

从氢原子的蜘蛛状动量谱提取散射振幅相位

唐久,张贵忠*,何宇飞,付国跃,史伟,姚建铨

天津大学精密仪器与光电子工程学院光电信息技术教育部重点实验室, 天津 300072

摘要 采用半经典回碰模型(semiclassical rescattering model, SRM)和含时薛定谔方程(time-dependent Schrödinger equation, TDSE),对线偏振激光场中氢原子的蜘蛛型光电子动量谱进行了数值模拟,重点研究了散射振幅相位的提取。基于前人的研究成果,依据 SRM 理论和鞍点理论,得到时间参数近似相等的结论,并提出了一种相位提取的新方法。构建了两个一级近似公式,解析表达了散射振幅相位。由所提方法获得的相位与纵向动量和横向动量有关。新方法尽管增加了计算量,但是相位提取精度有显著提高。

关键词 原子与分子物理学;原子光电离;氢原子;强场光电子全息;数值模拟
 中图分类号 O562 文献标志码 A doi: 10.3788/AOS202141.1002001

Scattering-Amplitude Phase Extraction from Spiderlike Photoelectron Momentum Distributions of Hydrogen Atoms

Tang Jiu, Zhang Guizhong^{*}, He Yufei, Fu Guoyue, Shi Wei, Yao Jianquan College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University,
Key Lab of Optoelectronic Information Technology, Ministry of Education, Tianjin 300072, China

Abstract We report the numerical simulation on the spiderlike photoelectron momentum distributions (PMDs) of a hydrogen atom ionized by a linearly polarized laser field using the semiclassical rescattering model (SRM) and the time-dependent Schrödinger equation (TDSE), and focus on the extraction of scattering-amplitude phases. Based upon the previous research results, we draw a conclusion that the time parameters obtained from the SRM and the saddle-point theories are approximately equal. In addition, we propose a novel method for phase extraction. Moreover, we establish two first-order approximate formulas to analytically describe the scattering amplitude phase. The phase obtained by the proposed method is related to the longitudinal and transverse momenta. The new method obviously enhances the extracting precision, although it increases the computation load.

Key words atomic and molecular physics; atomic photoionization; hydrogen atom; strong-field photoelectron holography; numerical simulation

OCIS codes 020. 2649; 260. 5210; 020.1335

1 引 言

近年来,强场物理领域出现了一系列的电子波 包干涉现象^[1-3]。强激光场电离原子后,电子将在激 光场的作用下沿着不同的路径运动,当这些不同路 径的电子具有相同的最终动量时,将会发生干涉并 产生光电子动量分布(photoelectron momentum distributions, PMDs)^[4-15]。2011 年, Huismans 等^[16]在Xe原子的电离实验中观察到了强场光电子 全息(strong-field photoelectron holography, SFPH)干涉图案,其中一类干涉电子在电离后直接 到达探测器,称为直接电子;而另一类电子在电离后 被强激光场驱赶回母离子处,并与母核发生重散射, 称为回碰或重散射电子。借助光学全息(optical

基金项目:国家自然科学基金(11674243)、国家重点研发计划项目(2017YFB1401201)

收稿日期: 2020-10-09; 修回日期: 2020-11-11; 录用日期: 2020-12-15

^{*} E-mail: johngzhang@tju.edu.cn

研究论文

holography)概念,直接电子和重散射电子也分别被称为参考电子和信号电子。之后,SFPH过程产生的蜘蛛型干涉动量谱得到了广泛研究,其成为一种探测原子分子结构信息以及电子微观动力学过程的重要工具^[17-22]。实际上,PMDs也呈现多种复杂结构:过阈电离圆环^[23]、周期内干涉圆弧^[24]、回飞镖圆弧^[25]、次级或内蜘蛛结构等^[26]。

