the restored images. Besides, this network can generalize different types of targets.

Key words imaging systems; computational imaging; ghost imaging; deep learning; atmosphere turbulence; image restoration; compressive sensing

OCIS codes 110.1758; 110.0115; 110.3010; 200.4260

收稿日期: 2020-11-17; 修回日期: 2020-11-30; 录用日期: 2020-12-30

基金项目: 国家自然科学基金(11874087)、中央高校基本科研业务费专项资金(2020CX02002)

* E-mail: bdong@bit.edu.cn

1 引言

鬼成像也称关联成像,是一种利用光场的强度关联获取目标信息的成像方式^[1-3]。传统鬼成像包含两条光路:一路为不含物体的参考光路,用一个具有空间分辨能力的探测器获得光强分布;另一路为包含物体的信号光路,用一个没有空间分辨能力的桶探测器收集光强信息;将上述两条光路的探测结果进行关联运算即可重构目标物。2008年,Shapiro^[4]提出计算鬼成像方案,省去了传统鬼成像中的参考光路,使用空间光调制器(SLM)加载预置的随机光场,将目标的二维或三维空间信息编码为一维的光强信息。2009年,Katz等^[5]将压缩感知技术与计算鬼成像相结合,大幅减少了计算鬼成像的采样次数。

鬼成像在遥感、水下成像、激光雷达等领域有广泛的应用前景^[6-9],在这些应用中需要考虑环境扰动对成像的影响。研究表明,当SLM和物体之间存在未知扰动时,实际投射到物体的探测光场与计算光场之间必然存在差异,当差异较大时会导致成像质量严重下降;但存在于物体和桶探测器之间的扰动对成像几乎没有影响^[10]。2011年,美国麻省理工学院的Hardy等^[11]对表面粗糙的反射式物体,分别讨论了大气湍流对纠缠光源鬼成像、赝热光源鬼成像和计算鬼成像的影响,结果表明计算鬼成像具有最高的饱和信噪比和空间分辨率,更加适合遥感应应用。2012年,美国加州理工学院的Erkmen^[7]分析了大气湍流对激光雷达成像和计算鬼成像影响上的差异,提出采用短曝光探测减小大气湍流对计算鬼成像的影响。同年,中国科学院安徽光学精密机械研究所范承玉等提出采用自适应光学技术校正大气湍流对鬼成像的影响,但该方法系统结构复杂,需要引入变形镜且在物体附近生成合适信标,在实际应用中有较大限制^[12]。近年来,深度学习在计算成像方面得到了广泛应用^[13-16]。传统计算成像依赖物理驱动,而深度学习下的计算成像依赖数据驱动。深度学习技术解决了许多过去计算成像领域难以解决的问题,还在信息获取能力、成像的功能、核心性能指标(如成像空间分辨率、时间分辨率、灵敏度等)上都获得了显著提升。中国科学院上海光学精密机械研究所司徒国海课题组在鬼成像中引入深度学习技术,在低采样率的情况下仍然获得了较好的成像效果^[17-18]。

本文提出一种基于深度学习的图像分类-复原

方法抑制大气湍流对计算鬼成像的影响。该方法的基本思想是先利用分类网络对模糊图像按模糊程度进行分类;然后对每个分类下的模糊图像,采用各自的复原网络进行图像复原。论文通过仿真建立了包含大气湍流的压缩感知计算鬼成像模型,得到了不同强度的大气湍流引起的模糊图像,给出了采用深度学习对模糊图像进行分类和复原的结果。

2 算法原理

2.1 压缩感知计算鬼成像

计算鬼成像利用光场的二阶相干性进行成像,计算方式为

$$\hat{O}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (B_i - \langle B \rangle) I_i(x, y), \quad (1)$$

式中: $\hat{O}(x, y)$ 为目标物的估计; $I_i(x, y)$ 为探测矩阵; M 为探测矩阵个数; B 为桶探测器的测量值; $\langle \cdot \rangle$ 表示统计平均。

利用(1)式估计目标物需要进行大量探测,为了降低采样比,本文采用压缩感知中的TVAL3算法进行图像重构,该算法在最小全变分法的基础上,结合了增强型拉格朗日函数法和交替最小化方法,通过交替最小化方法寻找增强型拉格朗日模型的最小值,再由最速下降法进行迭代,更新拉格朗日乘子^[19]。

