

光学学报

自由曲面成像光学系统设计:理论、发展与应用

杨通^{1,2}, 段璿哲^{1,2}, 程德文^{1,2}, 王涌天^{1,2*}

¹北京理工大学光电学院, 北京 100081;

²北京市混合现实与新型显示工程技术研究中心, 北京 100081

摘要 传统球面以及非球面可供光学系统设计使用的自由度较少。自由曲面打破了旋转对称以及平移对称的几何约束,特别适用于校正非旋转对称系统的像差,同时可以减少系统中元件的数量,减小系统的体积与质量,实现传统光学系统难以实现的系统参数、结构与功能。自由曲面为光学设计的发展注入了巨大潜力,但同时也带来了全新的困难与挑战。概括性地总结了自由曲面成像系统设计的研究现状。简要介绍了自由曲面的常用数学描述与自由曲面成像系统的像差理论,总结了自由曲面成像系统的设计方法,并对自由曲面在各类成像系统中的应用进行概述。最后,对自由曲面成像光学设计的未来发展方向进行了讨论与展望。

关键词 几何光学; 自由曲面; 成像系统; 初始结构; 系统优化

中图分类号 O435

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202141.0108001

Freeform Imaging Optical System Design: Theories, Development, and Applications

Yang Tong^{1,2}, Duan Yingzhe^{1,2}, Cheng Dewen^{1,2}, Wang Yongtian^{1,2*}

¹School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

²Beijing Engineering Research Center of Mixed Reality and Advanced Display, Beijing 100081, China

Abstract Traditional spherical and aspherical surfaces offer limited degrees of freedom for optical system design. Freeform surface breaks the geometric constraints of rotational or translational symmetry. It can correct the aberrations in non-rotationally symmetric systems while decreasing the system size, mass, and number of elements in optical design. The system specifications, configurations, and functions which are difficult to be realized by traditional spherical or aspherical systems can be achieved by using freeform surfaces. The use of freeform surfaces not only offers great potential in the development of the optical design field, but also introduces new difficulties and challenges. This review briefly summarizes the current status of research on the freeform imaging system design. The commonly used types of freeform surface mathematical expression and the aberration theory of freeform imaging systems are demonstrated. The design methods of freeform imaging systems and the applications of freeform surface in various imaging systems are summarized. Finally, the future research directions of the freeform imaging system design are discussed and analyzed.

Key words geometric optics; freeform surface; imaging system; starting point; system optimization

OCIS codes 080.2740; 080.4225; 080.4228; 080.3620

1 引言

成像光学系统是各种时空信息感知装备与仪器

的“眼睛”,在日常生活中无处不在。随着科学技术的发展与进步,人们对成像光学系统的要求也越来越高:1)要求光学系统在实现优良像质的同时,向大视

收稿日期: 2020-05-09; 修回日期: 2020-06-02; 录用日期: 2020-06-11

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFA0701200)、国家自然科学基金(61805012)、中国科协青年人才托举工程项目(2019QNRC001)

* E-mail: wyt@bit.edu.cn

场、大孔径、宽波段等方向发展,以满足不同任务的需要;2)要求光学系统元件数量更少、体积更小、质量更轻;3)针对某些应用,光学系统需要实现特殊的成像功能,如环境变焦、像面平移和旋转等;4)为了消除系统的光线遮拦或实现特殊的、紧凑的系统结构,系统经常会使用偏心倾斜元件。光学系统需要校正由此引入的各种非常规像差。然而,传统可供光学设计使用的球面以及非球面自由度较小,且结构不灵活,难以实现上述设计要求。因此,成像光学系统设计迫切需要使用新型复杂自由曲面——光学自由曲面。

光学自由曲面可以用很多方式去定义。成像光学设计中提到的自由曲面,一般是指不具有轴旋转对称或平移对称约束的光学曲面^[1-4]。常用的光学自由曲面数学描述,包括变形非球面、XY 多项式曲面、Zernike 多项式曲面、Q 多项式自由曲面、非均匀有理 B 样条曲面(NURBS)等。相对于传统旋转对称曲面,自由曲面面型更加灵活,需要使用更多的面型参数来进行描述,可以为光学设计带来更多的设计自由度,有很强的面型描述能力与很好的像差校正能力。正因为有这些特性,自由曲面特别适用于校正光学系统的像差,尤其是非对称系统(文中非对称系统指失去旋转对称性结构的系统,可以包含有平面对称性但无旋转对称性的系统),同时可以减少系统中元件的数量,减小系统的体积与质量,实现传统光学系统难以实现的系统参数、结构与功能。自由曲面的提出和应用被认为是光学设计领域的一次革命性的发展^[1],包含至少一个自由曲面的成像系统被称为自由曲面成像系统^[2]。

由于非成像系统对元件表面形状的加工误差要求相对宽松,自由曲面首先在照明与光束整形等领域得到了成功的应用^[5-9]。近年来,随着精密加工与检测技术的不断进步^[10-11],可用于成像系统的、较大尺寸的自由曲面元件的制造成为了可能。因此,自由曲面成像系统设计成为了近十年来应用光学领域的研究热点,相关的系统设计理论在近十年间有了长足的发展与进步,并带动了一系列开创性的研究。自由曲面成像系统在天文望远、遥感探测、虚拟现实(VR)/增强现实(AR)、光谱分析、高性能成像等国防、科研、工业、教育、娱乐各个方面都有重要发展前景并已经有了很多突出的应用,并将深刻影响未来高新技术的变革。

本文概括性地介绍了自由曲面成像系统设计的研究现状与进展。简要讨论了自由曲面的常用数学

描述与自由曲面成像系统的像差理论,介绍了自由曲面成像系统的设计方法,并对自由曲面在各类成像系统中的应用进行概述。最后,对自由曲面成像光学设计的未来发展方向进行了讨论与展望。

2 光学自由曲面的数学描述与像差理论

2.1 光学自由曲面的面型描述

自由曲面成像光学系统设计的关键之一就是选择合适的数学描述。应用于照明系统设计等非成像领域的自由曲面经常使用离散数据点直接进行面型描述。但由于自由曲面成像系统设计过程中通常需要对像质进行优化(通常是多参数优化),且对成像质量以及光线追迹的速度与精度等有很高的要求,如果直接采用大量的离散数据点进行面型描述,并将离散点作为优化变量,会造成优化设计极为复杂且困难。因此成像系统设计中的自由曲面通常采用有具体数学表达式的面型。具体来说,成像系统中使用的自由曲面很多都是通过基底球面或者基底二次曲面的基础上叠加非旋转对称项得到的。球面基底和二次曲面基底可分别表示为

$$z_s(x, y) = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - c^2(x^2 + y^2)}}, \quad (1)$$

$$z_q(x, y) = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2(x^2 + y^2)}}, \quad (2)$$

式中: z_s 和 z_q 可以视为曲面上某点相对于曲面顶点(曲面局部坐标系原点 O)的平行于 z 轴的矢高; c 是曲率; k 是二次曲面系数。如果基底为二次曲面,非旋转对称项的数学顶点可以和基底二次曲面的顶点重合,也可以相对于其有偏心(即基底为离轴二次曲面)。自由曲面的数学描述方法有很多种,本综述中将其大致分为三类:常规面型、有正交性质的面型以及局部可控的面型。本节对三种类型中的常见面型进行一个简要的介绍。

自由曲面成像系统设计的常规面型包括超环面、变形非球面和 XY 多项式自由曲面。超环面(toroid surface)分为 X 超环面和 Y 超环面两种^[12],其中,X 超环面的生成方法是先在 xOz 平面内生成一条曲线(该曲线与非球面表达样式相似,只是去掉了 y 项),再将此曲线绕与 x 轴平行并与其相距 $1/c_y$ 的轴旋转得到曲面。X 超环面关于与 x 轴相距 $1/c_y$ 的轴旋转对称,关于 xOz 、 yOz 平面对称,且在 x 、 y 两个方向的曲率不同。超环面可以提供的设计自由度较少。变形非球面(anamorphic asphere)也被称为复曲面,在弧矢与子午面内有不同

的曲率和二次曲面系数,且在 x 、 y 两个方向上都是呈非球形的。变形非球面没有旋转对称性,但它关于 xOz 和 yOz 平面对称。XY 多项式曲面(XY polynomial surface)是通过在二次曲面基底上添加 x 与 y 的各阶幂次项得到的。该曲面没有旋转对称性,面型描述简单、设计自由度高、校正像差能力强且与光学曲面数控加工的形式一致,目前的应用较为广泛。但此类面型缺乏正交性,且各单项式与光学检测中使用的像差没有直接的关联。此外,程德文^[13]提出了复曲面基底 XY 多项式曲面(AXYP 曲面)。此类曲面是在与变形非球面相同的基底[即双二次曲面(biconic surface),相对于二次曲面在弧矢与子午面内有不同的曲率和二次曲面系数]上叠加 x 与 y 的各阶幂次项得到的。该面型有效结合变形非球面和 XY 多项式曲面各自的优势,能够为光学设计提供更多的设计自由度,提高变形非球面和 XY 多项式曲面之间的转换效率和精度。

自由曲面面型中的正交面型描述主要有: Zernike 多项式曲面、Q 多项式自由曲面等。Zernike^[14]在 1934 年提出 Zernike 多项式曲面。Zernike 多项式的基函数在单位圆域内是连续正交完备的。特别地,Zernike 多项式中各项与光学检测中的像差形式对应,并且正交性的存在使得各种像差系数的大小与拟合使用的项数无关,以上性能使其被广泛应用于分析光学表面偏差和波像差。目前自由曲面成像系统的矢量像差理论主要是讨论 Zernike 多项式面型引入的像差。使用 Zernike 多项式曲面进行光学设计有利于依据矢量像差理论针对性地对系统的像差进行校正。Zernike 多项式主要有两种形式,一种是标准 Zernike 多项式,另一种是条纹 Zernike 多项式。二者的不同仅存在于各项的排序上。在成像光学设计中使用的 Zernike 多项式曲面通常是在二次曲面基底上添加极坐标形式的 Zernike 多项式。Q 多项式自由曲面是由美国 QED 公司的 Forbes^[15]提出的一种自由曲面,它是从 Forbes 提出的旋转对称 Q 多项式曲面^[16](包括两种: Q_{bf} 多项式曲面以及 Q_{con} 多项式曲面)发展而来。它的面型系数可以直接用来表征曲面相对于最佳拟合球面的矢高偏差梯度,可以用于自由曲面的公差分析,使光学设计和加工检测难度的评价可以同时进行,从而避免了设计后再进行加工评价的繁琐过程^[15-18]。此外,对于有方形孔径的曲面,可以采用在方域正交的二维切比雪夫多项式(2D Chebyshev polynomials)自由曲面或者二维勒让德多项式(2D

Legendre polynomials)自由曲面;具有非圆形孔径的自由曲面也可以表示为同一孔径上相应 Zernike 正交多项式(利用 Gram-Schmidt 正交化方法推得)的线性组合。由于正交性适用于连续的定义域,使用正交面型时(尤其是在拟合过程中)必须保证采样数据点充足。

对于以上介绍的几种面型,调整曲面方程中的任一参数都会造成所有位置处矢高和其偏导数的改变。与此相对应的是可以实现局部面型控制的自由曲面,主要有径向基函数自由曲面(典型的径向基函数如高斯基函数)以及 NURBS 等。径向基函数自由曲面通过在二次曲面基底上添加径向基函数项而得到。在某个径向基下的某一点处的函数值仅与该点到径向基中心处的径向距离有关,因此径向基函数曲面是一种局部面型可控的自由曲面。Cakmaci 等^[19]提出的高斯基函数自由曲面是典型的径向基函数自由曲面。其基函数为高斯函数。实际使用时是在曲面的孔径区域内将其分成 $m \times n$ 个网格。每个网格中心位置为每个高斯函数的中心位置。最后将所有带权重的基函数进行叠加生成最终曲面。对于径向基函数面型(特别是高斯函数面型),每个基函数仅影响局部面型,调整每个基函数的权重即可控制曲面在该基函数中心附近处的面型改变;此外,高斯函数平滑连续且具有任意阶导数,有利于光线追迹和优化分析。应用径向基函数面型时要特别注意合理选取每个基函数的空间影响区域,同时要保证设计过程中采样视场的视场数量足够多,避免面型出现过度的起伏以及某些视场对应的局部面型未被优化;另外,径向基函数面型目前尚未有效内置于商用光学设计软件中,应用该类面型需要调用用户自定义曲面。NURBS 通过控制顶点网络、基函数以及各点的权重来描述曲面,是一种参数化的描述曲面方式^[20]。它是国际标准化组织颁布的工业产品的数据交换标准 STEP 中,定义工业产品几何形状的唯一数学方法。调节 NURBS 的每一个控制点或者其权重只影响该点附近的面型,因而 NURBS 也是一种局部面型可控的自由曲面。NURBS 的性质优良,在照明领域已有成功的应用。但是其变量数太多使得其光线追迹极为复杂,追迹时间长、难以优化,目前在成像领域中的应用较少。总体来讲,有局部控制能力的面型相较于只有全局控制能力的面型,可以实现不同区域的面型局部修正并可以实现系统不同视场光束相对独立的控制,但光线追迹可能更为复杂、优化

难度更大。

常用的自由曲面面型描述方式见表 1(此表中

的曲面基底未使用离轴二次曲面)。有关自由曲面
面型描述更详尽的综述可参阅参考文献[17-18]。

表 1 常用的自由曲面面型描述方式

Table 1 Mathematical expressions of common freeform surface shape types

Surface shape	Mathematical expression
Toroid (X toroid for example)	$z = \frac{c_y y^2 + S(2 - c_y S)}{1 + \sqrt{(1 - c_y S)^2 - (c_y y)^2}}$, where $S = \frac{c_x x^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_x)c_x^2 x^2}} + \sum_{i=2}^p A_{2i} x^{2i}$
Anamorphic asphere	$z = \frac{c_x x^2 + c_y y^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_x)c_x^2 x^2 - (1 + k_y)c_y^2 y^2}} + \sum_{i=2}^p A_{2i} [(1 - B_{2i})x^2 + (1 + B_{2i})y^2]^i$
XY polynomials surface	$z = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)c^2(x^2 + y^2)}} + \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^p A_{i,j} x^i y^j, 1 \leq i + j \leq p$
Zernike polynomials surface	$z = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)c^2(x^2 + y^2)}} + \sum_{j=1}^p C_j Z_j$, where Z_j is the j th Zernike term
Q polynomials surface	$z(\rho, \theta) = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - c^2\rho^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 - c^2\rho^2}} \left\{ u^2(1 - u^2) \sum_{n=0}^N a_n^0 Q_n^0(u^2) + \sum_{m=1}^M u^m \sum_{m=1}^M [a_n^m \cos(m\theta) + b_n^m \sin(m\theta)] Q_n^m(u^2) \right\}$, where $Q_n^m(u^2)$ can be found in Ref. [16]
Radial basis function freeform surface	$z = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)c^2(x^2 + y^2)}} + \sum_{i=1}^N w_i \varphi(\ x - C_i\)$
NURBS	$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}}$, where $\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{other} \end{cases} \\ N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u), p \geq 1 \end{cases}$

2.2 自由曲面成像系统的像差理论

成像系统中的像差可以被通俗地理解为实际像和理想像的差异。深入理解成像系统的像差理论有助于深刻理解系统的成像特性并指导系统的设计、公差分析、检测等。传统旋转对称系统的像差理论,如 Seidel 像差理论、Hopkins 波像差理论等,已经可以较完善地描述该类系统的像差。而在介绍自由曲面的像差理论之前,有必要首先回顾含有偏心倾斜旋转对称曲面(球面、二次曲面等)的光学系统的像差性质。光学系统的波像差可以定义为实际波面与理想波面的光程差。传统旋转对称光学系统的波像

差可以按照 Hopkins 给出的形式展开^[21]:

$$W = \sum_j \sum_p \sum_n \sum_m (W_{klm})_j H^k \rho^l \cos^m \phi, \quad k = 2p + m, l = 2n + m, \quad (3)$$

式中: H 、 ρ 分别为归一化视场与孔径坐标; ϕ 为孔径坐标的极角; W 为总的波像差,是每个面 j 的像差贡献之和; $(W_{klm})_j$ 是像差系数。此时系统的视场坐标与孔径坐标为标量,只能描述旋转对称系统的像差。为了分析非对称系统的像差,可将视场坐标与孔径坐标矢量化。即 $\mathbf{H} = H e^{i\theta}, \boldsymbol{\rho} = \rho e^{i\phi}$ 。如此, Hopkins 波像差展开可按矢量形式描述为

$$W = \sum_j \sum_p \sum_n \sum_m (W_{klm})_j (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})^p (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho})^n (\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho})^m, k = 2p + m, l = 2n + m. \quad (4)$$

对于一个由旋转对称元件组成的旋转对称系统,系统每个曲面的像差场中心均在系统高斯像面的中心。当系统中有元件发生离轴或倾斜后,系统中每个曲面对应的像差场中心可能发生偏移,偏移量可用像差场偏心矢量 $\boldsymbol{\sigma}_j$ 来表示^[22]。此时评价像