由于信号电子的重散射过程,蜘蛛型干涉动量 谱包含重散射过程的信息。人们引入散射振幅以定 量描述重散射这一复杂过程,它表示为 $f(p,\theta_c) =$ $|f(p,\theta_c)|\exp[i\alpha(p,\theta_c)]$ 。这里的 $f(p,\theta_c)$ 是复 数形式,它由相位 $\alpha(p,\theta_c)$ 和幅度 $|f(p,\theta_c)|$ 组成, p为动量, θ_c 为散射角。通常情况下,可以通过散 射截面测量的方法得到散射幅度 $|f(p,\theta_c)|^{[27]}$,但 对散射振幅的相位研究却十分有限。2016年,Zhou 等^[17]从蜘蛛型干涉动量谱中提取了散射振幅的相 位与动量或散射角的函数关系。事实上,该相位是 动量和散射角的二元函数,而散射振幅相位与动量 和散射角的关系鲜有报道。由于重散射过程将散射 振幅相位编码在蜘蛛型干涉动量谱中,因此可以从 这些干涉图案中恢复得到相位信息。

本文利用氢原子的半经典回碰模型 (semiclassical rescattering model, SRM)和含时薛 定谔方程(time-dependent Schrödinger equation, TDSE),数值研究了蜘蛛型干涉结构中散射振幅相 位的提取。大量数值模拟证明,从 SRM 中提取的 电子电离和重散射之间的时间差与求解鞍点方程 (saddle-point equation, SP equation)的时间差近似 相等,因此提出了一种从蜘蛛型干涉动量谱中提取 散射振幅相位的新方法。最后还提出了两种一级近 似公式,可以解析表达散射振幅相位。与文献[17] 的研究方法相比,我们模拟的是无屏蔽的氢原子势 能,而且在纵向动量的切割上更精细,因此数据量更 大,计算时间更长。

2 数值方法

本文采用 SRM 理论模拟由参考电子和信号电 子间的干涉所产生的蜘蛛型干涉结构,该模型基于 重散射三步模型^[28]。SRM 已经被证明能够解释各 种强场电离过程的干涉结构^[29]。

本文使用的激光场沿 *x* 轴线偏振(忽略激光脉 冲包络):

$$E(t) = E_0 \sin(\omega t), \qquad (1)$$

式中:t为时间; E_0 为激光脉冲的电场强度; ω 为脉

第 41 卷 第 10 期/2021 年 5 月/光学学报

冲的载波频率。在 SRM 理论中,信号电子的初始 速度被假设为零,即 $v_x^{sig} = v_y^{sig} = 0$ 。对于沿 x 轴线 性偏振的激光场,电子沿 y 轴方向的初始速度是 否为零是决定电子能否回到母离子的关键因素。 如果信号电子沿 y 轴方向的初始速度不为零,那 么它将无法返回母离子。同理,在 SRM 理论中, 参考电子沿 y 轴方向的初始速度不为零,即 $v_x^{ref} = 0$ 和 $v_x^{ref} \neq 0$ 。

在重散射时刻 t_c ,信号电子回到母离子所在的 坐标原点,即 $x(t_c) = y(t_c) = 0$ 。运动方程为 $\sin(\omega t_c) - \sin(\omega t_0^{sig}) - \omega(t_c - t_0^{sig})\cos(\omega t_0^{sig}) = 0$, (2)

式中:t^{sig} 为信号电子的电离时间。回碰后的信号电 子会以散射角度 θ。与母离子发生弹性散射。由于 蜘蛛型干涉谱结构是由直接电子和近前向重散射电 子之间的干涉引起的,因此散射角度在[-90°,90°] 范围之内。于是,信号电子的最终动量大小为

$$p_{x} = v_{c}\cos(\theta_{c}) - \frac{E_{0}}{\omega}\cos(\omega t_{c}), \qquad (3)$$

$$v_{\rm v} = v_{\rm c} \sin(\theta_{\rm c}),$$
 (4)

式中:*p_x*为纵向最终动量;*p_y*为横向最终动量;*v_c* 为信号电子在重散射时刻*t_c*的瞬时速度。当不同 时刻电离、沿着不同路径运动的参考电子具有与信 号电子相同的最终动量时,这两类电子将会发生干 涉。由于最终动量值已经给出,因此参考电子的电 离时间和初始速度为

Þ

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{v}(t_0^{\text{ref}}) - \boldsymbol{A}(t_0^{\text{ref}}), \qquad (5)$$