当调制后的光束经大气湍流到达物体时,由于湍流的影响是未知的,无法通过计算获得实际到达物体的探测光场 $I(x, y)$,此时如果使用无湍流情况下的计算光场,则会导致重构图像模糊,模糊程度与湍流强度有关(详见3.1节)。

为了客观评价复原图像质量,本文使用结构相似度(SSIM)作为衡量复原图像质量的评价指标,计算方法为

$$X_{\text{SSIM}}(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)}, \quad (2)$$

式中: μ_x 和 μ_y 分别为图 x 和 y 的均值; σ_x 和 σ_y 为两幅图像的方差; σ_{xy} 为两幅图像的协方差; c_1 和 c_2 为避免分母趋于0的常数。SSIM的值越接近于1,两幅图像越相似。为了避免使用一种评价指标的局限性,本文同时使用峰值信噪比(PSNR)作为复原图像质量的评价指标,计算方法为

$$X_{\text{PSNR}} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{X_{\text{MAXI}}^2}{X_{\text{MSE}}} \right) = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{X_{\text{MAXI}}}{\sqrt{X_{\text{MSE}}}} \right), \quad (3)$$

式中: X_{MAXI} 为 I 中像素最大值, 本文中 $X_{MAXI} = 1$ 。

2.2 基于深度学习的图像分类-复原方法

考虑到不同强度的大气湍流引起的图像模糊程度有较大差异, 如果仅训练一个图像复原网络则难以适应所有情况, 复原效果不佳。本文采用分类-复原网络, 即先训练一个图像分类网络, 将模糊图像按其与原图的 SSIM(取值范围 0~1) 进行分类, 分类区间间隔为 0.2, 共分为 5 个区间, 在每个分类下

独训练各自的图像复原网络。需要说明的是, 本文只是在训练图像分类网络时使用 SSIM 作为评价指标, 在分类网络训练完成后可以直接对模糊图像进行分类, 在实际应用中并不需要先计算 SSIM。

用于计算鬼成像的图像分类-复原方法流程如图 1 所示, 用受大气湍流影响的探测矩阵重构目标物, 得到模糊图像, 将模糊图输入分类网络进行分类, 最后用对应分类下的图像复原网络进行复原。

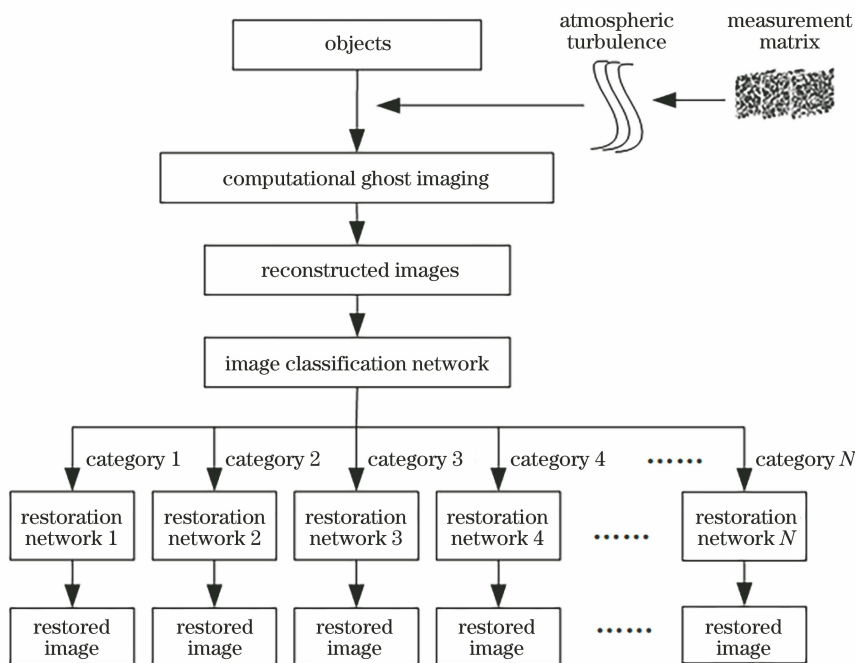


图 1 用于计算鬼成像的图像分类-复原方法流程图

Fig. 1 Flow chart of image classification-restoration method used for computational ghost imaging

图像分类网络采用卷积神经网络(CNN), 主要包含卷积层、池化层和全连接层, 网络结构如图 2 所示。卷积层的卷积核尺寸为 3×3 (本文若无特殊说明, 卷积核尺寸均为 3×3)。池化层选择最大池化策略, 池化窗口尺寸为 2×2 。为防止过拟合, 在