差时应以 $\boldsymbol{\sigma}_j$ 为中心,采用等效视场 $\mathbf{H}_{A_j} = \mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_j$ 替换原有像差公式中的 \mathbf{H} 。系统的波像差为

$$W = \sum_j \sum_p \sum_n \sum_m (W_{klm})_j [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_j) \cdot (\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_j)]^p (\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\rho})^n [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_j) \cdot \boldsymbol{\rho}]^m,$$

$$k = 2p + m, l = 2n + m, \quad (5)$$

式中： σ_j 可以采用基于近轴追迹^[22]或者实际光线追迹^[23]的方法进行计算。Thompson^[24-27]将由旋转对称元件组成的非对称系统的波像差公式展开到了 6 阶(或 5 阶垂轴像差)。当系统中的元件发生偏心倾斜后,整个系统并没有引入新的像差类型(从孔径特性上来看,还是球差、彗差、像散、椭圆彗差等现有像差类型),而是引入了许多种原有像差类型的有特殊视场依赖特性的像差(如视场恒量彗差、视场线性视场不对称像散、视场线性视场共轭像散等)。这些像差难以通过常规旋转对称曲面(球面、二次曲面、非球面等)进行校正,造成非对称系统设计非常困难。由于元件的偏心倾斜引入了各种有特殊视场依赖特性的像差,此时每种像差的全视场像差场(如彗差场、像散场等)中的节点位置(像差等于零的视场点)可能不再是中心零视场,而是相对于零视场发生了偏移,且有时会有不止一个节点。因此上述矢量像差理论也被称作节点像差理论(NAT)。NAT 已经被成功地应用到了失调系统的像差预测中,并可以反过来指导系统的装调。

根据前面的介绍,当成像系统摆脱了同轴约束,即系统中的元件发生偏心倾斜后,会产生大量非常规像差。而使用自由曲面可以较好地校正这些像差。自由曲面没有旋转对称性,面型灵活,数学描述中有更多的参数,传统像差理论已经无法对自由曲面为系统引入的像差进行有效分析,需要有新型的像差分析方法。长期以来,NAT 被局限于由旋转对称元件组成的系统。事实上,由于 NAT 可以描述非对称的像差场,它可以作为分析包含非旋转对称自由曲面面型的成像系统像差特性的有力工具。如前所述,在众多的自由曲面描述类型中,Zernike 多项式曲面有很多独特的性质,特别是它的各项与光学检测中的像差形式对应。因此分析 Zernike 多项式面型为成像系统引入的像差最为直接。而想要分析系统中引入其他种类面型后产生的像差,可首先将面型直接转换成 Zernike 面型(例如从 XY 多项式到 Zernike 多项式可以无损转换)或者重新拟合为 Zernike 面型(有一定精度损失,但仍可进行定性或者大致定量分析),再进行分析。Schmid 等^[28]分析了系统光阑面上 Zernike 像散形式的面型误差引入的节点像差特性。根据他们的工作,可以将像散面型误差引起的像差与失调引起的像差分离开,这有利于实际像差校正。2012 年 Fuerschbach 等^[29]给出了将 Zernike 多项式曲面引起的像差特性与 NAT 结合的解析化方法。采用此方法,

他们分析了曲面三点装卡引起的类似 Zernike 三叶草项的曲面变形引入的节点像差特性。Fuerschbach 等^[30]分析了成像系统加入非离轴区域的不同 Zernike 自由曲面项后引入的像差形式和大小。Yang 等^[31-32]分析了同轴系统中非离轴区域 Zernike 自由曲面项引入的像差类型与特殊节点特性,以及一般化非对称系统使用离轴区域 Zernike 自由曲面项以及自由曲面上光束足迹图为椭圆形时的像差特性,并分析了理论的误差来源。

Zernike 多项式曲面的基本性质在 2.1 节中已经介绍。它可以写成极坐标形式 $z = F(\rho, \phi)$ 。Zernike 多项式中的每一项都对应一种光学像差,且除去常数项以及旋转对称项(离焦项、球差项)之外都成对出现。一对 Zernike 项可以写作 $C_x Z_x = C_x Z_x(\rho, \phi)$ 和 $C_y Z_y = C_y Z_y(\rho, \phi)$, 其中 C_x 和 C_y 是系数。此时,该对 Zernike 项可以写作矢量形式 $\mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(\rho)$, 其中: $\mathbf{C} = C \exp(i\alpha)$ 是矢量系数, $C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}$ 为幅值, α 为幅角; $\mathbf{Z}(\rho) = \mathbf{Z}(\rho, \phi) = \begin{pmatrix} Z_x(\rho, \phi) \\ Z_y(\rho, \phi) \end{pmatrix}$ 。旋转对称 Zernike 项可以写作 $CZ(\rho)$ [旋转对称 Zernike 项非成对出现时,用 $Z(\rho)$ 表示]。一个曲面上叠加 Zernike 项可以认为是引入了曲面变形或面型误差。考虑每个视场光束射到曲面上后,在曲面上的足迹图为圆形,且考虑光束射到自由曲面项中心区域(非离轴区域)的情形(即中心视场主光线交曲面于自由曲面项数学顶点处)。当曲面作为系统的孔径光阑时,不同视场的光束将使用曲面上的相同区域(足迹图是重合的),如图 1(a)所示。因此,光阑面上叠加 Zernike 项会对每个视场引入相同的像差,即视场恒量像差。针对 Zernike 项叠加在不同曲面类型后引入的波像差可以近似写为如表 2 所示的形式。此时的波像差是在系统出瞳处评价的,像差公式与曲面和出瞳之间的中间像面个数有关。对于反射面来说, n 表示介质的折射率, λ 为波长。绝大多数情况下, $n=1$ 。对于透射面来说, n_1 和 n_2 分别表示折射面前后介质的折射率。当 Zernike 项叠加在非光阑面上时,不同视场的光束将使用曲面上的不同区域,即不同视场在曲面上的足迹图是分离的,如图 1(b)所示。Fuerschbach 等^[29]提出采用一个光束相对偏移矢量 $\Delta \mathbf{h}$ 来描述每个视场的使用区域在曲面上的位置。当视场角不是很大时, $\Delta \mathbf{h}$ 与 \mathbf{H} 有近似的线性关系: $\Delta \mathbf{h} \equiv \begin{pmatrix} \bar{y} \\ y \end{pmatrix} \mathbf{H}$ 。其中, y 是中心视场边缘光线在该曲面上的高度, \bar{y} 是边缘视场主光线在该曲面

上的高度。此时,视场 H 中出瞳处孔径坐标为 ρ (以出瞳处评价) 的光线与曲面的交点相对于曲面中心的归一化坐标为 $\rho + \Delta h$ 或 $-\rho + \Delta h$ (相对于 y 进行归一化)。将光阑面上叠加 Zernike 项引入像差的公式进行部分改动,即得到非光阑面上叠加 Zernike 项引入像差的计算公式,如表 2 所示。可以通过展开表 2

中的公式得到当曲面上叠加各种 Zernike 项时引入的波像差的具体类型和大小。当在光阑面上叠加 Zernike 项,会产生和该 Zernike 项对应种类的视场恒量像差。当在非光阑面上叠加 Zernike 项,除了产生和该 Zernike 项对应种类的视场恒量像差,还会衍生出其他像差。

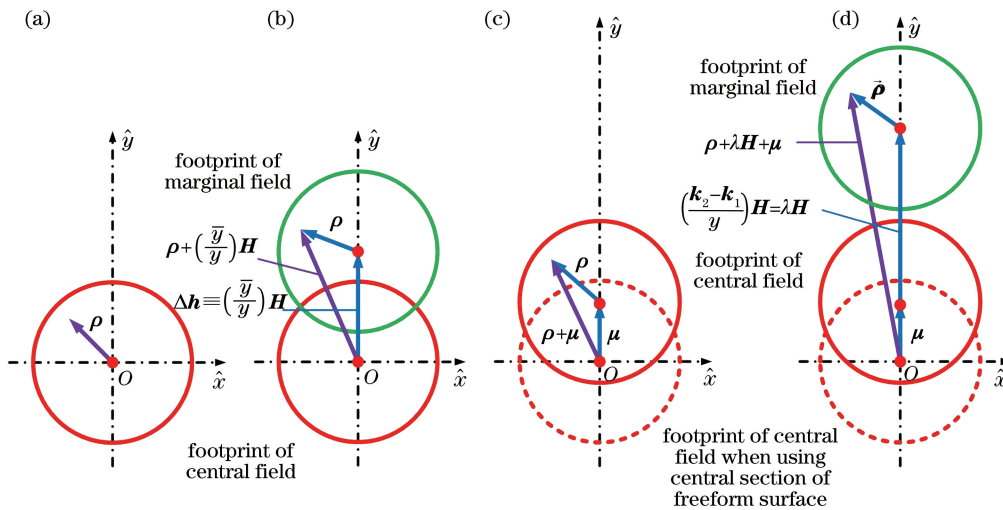


图 1 中心和边缘视场在不同类型曲面上的足迹图位置(考虑曲面和出瞳之间有偶数个中间像面)。(a) 光束使用光阑面中心区域,中心视场与边缘视场足迹图重合;(b) 光束使用非光阑面中心区域;(c) 光束使用光阑面非中心区域,中心视场与边缘视场足迹图重合;(d) 光束使用非光阑面非中心区域

Fig. 1 Locations of footprints for central field and marginal field on different kinds of surfaces (considering there is even number of intermediate images between the surface and exit pupil). (a) Light beams use central area of the stop surface. The footprints of central and marginal fields are the same; (b) light beams use central area of the surface away from the stop; (c) light beams use off-axis section of stop surface. The footprints of central and marginal fields are the same; (d) light beams use off-axis section of the surface away from the stop

表 2 将 Zernike 自由曲面项叠加到不同类型曲面上引入的像差(光束使用曲面中心区域)

Table 2 Aberrations introduced by Zernike freeform surface term overlaid on different types of surfaces (light beams use central section of surface)

Surface type	Even number of immediate images between the freeform surface and the exit pupil	Odd number of immediate images between the freeform surface and the exit pupil
Reflective surface located at the stop	$W = -\frac{2n}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(\rho)$	$W = -\frac{2n}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(-\rho)$
Refractive surface located at the stop	$W = \frac{(n_2 - n_1)}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(\rho)$	$W = \frac{(n_2 - n_1)}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(-\rho)$
Reflective surface located away from the stop	$W = -\frac{2n}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(\rho + \Delta h)$	$W = -\frac{2n}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(-\rho + \Delta h)$
Refractive surface located away from the stop	$W = \frac{(n_2 - n_1)}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(\rho + \Delta h)$	$W = \frac{(n_2 - n_1)}{\lambda} \mathbf{C} \cdot \mathbf{Z}(-\rho + \Delta h)$

前面讨论了光束射到自由曲面中心区域引入的像差。但在实际的成像系统中,光束很可能会使用自由曲面项的离轴区域,即光束实际的使用区域偏离自由曲面项的数学顶点(中心视场主光线与曲面的交点偏离顶点),且有时偏离程度很大。例如,通过视场离轴或者孔径离轴实现遮拦消除的系统经常

出现上述情况。此类系统也可以采用前述的思路讨论曲面上叠加 Zernike 项引入的像差^[32-33]。对于光阑面,各视场光束在曲面上的足迹图的中心相对于曲面顶点的偏移量可用矢量 \mathbf{k}_1 表示。其归一化的坐标可写为 $\mu \equiv \mathbf{k}_1/y$ 。其中, y 等于中心视场边缘光线相对于其主光线在该曲面上的高度。这样,视

场 H 中出瞳处孔径坐标为 ρ (以出瞳处评价) 的光线与曲面的交点相对于曲面中心的归一化坐标为 $\rho + \mu$ 或者 $-\rho + \mu$ 。将表 2 中计算光阑面上叠加 Zernike 项引入像差公式中的 ρ 或者 $-\rho$ 替换为 $\rho + \mu$ 或者 $-\rho + \mu$, 即可得到离轴区域 Zernike 自由曲面项叠加到光阑面引入的像差。对于非光阑面来说, 定义 $H=1$ 边缘视场足迹图中心相对于曲面顶点的偏移量为 k_2 。此时可将表 2 中计算非光阑面上叠加 Zernike 项引入像差公式中的 Δh 替换成 $\left(\frac{k_2 - k_1}{y}\right)H + \mu = \lambda H + \mu$, 即可得到离轴区域 Zernike 自由曲面项叠加到非光阑面时引入的像差。利用上述公式, 可以得到不同 Zernike 项引入的波像差的具体类型和大小^[32]。此外, 实际非对称成像系统中, 由于曲面的倾斜, 各视场成像光束在曲面上的实际足迹图可能并不是圆形, 而是近似为椭圆形。通过在基础像差公式中引入单方向的孔径缩放因子, 并进行一系列的矩阵运算, 可以粗略估计出此种情况下引入像差的种类和大小。

以上介绍的自由曲面的像差理论虽然是基于一定的近似进行推导的, 但对于大多数场合, 还是可以较好地系统进行像差的定性和定量分析。通过分析可以得出: 成像系统中的曲面叠加 Zernike 项并没有为系统引入新的波像差类型(从孔径特性上来看), 而是引入了许多种原有像差类型的有特殊视场依赖特性的像差; 成像系统中曲面叠加 Zernike 项引入的像差类型与系统中元件偏心倾斜后引入的像差类型完全对应。这就从解析的角度说明: 相对于旋转对称的球面以及非球面, 自由曲面可以更好地校正非对称系统的像差, 特别适用于非对称成像系统的光学设计。光学自由曲面的像差理论对于指导自由曲面成像系统初始结构生成以及优化设计有重要意义。

3 自由曲面成像系统设计方法

传统球面或者非球面成像系统的设计基本思路是: 首先根据系统设计要求选取一个初始结构, 然后以此为起点进行后续优化, 得到最终结果。自由曲面成像系统设计也可以采用上述“初始结构选取 + 后续优化”的基本思路。然而, 在这两个环节上, 系统设计都面临着新的困难与挑战, 需要探索并使用新型的、更有效的设计方法。

3.1 初始结构生成方法

基于传统思路的自由曲面成像系统初始结构生成方法主要有两种(图 2): 一种是根据系统设计

要求(如结构要求、曲面数量要求、系统参数要求等), 从专利库中或已有系统中寻找大致匹配的系统作为初始结构; 另一种是根据系统设计要求, 基于近轴理论以及初级像差理论求解相应的同轴初始结构。以得到的初始结构为起点, 设计者可以建立相应的约束条件(系统参数、结构约束、功能约束等), 并建立评价函数, 不断调整曲面的面型参数以及偏心倾斜等, 通过逐步优化得到最终设计结果。以上设计思路可以用于实际自由曲面成像系统设计任务。

在另一方面, 自由曲面成像系统大多有非对称或者特殊结构, 并且自由曲面系统使用的元件个数一般比实现同等参数的球面或非球面系统所使用的元件个数少很多; 此外, 自由曲面系统常用于实现大视场、大孔径、小 F 数等远优于传统系统所能实现的系统参数, 或者实现一般系统难以实现的功能。在很多情况下, 设计者很难从专利库或已有系统中找到在系统结构、参数与功能上与设计要求接近的系统作为自由曲面系统设计的初始结构。如果从一个与设计要求相差较远或者像质极差的初始结构为起点进行后续优化, 对设计经验的依赖较大, 且设计工作的时间成本与人力成本可能较高。以同轴系统为起点的系统设计也可能有相同的问题。综上, 自由曲面成像系统设计面临初始结构无可借鉴, 即“初始结构无”的难题。针对此问题, 研究者们进行了大量的相关研究工作, 目标都是更好、更快、更直接地得到满足一定设计要求的初始结构。

自由曲面成像系统初始结构的新型设计方法可以大致分为三类(图 2): 基于光线逐点直接调控的

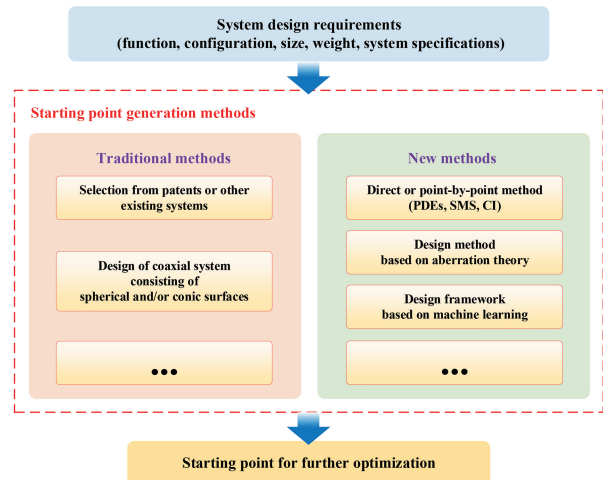


图 2 用于自由曲面成像系统设计的初始结构生成方法
Fig. 2 Generation methods of starting point for freeform imaging system design

数值求解方法、基于像差理论的设计方法以及基于机器学习的设计方法。

1) 基于光线逐点直接调控的数值求解方法

基于光线逐点直接调控的数值求解方法大多数是根据系统成像与结构要求,通过数值求解方法逐点求解自由曲面上的点并通过拟合得到待求自由曲面,由此得到供后续优化使用的初始结构。此方法又主要分成三种:微分方程法,多曲面同步设计方法,以及基于逐点构建与迭代的设计方法。