式中:p 为最终动量; t_0^{ref} 为参考电子的电离时间; $v(t_0^{ref})$ 为参考电子在隧穿电离后的初始速度; $A(t_0^{ref})$ 为参考电子在 t_0^{ref} 时刻的电场矢势。

每条电子轨道的相位由半经典作用相位给出,即

$$\mathbf{S} = \int_{t_0}^{\infty} \left[v^2(t) / 2 + I_p \right] \mathrm{d}t \,, \tag{6}$$

式中: t_0 为电子的电离时间;v(t) 为电子速度; I_p 为 氢原子的电离势(I_p =13.6 eV 或 0.5 a. u.)。通过 (6)式可以得出,信号电子和参考电子在激光场的作 用下沿电离路径运动所积累的相位差为

$$\Delta S = \frac{1}{2} \int_{t_0^{\text{ref}}}^{t_c} v_x^2 dt + \frac{1}{2} (v_y^{\text{ref}})^2 (t_c - t_0^{\text{ref}}) - \frac{1}{2} \int_{t_0^{\text{sig}}}^{t_c} v_x^2 dt + I_p (t_0^{\text{sig}} - t_0^{\text{ref}}), \qquad (7)$$

式中:v_x为电子的纵向速度。

为了分析散射振幅的相位对蜘蛛型干涉结构的

影响,在(7)式中引入一个附加相位α来表示由重散 射过程引起的相位。则总相位差可表示为

$$\Delta \theta = \Delta S + \alpha \,. \tag{8}$$

SRM 中干涉图案由总相位差确定,即 $W = \cos^{2}(\Delta \theta / 2),$ 其中 W 为总相位差。此外,(8)式还可以简化^[17-19]为

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}p_{y}^{2}(t_{c} - t_{0}^{ref}) + \alpha_{o} \qquad (9)$$

在(9)式中,电子的电离时间和重散射时间可以 由鞍点方程近似给出。对于参考电子,其适用的鞍 点方程为

$$\left[\boldsymbol{p} + \boldsymbol{A}(t_0^{\text{ref}})\right]^2 / 2 = -I_{\text{po}}$$
(10)

信号电子的鞍点方程为

$$(t_{c}-t_{0})\boldsymbol{k} = -\int_{t_{0}}^{t_{c}} \mathrm{d}t' \boldsymbol{A}(t'), \qquad (11)$$

$$\lfloor \mathbf{k} + \mathbf{A}(t_0) \rfloor^2 / 2 = -I_p, \qquad (12)$$

$$[\boldsymbol{k} + \boldsymbol{A}(t_{c})]^{2}/2 = [\boldsymbol{p} + \boldsymbol{A}(t_{c})]^{2}/2, \quad (13)$$

式中: k 为电子的漂移动量。按惯例,本文主要采用原子单位制(a.u.)。

3 分析与讨论

本文主要研究散射振幅的相位对最强的初级蜘 蛛型动量干涉结构的影响,所以在使用 SRM 理论 模拟 PMDs 时,忽略位于低能区域的内蜘蛛型干涉 结构和过阈电离圆环,以及沿横向动量(p,)方向分 布的周期内干涉圆弧等结构。此外,SRM 理论不考 虑电子轨道的权重。通过 TDSE 和 SRM 理论,得 到的蜘蛛型干涉动量结构分别如图 1(a)、(b)所示, 其中 p_x 和 p_y 分别是电子动量p在x和v方向的 分量。激光脉冲的强度是 $I = 9 \times 10^{13}$ W·cm⁻²,脉 冲波长为 λ =1550 nm,脉冲持续时间是 4π/ω。图 1 (b)中的蜘蛛型干涉动量结构并没有考虑散射振幅 的相位,即对应的 $\alpha = 0$ 。图 1(a)、(b)中的干涉图案 具有相似的蜘蛛特征,这证明可以用 SRM 理论再 现 TDSE 模拟的蜘蛛型干涉结构,这一观察结果也 验证了从 SRM 模拟的蜘蛛型干涉结构中提取时间 和动量信息的可行性。