Flatten 层前加一层 dropout 层, 参数设置为 0.2。损失函数为 categorical_crossentropy。为了加快梯度下降收敛速度, 使用 Adam 优化器, 学习率设为 0.00005。为了完成多分类任务, 最后的全连接层使用 softmax 函数作为激活函数。

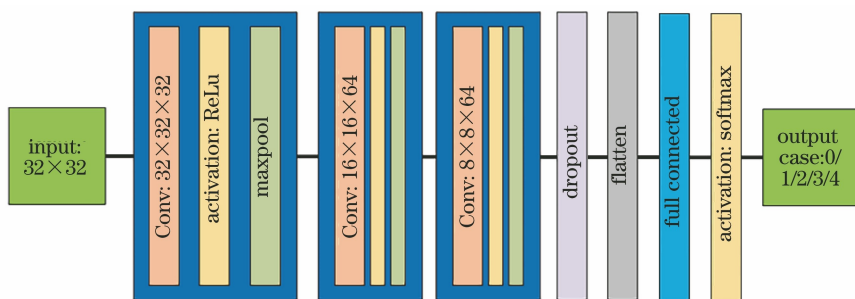


图 2 分类网络结构

Fig. 2 Classification network structure

图像复原网络采用生成式对抗网络(GAN)。GAN 包含一个生成器和一个鉴别器, 生成器的目的

是尽量去学习真实的数据分布, 而鉴别器的目的是尽量正确判别输入数据是来自真实数据还是来自生

成器。网络训练过程中优化权值,使鉴别器无法区分复原图和原图。生成器网络模型如图 3 所示,输入为模糊图,输出为复原图,图像大小均为 32×32 。输入层经过激活函数为 ReLU 的卷积操作,得

到 64 个特征图,每张特征图大小为 32×32 。为了避免梯度消失和网络退化,增加残差网络来加深网络并提取更丰富的特征,最后再经过三层卷积得到复原图。

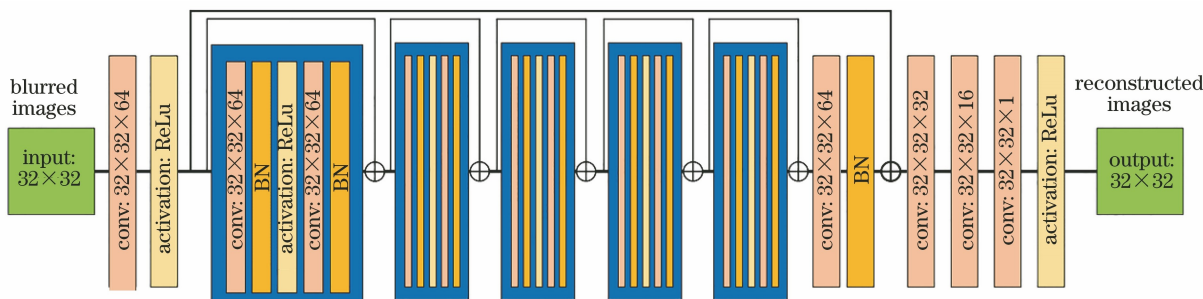


图 3 生成器网络结构

Fig. 3 Network structure of generator

鉴别器的网络结构如图 4 所示。输入为原图或复原图,图像经过 8 组交替的卷积层和激活层以及两个全连接层,最后的激活层使用 sigmoid 函数来

判断输入图像的真假。同时,为了防止过拟合增加了一个 dropout 层,参数设置为 0.4。

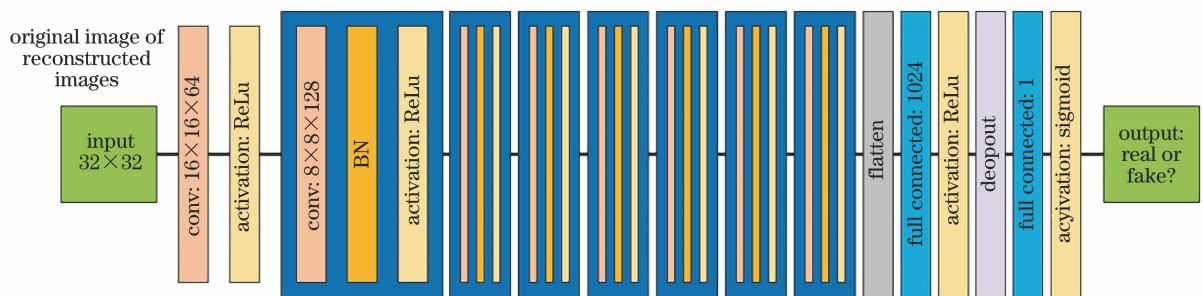


图 4 鉴别器网络结构

Fig. 4 Network structure of discriminator

用于图像复原的 GAN 网络的训练过程如下:

1) 将模糊图输入到生成器,生成器生成与原图尽可能相似的复原图。原图标记为真,用 1 表示;复原图标记为假,用 0 表示。

2) 将原图、复原图及相应的标签输入到鉴别器中训练鉴别器,使鉴别器的损失函数 D_{loss} 收敛。训练鉴别器的目的是提升鉴别器对图像真假的鉴别能力。

$$D_{loss} = H(P_{real}, T_{real}) + H(P_{fake}, T_{fake}), \quad (4)$$

式中: H 为交叉熵函数; P_{real} 、 P_{fake} 表示图像真假; T_{real} 、 T_{fake} 表示标签的真假。 H 越小,表示判断结果越准确。

3) 保持步骤 2 中训练的鉴别器的参数不变,将生成器生成的复原图标记为 1 并输入到鉴别器,根据鉴别器的判断结果优化生成器网络。生成器网络的损失函数表示为

$$G_{loss} = X_{MSE} + H(P_{fake}, P_{real}), \quad (5)$$

式中: X_{MSE} 为原图和复原图的均方差。生成器网络

的优化目标是使复原图与原图尽可能相似(即 X_{MSE} 较小),以致鉴别器无法区分复原图和原图[即 $H(P_{fake}, P_{real})$ 较小]。

4) 重复步骤 1~3,不断优化生成器和鉴别器网络。优化其中一个网络的参数时,另一个网络的参数保持不变,整个训练过程是生成器与鉴别器的动态对抗过程。

训练中使用 adam 函数优化网络权重。生成器网络学习率设为 0.00001,鉴别器网络学习率设为 0.0002, batch_size 为 100, epoch 为 300。网络训练环境为 python 3.7, tensorflow-gpu 2.1.0 及 keras-gpu 2.3.1。训练所用计算机处理器为 Intel i7-8700 CPU @3.20 GHz, 显卡为 NVIDIA GeForce GTX 2060 SUPER。

3 仿真分析

3.1 大气湍流对计算鬼成像的影响

光波在大气中传输时,湍流造成的折射率随机

变化会导致波的振幅和相位发生变化,造成波前畸变、光强闪烁、光束漂移等现象。对于计算鬼成像而言,如果调制后的光波经历大气湍流到达目标物,则无法准确计算出物面的光场分布,导致重构图像质量下降。下面通过仿真定量分析不同强度的大气湍流对计算鬼成像的影响。

仿真光路如图 5 所示,发射系统口径 $D =$

400 mm,波长 $\lambda = 1064$ nm,从发射面到物体的水平传输距离为 1 km,传输路径上每隔 100 m 设置一个大气相位屏,在光波到达每个相位屏时引入相应的相位扰动,在相位屏之间的传输用真空中的菲涅耳衍射积分描述。目标物采用 MNIST 数据库中的手写数字,分辨率为 32×32 ,经目标物后的光波由桶探测器收集。

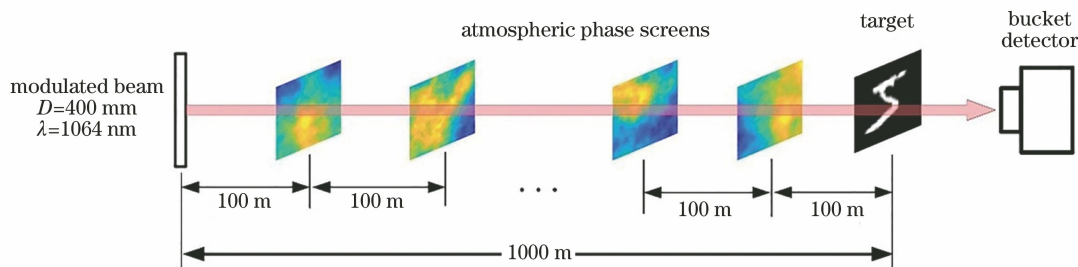


图 5 经过大气湍流的计算鬼成像示意图

Fig. 5 Schematic diagram of computational ghost imaging through atmospheric turbulence