(1) 微分方程法

微分方程法通常用于快速设计系统中的单个或者两个自由曲面。对于单个自由曲面,在根据设计要求得到待求曲面处入射与出射光线的映射关系后,根据矢量形式的折射定律或反射定律,可以建立起曲面上每一点的坐标和法向与光线入射、出射方向的数学关系。根据微分几何知识,曲面上某一点处的法向可以根据该点处的矢高关于位置坐标的导数计算出来,如图 3 所示。图中考虑某条从点 S 射出经过曲面 $z = f(x, y)$ 上的点 P 偏折后射到点 E 的光线,其入射和出射方向的单位矢量分别为 r 和

r' , n 和 n' 是两侧介质的折射率, N 是 P 点处的单位法向矢量。由此可以建立起曲面满足的微分方程组,通过数值计算得到曲面上每一点的坐标并通过拟合得到待求曲面。成像系统中将单个视场内不同孔径位置的光线会聚到理想像点可以看作是一种映射关系。Zhu 等^[34]采用上述方法设计了用于单视场点对点成像的单自由曲面离轴反射镜,如图 4(a)所示。Andrew Hicks^[35]提出用于实现单自由曲面大视场成像的微分方程法。此方法的原理与之前所述的针对单个曲面的一阶微分方程法类似。在得到不同视场光线与目标点的映射关系后,可以写出曲面满足的微分方程并进行数值求解。该方法只考虑了每个视场的单根主光线进行设计,实际上等价于考虑单一视场不同孔径位置的光线。Andrew Hicks 将此方法用于无盲点、畸变较小的大视场汽车后视镜设计。Hou 等^[36]提出用于成像畸变校正的偏微分方程法。使用此方法,可以设计一个加在已有系统末端的附加自由曲面透镜,并按照一定要求改变每个视场的像点位置,实现预期的消畸变要求。此方法同样只考虑了每个视场的单根主光线进行设计。

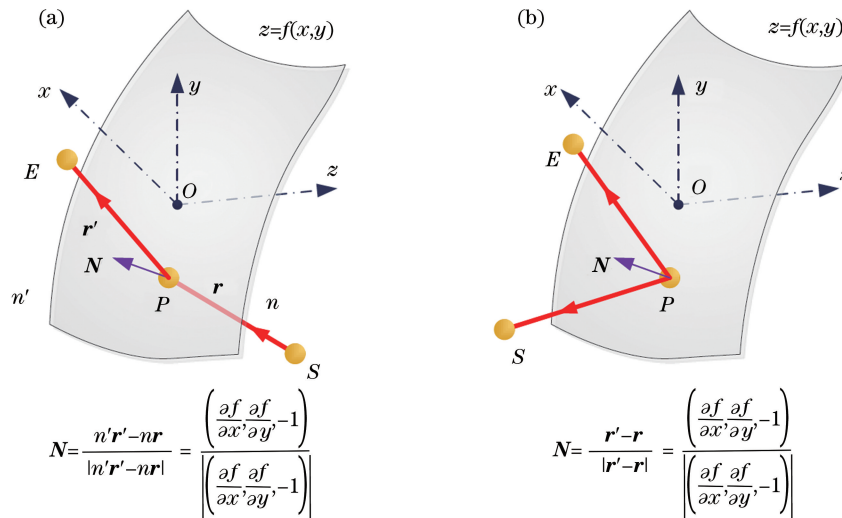


图 3 光线在不同类型曲面上的传播。(a)折射面;(b)反射面

Fig. 3 Propagation of a ray at different types of surface. (a) Refractive surface; (b) reflective surface

微分方程法也可以用于同时设计系统中的两个自由曲面。典型的方法为 W-W 设计方法,它最早由 Wassermann 和 Wolf^[37]在 1949 年提出,用于设计可以使成像系统满足等光程条件(aplanatism)的两个相邻的非球面。一个系统满足等光程条件是指在其轴上视场进行理想成像的同时,系统还满足阿贝正弦条件(Abbe sine condition)。此时系统不仅消除了球差,而且还消除了视场线性彗差^[38]。如此,系统不仅在轴上视场进行理想成像,在轴上视场

附近一个很小的视场范围内也可以实现理想成像^[38](在此很小的视场范围内,像差大小随视场的平方变化的像散、场曲以及更高阶的像差可以忽略)。该方法首先给定两个非球面在系统中的位置,接着在物方与像方的子午面内选取用参数表示的从一个物点发出的光线束以及会聚到对应单个像点的光束,并通过光线追迹得到各条光线在待求曲面处与光轴的夹角以及光线与曲面顶点处切面的交点,供求解微分方程使用。而物方与像方光线的对应关

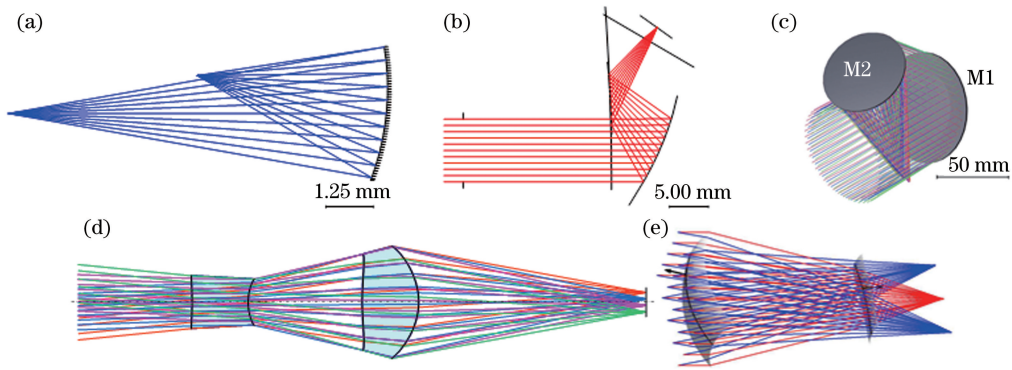


图 4 微分方程法和 SMS 方法设计实例。(a)单自由曲面微分方程法设计实例;(b) W-W 法设计实例;(c)双自由曲面微分方程法设计实例^[42];(d) SMS 方法设计实例^[48];(e) SMS 方法相关的解析方法实现两个曲面控制三个波面^[51]

Fig. 4 Design examples of differential equation method and SMS method. (a) Design example using single freeform surface differential equation method;(b) design example using W-W method;(c) design example using two freeform surface differential equation method^[42];(d) design example using SMS method^[48];(e) design example using analytic method related to SMS method to realize the design of two freeform surfaces which control three wavefronts^[51]

系可以根据正弦条件确定。接着可以根据折反射定律与微分几何知识写出两个曲面需要满足的微分方程组,并经过数值求解得到待求曲面子午面内二维轮廓上的点,进而通过曲线拟合得到待求非球面的二维轮廓。Wassermann 和 Wolf 依据此方法设计了一个同轴两反式望远系统。实际上,W-W 方法中设计单个曲面的原理和前述的设计单自由曲面的微分方程法是一致的。通过额外引入入射与出射光线需满足的正弦条件,使得系统在实现单个视场点对点成像(事实上采用一个自由曲面就可以实现)的同时,还满足了等光程条件。Vaskas^[39]对 W-W 方法进行了改进,使其适用于求解两个不相邻非球面。Knapp^[40]将 W-W 方法扩展到了设计自由曲面的情形,并设计了校正系统中由于不规则共形窗口引入的像差的校正版。Cheng 等^[41]进一步推导了通用型 W-W 偏微分方程组,使其适用于非对称成像光学系统的设计,如图 4(b)所示。Cheng 等通过将此方法和曲面拼接与拟合技术相结合,设计了用于近眼显示的自由曲面楔形棱镜系统的初始结构。Volatier 和 Druart^[42-43]提出了基于费马原理与等光程条件的微分方程法,用于设计结构非对称自由曲面两反系统,如图 4(c)所示。Andrew Hicks 等^[44]提出了设计用于大视场成像的自由曲面两反系统的微分方程法,实现了物体的放大与旋转。该方法仍只考虑了每个视场的单根主光线进行设计。

(2) 多曲面同步设计方法

自由曲面直接设计方法的第二大类是多曲面同步设计方法(SMS 方法)。该方法最早在 20 世纪 90 年代被提出,用于非成像系统的设计^[45-47]。一般来

说,该方法可以实现用 M 个曲面实现 M 个光束的较为精确的控制。Minano 等^[48]采用 SMS 方法设计了能够控制 4 个视场子午光束的 4 个同轴非球面,如图 4(d)所示。由于需要控制的是子午面内的光束,只需计算非球面在子午面内的二维轮廓。该方法首先需要计算曲面的起始区域,比如根据高斯光学计算出 4 个曲面在光轴附近的面型轮廓。接下来需要将轮廓的起始区域逐渐扩展成整个二维轮廓(SMS 扩展)。扩展过程实际上是根据等光程原理计算对应于细光束的广义笛卡儿椭球(generalized Cartesian oval)。最后将得到的曲面轮廓绕光轴进行旋转得到三维的非球面。该系统对于 4 个取样视场的子午光束可以实现近似理想的成像。对于非子午面内的光束,也能得到较好的控制。Lin 等^[49]研究了 SMS 方法直接控制非子午面内光线的情形。Duerr 等^[50]在通过数值求解获得了良好初始曲面轮廓的基础上,借助 SMS 设计思路实现了使用两个同轴曲面的子午二维轮廓进行三个不同视场的子午光束的近似理想成像。后来, Duerr 等^[51-52]将该方法推广到了三维的情形,用两个同轴三维自由曲面实现三个视场光束的近似理想成像,如图 4(e)所示。此外, Nie 等^[53-54]进一步地提出了借助 SMS 设计思路并考虑多视场的自由曲面逐点设计方法,可以更好地实现整个视场内像质的平衡,并成功设计了同轴与离轴自由曲面成像系统初始结构。

(3) 基于逐点构建与迭代的设计方法

Yang 等^[55-56]提出了基于逐点构建与迭代过程设计自由曲面成像系统的方法(简称为 CI 方法)。该方法在设计过程中同时考虑了多视场与不同孔径

位置的光线,符合实际成像系统针对一定物体大小与一定光束宽度成像的要求,可以实现含有多个自由曲面(曲面个数 $M \geq 2$)的非对称成像系统的初始结构生成,如图 5 所示。CI 方法的基本流程框图如图 6 所示。在逐点设计之前,首先建立一个仅由无光焦度的离轴倾斜平面(或者其他简单曲面)组成的系统作为整个构建迭代过程的起点。初始面应该大致处于曲面最终期望的位置处,并可以基本按照设计要求控制光线的走向。在选取完成特征光线后,根据给定的物像关系,计算出每条特征光线的理想像点位置(或者更一般地,根据一个给定的光线映射关系,计算出每条光线的理想目标点)。设计可分为初步构建过程和迭代过程。在初步构建过程中,依次独立地进行每个待求自由曲面的初步逐点构建。通常情况下,每个曲面的设计目标均是使各条特征光线交目标面于对应的理想目标点。由于在设计某曲面时,认为系统中的其他曲面是已知的(已经构建得到,或者仍然是初始面)。对于某条特征光线来说,其在待求曲面处的入射方向可以通过光线追迹得到。不妨假设该光线与待求曲面的交点(定义为特征点)已知。由于待求曲面和像面(目标面)之间的曲面均已知,且光线的理想目标点已知,根据费马原理,从特征点到目标点的光程的一阶变分为零。由此可计算出特征光线在待求曲面处的出射方向,进而根据矢量形式的折射定律或反射定律求得曲面在该特征点处的法向。逐点构建需要遵循以下原则:在曲面构建过程中,每个待求特征数据点是该点对应的特征光线与和该数据点最接近的已求得的数据点切面的交点。如此可以逐步得到待求表面上的

特征点坐标与法向,并通过综合考虑数据点坐标与法向的曲面拟合方法得到曲面的解析表达式^[34]。此时完成了某个待求曲面的初步逐点构建。用此曲面替换初始系统中与此曲面对应的初始面,并以此系统为基础构建下一个自由曲面。以此类推,依次完成整个系统的初步逐点构建。之后可以通过一个迭代过程,大幅提升系统的像质(或减小与预设光线映射关系的偏差)。将经过初步构建过程得到的系统作为下一轮迭代的新的初始系统。每一轮迭代都要重新计算待求自由曲面。生成某个曲面时,直接将特征光线与本轮迭代中待求曲面对应的初始曲面的交点作为特征数据点(只保留坐标),重新计算每个点处的法向,并通过拟合得到新的自由曲面。经过构建迭代过程得到的系统可以作为供后续优化使用的良好初始结构。CI 方法可以实现常规应用的自由曲面成像系统设计,也可以结合专门的设计思路与策略,将其拓展到有特殊功能和应用的自由曲面系统的初始结构生成,如带有实出瞳的自由曲面成像或无焦系统^[57]、自由曲面大视场成像系统^[58]、自由曲面像方远心成像系统^[59]、自由曲面双视场双焦距系统^[60]、自由曲面光束整形系统^[61]、用于像面横向平移的自由曲面单透镜^[62]、自由曲面反射式与透射式扫描系统、自由曲面成像光谱仪^[63]、包含平板相位元件以及曲面基底相位元件的成像系统^[64]等。但 CI 方法的不足之处在于当待设计的自由曲面和像面之间的曲面数量较多时,数值求解会变得极为困难。此外,采用 CI 方法设计初始结构的耗时一般多于微分方程法以及 SMS 方法。表 3 给出了不同的基于光线逐点直接调控的数值求解方法的对比总结。

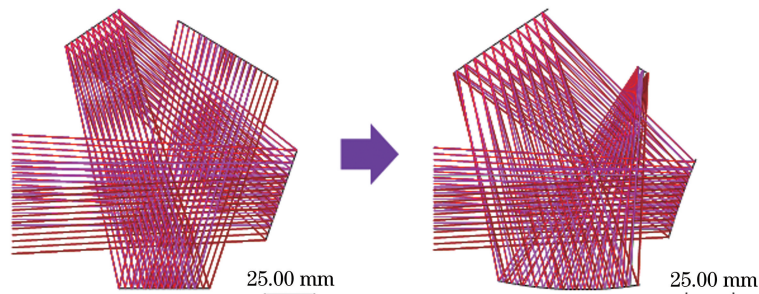


图 5 使用 CI 方法从平面初始系统生成供后续优化使用的良好初始结构

Fig. 5 Design of good starting point generated from initial planar structure for optimization using CI method

2) 基于像差理论的设计方法

生成自由曲面成像系统初始结构的第二类思路为基于像差理论的设计方法。此类方法目前大多用在离轴反射式系统设计中。该类系统的传统设计思路有两种:第一种是首先根据近轴光学理论和初级像差理论

设计一个同轴球面或二次曲面系统,然后单独或者综合使用视场离轴、孔径离轴、倾斜曲面等手段消除光线遮拦,并以此为初始结构开展后续优化;第二种方法是直接使用球面或者二次曲面组成的离轴消遮拦系统作为供后续优化的初始结构。然而,当系统中的元件发

生偏心倾斜时,如果不对系统结构与面型进行控制,会引入大量非常规像差,这不利于后续优化。此时可以

借助于像差理论,引导设计者实现像差较小的无遮拦初始结构设计或者指导系统结构选型。

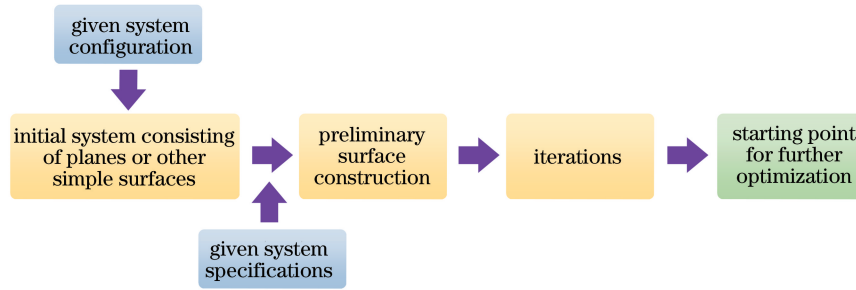


图 6 使用 CI 方法设计自由曲面成像系统初始结构的基本流程框图

Fig. 6 Sketch of process for starting point design of freeform imaging system using CI method

表 3 基于光线逐点直接调控的数值求解方法的对比总结

Table 3 Comparison of numerical solving methods based on direct point-by-point control of light rays

Design method	Pros	Cons
Partial differential equation (PDE) method	Design method for single freeform surface ^[34]	Easy to use, capable of designing nonsymmetric systems Only one freeform surface can be designed and only one field point is considered
	Methods proposed by Andrew Hicks <i>et al.</i> ^[35,44] and Hou <i>et al.</i> ^[36]	Easy to use, capable of designing nonsymmetric systems Only one or two freeform surfaces can be designed and only the chief rays of different field points are considered
	W-W method ^[38-41]	Easy to use, capable of designing nonsymmetric systems Only two freeform surfaces can be designed and only a very small field-of-view is considered
	Methods proposed by Volatier <i>et al.</i> ^[42-43]	Easy to use, capable of designing nonsymmetric systems Only two freeform surfaces can be designed and only a very small field-of-view is considered
Simultaneous Multiple Surface (SMS) design method	SMS3D ^[48]	Excellent control of the rays in M fields using M surfaces Having a restriction on the number of fields considered in the design process, mainly used for coaxial systems
	Method proposed by Duerr <i>et al.</i> ^[51-52]	Excellent control of the rays in three fields using two surfaces Having a restriction on the number of fields considered in the design process, mainly used for coaxial systems
	Method proposed by Nie <i>et al.</i> ^[53-54]	Considering multiple fields and different pupil coordinates, working for nonsymmetric optical systems Only two surfaces are considered
Construction-Iteration (CI) method ^[55-56]	Considering multiple fields, different pupil coordinates, and multiple surfaces, working for different kinds of nonsymmetric optical systems	Numerical calculation will be very difficult if there are a large number of surfaces between the unknown freeform surface and the image plane, time consuming