图 1 氢原子蜘蛛型动量谱。(a)利用 TDSE 得到的氢原子蜘蛛型动量干涉结构;(b)利用 SRM 理论得到的蜘蛛型动量 干涉结构;(c)从动量谱 *p_x*=-0.53 a. u. 处获得的切割曲线中提取到的 cos(Δθ)曲线,切割位置如图 1(a)、(b)中虚线所示 Fig. 1 Spiderlike momentum spectra of hydrogen atom. (a) Spiderlike interference structure of hydrogen atom simulated by TDSE; (b) spiderlike interference structure of hydrogen atom simulated by SRM; (c) cos(Δθ) curves extracted from cut-plot curves taken at -0.53 a. u. indicated by dashed lines in Figs. 1(a) and (b)

本文采用提取程序从电离电子的动量谱中获取 信息,具体程序分为以下几个步骤。第一步,选定合 适的切割位置 p_x 和切割间隔 Δp_x ,以确定窗口函 数 $p_x + \Delta p_x^{[17]}$,之后,在动量谱的选定范围内(即 $p_x + \Delta p_x$)沿横向动量(p_y)方向进行切割。第二 步,从切割截面中提取出切割曲线 $f_1(p_y)$,并通过 拟合程序将切割曲线 $f_1(p_y)$ 拟合为上下限为±1 的曲线 $f_2(p_y)$,该曲线的表达式为 $f_2(p_y) =$

第 41 卷 第 10 期/2021 年 5 月/光学学报

研究论文

 $\cos(\Delta\theta)$,这里的 $\Delta\theta$ 是(9)式中的总相位差。最后 一步,利用(9)式从 $f_2(p_y)$ 中提取到相应的信息。 本文主要关注负半动量空间内的蜘蛛型干涉结构, 动量范围为 $p_x < 0$ 和 $|p_y| < \pm 0.33$ a. u.。

为了对 TDSE 和 SRM 得到的蜘蛛型干涉结构 进行定量比较,我们从图 1(a)、(b)中提取到了干涉 项 cos(Δθ),如图 1(c)所示。从图 1(c)中可以观察 到这两条曲线并不重叠,且它们的几个极值点均有 较大的偏离。因为 TDSE 模拟的蜘蛛型干涉结构 更接近实验测量的 PMDs,所以图 1(c)中的误差主 要是由于 SRM 理论忽略了散射振幅的相位。

为了揭示 α 在蜘蛛型干涉动量谱中的作用,我 们将 α 假设为零级近似的常数。图 2(a)~(d)展示 了基于 SRM 理论模拟的蜘蛛型干涉结构,对应的 α 值分别为 $0,\pi/10,\pi/5$ 和 $3\pi/10$ 。为了更好地了解 α 对蜘蛛型干涉结构的影响,在选定切割位置 $p_x =$ -0.53 a. u. 和切割间隔 $\Delta p_x = 0.012$ a. u. 后,我们 从这些蜘蛛型干涉结构中提取到了 cos($\Delta \theta$)与横向 动量的关系曲线,结果如图 2(e)所示。从图 2(e)中 可以观察到,当α从0增加到 3π/10时,"蜘蛛肚"逐 渐变窄,各条"蜘蛛腿"逐渐向内收缩。这一观察结 果与(9)式的理论预测相符。对此现象,我们以蜘蛛 型干涉结构中的第一干涉极小为例,以说明α在蜘 蛛型干涉结构中的作用。(9)式可写为

$$p_{y} = \sqrt{2(\pi - \alpha)/(t_{c} - t_{0}^{ref})} \,. \tag{14}$$

分析(14)式可以发现,蜘蛛型干涉结构的第一 干涉极小的位置取决于散射振幅相位 α 的值,并且 随着 α 值的增大而减小。因此,当 α 值增大时,蜘蛛 型干涉结构的第一干涉极小值将移向横向动量值 (绝对值)较小的位置。这些分析结果表明,信号电 子的重散射过程引起的相位 α 在蜘蛛型干涉结构中 起着重要的决定作用。