大气相位屏的仿真采用功率谱反演法,基于 Von Karman 功率谱模型并引入次谐波补偿低频成分^[20]。大气湍流的扰动强度由大气相干长度 r_0 描述,湍流强度越强,对应的 r_0 越小。平面波经过距离为 L 的水平传输后的相干长度表达式为

$$r_0 = (0.423C_n^2 L k^2)^{-3/5}, \quad (5)$$

式中: $k = 2\pi/\lambda$; C_n^2 称为大气折射率结构常数,实际上是地理位置和海拔高度的函数,该值越大湍流越强,在本文研究的水平传输过程中 C_n^2 可近似为常数。为了仿真不同强度的大气湍流, C_n^2 分别取下列值: $1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 、 $2.5 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 、 $5 \times$

$10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 、 $7.5 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 和 $1.5 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 。对于口径为 D 的光学系统,湍流的影响可以用 D/r_0 表示, D/r_0 越大湍流的影响也越大,上述 C_n^2 取值对应的 D/r_0 依次为 2.01、3.48、5.28、6.74 和 10.21。

图 6 给出了不同强度大气湍流对计算鬼成像的影响。探测矩阵采用二值散斑,压缩感知的采样率为 6.25%。图 6(a)为加载到空间光调制器上的探测矩阵和原始目标物;图 6(b)为无湍流时,调制光束自由传播 1 km 后到达目标物的探测矩阵和重构目标物;图 6(c)~(g)为存在不同强度的大气湍流时,到达目标物的探测矩阵及重构图像,显然湍流强

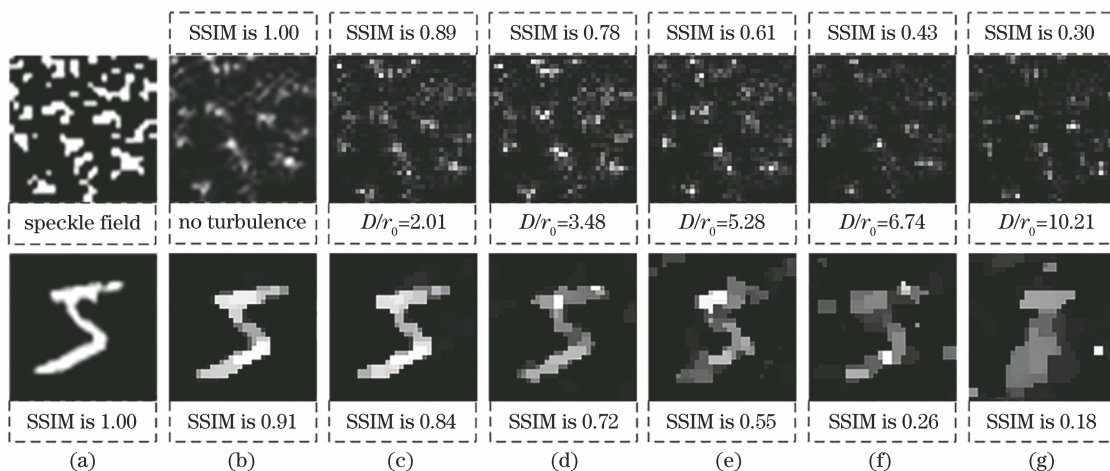


图 6 不同强度大气湍流对计算鬼成像的影响。(a)初始散斑场及目标物;(b)无湍流影响时目标处的散斑场及重构图像;(c)~(g)不同强度大气湍流影响下目标处的散斑场及重构图像

Fig. 6 Influence of atmospheric turbulence of different intensities on computational ghost imaging. (a) Initial speckle field and object; (b) speckle field and reconstructed images without turbulence; (c)~(g) speckle field and reconstructed images with different turbulence strengths

度越强,图像越模糊。图 6 给出了有湍流时的探测矩阵与无湍流时的探测矩阵(SSIM 值为 1)的结构相似度。当湍流增强时,实际探测矩阵与理论计算的无湍流时探测矩阵的差异也变大,导致重构图像的结构相似度也随之下降。

3.2 基于深度学习的图像分类和复原

如图 6 所示,不同湍流强度下生成的模糊图与原图的结构相似度(SSIM)在 0~1 之间分布。本文以 0.2 为间隔将模糊图分为五类,用数字 0、1、2、3、4 作为分类的标签。按照如前所述的过程在每类下生成 5000 幅模糊图和相应的标签数据,其中 4000