Zhong 等^[65]提出了借助高斯括号法以及节点像差理论设计离轴消遮拦反射系统初始结构的方法。由偏心倾斜旋转对称元件组成的成像系统的波像差可用(5)式表示。将此公式展开,可以从中提取出对像质影响较大的四阶波像差,并可以将它们按照像差的孔径特性进行分类。每种像差的大小与像差系数 $(W_{klm})_j$ 以及像差场偏心矢量 σ_j 相关。其中 $(W_{klm})_j$ 可以通过将等价同轴系统中的近轴光线追迹数据代入到像差系数公式得出,而光线追迹数据可以通过高斯括号法并利用矩阵运算表示。像差场偏心矢量 σ_j 也可以用已有公式计算^[22-23]。此外系统还要满足焦距等于预设值等一阶光学性质以及基于 Coddington 公式的像散约束。以上约束条件(可写为实际值和理想值作差的形式)以及各类像差最终都能表示为曲面半径、曲面间距离以及中心视场主光线在不同曲面上入射角的函数。利用非线性最小二乘法对误差函数进行优化(取最小值),可以得到上述问题的局部最优解以及对应的系统曲面参数组合。通过调整参数初值以及取值范围重复优化可能得到更好的解。最终可以得到满足一阶光学特性且像差得到控制的离轴消遮拦球面反射系统,作为供后续优化使用的初始结构。Cao 等^[66]基于类似思路,实现了综合采用视场离轴和孔径离轴方式消遮拦的离轴球面反射系统的直接生成,作为供后续优化的初始结构。曲面参数计算采用了遗传算法,有利于得到曲面参数的全局最优解。

采用二次曲面(椭球面、双曲面、抛物面)搭建离轴反射系统初始结构也是一种常见的思路。其中一种方法是利用二次曲面的数学性质,将相邻二次曲面的焦点在空间中重合。这样可以在某一个视场(一般是中心视场)实现理想成像。此时,这些二次曲面也被称为笛卡儿反射器。采用共焦设计思路可以快速搭建满足一定结构要求的离轴反射系统初始结构,但是系统中心视场之外视场的像差未被考虑,系统整体像差可能很大。针对此问题, Papa 等^[67-68]提出了一种结合共焦二次曲面和像差理论设计自由曲面离轴反射系统初始结构的方法。他们开发了一种生成共焦二次曲面离轴反射系统光路结构的可视化工具,可以实时指导系统结构选型以及遮拦消除,并生成光路图。一般来说,根据像差理论,当系统中存在偏心倾斜元件时,会衍生出很多种像差。但对于离轴消遮拦共焦二次曲面系统,由于中心视场的像差为零,系统中不存在球差,也没有其他任何视场恒量像差。此时系统中残存的 4 阶波像差

包括常规类型的彗差、像散、场曲,以及因元件偏心倾斜衍生出的视场线性视场不对称像散。其中,视场线性视场不对称像散可以通过选取合适的曲面倾角组合进行校正^[69-70](更直接的做法是根据其他曲面的倾角,对系统最后一个面的倾角进行调节)。而常规类型的 4 阶波像差可以基于像差理论,通过在系统非光阑面上添加初级球差面型项进行定量清除。球差项的系数可以通过解像差方程组得到。这里的球差面型项应该以中心视场主光线与二次曲面的交点为中心(而不是二次曲面的数学顶点)加到二次曲面上,或者理解为曲面的基底为离轴二次曲面。Papa 等^[67-68]通过此方法实现了无光线遮拦且有效校正 4 阶波像差的自由曲面离轴三反系统及离轴四反系统初始结构的快速生成。以上方法还可以被用于自由曲面成像系统解空间的自动快速探索^[67,71]。

Bauer 等^[72]提出了一种基于像差理论的自由曲面成像系统初始结构设计及潜在性能评价方法。该方法的第一步是直接建立由球面组成的非对称系统;针对各种可能的光路折叠形式,用球面搭建满足初阶光学特性的非对称系统,并且使用尽可能小的曲面倾角来消除光线遮拦。曲面的大致光焦度分配可以根据消遮拦、曲面尺寸等因素决定。接下来的核心问题就是:应该从各种光路折叠形式的系统中选取哪一个作为初始结构来进行后续的优化?也就是要分析出哪一种光路折叠形式对应的初始结构有最大的优化潜力。该方法以自由曲面离轴三反系统设计为例进行了说明。根据像差理论,当系统中的元件发生离轴倾斜后,衍生出的主要像差为:视场恒量像散、视场恒量彗差、视场线性视场不对称像散以及视场线性场曲。因此,分析不同结构的优化潜力,对应于分析不同结构对于以上像差的校正能力。上述像差中的视场恒量像散可以通过在系统中的任意曲面上加入像散面型项进行校正。根据像差理论可以推导出,在非光阑面上叠加彗差面型项可以产生视场恒量彗差以及视场线性视场不对称像散。然而,这两种衍生像差在数学上有正负与比例关系。如果系统中原有的这两种待校正像差的正负、比例关系(尤其是正负关系)与加入彗差面型项产生的像差关系不一致,则会导致需要在光阑面上额外加入彗差面型项(引入视场恒量彗差)来消除这一影响,由此会导致自由曲面相对于基底曲面偏差过大,不利于曲面的加工与检测,同时还可能引入其他高阶像差。另外,选择系统结构形式时还应该考虑到,在加入彗差面型项后,系统像面倾斜程度应该变小,避

免出现不良情况;系统应该满足平场条件,且元件的倾斜程度不能过大。上述判据可以指导系统初始结构选型。Bauer 等对光焦度分配为“正-负-正”的 8 种不同的离轴三反系统结构进行了分析,并指出类似于 Wetherell/Womble 型^[73]的系统初始结构有最好的优化潜力。以此种初始结构为起点优化设计了离轴三反系统。相对于从潜力最差的初始结构优化得到的结果,采用该系统得到的像质提升了 16 倍,且自由曲面相对于基底曲面偏差更小,更利于曲面加工与检测。上述自由曲面初始结构生成与选取策略也可以被推广到其他类型的系统设计中。

3) 基于机器学习的设计方法

自由曲面成像系统初始结构生成方法中的第三类为基于机器学习的设计方法。成像光学系统设计,尤其是自由曲面系统设计,在各个环节都需要大量的人工参与,且每次设计仅得到一个孤立的解,只为当前的设计要求服务。单次设计任务难以利用以往的设计结果。对于不同的设计任务,设计人员需要进行大量重复劳动,耗费大量人力与时间,并且不利于非专家进行相关的设计工作。近年来,人工智

能和机器学习已经被应用于许多领域,包括光学和光电子领域^[74-78]。如果将机器学习与人工智能和光学设计,尤其是自由曲面光学设计结合起来,开展基于机器学习的自由曲面成像系统设计,可以有效降低设计难度、减少人工参与,产生的接近或者超过人工设计水平的系统有重要的应用前景。Yang 等^[79]提出了基于神经网络机器学习设计自由曲面离轴反射系统初始结构的设计框架,如图 7 所示。对于某一种结构类型的系统,可以在一定的系统参数范围内(系统参数可选取视场角、入瞳直径等)生成大量的系统参数组合,采用一个特殊的系统进化生成策略得到对应系统的曲面参数(自由曲面空间位置以及面型参数)。将系统参数和对应的曲面参数分别作为训练样本中的输入部分和输出部分(标签),使用监督学习模式对神经网络进行训练。得到神经网络后,对于一个设计任务,只需输入其系统参数,即可得到满足一定要求的曲面参数,作为供后续优化的良好的初始结构,从而实现初始结构的快速建模。该方法有效降低了自由曲面成像系统设计对人工参与和设计经验的依赖,光学设计初学者也可以上手设计。

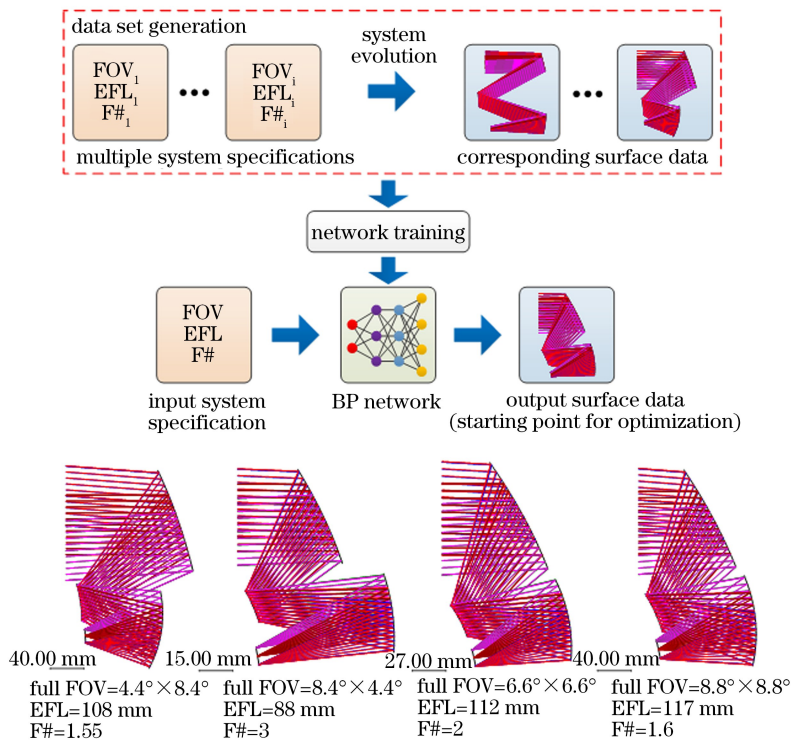


图 7 基于神经网络机器学习生成自由曲面离轴反射系统初始结构的设计框架以及设计实例^[79]
 Fig. 7 Design framework for the generation of starting points of freeform off-axis reflective system using neural network based machine-learning and related design examples^[79]

3.2 优化设计方法

除了“初始结构无”的问题,自由曲面成像系统

的优化设计还面临着“优化设计难”的问题。成像光学系统的优化一般是在已有初始结构的基础上,把

系统中的结构参数(比如曲面的位置、各曲面之间介质的材料参数、曲面的面型参数等)取为变量,基于系统像质和约束条件建立评价函数,并通过多参数优化完成。主流的优化算法包括阻尼最小二乘法、适应法等。自由曲面成像系统结构复杂,系统参数较多,系统的非对称结构以及非旋转对称面型导致传统像差理论不再适用;而自由曲面面型描述中变量个数远多于传统球面以及非球面,优化模型复杂,光线追迹速度慢;系统整体的非对称性又要求在优

化过程中抽样更多的视场和光线,导致优化耗时显著增加。在成像系统设计中使用自由曲面是一把“双刃剑”,虽然能大幅提升系统设计的潜力,但是也可能为成像系统设计带来很多困难。传统的针对同轴球面系统的优化设计方法策略等可能不再适用,需要针对复杂自由曲面成像系统设计建立合适、新型的优化策略与算法,来对优化设计过程进行指导,保证设计高效、顺利地进行。典型的优化策略大致总结于图 8。

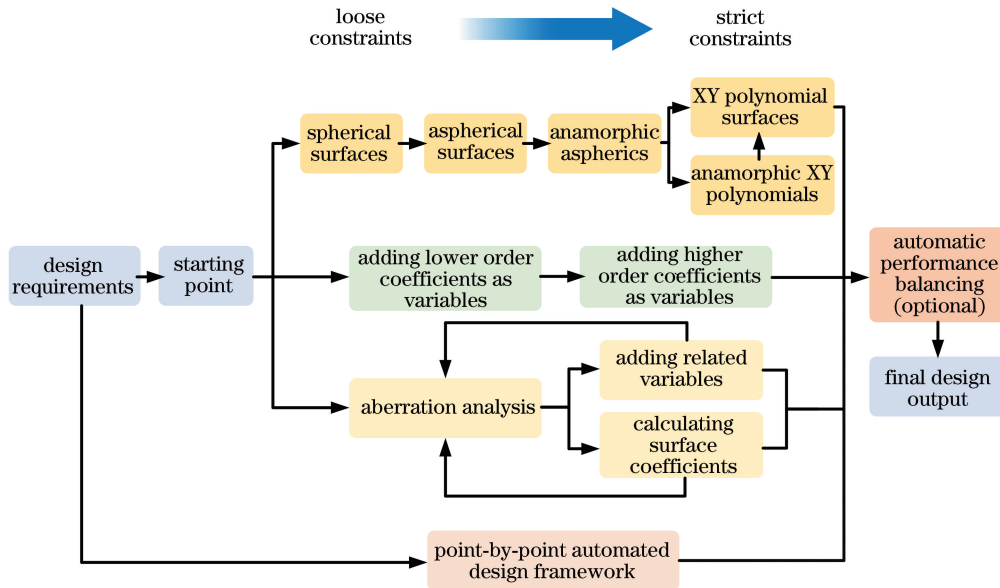


图 8 自由曲面成像系统优化策略举例

Fig. 8 Examples of optimization strategies of freeform imaging systems

整体上来讲,自由曲面成像系统的优化应该遵循一种渐进式的策略,这也符合光学设计的一般思路。Cheng 等^[13,80]提出了自由曲面成像系统逐步逼近优化策略。此策略可以将自由曲面成像系统的设计分解成几个关键步骤。首先根据设计要求确定系统需要满足的系统参数,并确定系统预期采用的结构形式,以及优化过程中可能用到的变量和约束条件。光学设计优化的初始结构可以从专利文献中获取,也可以用低阶曲面甚至使用球面粗略地进行搭建,使其满足基本的光学特性参数和结构要求,而对像差和成像质量不进行严格的控制。完成初步优化后,逐渐将光学表面升级为非球面或更为灵活的自由曲面,并进行下一轮优化,在此过程中逐步加入像差约束和更为严格的结构控制条件,并逐步扩大视场角和孔径大小(如果需要)。如此逐步将球面替换成自由曲面。在设计的最终阶段把所有可用的曲面系数、曲率半径、位置和倾斜角度都作为变量,并加入所有的约束条件,严格控制畸变。曲面升级过

程可以采用球面-非球面-变形非球面-XY 多项式曲面等方式。而从变形非球面转换到 XY 多项式曲面的过程中,可以采用 AXYP 曲面过渡。这样有利于提高整个逐步逼近优化策略的自动化程度,而且可以改善优化结果并提高效率。采用以上的逐步逼近优化策略,可以在自由曲面成像系统的初始阶段就借鉴众多的已有系统,同时也使每一步优化都有较好的起点,大幅缩短优化设计周期,提高前期和中期的优化效率。Cheng 等采用上述方法成功设计了像质良好的自由曲面棱镜式头戴显示器。上述设计方法也可以应用到其他类型系统设计中。

除了上述面型升级方式,系统优化过程中也可以采用其他的面型升级策略^[81]。根据像差理论,通过在曲面上叠加 m 阶多项式自由曲面项主要产生数学上不超过 m 阶的像差(可能包括部分更高阶的波像差)^[30,32]。曲面阶数越高,对应的像差阶数越高。此结论对于使用自由曲面项中心区域与使用自由曲面项的离轴区域两种情况均适用。基于上述结

论可以使用如下的渐进式系统优化设计策略指导系统优化:设计过程中,将描述面型参数的变量由低阶到高阶逐步加入到优化过程中。首先将描述曲面位置的变量(厚度、离轴量、倾斜量等)以及曲面的曲率半径设为优化变量进行优化;然后把曲面的二次曲面系数设为优化变量进行优化;接着把自由曲面项的系数从低阶项到高阶项逐步设为变量进行优化。采用上述优化策略事实上是从低阶到高阶逐步校正像差的过程,并且此过程与非球面和自由曲面光学设计中应尽量使用较少的项数及变量以满足设计要求的原则一致^[82]。Liu 和 Gross^[83]也提出类似思想,设计了含有自由曲面的 Scheimpflug 成像系统以及光刻系统,并对自由曲面位置选取、自由曲面优化顺序等进行了讨论。

自由曲面的像差理论也可以被用来指导系统优化过程中有针对性的像差校正。Fuerschbach 等^[84]采用 Zernike 多项式自由曲面设计了一款有特殊球形轮廓的离轴三反系统。在设计中的某一阶段,通过观察各类像差的全视场图(FFD),分析出当前系统中的主要像差类型,根据像差理论将可以产生对应像差的自由曲面项的系数设为变量,有针对性地进行优化;接着分析此时系统的主要像差类型,加入新的变量进行优化;以此类推,实现渐进式的优化。例如, Fuerschbach 等在设计该离轴三反系统时,首先基于初级像差理论和高斯光学建立一个同轴三反结构,然后将曲面倾斜,实现离轴消遮拦。将此系统作为供后续优化的初始结构。此时从 FFD 中看出系统像差主要为视场恒量的彗差和像散。根据像差理论,将光阑面上的 Zernike 彗差和像散项系数设为变量进行优化,可以实现上述像差的校正。又例如,在某个阶段,通过 FFD 发现系统中主要的像差为视场线性视场共轭彗差以及视场线性视场共轭像散。根据像差理论,在非光阑面上添加 Zernike 二级像散项以及三叶草项可分别产生上述两种像差。因此可以把非光阑面上的上述面型系数设为变量进行优化。以此类推,最终系统的全视场均方根(RMS)波像差从初始结构的 12λ 下降到 0.0085λ (λ 为工作波段中心波长),像质达到衍射极限。上述设计思路也可被用于自由曲面相机电子取景器^[85-86]、自由曲面成像光谱仪^[3]等系统设计。

对于成像系统设计,像面各视场成像质量的平衡非常关键。这可以通过在优化过程中不断调整各抽样视场子午和弧矢方位的权重值来实现。但现有光学设计软件还存在这方面的局限性,即不会自动