图 2 利用 SRM 理论模拟的蜘蛛型干涉结构。(a) α=0;(b) α=π/10;(c) α=π/5;(d) α=3π/10;
(e)从动量谱 p_x=-0.53 a. u. 处获得的切割曲线中提取到的 cos(Δθ)曲线,切割位置如图 2(a)~(d)中虚线所示
Fig. 2 Spiderlike interference structures of hydrogen atom simulated by SRM. (a) α=0; (b) α=π/10; (c) α=π/5; (d) α= 3π/10; (e) cos(Δθ) curves extracted from cut-plot curves taken at -0.53 a. u. indicated by dashed lines in Figs. 2(a)-(d)

为了进一步证明 α 的重要性,我们研究(9)式等 号右侧的第一项,即相位项 $\frac{1}{2} p_y^2 (t_c - t_0^{ref})$,其中 $(t_c - t_0^{ref})$ 可由 SRM 理论得到。鞍点方程得到的 $(t_c - t_0^{ref})$ 如图 3(a)所示。图 3(b)为 SRM 理论得到 的时间差 $(t_c - t_0^{ref})$ 随最终动量的变化图。此外,对 于 TDSE 得到的蜘蛛型干涉结构,其动量谱上某个 最终动量对应的($t_c - t_0^{ref}$)可以通过求解鞍点方程近 似得到[即求解(10)~(13)式]。从图 3(a)、(b)可 以观察到,这两种方法得到的($t_c - t_0^{ref}$)随最终动量 的变化规律一致,即随最终动量 | p_x |的增大,时间 差均逐渐下降。这种变化关系可以解释蜘蛛型干涉

研究论文

结构的特征:随着纵向动量 $|p_x|$ 的增大,时间差 $(t_c - t_0^{ref})$ 将会减小,这将导致在更大的 $|p_x|$ 处,蜘 蛛型结构各干涉极小值对应的 p_y 增加,因此蜘蛛 型干涉结构将变得更宽。同理,在较小的纵向动量 $|p_x|$ 处,蜘蛛型干涉结构会变得更窄,这与图 1(a) 和图 1(b)的蜘蛛型干涉结构的特征一致。

为了量化 SRM 理论得到的 $(t_c - t_0^{ref})$ 与鞍点方程 得到的 $(t_c - t_0^{ref})$ 之间的差值,我们将这两种方式得到 的 $(t_c - t_0^{ref})$ 相减,并将结果 $\Delta(t_c - t_0^{ref})$ 展示在图 3(c) 中。从图 3(c)可以看出,在我们关注的动量范围内, 这两种方式得到的 $(t_c - t_0^{ref})$ 之差小于 10 a. u.。我 第41卷第10期/2021年5月/光学学报 们进一步求出了这两种方式获得的相位项 $\frac{1}{2}p_y^2(t_c-t_0^{ref})$ 之差,并将结果 $\Delta\left[\frac{1}{2}p_y^2(t_c-t_0^{ref})\right]$ 展示在图 3(d)中。结果表明,这两种方式得到的 $\frac{1}{2}p_y^2(t_c-t_0^{ref})$ 之差小于 0.6 a. u.。由于 t_o 和 t_c 之间的时间差为 100~150 a. u.,因此可以合理地假设,TDSE和 SRM 计算的相位项值近似相等。由此可见,忽略 α 是 SRM 理论得到的蜘蛛型干涉结构出现差异的主要原因。



图 3 不同方法得到的时间差。(a)鞍点方程和(b) SRM 理论得到的($t_c - t_0^{ref}$)随最终动量的变化;

(c)
$$\Delta(t_{c}-t_{0}^{ref})$$
; (d) $\Delta\left[\frac{1}{2}p_{y}^{2}(t_{c}-t_{0}^{ref})\right]$

Fig. 3 Time difference obtained by different methods. $(t_c - t_0^{\text{ref}})$ obtained respectively by (a) saddle-point equation and (b) SRM versus final momentum; (c) $\Delta(t_c - t_0^{\text{ref}})$; (d) $\Delta \left[\frac{1}{2}p_y^2(t_c - t_0^{\text{ref}})\right]$

因为通过 TDSE 和 SRM 理论计算得到的 $1/2p_y^2(t_c - t_o^{ref})$ 近似相等,所以我们提出一种从动 量谱中提取散射振幅的相位的新方法,即从 TDSE 和 SRM 理论模拟的蜘蛛型干涉结构中提取到相位 差 $\Delta\theta$,再提取出 α ,即

$$\alpha = \Delta \theta_{\text{TDSE}} - \Delta \theta_{\text{SRM}}, \qquad (15)$$