幅作为训练集,1000 幅作为验证集。

为了验证分类网络对模糊图预测的准确度,在每个分类下重新生成 100 组数据作为测试集。为了更好地验证网络的泛化能力,测试集的数据来自未使用过的图片和相位屏。500 组数据打乱顺序输入到网络中,分类结果如图 7 所示。仿真结果表明,分类网络对模糊图所属类别的判断准确率达 95.6%。当 SSIM 值在分类临界点附近时,分类网络可能判断错误,由于此时图像模糊程度介于两者之间,这种分类错误对后续的图像复原影响很小。

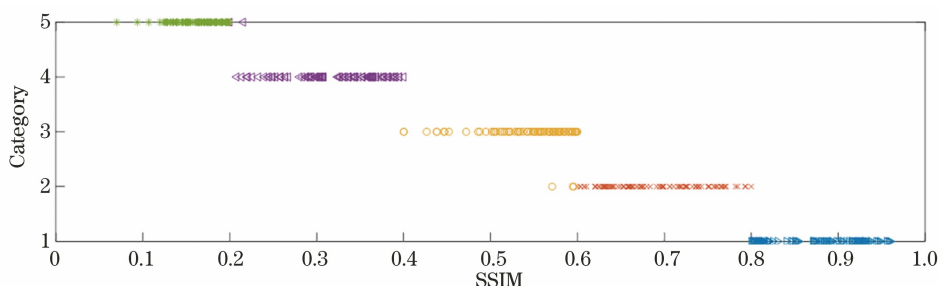


图 7 分类网络对模糊图的分类结果

Fig. 7 Classified results of blurred images by classification network

在各个分类下用 500 幅模糊图像测试复原网络的复原效果,典型结果如图 8 所示。图 8(a)为 5 个

分类下的计算鬼成像重构的模糊图。图 8(b)为采用分类-复原网络得到的复原图。由图 8(b)可知,

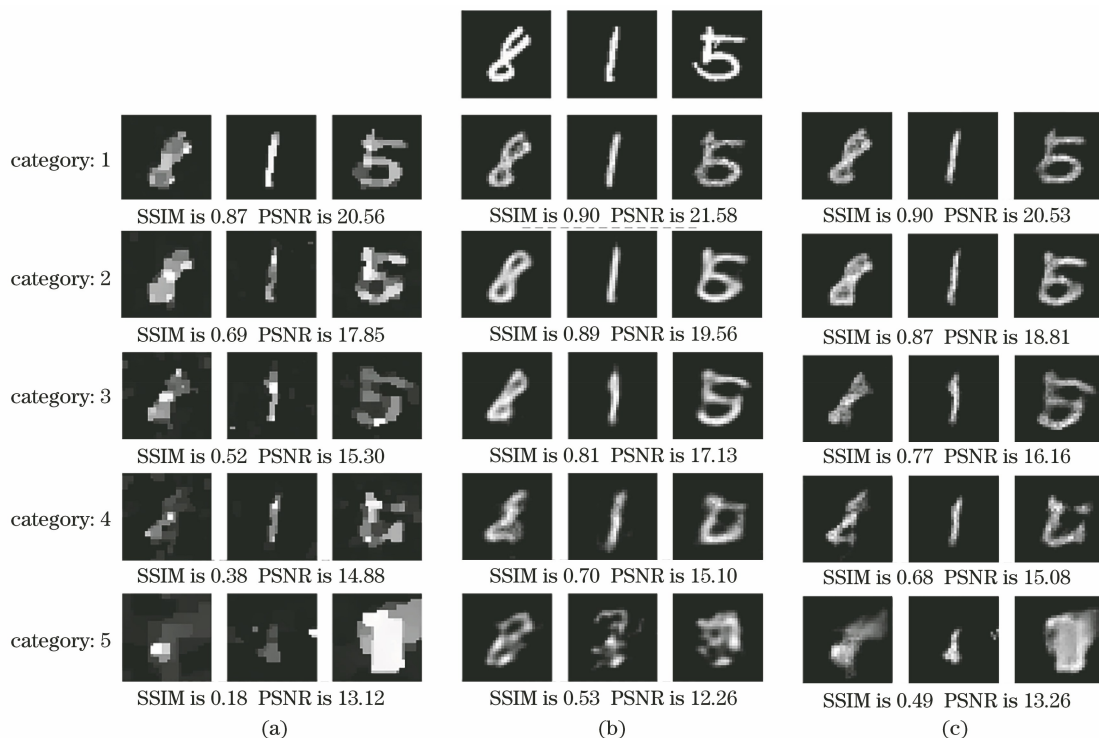


图 8 复原网络仿真结果图。(a)模糊图;(b)使用分类-复原网络得到的复原图;(c)使用单一复原网络得到的复原图

Fig. 8 Simulation results of restoration network. (a) Blurred images; (b) restored images using classification-restoration network; (c) restored images only using restoration network