改变视场、方位的权重值。而通过手动方法多次循环修改权重的方法来平衡系统的像质极其复杂和耗时,并且很大程度上依赖于设计人员的经验知识。自由曲面成像系统失去了旋转对称性,在优化时需要抽样更多的视场,从而进一步加大了像面整体成像质量平衡的复杂程度和所需的优化调整时间。如果设计过程中能够实现各视场方位权重值的自动计算和设置,将大大减少人工干预,优化设计后期的工作负担将有效减轻,设计效率将得到很大的提高。Cheng 等^[87]提出了成像系统像面整体像质的自动平衡优化方法,在普通光学设计流程外围添加了一个循环控制层,用于分析系统的成像质量、权重的自动计算和设置。它能促使光学系统在若干次平衡优化后在全视场范围内达到均衡的成像质量,甚至能够提高系统整体的成像性能。该方法大大提高光学系统后期优化设计的效率,减小对设计人员经验的依赖,对需要抽样大量视场的自由曲面光学系统的作用尤其显著。

以上介绍了近年来研究者们提出的一些自由曲面成像系统的优化策略。而完成上述优化策略还需要借助于用于将评价函数最小化的数学优化算法。成像系统的优化一般基于多参数优化。主流的优化算法包括阻尼最小二乘法、适应法,以及商用光学设计软件中提供的一些其他算法,如 CODE V 的全局优化以及阶梯优化,OpticStudio(Zemax)的正交下降优化和锤形优化等。Houllier 和 Lepine^[88]研究了将常规优化算法和粒子群算法、引力搜索算法、布谷鸟搜索算法、协方差矩阵自适应进化策略以及 Nelder&Mead 单纯形搜索算法用于自由曲面棱镜式近眼显示系统优化设计,并将各种算法的优化结果进行了对比。Chrisp 等^[89]提出了用于设计由 NURBS 组成的成像系统的优化算法。传统曲面在优化中的变量是面型系数。而 NURBS 的变量是控制点位置及其权重。整体优化还是基于阻尼最小二乘法。优化过程中使用的雅可比矩阵可以通过整合因微小调整 NURBS 上每个变量引起的光线误差变化得到。Chrisp 等^[90]基于上述算法开发了一款名为 FANO 的程序,实现了 NURBS 的快速且准确的优化,并利用其完成了基于 NURBS 的离轴反射系统的设计。

Yang 等^[91]提出了基于逐点设计过程的自由曲面成像系统的自动化设计框架,根据给定的系统参数与结构要求,实现从无光焦度的简单平面系统到高像质自由曲面成像系统的自动化设计。不同于传

统光学设计是由初始结构选取与后续优化两个相对独立的过程组成,本设计框架是单一的逐点求解过程,无需丰富的设计经验和大量的人工参与。曲面面型的设计不同于传统的依靠软件优化面型系数的方法,而是通过逐点设计方法(CI方法是优选方法)实现。在逐点设计中引入一种单自由度搜索过程来调整曲面位置和倾角。此外,在设计过程中可以选用“像质优先”模式,在畸变值满足一定要求的前提下,有效地提升系统的成像质量。通过几款自由曲面离轴反射系统的设计验证了方法的可行性。

除了优化算法和策略之外,自由曲面成像系统的优化设计还依赖一些其他关键因素。其中,合理建立优化过程中使用的约束条件非常重要。例如,系统的像面大小和系统畸变可以通过约束光线实际像点位置进行控制,焦距可以借助于 ABCD 矩阵进行计算并控制。此外,对于离轴系统设计,需要使用特殊的结构约束条件来消除光线遮拦以及曲面之间的相互干涉,这可以通过控制两点之间的距离或特定点到特定光线的距离实现。但在视场较多或者结构复杂时,约束条件建立过程比较繁琐,且控制条件不合适或者数量不足时,系统可能落入其他形式的遮挡中。Xu 等^[92]针对面对称成像系统,使用“通光四边形”表示两个光学面以及两者之间的通光区域,并且通过通光四边形的关系构建遮挡程度误差函数。Xu 等进一步提出了离轴系统中遮挡自动消除方法,可以帮助设计者处理设计中的光线遮挡问题,以及以共轴系统为出发点获取所需的离轴结构。Cai 等^[93]将上述方法推广到了完全失对称(非面对称)系统的遮拦消除与优化。Xu 等^[94]提出了离轴

结构形式可变的自由曲面系统优化设计方法,可以在设计初期生成不同结构形式的初始结构,并且优化过程中结构形式可变,从而有效拓展了解空间。另外,当成像系统允许使用的自由曲面个数受限时,将系统中哪个面升级成自由曲面是影响系统最终成像质量的关键。除了穷举实验之外,更直接的方法是利用像差理论指导自由曲面位置选择。当系统中主要存在视场恒量像差时,应该将自由曲面放置在距离系统孔径光阑较远的地方。而如果系统中主要存在随视场变化的像差时,应该将自由曲面放置在距离系统孔径光阑较远的地方。另外,Trumper 等^[95]提出了基于参数化适应度函数确定自由曲面在系统中位置的选取策略。

4 自由曲面成像系统的应用

近十年来,自由曲面成像系统的设计与应用成为了应用光学界的研究热点,相关技术得到了快速发展。但事实上自由曲面成像系统并不是最近才出现的。早在 1959 年,Kanolt^[96]发明了一个渐变光焦度眼镜的美国专利。此专利第一次给出了自由曲面的具体解析表达式与各项系数。其采用的自由曲面为不含二次曲面基底的 XY 多项式自由曲面,如图 9(a)所示。曲面不同区域的光焦度有显著的不同。Alvarez^[97]在 1967 年的一个美国专利中提出了一个渐变焦距透镜组的概念,即 Alvarez 透镜。透镜组由一对三次多项式自由曲面透镜组成。当两个透镜发生垂直光轴方向的相对移动时,通过透镜组的光束波面会发生孔径平方特性的变化,也就是系统的焦距发生了变化,如图 9(b)所示。

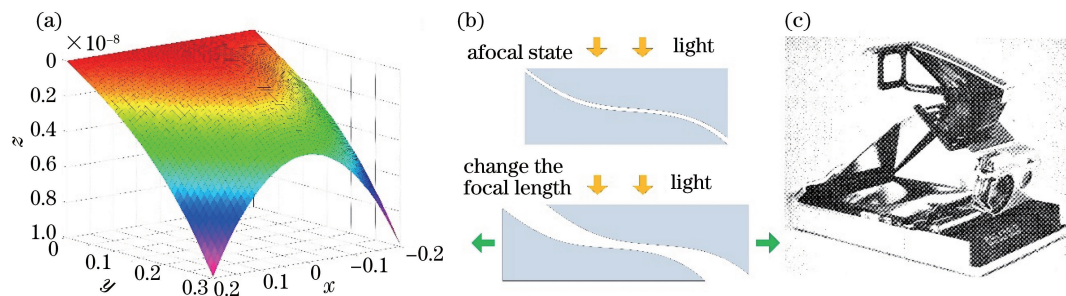


图 9 自由曲面在成像系统中的早期应用。(a)渐变焦距眼镜面型;(b) Alvarez 透镜;(c) Polaroid SX-70 相机^[98-99]
 Fig. 9 Early applications of freeform surface in imaging system. (a) Surface shape of progressive ophthalmic lenses; (b) Alvarez lens; (c) Polaroid SX-70 camera^[98-99]

自由曲面在商用成像系统的最早应用是 1972 年 Baker 设计的 Polaroid SX-70 单反相机,如图 9(c)所示^[98-99]。系统采用了一种特殊的离轴结构,包含一个倾斜的平面镜、一个反射式 Fresnel 聚焦屏、

一个倾斜的凹面镜以及一个倾斜的目镜。光路在系统中是折叠的,结构紧凑。系统使用凹面镜代替了传统占用较大空间的五棱镜来折转光路,且该凹面镜使用了离轴非球面来校正畸变。为了保证图像清

晰,整个系统使用了两个自由曲面光学元件来校正由于偏心倾斜元件引入的像差:一个元件位于目镜上,用于校正像散以及一些其他像差;另一个元件在系统孔径光阑处的自由曲面校正板上,用于校正视场恒量的球差与彗差。两个自由曲面分别使用了不含二次曲面基底的 6 阶与 4 阶 XY 多项式曲面。1986 年,Polaroid 在推出的“Spectra”相机中引入了一对名为“Quintics”的 8 阶自由曲面,用来实现系统从 60 cm 到无限远的渐变对焦距离。1992 年,Polaroid 在名为“Captiva”的相机的取景器中也引入了自由曲面元件。此系统结构与 SX-70 相机类似,其中的凹面镜为自由曲面。

4.1 自由曲面离轴反射式成像系统

与透射式系统相比,反射式系统有许多优点。此类系统没有色差,在很宽的波段范围内都可以保持良好的像质;光学系统中的光路可以折叠,系统透过率高,热稳定性好,不易受到辐射的影响^[82]。此外,反射式系统的曲面相对于透射系统可以做得很大且容易实现轻量化。然而,传统同轴反射系统一般存在中心遮拦,限制了系统的分辨率、入射光能与视场大小^[100]。因此,研究者们开始采用视场离轴、孔径离轴或者倾斜曲面来消除系统的遮拦。但这也极大地增加了系统的设计难度。如前所述,由于系统的旋转对称性被破坏,会产生许多非常规的、有特殊视场依赖特性的像差^[24-27],这些像差难以通过旋转对称的球面或非球面加以校正。因此,当离轴系统需要实现良好的像质时,系统的视场或 F 数往往是受限的。而采用自由曲面可以很好地解决这一问题。相对于球面或者非球面,自由曲面引入的像差形式与曲面偏心倾斜引入的像差形式完全对应。因此自由曲面特别适用于离轴反射式系统的设计。

自由曲面在空间光学离轴反射系统中的最早应用是在 COSTAR(corrective optics space telescope axial replacement)系统中。1990 年 Hubble 望远镜被发射到太空后,人们发现系统存在严重的球差。后来经过分析发现这些球差是由于望远镜主镜的加工误差(二次曲面系数理想值为 -1.0023 ,加工后实际值为 -1.0139)引起的。为了消除像差,研究人员设计了名为 COSTAR 的校正系统并将其置于系统末端。该系统中每个子系统由一个球面反射镜和一个自由曲面反射镜组成,自由曲面的数学描述是 4 阶变形非球面^[101]。此系统于 1993 年随第一次维护改进任务被安装到了 Hubble 望远镜中,并显著地改善了其像质。

Zhu 等^[102]设计了一款小 F 数的自由曲面离轴三反红外成像系统。该系统采用了离轴视场来消除光线遮拦。系统视场大小为 $4^\circ \times 5^\circ$,F 数为 1.38,入瞳直径为 100 mm。此系统的主镜、三镜为自由曲面,次镜为非球面,如图 10(a)所示。此外,该系统设计采用了“主镜-三镜一体化”方案,主镜和三镜的空间位置近似连续,这样可以将两个镜子加工在同一工件上。通过在此工件上加工与次镜同轴的辅助面,可以将非对称系统的装调简化为同轴系统的装调,从而大大降低了系统的装调难度。经实验测定,该系统的噪声等效温差(NETD)为 41 mK,最小可分辨温差(MRTD)在 0.5 cycle/mrad 空间频率处为 93 mK,在 1 cycle/mrad 空间频率处为 229 mK。Beier 等^[103]为欧洲航天局的 PREMIER 任务设计了自由曲面离轴四反无焦系统,作为后续傅里叶变换光谱仪的前置望远系统,最终被一起用于红外临边探测。该系统的主镜与三镜被一体化加工在同一块工件上,次镜与四镜也被一体化加工在同一块工件上,如图 10(b)所示。此系统可实现将垂直方向的人射视场缩小的同时,将水平方向的人射视场放大。采用单点金刚石车削和磁流变抛光加工出的 4 个自由曲面的面型误差 RMS 值均不超过 20 nm。加工出的样机像质在长波红外波段达到了衍射极限。Yang 等^[81]设计了一款加工、装调与面型测试难度较低的紧凑型自由曲面离轴三反系统。系统的主镜与三镜被加工在同一块基底上,形成单一的“主镜-三镜元件”,并且主镜与三镜共用同一曲面表达式,如图 10(c)所示。也就是说,系统的主镜和三镜实际是同一曲面上的不同区域。采用上述设计思路,离轴三反系统的装调自由度从 12 个减少为 6 个(不考虑像面);此外,由于系统的主镜和三镜其实是曲面表达式相同的同一曲面,相比于将表达式不同的镜面集成为同一工件并一体加工的方式,曲面的加工难度得到有效降低;同时,曲面测试的难度与成本也可得到有效降低。例如,如果采用计算全息(CGH)方法进行面型检测,只需制作一个 CGH 元件即可,而不需要针对不同的主镜与三镜曲面制作不同的 CGH 元件。

Fuerschbach 等^[84]借助像差理论设计了一款自由曲面离轴三反红外成像系统,如图 10(d)所示。不同于传统结构形式的离轴三反系统,该系统有一个特殊的“球形轮廓”,光路在系统中是交叠的。系统视场大小为 $8^\circ \times 6^\circ$,F 数为 1.9,入瞳直径为 30 mm,工作在长波红外波段。三个曲面均使用了

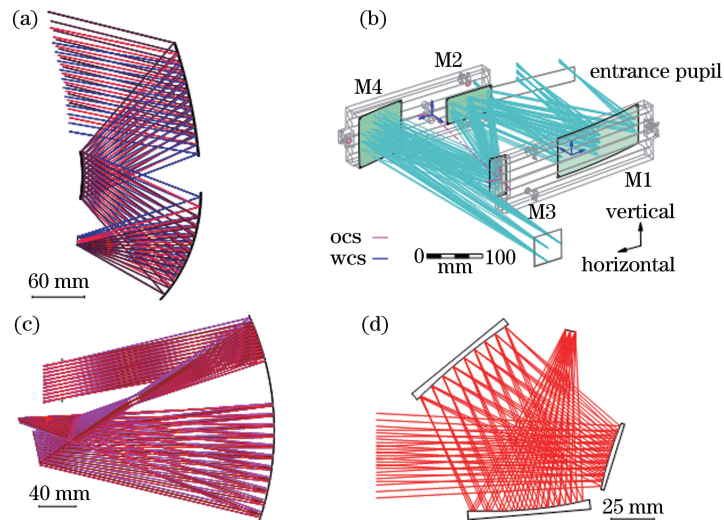


图 10 自由曲面离轴反射式成像系统设计实例。(a)主三镜一体化小 F 数自由曲面离轴三反系统;(b)自由曲面离轴四反无焦望远系统^[103]; (c) 主三镜共用同一曲面方程的自由曲面离轴三反系统^[81]; (d)有特殊球形轮廓的自由曲面离轴三反系统^[84]
 Fig. 10 Design examples of freeform off-axis reflective imaging systems. (a) Freeform off-axis three-mirror system with small F-number and single integrated primary-tertiary mirror element; (b) freeform off-axis four-mirror afocal telescope^[103]; (c) freeform off-axis three-mirror system with integrated primary-tertiary mirror element using the same surface equation^[81]; (d) freeform off-axis three-mirror system with special spherical package^[84]

Zernike 多项式自由曲面。Fuerschbach 等^[104]对加工出的曲面进行了测试,并完成了系统的装调^[105]。最终系统的像质在 10 μm 波长处达到了衍射极限。Muslimov 等^[106]设计与上述系统结构类似的自由曲面离轴三反系统,面型采用了方域内正交的 Legendre 多项式曲面,并采用了超环面形状的曲面探测器,实现了较好的成像质量。

自由曲面在大视场反射式成像系统设计中有重要应用。Zhang 等^[107]设计了一款大视场自由曲面离轴四反式成像系统,系统在弧矢(水平)方向上的视场角达到了 76°,F 数为 6.5,焦距为 550 mm,工作在 450~950 nm 波段范围内,系统的次镜与四镜集成为同一个元件,该系统已经得到成功的工程应用。Meng 等^[108]设计了一款自由曲面离轴三反成像系统,系统在弧矢(水平)方向上的视场角为 30°,子午方向为 1°,焦距达到 1200 mm,F 数为 12,工作在可见光波段。之后 Meng 等^[109]又进一步设计出了视场角为 80°×4°的自由曲面离轴三反系统,并给出了相应的优化设计策略。系统焦距为 1000 mm,F 数为 10。Hou 等^[58]借助三维自由曲面逐点构建方法作出改进并设计了一款视场角为 1°×70°、F 数为 5.8、工作在可见光波段的自由曲面离轴三反系统。此系统与前几个例子的不同之处在于该系统的大视场是在子午方向上。系统的调制传递函数(MTF)在 100 lp/mm 处可以达到衍射极限。Wu

等^[110]设计了一款兼具大视场和小 F 数的自由曲面离轴三反系统,系统视场角为 40°×30°,F 数为 1.39,焦距为 9.3 mm,工作在长波红外波段。另外,对于推扫成像模式下长焦空间光学成像系统,当系统要实现较大的视场角以及更高的分辨率时,系统像面尺寸在大视场方向会变得很大,严重影响系统的实际应用。针对此问题,Jahn 等^[111]提出在系统原始像面后引入自由曲面反射型像面分割模组,将原始长条形像面重新成像到矩形 CMOS TDI 探测器或者按一定方式排布的多个 TDI 条形探测器上,有效减小了系统的整体体积。

成像光谱仪可以实现成像与光谱信息的同时获取,可用于物体探测识别、遥感等,在天文、农业、地质、环境科学等诸多领域有重要应用。将自由曲面运用到成像光谱仪设计中,可以有效提升系统成像质量,并减小系统的体积。Reimers 等^[3]设计了采用全反式 Offner-Chrisp 结构以及 Offner-Chrisp 结构并带有 Mangin 光栅的两款自由曲面成像光谱仪。系统中的色散元件为反射式光栅。系统体积仅为有相似系统参数并采用球面或非球面设计的 1/5。Chen 等^[112]设计了一款离轴反射式成像光谱仪。系统设计时将传统球面反射镜替换为离轴抛物面镜,并进行扩展与整合,最终将系统中的主镜(用于准直)和三镜(用于光束聚焦)集成为同一自由曲面反射元件,有效简化了系统加工与装调。Howard