式中: $\Delta \theta_{\text{TDSE}}$ 为 TDSE 得到的相位差; $\Delta \theta_{\text{SRM}}$ 为 SRM 得到的相位差。

图 4(a)展示了利用(15)式提取到的 α 与最终 动量的变化关系。为了证明使用(15)式提取 α 的可 行性,我们使用(9)式从 TDSE 得到的蜘蛛型干涉 结构中提取到了 α ,并将结果展示在图 4(b)中。显 然,图 4(a)中的 α 与图 4(b)中的 α 有着相似的变化 趋势,并且它们之间的差异很小。为了量化这种差 异,我们在图 4(c)中给出了这两种方式得到的 α 之 差即 $\Delta\alpha$,可以看出,在整个动量范围内, α 之间的差 值小于 0.3 a. u.,从而验证了该方法的可靠性。 TDSE 模拟的蜘蛛结构与实验测量的蜘蛛结构非常 相近^[30-31],因此该方法实际可行。由此可见,(15)式 提供了一种计算 α 的新方法,相比于(9)式,该方法 无需求解鞍点方程,便可从动量谱中提取到较为精 确的 α 值。



图 4 不同方法得到的 $\alpha_{\circ}(a)$ (15)式和(b) (9)式得到的 α 随最终动量的变化;(c) $\Delta \alpha$

为了更好地展示 α 对蜘蛛型干涉结构的影响,我 们将图 4(a)中的 α 拟合为 p_x 和 p_y 的函数。受文献 [17]的启发,我们使用以下两个拟合函数,即 $\alpha =$ $a_0 + a_x p_x + a_y p_y$ $\pi a = b_0 + b_1 \arctan(b_2 p_y / p_x)$, \Re 一个拟合函数反映了 α 与纵向动量和横向动量的线 性变化关系,其中各拟合参数分别为 $a_0 = 0.94$, $a_x = 0.92, a_y = -10.81$, 总的均方根误差为 0.50;

Fig. 4 α obtained by different methods. α obtained respectively by (a) Eq. (15) and (b) Eq. (9) versus final momentum; (c) $\Delta \alpha$ 而第二个拟合函数则强调 α 与散射角的线性关系, 该拟合函数的各参数分别为 $b_0 = -0.35$, $b_1 =$ -3.13,b2=-4.82,总的均方根误差为 0.40。在 此基础上,我们将这两个拟合函数代入(8)式中,并 通过 SRM 理论重新拟合计算,得到了图 5(a)、(b) 中的改进蜘蛛型干涉动量谱结构。从图 5 中可以观 察到,在考虑了α后,动量谱中的各条"蜘蛛腿"均有



图 5 动量分布。(a) $\alpha = a_0 + a_x p_x + a_y p_y$ 和(b) $\alpha = b_0 + b_1 \arctan(b_2 p_y / p_x)$ 时 SRM 理论得到的改进的蜘蛛型干涉动量 谱结构;从图 5(a)中(c) p_x=-0.83 a. u. 和(e) p_x=-0.50 a. u 处提取到的相位因子 cos(Δθ)随 p_x的变化曲线; 从图 5(b)中(d) $p_x = -0.83$ a. u. 和(f) $p_x = -0.50$ 处提取到的相位因子 $\cos(\Delta\theta)$ 随 p_y 的变化曲线

Fig. 5 Momentum distributions. Modified spiderlike structures simulated by SRM when (a) $\alpha = a_0 + a_x p_x + a_y p_y$ and (b) $\alpha = b_0 + b_1 \arctan(b_2 p_y/p_x)$; phase factor $\cos(\Delta \theta)$ versus p_y extracted from Fig. 5(a) at (c) $p_x = -0.83$ a.u. and (e) $p_x = -0.50$ a.u, respectively; phase factor $\cos(\Delta\theta)$ versus p_y extracted from Fig. 5(b) at (d) $p_x =$ -0.83 a.u. and (f) $p_x = -0.50$ a.u, respectively