当图像模糊程度增加时,复原效果也随之下降。当模糊图与原图的 SSIM 在 0.4 以上时,复原网络可以较好地恢复图像。当 SSIM 小于 0.2 时,从复原图中基本无法识别出正确信息。图 8(c) 为不对模糊图像进行分类,仅使用一个图像复原网络得到的复原图。图 8 给出了各组图的 SSIM 和 PSNR 的平均值。图 9 给出了采用分类-复原网络和单一复原

网络对 500 幅模糊图像进行复原前后的 SSIM 和 PSNR 的平均值。由图 8 和图 9 可知,仅使用一个复原网络也可以对模糊图进行一定程度的复原,但本文提出的分类-复原网络的复原效果更佳。进一步增大单一复原网络的规模对图像复原的效果提升较小,甚至可能出现复原效果下降的情况,但网络训练时间和难度都增加了。

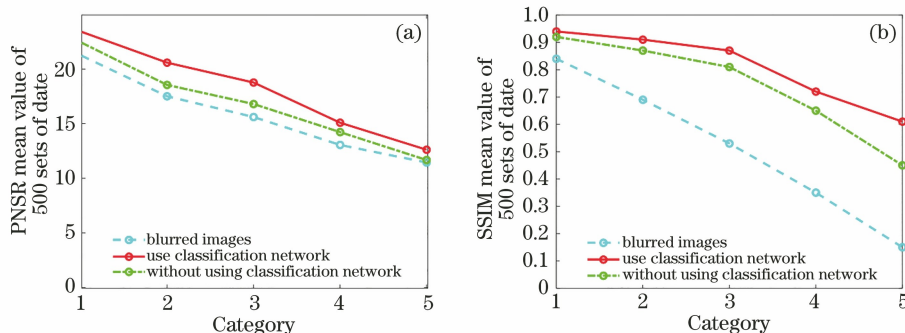


图 9 各分类下模糊图和复原图的图像评价指标。(a) 平均 PSNR ;(b) 平均 SSIM

Fig. 9 Image evaluation index of blurred images and restored images under each category.

(a) PSNR mean value; (b) SSIM mean value

以上仿真所用的手写数字图片来自 MNIST 数据库,为了验证网络对其他类型图像的泛化能力,另外选取 5 个非 MNIST 数据库中的图案进行仿真,结果如图 10 所示。由图 10 可知,对于非手写数字目标,使用本文提出的分类-复原网络仍然具有一定

的复原效果。但是当目标物与训练集差异过大时,如选择自然景物、人脸等数据库等,便无法进行有效复原。对实际应用场景来说,通常应用成像的对象是比较单一的,因此不断增加同类型的训练数据,可以提高特定系统的成像性能。