等^[113]针对 NASA 的沿海海洋生态动态成像系统设计自由曲面离轴反射式成像光谱仪。系统将棱镜作为色散元件。与无法满足系统体积要求的采用旋转对称面型的系统相比,实现类似像质的自由曲面系统使用的元件数量为原来的 2/3(把每一个子系统的离轴三反结构都简化为了离轴两反结构),系统体积减小了 97%。Feng 等^[114]设计了一款折反混合式的包含可见光近红外(VNIR)与短波红外(SWIR)波段的双通道成像光谱仪。系统采用棱镜作为色散元件,并使用了自由曲面反射镜用于校正宽波段的像散。Zhang 等^[115]设计了高光谱自由曲面成像光谱仪,设计过程中借助解偏微分方程构建反射式自由曲面,用于校正系统中的像散。

自由曲面反射式成像系统还可以用于实现某些特殊功能或实现某些特殊的性质。Xu 等^[116]设计了两款自由曲面双通道双视场两档变焦系统。其中一款为离轴四反形式,另一款为离轴三反形式。系统工作在可见光波段。每个系统中都包含了两个通道。每个通道的焦距与视场大小不同,使用的像面也不同。其中的短焦端用于搜索,长焦端用于精细的观测。还有另一种实现双视场双焦距的自由曲面离轴三反系统形式^[60]。系统中的所有曲面中,只有次镜在长焦端与短焦端的两重结构中是不同的。系统中的其他曲面(包括像面)在两重结构中均是相同的且位置不变。两重结构(长焦端与短焦端)对应的不同次镜面型可以被分别加工到一块元件的前后两侧,或者被独立加工后分别安装在一块元件的前后两侧。两重结构的切换通过次镜元件绕 x 或者 y 方向旋转轴的旋转实现。Zhu 等^[117]提出了视场焦距的概念,用于描述系统每个视场的局部成像性质。借助于视场焦距的概念,他们设计了地面分辨率在全视场内近似不变的自由曲面反射式成像系统。此外,研究者们也开展了低误差灵敏度的自由曲面反射式成像系统设计^[118-119]。

4.2 自由曲面目视成像系统

自由曲面在目视成像系统中的典型应用包含头盔显示器、平视显示器、相机电子取景器等。

头盔显示器(HMD)是虚拟现实(VR)与增强现实(AR)系统最常用的设备,在国防、科教、医疗、娱乐等诸多领域有重要的应用。其基本工作原理是将小型显示器产生的图像经过光学系统放大在人眼的远点或明视距离处供人眼观察。为了让用户佩戴更舒适并实现更强的功能,目前头盔显示器向着小型化、轻量化、离轴化方向发展,同时追求更大的视场、

更长的出瞳距、更大的出瞳直径。使用传统球面以及非球面已经难以满足上述设计要求,而使用自由曲面可以较好地解决上述问题。

Cheng 等^[80]设计了一款大视场、大相对孔径的自由曲面楔形棱镜式头盔目视系统,如图 11(a)所示。系统的视场角为 $45^\circ \times 32^\circ$, F 数为 1.875, 出瞳距为 18.25 mm, 出瞳直径达到 8 mm。其中的浸没式 HMD(即显示系统)部分仅由一块楔形棱镜组成。从有机发光二极管(OLED)发出的光线经过两次透射、两次反射后进入人眼。整个系统结构简单、体积小、质量轻。与同等参数的旋转对称式目镜对比,自由曲面显示系统总长仅为后者的 1/2, 质量仅为后者的 1/7。系统在楔形棱镜的前方增加一片自由曲面辅助透镜,使浸没式头盔显示器具有光学透视功能,使得人眼在看到 OLED 图像的同时也能看清外界景物。Hua 等^[120]设计了带有眼动追踪功能的自由曲面视透型棱镜式头盔显示器,另外,大视场、高分辨率显示是 AR 头盔显示技术的重要发展趋势,它强调提升 AR/VR 系统的沉浸感,然而在单像源的 AR 显示器中,视场角和分辨率两者之间存在着严重的相互制约关系。Cheng 等^[121]提出了基于光学自由曲面无缝拼接的超大视场、高分辨率拼接式头盔显示器方案[图 11(b)],消除了大画幅虚拟图像的纱窗效应。针对使用立体显示器过程中人眼的辐辏与聚焦不协调容易导致的视疲劳、眩晕等问题,Cheng 等^[122]给出了基于光学自由曲面的双焦面空间复用真实立体感头盔显示器方案,如图 11(c)所示。系统仅使用了两片自由曲面棱镜,双焦面对应的两路光的视场完全重叠,可以在 0.2D 到 0.8D(D 为视度的单位,即屈光度)的深度范围内实现 30° 视场大小的立体成像。Hu 和 Hua^[123]设计了一款多焦面的自由曲面视透型棱镜式头盔显示器。系统在显示光路实现了分辨率为 $1.8'$ 、对角视场为 40° 的立体成像,并且在透射光路中实现了 $0.5'$ 的分辨率。Song 等^[124]给出了基于光学自由曲面棱镜和微透镜/微结构阵列的光场头盔显示技术方案[图 11(d)],用于缓解辐辏聚焦冲突的问题,实现 AR 技术中的立体显示。Huang 和 Hua^[125]设计了一款基于集成成像技术的光场型头戴显示器。系统使用了可变焦透镜以及自由曲面棱镜提升系统的成像质量,并采用了孔径阵列防串扰。显示光路的视场角达到 $30^\circ \times 18^\circ$, 空间分辨率在 3D 的深度范围内达到了 $3'$ 。透视光路视场角达到了 $65^\circ \times 40^\circ$ 。

除了上述自由曲面棱镜式头盔显示器之外,自

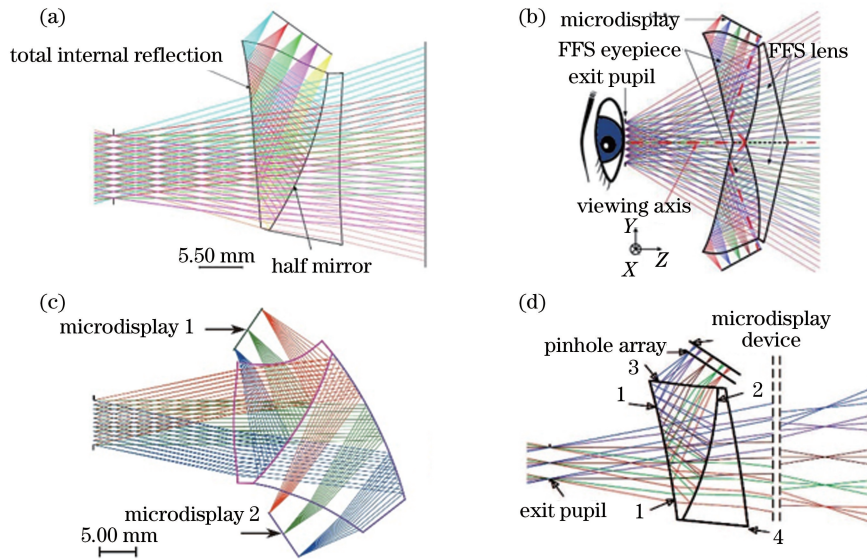


图 11 自由曲面棱镜式头盔显示器设计实例。(a) 自由曲面小 F 数大视场头盔显示器^[80];

(b) 自由曲面拼接棱镜式头盔显示器^[121]; (c) 自由曲面双焦面头盔显示器^[122]; (d) 自由曲面光场头盔显示器^[124]

Fig. 11 Design examples of freeform head-mounted displayer using prisms. (a) Freeform head-mounted displayer with small F-number and large field of view^[80]; (b) freeform head-mounted displayer using stitching prisms^[121]; (c) freeform head-mounted displayer with dual focal planes^[122]; (d) freeform light-field head-mounted displayer^[124]

由曲面在带有合成器的视透型头盔显示器中也得到了应用。这种头盔的结构大多是采用一个中继透镜组和一个半透半反的合成器将微显示器的图像放大在人眼的远点或明视距离处供人眼观察;同时外界信息也可以透过合成器进入人眼。Zheng 等^[126]设计了一款带有合成器的自由曲面视透型头盔显示器,如图 12(a)所示。系统的视场角为 $40^{\circ} \times 30^{\circ}$, F 数为 1.94, 出瞳距大于 60 mm, 出瞳直径达到 15 mm。系统的合成器使用球面。为了校正系统中由于元件离轴倾斜引入的像差,在中继镜组中使用了一个 XY 多项式自由曲面。Li 等^[127]设计了一款视场角为 $45^{\circ} \times 32^{\circ}$ 、F 数为 1.42、出瞳距为 100 mm、出瞳直径为 15 mm 的自由曲面视透型头盔显示器。系统的合成器使用了径向基函数自由曲面(高斯基函数自由曲面),在中继镜组中使用了一个衍射面来校正色差。Wilson 和 Hua^[128]设计了一款带有合成器的视透型头戴显示器,如图 12(b)所示。系统的显示光路通过 Alvarez 透镜组实现 0 到 3D 范围内的动态调焦。此外,自由曲面反射式头盔显示器也得到了发展。这种显示器的特点是没有色差,适用于更宽的波段。此外,采用离轴反射结构可以折叠光路,使系统小巧紧凑。Pan 等^[129]设计了自由曲面两反式头盔显示器。系统视场角为 $24^{\circ} \times 17^{\circ}$, F 数为 3.76, 出瞳距为 15 mm, 出瞳直径为 8 mm。曲面数学描述是 XY 多项式自由曲面。此

种头盔显示器在红外波段也可以工作,这对于佩戴视网膜芯片的患者很有帮助,因为红外光可以更好地为芯片提供能量。Bauer 和 Rolland^[130]设计了两款自由曲面离轴反射式头盔显示器,视场角均大于 20° 。通过将正对于人眼的元件做成半透半反元件,可以实现视透功能。除了上述头盔显示器类型之外,波导型头盔显示器因为其可以实现很薄的镜片厚度以及较大的出瞳直径,受到了越来越多的关注。小型显示器上射出的发散光束首先经过中继光学系统(投影系统)的准直变成平行光束,并通过耦合入光学元件的折射或者衍射而被耦合进平面波导内,接着在满足全反射条件的情况下得以向平面波导的另一端传播,最终被耦合出光学元件并通过折射或者衍射耦合出平面波导(在此过程中也实现扩瞳),并最终到达人眼。将自由曲面引入到波导型头盔显示器的投影系统设计可以有效提升系统成像质量并且减少系统中的元件个数,使系统实现轻量化。Cheng 等^[131]采用几何波导显示技术配合自由曲面投影系统实现了 28° 视场的彩色显示,如图 13(a)所示。系统出瞳直径和出瞳距离分别为 9.6 mm 和 20 mm。Wang 等^[132]在考虑平面波导加工可行性的基础上研制出指标更为先进的原理样机,视场和出瞳直径分别提高到 36° 和 11.6 mm,位于眼前的光学元件厚度为 2.4 mm。Han 等^[133]采用全息波导显示技术配合自由曲面投影系统实现了 45° 视场的单色显示,如

图 13(b)所示。平板波导的厚度为 3 mm,衍射效率达到 87%。Yang 等^[134]采用双层几何波导显示技术

配合自由曲面投影系统实现了 $30^{\circ} \times 60^{\circ}$ 视场的彩色显示,系统出瞳箱大小为 15 mm \times 12 mm。

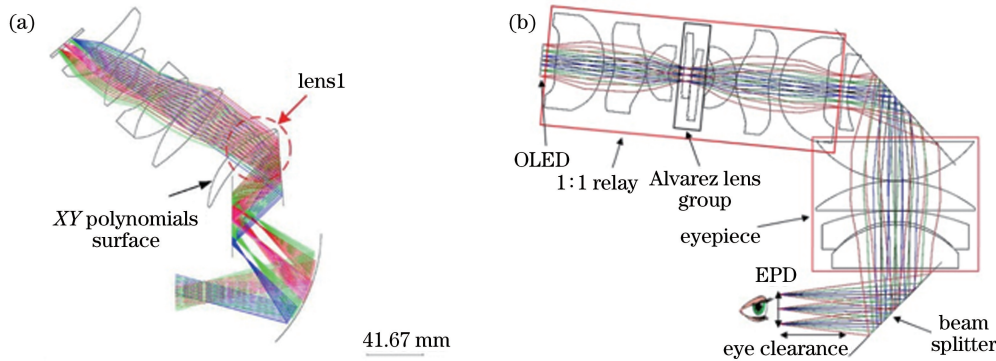


图 12 带有合成器的自由曲面视透型头盔显示器。(a)文献[126]中的设计;(b)文献[128]中的设计
Fig. 12 Freeform see-through head-mounted display with combiner. (a) Design in Ref. [126]; (b) design in Ref. [128]

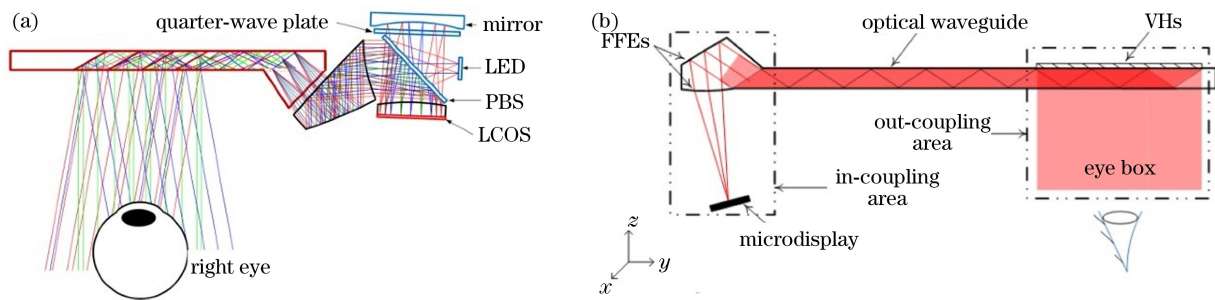


图 13 含有自由曲面的波导型头盔显示器。(a)几何波导^[131];(b)衍射波导^[133]
Fig. 13 Waveguide type head-mounted display with freeform surface. (a) Geometric waveguide^[131]; (b) diffractive waveguide^[133]

平视显示器[又称为抬头显示器(HUD)]通常被用于辅助飞机与汽车驾驶。HUD系统可以使显示器成虚像并叠加到驾驶员面前的实际景物中,这样驾驶员不用转头、低头就能看到仪表盘、导航等信息,提高驾驶的安全性。自由曲面已被成功地用于HUD系统设计。例如,Wei等^[135]设计了一款车用自由曲面离轴三反式HUD系统。Qin等^[136]设计了双焦面的自由曲面反射式HUD系统,可以在两个不同距离处产生虚拟像。上述两个系统中风挡玻璃都参与了显示光路的反射式成像。自由曲面也可以被用于设计波导型HUD系统。此类系统工作原理与波导型头戴显示器类似。Gu等^[137]在波导型HUD系统中使用了自由曲面折反式投影系统,有效地提升了系统成像质量并减小了系统体积和质量。系统视场角达到 $24^{\circ} \times 15^{\circ}$,眼瞳箱大小为 80 mm \times 80 mm,出瞳距为 400 mm。

自由曲面也被成功应用于相机电子取景器的光学设计。Bauer和Rolland^[85]借助于像差理论设计了一款自由曲面两反式的相机电子取景器。系统对

角视场达到 25° ,系统的出瞳直径按照 12 mm 设计,远大于人眼瞳孔直径,保证了使用的舒适度。如果在视空间以 3 mm 的光瞳大小进行评价,系统在 0.5 lp/(')处的调制传递函数(MTF)高于 0.3。Bauer等^[86]还针对专业型摄像机设计了一款自由曲面五反式电子取景器。系统实现了 120 inch (1 inch=2.54 cm)外成 72 inch 大小的虚像。系统眼瞳箱直径达到 12 mm,出瞳距达到 25 mm,在奈奎斯特频率处的 MTF 大于 0.25(以 4 mm 的光瞳大小进行评价)。系统还能实现 $\pm 5D$ 范围内的视度调节。加工出的系统样机有很好的成像质量。

4.3 自由曲面在其他类型成像系统中的应用

除了上述已经介绍的应用之外,自由曲面在成像领域还有一些其他典型应用。

变焦系统可以在一定范围内改变系统的焦距,以实现不同的成像需求。将自由曲面应用到变焦系统设计,可以实现一些特殊的功能或更优的参数。Ma等^[138]设计了一款自由曲面环境变焦物镜,如图 14(a)所示。不同于常规变焦系统中将透镜组进

行前后移动以实现变焦,该系统的变焦是通过将镜头绕着光轴旋转实现的。系统可以观测水平旋转 360° 环形方向内的物体。每个方向内的视场大小在 20° 与 40° 之间变化。为了实现这种特殊功能,系统采用了非对称的 XY 多项式自由曲面。

$f-\theta$ 物镜在扫描系统中有重要的应用。在扫描系统中,一般要求扫描像高与扫描角度成正比,即像高 y 不是与 $\tan \theta$ 成线性关系,而是与 θ 成线性关系,也就是要产生一定量的负畸变。实现这种关系的物镜即为 $f-\theta$ 物镜。传统使用球面的 $f-\theta$ 物镜由很多片透镜组成。如果使用自由曲面,则可以大大减少镜片数量,甚至只使用一片透镜^[11, 139],同时可以有效提高像质,增大视场角。