研究论文

变化,其蜘蛛肚(即 $p_y = 0$ 处的横向干涉条纹主极 大)的宽度变窄,其余的"蜘蛛腿"则更加靠近 $p_y = 0$ 轴,显然改进后的蜘蛛型干涉结构更加接近 TDSE 模拟的蜘蛛型干涉结构。为了对这两种蜘蛛型干涉 结构进行定量的比较,我们选择了两个不同的切割 位置,即 $p_x = -0.83$ a.u.和 $p_x = -0.50$ a.u,从改 进后的蜘蛛型干涉结构与 TDSE 得到的蜘蛛型干 涉结构中提取 cos($\Delta \theta$),并将它们的对比图展示在 图 5(c)~(f)中。可以看出这两种方式提取到的 cos($\Delta \theta$)曲线十分吻合,从而证明了散射振幅相位在 蜘蛛型干涉结构中的重要作用。

4 结 论

采用 SRM 和 TDSE 理论,对强激光脉冲电离 氢原子产生的蜘蛛型干涉光电子动量谱中的散射振 幅相位的提取进行了大量的数值模拟研究。在前人 研究^[17]基础之上,结合模拟结论,即 SRM 理论和鞍 点理论给出了近似相等的时间参数,提出了一种提 取散射振幅相位的新方法,并通过数值模拟证实了 该方法的可行性与稳定性。最后,成功地构造了两 个不同的相位表达式,并将其作为一级近似以解析 表达该相位。新方法尽管增加了计算量,但是相位 提取精度有了显著提高。

参考文献

- Krausz F, Brabec T, Schnürer M, et al. Extreme nonlinear optics: exposing matter to a few periods of light[J]. Optics and Photonics News, 1998, 9(7): 46-51.
- [2] Brabec T, Krausz F. Intense few-cycle laser fields: frontiers of nonlinear optics [J]. Reviews of Modern Physics, 2000, 72(2): 545-591.
- Shore B W, Knight P L. Enhancement of high optical harmonics by excess-photon ionisation[J]. Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics, 1987, 20 (2): 413-423.
- [4] Lindner F, Schätzel M G, Walther H, et al. Attosecond double-slit experiment [J]. Physical Review Letters, 2005, 95(4): 040401.
- [5] Gopal R, Simeonidis K, Moshammer R, et al. Three-dimensional momentum imaging of electron wave packet interference in few-cycle laser pulses[J]. Physical Review Letters, 2009, 103(5): 053001.
- [6] Peng L Y, Pronin E A, Starace A F, et al. Attosecond pulse carrier-envelope phase effects on ionized electron momentum and energy distributions: roles of frequency, intensity and an additional IR

第 41 卷 第 10 期/2021 年 5 月/光学学报

pulse[J]. New Journal of Physics, 2008, 10(2): 025030.

- [7] Peng L Y, Starace A F. Attosecond pulse carrierenvelope phase effects on ionized electron momentum and energy distributions [J]. Physical Review A, 2007, 76(4): 043401.
- [8] Douguet N, Grzhimailo A N G, Gryzlova E V, et al. Photoelectron angular distributions in bichromatic atomic ionization induced by circularly polarized VUV femtosecond pulses[J]. Physical Review A, 2016, 93 (3): 033402.
- [9] Grzhimailo A N G, Kondorskiy A D, Bartschat K, et al. Controlling the angular distribution of atomic photoelectrons in the region of laser-induced continuum structure in the femtosecond time domain [J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2006, 39(22): 4659-4671.
- [10] Feng F Z, Bai L H, Zheng X X, et al. Nonsequential double ionization of Mg atoms below threshold laser power density[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(7): 0702003.
 冯凤珍,白丽华,郑晓晓,等.低于阈值激光功率密度下 Mg 原子的非序列双电离[J].光学学报, 2018, 38(7): 0702003.
- [11] Lin Z Y, Lin B Q, Chen Z X, et al. Single ionization of atoms driven by ultrafast intense mid-infrared laser fields [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0602001.
 林志阳,林宝卿,陈志心,等.中红外波段超快强激

林志阳,林玉卿,陈志心,等.甲红外波段超快强激 光场驱动的原子单电离[J].光学学报,2018,38 (6):0602001.