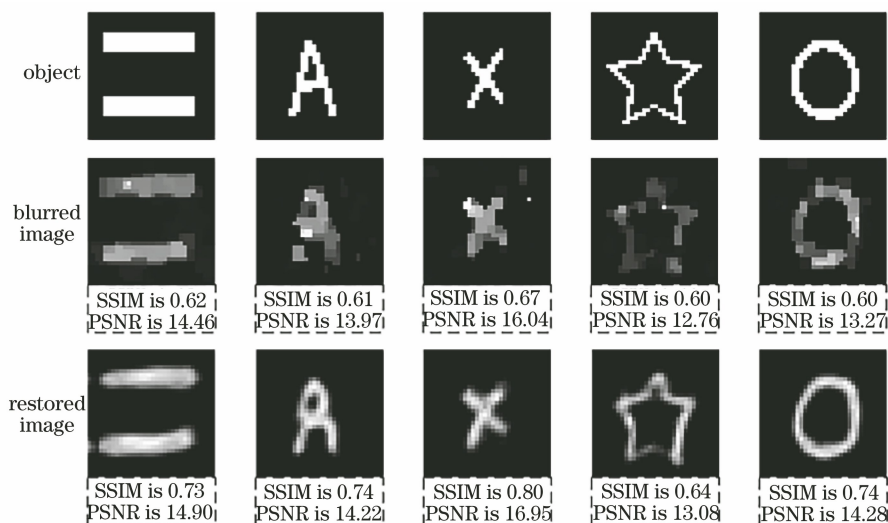


图 10 对其他类型图像的复原结果

Fig. 10 Restoration results for other types of images

4 结 论

当调制后的探测光经过大气扰动到达目标物时,计算鬼成像的成像效果会明显下降。本文提出采用深度学习抑制大气湍流对计算鬼成像的影

响。基于对图像按模糊程度进行先分类后复原的思想,训练了图像分类-复原网络。仿真结果表明,该网络对于不同强度的大气湍流均有一定的抑制能力,且图像复原效果优于仅使用单一图像复原网络。同时,所训练的网络对于不同类型的目标物也具有

一定的泛化能力。本文探讨了使用深度学习方法抑制大气湍流对计算鬼成像的影响,该方法也可以拓展到克服其他环境因素(如云雾、浑浊水体等)所引起扰动对成像的影响。

参 考 文 献

- [1] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, et al. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. *Physical Review A*, 1995, 52(5): R3429.
- [2] Gatti A, Brambilla E, Bache M, et al. Ghost imaging with thermal light: comparing entanglement and classical correlation[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(9): 093602.
- [3] Edgar M P, Gibson G M, Padgett M J, et al. Principles and prospects for single-pixel imaging[J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(1): 13-20.
- [4] Shapiro J H. Computational ghost imaging [J]. *Physical Review A*, 2008, 78(6): 061802.
- [5] Katz O, Bromberg Y, Silberberg Y, et al. Compressive ghost imaging [J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 95(13): 131110.
- [6] Wu Z W, Qiu X D, Chen L X, et al. Current status and prospect for correlated imaging technique [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(6): 060001.
吴自文, 邱晓东, 陈理想, 等. 关联成像技术研究现状及展望[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(6): 060001.
- [7] Erkmen B I. Computational ghost imaging for remote sensing[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2012, 29(5): 782-789.
- [8] Zhao C Q, Gong W L, Chen M L, et al. Ghost imaging lidar via sparsity constraints [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101(14): 141123.
- [9] Le M N, Wang G, Zheng H B, et al. Underwater computational ghost imaging [J]. *Optics Express*, 2017, 25(19): 22859-22868.
- [10] Cheng J, Lin J. Unified theory of thermal ghost imaging and ghost diffraction through turbulent atmosphere[J]. *Physical Review A*, 2013, 87(4): 043810.
- [11] Hardy N D, Shapiro J H. Reflective ghost imaging through turbulence[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(6): 063824.
- [12] Shi D F, Fan C Y, Zhang P F, et al. Adaptive optical ghost imaging through atmospheric turbulence [J]. *Optics Express*, 2012, 20(27): 27992-27998.
- [13] Barbastathis G, Ozcan A, Situ G H, et al. On the use of deep learning for computational imaging [J]. *Optica*, 2019, 6(8): 921-943.
- [14] Zuo C, Feng S J, Zhang X Y, et al. Deep learning based computational imaging: status, challenges, and future [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(1): 0111003.
左超, 冯世杰, 张翔宇, 等. 深度学习下的计算成像: 现状、挑战与未来[J]. *光学学报*, 2020, 40(1): 0111003.
- [15] Wang F, Wang H, Bian Y M, et al. Applications of deep learning in computational imaging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(1): 0111002.
王飞, 王昊, 卞耀明, 等. 深度学习在计算成像中的应用[J]. *光学学报*, 2020, 40(1): 0111002.
- [16] Sun Y W, Shi J H, Sun L, et al. Image reconstruction through dynamic scattering media based on deep learning[J]. *Optics Express*, 2019, 27(11): 16032-16046.
- [17] Lyu M, Wang W, Wang H, et al. Deep-learning-based ghost imaging[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 17865.
- [18] Wang F, Wang H, Wang H C, et al. Learning from simulation: an end-to-end deep-learning approach for computational ghost imaging [J]. *Optics Express*, 2019, 27(18): 25560-25572.
- [19] Li C B, Yin W T, Jiang H, et al. An efficient augmented Lagrangian method with applications to total variation minimization [J]. *Computational Optimization and Applications*, 2013, 56(3): 507-530.
- [20] Lane R G, Glindemann A, Dainty J C, et al. Simulation of a Kolmogorov phase screen[J]. *Waves in Random Media*, 1992, 2(3): 209-224.