超近距投影仪能够在狭窄空间中实现高质量的大屏显示,可以避免传统投影仪直射人眼而产生的眩晕以及图像遮拦的现象。相较于传统的设计,将自由曲面引入超近距投影仪可以实现更简单的系统结构、更小的系统体积、更少的元件个数、更好的成像质量、更大的视场、更小的投射比等,这是超近距投影仪的发展方向。2007 年, HITACHI 公司推出了超近距投影仪 HCP-A8^[140], 该投影物镜的折射部分和反射部分都使用了自由曲面,使得其能很好地校正畸变等像差。Nie 等^[54]提出了一种用于超近距投影仪的多视场直接设计方法,设计优化了具有一个现成投影镜头和两个 XY 多项式自由曲面反射镜的超短焦投影仪,将 78.3 inch 屏幕的常规投影距离从 2 m 缩短到 48 cm, 投射比仅为 0.24。Yu 等^[141]设计、制造并测试了一种折反混合式超近距投影仪,如图 14(b)所示。该系统反射部分由一个平面镜及一个自由曲面反射镜组成,设计自由曲面时采用了一种法向加权优化算法,最终系统的投射比达到 0.11,系统最大畸变仅为 0.07%。

光刻机被视为大规模集成电路工业化生产的核心设备,其核心分系统是光刻物镜。在光刻物镜中使用自由曲面可以增大系统的数值孔径或曝光视场,达到更高的系统分辨率,并且可以减少透镜个数,减小系统的设计尺寸。例如, Mann 和 Shafer^[142]给出了采用自由曲面的消遮拦反射式光刻物镜设计。Liu 等^[143]提出了一种离轴反射式光刻物镜的设计方法。该方法以同轴反射系统为起点开始设计,在各个反射镜倾斜角的合理解范围

内搜索找到一组最优解,得到的离轴系统被用于后期优化设计,最终设计得到的自由曲面离轴六反极紫外光刻物镜获得了超过 0.33 的高数值孔径。Mao 等^[144-145]提出一种具有自由曲面的高数值孔径极紫外光刻物镜的设计方法。该方法以非球面初始结构为起点开始设计,使用曲面形状参数来确定删除初始结构中对像质影响较小的元件以及加入自由曲面的位置,并分别设计了折反混合式和离轴反射式的极紫外光刻物镜:折反混合式系统[图 14(c)]含有 25 个光学元件,最终系统的数值孔径为 1.2,其波像差及畸变都明显减小;离轴反射系统含有 6 个反射镜,其中有 4 个自由曲面,数值孔径为 0.35, RMS 波像差为 0.4 nm。

采用传统透镜设计的单孔径光学系统难以满足对光学系统体积、视场和分辨率要求的日益提高,使用微透镜阵列是解决这些问题的有效方式。微透镜阵列的面型和排布方式直接影响系统的视场范围及成像质量,在微透镜阵列设计中使用自由曲面易于实现对入射光线的大角度偏折,从而实现大视场成像,且可以更好地校正像差、得到成像质量更好的优化结果,并可以减小系统体积。Brückner^[146]仿真设计了采用自由曲面面型的复眼成像系统,并通过激光光刻技术完成相关系统的加工^[147]。Li 等^[148]设计并通过单点金刚石车削加工了自由曲面面型的微透镜阵列复眼成像系统,视场角达到 $48^\circ \times 48^\circ$, 厚度为 1.8 mm。Pang 等^[149]设计制造了一个采用光学自由曲面的七子眼仿生复眼,并将 16 块平面 CCD 传感器组成一个 2×8 曲面阵列,配合单层结构的曲面微透镜阵列,获得了 $180^\circ \times 75^\circ$ 视场范围内的无盲区高分辨率图像采集^[150]。

自由曲面还在内窥镜^[151]、汽车和摩托车后视镜^[35, 152]、棱镜组成的超薄相机物镜^[153]、折反式角膜成像系统^[154]、用于实现像面横向平移的棱镜^[62, 155][图 14(d)]、线性波数光谱仪^[156]等系统和元件设计中得到了成功的应用。

以上给出了自由曲面在成像系统中的部分应用实例。可以看出,如果将自由曲面用于成像系统设计,可以实现传统光学系统难以实现的高性能指标,如大视场、大孔径、小 F 数等;同时,也可以实现以往难以实现的特殊系统结构与功能,这在成像系统设计中具有重要的意义。

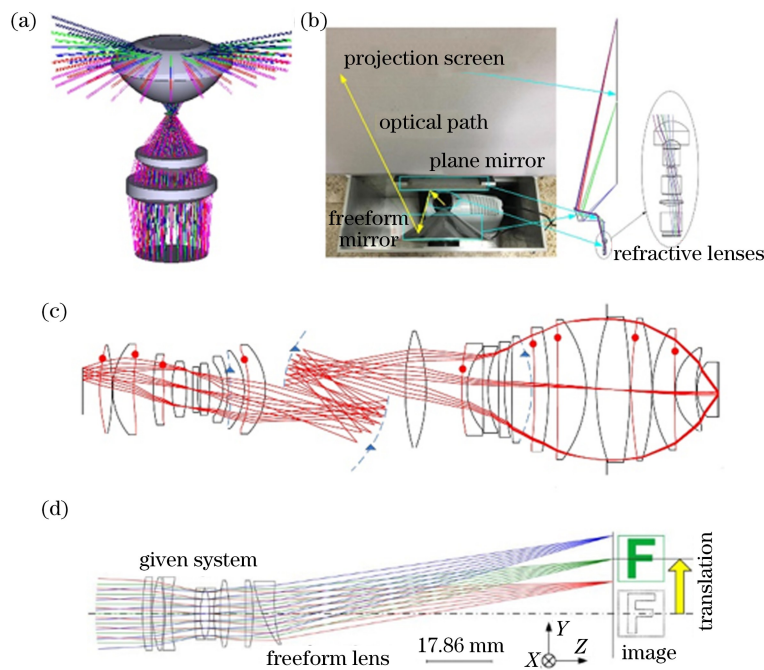


图 14 自由曲面成像系统举例。(a)自由曲面环境变焦物镜^[138]；(b)自由曲面超近距投影仪^[141]；
(c)自由曲面极紫外光刻物镜^[144]；(d)实现像面横向平移的自由曲面棱镜^[62]

Fig. 14 Examples of freeform imaging system. (a) Freeform varifocal panoramic objective^[138]; (b) freeform projection system with ultrashort throw ratio^[141]; (c) freeform deep ultraviolet lithography objective^[144]; (d) freeform prism for transverse image translation^[62]

5 结束语

对自由曲面成像系统设计的研究现状进行了总结。综述了自由曲面的数学描述、像差理论、设计方法以及应用领域。在过去的 10 年间,自由曲面成像光学从设计方法到实际应用方面都有了巨大的突破,被称为是光学设计领域革命性的发展。但是,自由曲面成像系统设计还面临着很多挑战,还有诸多亟待解决的问题以及值得探索的方向。例如:在基础理论方面,需要研究表征能力更强、适用性更广的自由曲面数学描述方式,研究自由曲面成像系统更为普适化的像差理论,研究光学设计在给定自由曲面面型自由度与约束条件下可以达到的大致极限像质(给定像质标准下能达到的大致极限系统参数或给定像质标准和系统参数下需要应用的自由度);在设计方法方面,需要探索更强大的全局优化算法以应对复杂、多参数光学系统设计问题,研究如何在设计过程中综合考虑后续的加工与检测以得到系统面型误差灵敏度和装调灵敏度较低、工艺性更好的系统,研究更为快速、精准、普适的逐点直接算法,研究如何将机器学习和人工智能与自由曲面光学设计更好地结合以有效降低人工参与并且降低系统设计门

槛;在应用方面,则需要进一步从加工和检测方面进行突破,研究自由曲面成像系统的高精度装调方法,有效降低系统研制与生产成本,使得自由曲面成像系统更多地走进消费级产品中,同时推动自由曲面成像光学基础理论、设计方法等在商用光学设计软件中的集成。此外,自由曲面光学还可以和光学领域的其他研究方向相结合,例如计算成像、衍射光学和微纳光学领域。以上只是列举部分自由曲面成像光学的研究方向,但实际可能的发展方向远远不止这些。总之,自由曲面成像光学仍将是光学领域未来的研究热点,相关研究成果将深刻推动应用光学领域的发展,在应用方面不断激发新的可能性,并将深远地改变人们的未来生活。

参 考 文 献

- [1] Thompson K P, Rolland J P. Freeform optical surfaces: a revolution in imaging optical design [J]. Optics & Photonics News, 2012, 23(6): 30-35.
- [2] Wills S. Freeform optics: notes from the revolution [J]. Optics & Photonics News, 2017, 28(7): 34-41.
- [3] Reimers J, Bauer A, Thompson K P, et al. Freeform spectrometer enabling increased compactness

- [J]. *Light: Science & Applications*, 2017, 6(7): e17026.
- [4] Wu R M, Feng Z X, Zheng Z R, et al. Design of freeform illumination optics[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2018, 12(7): 1700310.
- [5] Wu R M, Xu L, Liu P, et al. Freeform illumination design: a nonlinear boundary problem for the elliptic Monge-Ampère equation[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(2): 229-231.
- [6] Liu Z J, Liu P, Yu F H. Parametric optimization method for the design of high-efficiency free-form illumination system with a LED source[J]. *Chinese Optics Letters*, 2012, 10(11): 112201.
- [7] Wang K, Chen F, Liu Z Y, et al. Design of compact freeform lens for application specific light-emitting diode packaging[J]. *Optics Express*, 2010, 18(2): 413-425.
- [8] Feng Z X, Cheng D W, Wang Y T. Transferring freeform lens design into phase retrieval through intermediate irradiance transport[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(22): 5501-5504.
- [9] Wu R, Yang L, Ding Z, et al. Precise light control in highly tilted geometry by freeform illumination optics[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(11): 2887-2890.
- [10] Fang F Z, Zhang X D, Weckenmann A, et al. Manufacturing and measurement of freeform optics[J]. *CIRP Annals*, 2013, 62(2): 823-846.
- [11] Lee R W B, To S S, Cheung B C F. Design, machining and measurement technologies of ultra-precision freeform optics [M]. Beijing: China Machine Press, 2015.
李荣彬, 杜雪, 张志辉. 超精密自由曲面光学设计加工及测量技术 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2015.
- [12] Wang Y T. Ray-tracing formulae for optical surfaces of unusual shape [J]. *Optical Technique*, 1990, 16(5): 2-8.
王涌天. 复杂面型的实际光路追迹 [J]. *光学技术*, 1990, 16(5): 2-8.
- [13] Cheng D W. Study on design methods of freeform imaging systems and their application in head-mounted displays [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2011.
程德文. 自由曲面光学系统设计方法及其在头盔显示技术中的应用研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2011.
- [14] Zernike F. Inflection theory of the cutting method and its improved form, the phase contrast method [J]. *Physica*, 1934, 1(7): 689-704.
- [15] Forbes G W. Characterizing the shape of freeform optics[J]. *Optics Express*, 2012, 20(3): 2483-2499.
- [16] Forbes G W. Shape specification for axially symmetric optical surfaces[J]. *Optics Express*, 2007, 15(8): 5218-5226.
- [17] Broemel A, Lippmann U, Gross H. Freeform surface descriptions. Part I: mathematical representations[J]. *Advanced Optical Technologies*, 2017, 6(5): 327-336.
- [18] Ye J F, Chen L, Li X H, et al. Review of optical freeform surface representation technique and its application[J]. *Optical Engineering*, 2017, 56(11): 110901.
- [19] Cakmakci O, Moore B, Foroosh H, et al. Optimal local shape description for rotationally non-symmetric optical surface design and analysis[J]. *Optics Express*, 2008, 16(3): 1583-1589.
- [20] Piegel L, Tiller W. The NURBS book [M]. 2nd ed. Berlin: Springer, 1997.
- [21] Hopkins H H. Wave theory of aberrations [M]. Oxford: Clarendon Press, 1950.
- [22] Buchroeder R A. Tilted-component telescopes. Part I: theory [J]. *Applied Optics*, 1970, 9(9): 2169-2171.
- [23] Thompson K P, Schmid T, Cakmakci O, et al. Real-ray-based method for locating individual surface aberration field centers in imaging optical systems without rotational symmetry [J]. *Journal of The Optical Society of America A-optics Image Science and Vision*, 2009, 26(6): 1503-1517.
- [24] Thompson K. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(7): 1389-1401.
- [25] Thompson K P. Multinodal fifth-order optical aberrations of optical systems without rotational symmetry: spherical aberration[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2009, 26(5): 1090-1100.
- [26] Thompson K P. Multinodal fifth-order optical aberrations of optical systems without rotational symmetry: the comatic aberrations[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2010, 27(6): 1490-1504.
- [27] Thompson K P. Multinodal fifth-order optical aberrations of optical systems without rotational symmetry: the astigmatic aberrations [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2011, 28(5): 821-836.
- [28] Schmid T, Rolland J P, Rakich A, et al. Separation of the effects of astigmatic figure error from misalignments using Nodal Aberration Theory (NAT)

- [J]. *Optics Express*, 2010, 18(16): 17433-17447.
- [29] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. Extending Nodal Aberration Theory to include mount-induced aberrations with application to freeform surfaces[J]. *Optics Express*, 2012, 20(18): 20139-20155.
- [30] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. Theory of aberration fields for general optical systems with freeform surfaces[J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 26585-26606.
- [31] Yang T, Zhu J, Jin G F. Nodal aberration properties of coaxial imaging systems using Zernike polynomial surfaces[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(5): 822-836.
- [32] Yang T, Cheng D W, Wang Y T. Aberration analysis for freeform surface terms overlay on general decentered and tilted optical surfaces[J]. *Optics Express*, 2018, 26(6): 7751-7770.
- [33] Ju G H, Yan C X, Gu Z Y, et al. Computation of astigmatic and trefoil figure errors and misalignments for two-mirror telescopes using nodal-aberration theory [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(13): 3373-3386.
- [34] Zhu J, Wu X F, Yang T, et al. Generating optical freeform surfaces considering both coordinates and normals of discrete data points [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2014, 31(11): 2401-2408.
- [35] Andrew Hicks R. Controlling a ray bundle with a free-form reflector [J]. *Optics Letters*, 2008, 33(15): 1672-1674.
- [36] Hou J, Li H F, Zheng Z R, et al. Distortion correction for imaging on non-planar surface using freeform lens [J]. *Optics Communications*, 2012, 285(6): 986-991.
- [37] Wassermann G D, Wolf E. On the theory of aplanatic aspheric systems[J]. *Proceedings of the Physical Society Section B*, 1949, 62(1): 2-8.
- [38] Mahajan V N. *Optical imaging and aberrations*[M]. Bellingham: SPIE Press, 1998.
- [39] Vaskas E M. Note on the Wasserman-Wolf method for designing aspheric surfaces [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1957, 47(7): 669-670.
- [40] Knapp D J. *Conformal optical design*[D]. Tucson: The University of Arizona, 2002.
- [41] Cheng D W, Wang Y T, Hua H. Free form optical system design with differential equations[J]. *Proceedings of SPIE*, 2010, 7849: 78490Q.
- [42] Volatier J, Druart G. Differential method for freeform optics applied to two-mirror off-axis telescope design [J]. *Optics Letters*, 2019, 44(5): 1174-1177.
- [43] Volatier J B, Duveau L, Druart G. An exploration of the freeform two-mirror off-axis solution space [J]. *Journal of Physics: Photonics*, 2019, 2(1): 014004.
- [44] Andrew Hicks R, Croke C. Designing coupled freeform surfaces[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2010, 27(10): 2132-2137.
- [45] Minano J C, Gonzalez J C. New method of design of nonimaging concentrators [J]. *Applied Optics*, 1992, 31(16): 3051-3060.
- [46] Minano J C, Benitez P, Gonzalez J C. RX: a nonimaging concentrator [J]. *Applied Optics*, 1995, 34(13): 2226-2235.
- [47] Winston R, Miñano J C, Benitez P G. *Nonimaging optics*[M]. Amsterdam: Elsevier, 2005.
- [48] Miñano J C, Benítez P, Lin W, et al. An application of the SMS method for imaging designs [J]. *Optics Express*, 2009, 17(26): 24036-24044.
- [49] Lin W, Benítez P, Minano J C, et al. Advances in the SMS design method for imaging optics[J]. *Proceedings of SPIE*, 2011, 8167: 81670M.
- [50] Duerr F, Benitez P, Minano J C, et al. Analytic design method for optimal imaging: coupling three ray sets using two free-form lens profiles [J]. *Optics Express*, 2012, 20(5): 5576-5585.
- [51] Duerr F, Benitez P, Minano J C, et al. Analytic free-form lens design in 3D: coupling three ray sets using two lens surfaces[J]. *Optics Express*, 2012, 20(10): 10839-10846.
- [52] Duerr F, Meuret Y, Thienpont H. Potential benefits of free-form optics in on-axis imaging applications with high aspect ratio [J]. *Optics Express*, 2013, 21(25): 31072-31081.
- [53] Nie Y F, Thienpont H, Duerr F. Multi-fields direct design approach in 3D: calculating a two-surface freeform lens with an entrance pupil for line imaging systems[J]. *Optics Express*, 2015, 23(26): 34042-34054.
- [54] Nie Y F, Mohedano R, Benitez P, et al. Multifield direct design method for ultrashort throw ratio projection optics with two tailored mirrors[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(14): 3794-3800.
- [55] Yang T, Zhu J, Hou W, et al. Design method of freeform off-axis reflective imaging systems with a direct construction process [J]. *Optics Express*, 2014, 22(8): 9193-9205.
- [56] Yang T, Zhu J, Wu X F, et al. Direct design of freeform surfaces and freeform imaging systems with a point-by-point three-dimensional construction-iteration method[J]. *Optics Express*, 2015, 23