- [12] Mancuso C A, Hickstein D D, Grychtol P, et al. Strong-field ionization with two-color circularly polarized laser fields [J]. Physical Review A, 2015, 91(3): 031402.
- [13] Murakami M, Chu S I. Photoelectron momentum distributions of the hydrogen atom driven by multicycle elliptically polarized laser pulses [J]. Physical Review A, 2016, 93(2): 023425.
- [14] He P L, Takemoto N, He F, et al. Photoelectron momentum distributions of atomic and molecular systems in strong circularly or elliptically polarized laser fields [J]. Physical Review A, 2015, 91(6): 063413.
- [15] Li S Q, Guo Z H, Coffee R N, et al. Characterizing isolated attosecond pulses with angular streaking [J]. Optics Express, 2018, 26(4): 4531-4547.
- [16] Huismans Y, Rouzee A, Gijsbertsen A, et al. Timeresolved holography with photoelectrons[J]. Science, 2011, 331(6013): 61-64.
- [17] Zhou Y M, Tolstikhin O I, Morishita T, et al. Near-

第 41 卷 第 10 期/2021 年 5 月/光学学报

研究论文

forward rescattering photoelectron holography in strong-field ionization: extraction of the phase of the scattering amplitude [J]. Physical Review Letters, 2016, 116(17): 173001.

- [18] Tan J, Zhou Y M, Li M, et al. Accurate measurement of laser intensity using photoelectron interference in strong-field tunneling ionization [J]. Optics Express, 2018, 26(16): 20063-20075.
- [19] Tan J, Zhou Y M, He M R, et al. Determination of the ionization time using attosecond photoelectron interferometry[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(25): 253203.
- [20] Liu M M, Li M, Wu C Y, et al. Phase structure of strong-field tunneling wave packets from molecules [J]. Physical Review Letters, 2016, 116 (16): 163004.
- [21] Walt S G, Ram N B, Atala M, et al. Dynamics of valence-shell electrons and nuclei probed by strongfield holography and rescattering [J]. Nature Communications, 2017, 8: 15651.
- [22] Xie H, Li M, Luo S Q, et al. Photoelectron holography and forward scattering in atomic ionization by elliptically polarized laser pulses [J]. Optics Letters, 2018, 43(14): 3220-3223.
- [23] Arbó D G, Ishikawa K L, Schiessl K, et al. Intracycle and intercycle interferences in abovethreshold ionization: the time grating [J]. Physical Review A, 2010, 81(2): 021403.
- [24] Arbó D G, Ishikawa K L, Persson E, et al. Doubly differential diffraction at a time grating in abovethreshold ionization: intracycle and intercycle

interferences [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions With Materials and Atoms, 2012, 279: 24-30.

- [25] López S D, Arbó D G. Holographic interference in atomic photoionization from a semiclassical standpoint[J]. Physical Review A, 2019, 100(2): 023419.
- [26] Hickstein D D, Ranitovic P, Witte S, et al. Direct visualization of laser-driven electron multiple scattering and tunneling distance in strong-field ionization [J]. Physical Review Letters, 2012, 109 (7): 073004.
- [27] Ivanov I P. Measuring the phase of the scattering amplitude with vortex beams[J]. Physical Review D, 2012, 85(7): 076001.
- [28] Bian X B, Bandrauk A D. Attosecond time-resolved imaging of molecular structure by photoelectron holography[J]. Physical Review Letters, 2012, 108 (26): 263003.
- [29] Yan T M, Popruzhenko S V, Vrakking M J J, et al. Low-energy structures in strong field ionization revealed by quantum orbits [J]. Physical Review Letters, 2010, 105(25): 253002.
- [30] Li M, Jiang W C, Xie H, et al. Strong-field photoelectron holography of atoms by bicircular twocolor laser pulses [J]. Physical Review A, 2018, 97 (2): 023415.
- [31] He M R, Li Y, Zhou Y M, et al. Direct visualization of valence electron motion using strong-field photoelectron holography [J]. Physical Review Letters, 2018, 120(13): 133204.