- (8): 10233-10246.
- [57] Yang T, Zhu J, Jin G F. Starting configuration design method of freeform imaging and afocal systems with a real exit pupil[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(2): 345-353.
- [58] Hou W, Zhu J, Yang T, et al. Construction method through forward and reverse ray tracing for a design of ultra-wide linear field-of-view off-axis freeform imaging systems[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(5): 055603.
- [59] Yang T, Jin G F, Zhu J. Design of image-side telecentric freeform imaging systems based on a point-by-point construction-iteration process[J]. *Chinese Optics Letters*, 2017, 15(6): 062202.
- [60] Yang T, Zhu J, Jin A G. Design of a freeform, dual fields-of-view, dual focal lengths, off-axis three-mirror imaging system with a point-by-point construction-iteration process[J]. *Chinese Optics Letters*, 2016, 14(10): 100801.
- [61] Wu X F, Jin G F, Zhu J. Freeform illumination design model for multiple light sources simultaneously[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(9): 2405-2411.
- [62] Wu X F, Zhu J, Yang T, et al. Transverse image translation using an optical freeform single lens[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(28): E55-E62.
- [63] Yang T, Cheng D W, Wang Y T. Freeform imaging spectrometer design using a point-by-point design method[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(16): 4718-4727.
- [64] Duan Y Z, Yang T, Cheng D W, et al. Design method for nonsymmetric imaging optics consisting of freeform-surface-substrate phase elements[J]. *Optics Express*, 2020, 28(2): 1603-1620.
- [65] Zhong Y, Gross H. Initial system design method for non-rotationally symmetric systems based on Gaussian brackets and nodal aberration theory[J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10016-10030.
- [66] Cao C, Liao S, Liao Z, et al. Initial configuration design method for off-axis reflective optical systems using nodal aberration theory and genetic algorithm[J]. *Optical Engineering*, 2019, 58(10): 105101.
- [67] Papa J C, Howard J M, Rolland J P. Three-mirror freeform imagers[J]. *Proceedings of SPIE*, 2018, 1069: 106901D.
- [68] Papa J C, Howard J M, Rolland J P. Starting point designs for freeform four-mirror systems[J]. *Optical Engineering*, 2018, 57(10): 101705.
- [69] Sasian J M. How to approach the design of a bilateral symmetric optical system[J]. *Optical Engineering*, 1994, 33(6): 2045-2062.
- [70] Chang S. Linear astigmatism of confocal off-axis reflective imaging systems with N-conic mirrors and its elimination[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(5): 852-859.
- [71] Papa J C, Howard J M, Rolland J P. Automatic solution space exploration for freeform optical design[C]//*Optical Design and Fabrication 2019 (Freeform, OFT)*, June 10-12, 2019, Washington, D. C.: OSA, 2019: FM4B. 1.
- [72] Bauer A, Schiesser E M, Rolland J P. Starting geometry creation and design method for freeform optics[J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1): 1756.
- [73] Wetherell W B, Womble D A. All-reflective three element objective: US4240707[P]. 1980-12-23.
- [74] Horisaki R, Takagi R, Tanida J. Deep-learning-generated holography[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(14): 3859-3863.
- [75] Rivenson Y, Zhang Y B, Günaydn H, et al. Phase recovery and holographic image reconstruction using deep learning in neural networks[J]. *Light: Science & Applications*, 2018, 7(2): 17141.
- [76] Jin K H, McCann M T, Froustey E, et al. Deep convolutional neural network for inverse problems in imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, 26(9): 4509-4522.
- [77] Cao Z Y, Guo N, Li M H, et al. Back propagation neural network based signal acquisition for Brillouin distributed optical fiber sensors[J]. *Optics Express*, 2019, 27(4): 4549-4561.
- [78] Zuo C, Feng S J, Zhang X, et al. Deep learning based computational imaging: status, challenges, and future[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(1): 0111003.
- 左超, 冯世杰, 张翔宇, 等. 深度学习下的计算成像: 现状, 挑战与未来[J]. *光学学报*, 2020, 40(1): 0111003.
- [79] Yang T, Cheng D W, Wang Y T. Direct generation of starting points for freeform off-axis three-mirror imaging system design using neural network based deep-learning[J]. *Optics Express*, 2019, 27(12): 17228-17238.
- [80] Cheng D W, Wang Y T, Hua H, et al. Design of an optical see-through head-mounted display with a low f-number and large field of view using a freeform prism[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(14): 2655-2668.
- [81] Yang T, Zhu J, Jin A G. Compact freeform off-axis three-mirror imaging system based on the integration of primary and tertiary mirrors on one single surface[J]. *Chinese Optics Letters*, 2016, 14(6): 060801.

- [82] Fischer R E, Tadic-Galeb B, Yoder P R. Optical system design[M]. New York: SPIE, 2008.
- [83] Liu C, Gross H. Numerical optimization strategy for multi-lens imaging systems containing freeform surfaces[J]. Applied Optics, 2018, 57(20): 5758-5768.
- [84] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. A new family of optical systems employing φ -polynomial surfaces[J]. Optics Express, 2011, 19(22): 21919-21928.
- [85] Bauer A, Rolland J P. Design of a freeform electronic viewfinder coupled to aberration fields of freeform optics[J]. Optics Express, 2015, 23(22): 28141-28153.
- [86] Bauer A, Pesch M, Muschaweck J, et al. All-reflective electronic viewfinder enabled by freeform optics[J]. Optics Express, 2019, 27(21): 30597-30605.
- [87] Cheng D W, Wang Y T, Hua H. Automatic image performance balancing in lens optimization[J]. Optics Express, 2010, 18(11): 11574-11588.
- [88] Houllier T, Lepine T. Comparing optimization algorithms for conventional and freeform optical design[J]. Optics Express, 2019, 27(13): 18940-18957.
- [89] Chrisp M. Method of and system for optimizing NURBS surfaces for an imaging system: US-10437943[P]. 2019-10-08.
- [90] Chrisp M P, Primeau B, Echter M A. Imaging freeform optical systems designed with NURBS surfaces[J]. Optical Engineering, 2016, 55(7): 071208.
- [91] Yang T, Jin G F, Zhu J. Automated design of freeform imaging systems[J]. Light: Science & Applications, 2017, 6(10): e17081.
- [92] Xu C, Cheng D W, Wang Y T. Automatic obscuration elimination for off-axis mirror systems[J]. Applied Optics, 2017, 56(32): 9014-9022.
- [93] Cai D Y, Gross H. Obscuration elimination in three-dimensional nonsymmetrical optical systems[J]. Journal of Physics: Photonics, 2019, 1(4): 044002.
- [94] Xu C, Lai X M, Cheng D W, et al. Automatic optical path configuration variation in off-axis mirror system design[J]. Optics Express, 2019, 27(11): 15251-15261.
- [95] Trumper I, Aftab M, Kim D W. Freeform surface selection based on parametric fitness function using modal wavefront fitting[J]. Optics Express, 2019, 27(5): 6815-6831.
- [96] Kanolt C W. Multifocal ophthalmic lenses: US2878721[P]. 1959-03-24.
- [97] Alvarez L W. Two-element variable-power spherical lens: US3305294[P]. 1967-02-21.
- [98] Plummer W T. Free-form optical components in some early commercial products[J]. Proceedings of SPIE, 2005, 5865: 586509.
- [99] Plummer W T. Unusual optics of the Polaroid SX-70 Land camera[J]. Applied Optics, 1982, 21(2): 196-202.
- [100] Rogers J R. Aberrations of unobscured reflective optical systems[D]. Tucson: The University of Arizona, 1983.
- [101] Bottema M. Reflective correctors for the Hubble Space Telescope axial instruments[J]. Applied Optics, 1993, 32(10): 1768-1774.
- [102] Zhu J, Hou W, Zhang X D, et al. Design of a low F-number freeform off-axis three-mirror system with rectangular field-of-view[J]. Journal of Optics, 2015, 17(1): 015605.
- [103] Beier M, Hartung J, Peschel T, et al. Development, fabrication, and testing of an anamorphic imaging snap-together freeform telescope[J]. Applied Optics, 2015, 54(12): 3530-3542.
- [104] Fuerschbach K, Thompson K P, Rolland J P. Interferometric measurement of a concave, φ -polynomial, Zernike mirror[J]. Optics Letters, 2014, 39(1): 18-21.
- [105] Fuerschbach K, Davis G E, Thompson K P, et al. Assembly of a freeform off-axis optical system employing three φ -polynomial Zernike mirrors[J]. Optics Letters, 2014, 39(10): 2896-2899.
- [106] Muslimov E, Hugot E, Jahn W, et al. Combining freeform optics and curved detectors for wide field imaging: a polynomial approach over squared aperture[J]. Optics Express, 2017, 25(13): 14598-14610.
- [107] Zhang X J, Xue D L, Li M, et al. Designing, fabricating, and testing freeform surfaces for space optics[J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8838: 88380N.
- [108] Meng Q Y, Wang H Y, Wang K J, et al. Off-axis three-mirror freeform telescope with a large linear field of view based on an integration mirror[J]. Applied Optics, 2016, 55(32): 8962-8970.
- [109] Meng Q Y, Wang H Y, Liang W J, et al. Design of off-axis three-mirror systems with ultrawide field of view based on an expansion process of surface freeform and field of view[J]. Applied Optics, 2019, 58(3): 609-615.
- [110] Wu W C, Jin G F, Zhu J. Optical design of the freeform reflective imaging system with wide rectangular FOV and low F-number[J]. Results in Physics, 2019, 15: 102688.

- [111] Jahn W, Ferrari M, Hugot E. Innovative focal plane design for large space telescope using freeform mirrors[J]. *Optica*, 2017, 4(10): 1188-1195.
- [112] Chen L, Gao Z S, Ye J F, et al. Construction method through multiple off-axis parabolic surfaces expansion and mixing to design an easy-aligned freeform spectrometer [J]. *Optics Express*, 2019, 27(18): 25994-26013.
- [113] Howard J, West G, Trumper I, et al. Freeform optical design of two mirror telescopes [EB/OL]. (2015-09-07) [2020-05-09]. https://www.zhanqiaokeyan.com/ntis-science-report_other_thesis/020717857.html.
- [114] Feng L, Zhou J S, Wei L D, et al. Design of a compact wide-spectrum double-channel prism imaging spectrometer with freeform surface[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(31): 9512-9522.
- [115] Zhang J L, Lin C, Ji Z H, et al. Design of a compact hyperspectral imaging spectrometer with a freeform surface based on anastigmatism [J]. *Applied Optics*, 2020, 59(6): 1715-1725.
- [116] Xu C, Cheng D W, Chen J J, et al. Design of all-reflective dual-channel foveated imaging systems based on freeform optics [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(9): 2353-2362.
- [117] Zhu J, Zhang B Q, Hou W, et al. Design of an oblique camera based on a field-dependent parameter [J]. *Applied Optics*, 2019, 58(21): 5650-5655.
- [118] Liu X Y, Gong T T, Jin G F, et al. Design method for assembly-insensitive freeform reflective optical systems[J]. *Optics Express*, 2018, 26(21): 27798-27811.
- [119] Deng Y T, Jin G F, Zhu J. Design method for freeform reflective-imaging systems with low surface-figure-error sensitivity[J]. *Chinese Optics Letters*, 2019, 17(9): 092201.
- [120] Hua H, Hu X D, Gao C Y. A high-resolution optical see-through head-mounted display with eyetracking capability[J]. *Optics Express*, 2013, 21(25): 30993-30998.
- [121] Cheng D W, Wang Y T, Hua H, et al. Design of a wide-angle, lightweight head-mounted display using free-form optics tiling[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(11): 2098-2100.
- [122] Cheng D W, Wang Q F, Wang Y T, et al. Lightweight spatial-multiplexed dual focal-plane head-mounted display using two freeform prisms [J]. *Chinese Optics Letters*, 2013, 11(3): 031201.
- [123] Hu X D, Hua H. High-resolution optical see-through multi-focal-plane head-mounted display using freeform optics [J]. *Optics Express*, 2014, 22(11): 13896-13903.
- [124] Song W T, Wang Y T, Cheng D W, et al. Light field head-mounted display with correct focus cue using micro structure array [J]. *Chinese Optics Letters*, 2014, 12(6): 060010.
- [125] Huang H K, Hua H. High-performance integral-imaging-based light field augmented reality display using freeform optics [J]. *Optics Express*, 2018, 26(13): 17578-17590.
- [126] Zheng Z R, Liu X, Li H F, et al. Design and fabrication of an off-axis see-through head-mounted display with an x - y polynomial surface [J]. *Applied Optics*, 2010, 49(19): 3661-3668.
- [127] Li H, Zhang X, Wang C, et al. Design of an off-axis helmet-mounted display with freeform surface described by radial basis functions [J]. *Optics Communications*, 2013, 309: 121-126.
- [128] Wilson A, Hua H. Design and demonstration of a vari-focal optical see-through head-mounted display using freeform Alvarez lenses [J]. *Optics Express*, 2019, 27(11): 15627-15637.
- [129] Pan J W, Che-Wen C A, Huang K D, et al. Demonstration of a broad band spectral head-mounted display with freeform mirrors [J]. *Optics Express*, 2014, 22(11): 12785-12798.
- [130] Bauer A, Rolland J P. Visual space assessment of two all-reflective, freeform, optical see-through head-worn displays [J]. *Optics Express*, 2014, 22(11): 13155-13163.
- [131] Cheng D W, Wang Y T, Xu C, et al. Design of an ultra-thin near-eye display with geometrical waveguide and freeform optics [J]. *Optics Express*, 2014, 22(17): 20705-20719.
- [132] Wang Q W, Cheng D W, Hou Q C, et al. Stray light and tolerance analysis of an ultrathin waveguide display [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(28): 8354-8362.
- [133] Han J, Liu J, Yao X C, et al. Portable waveguide display system with a large field of view by integrating freeform elements and volume holograms [J]. *Optics Express*, 2015, 23(3): 3534-3549.
- [134] Yang J M, Twardowski P, Gerard P, et al. Design of a large field-of-view see-through near to eye display with two geometrical waveguides [J]. *Optics Letters*, 2016, 41(23): 5426-5429.
- [135] Wei S L, Fan Z C, Zhu Z B, et al. Design of a head-up display based on freeform reflective systems for automotive applications [J]. *Applied Optics*, 2019, 58(7): 1675-1681.
- [136] Qin Z, Lin S, Luo K, et al. Dual-focal-plane augmented reality head-up display using a single picture

- generation unit and a single freeform mirror [J]. *Applied Optics*, 2019, 58(20): 5366-5374.
- [137] Gu L, Cheng D W, Wang Q W, et al. Design of a uniform-illumination two-dimensional waveguide head-up display with thin plate compensator [J]. *Optics Express*, 2019, 27(9): 12692-12709.
- [138] Ma T, Yu J C, Liang P, et al. Design of a freeform varifocal panoramic optical system with specified annular center of field of view [J]. *Optics Express*, 2011, 19(5): 3843-3853.
- [139] Shih B Y. Single F-theta lens used for micro-electro mechanical system (MEMS) laser scanning unit: US7852566 [P]. 2010-12-14.
- [140] Hirata K, Yatsu M. Projection-type image display apparatus: US7670009 [P]. 2010-03-02.
- [141] Yu B H, Tian Z H, Su D Q, et al. Design and engineering verification of an ultrashort throw ratio projection system with a freeform mirror [J]. *Applied Optics*, 2019, 58(13): 3575-3581.
- [142] Mann H J, Shafer D. Imaging optical system and projection exposure installation for microlithography with an imaging optical system of this type: US8610877 [P]. 2013-12-17.
- [143] Liu Y, Li Y, Cao Z. Design method of off-axis extreme ultraviolet lithographic objective system with a direct tilt process [J]. *Optical Engineering*, 2015, 54(7): 075102.
- [144] Mao S S, Li Y Q, Jiang J H, et al. Design of a hyper-numerical-aperture deep ultraviolet lithography objective with freeform surfaces [J]. *Chinese Optics Letters*, 2018, 16(3): 030801.
- [145] Mao S S, Li Y Q, Liu K, et al. Optical design of high numerical aperture extreme ultraviolet lithography objective with freeform surfaces [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(8): 0814002.
毛姗姗, 李艳秋, 刘克, 等. 高数值孔径自由曲面极紫外光刻物镜光学设计 [J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(8): 0814002.
- [146] Brückner A. Multiaperture cameras [M]. New York: CRC Press, 2013: 191-250.
- [147] Dunkel J, Wippermann F, Bruckner A, et al. Laser lithographic approach to micro-optical freeform elements with extremely large sag heights [J]. *Optics Express*, 2012, 20(4): 4763-4775.
- [148] Li L, Yi A Y. Design and fabrication of a freeform microlens array for a compact large-field-of-view compound-eye camera [J]. *Applied Optics*, 2012, 51(12): 1843-1852.
- [149] Pang K, Fang F Z, Song L, et al. Bionic compound eye for 3D motion detection using an optical freeform surface [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2017, 34(5): B28.
庞阔. 基于微透镜阵列的光学成像系统设计与应用的研究 [D]. 天津: 天津大学, 2017.
- [150] Pang K. Study on design and application of optical imaging systems based on micro lens arrays [D]. Tianjin: Tianjin University, 2017.
- [151] Li H, Naples N J, Zhao X, et al. An integrated approach to design and fabrication of a miniature endoscope using freeform optics [J]. *Advanced Optical Technologies*, 2016, 5(4): 335-342.
- [152] Chang C W, Sun H Y, Horng C T, et al. Progressive rear-view mirror for motorcycles [J]. *Optics Express*, 2016, 24(25): 29283-29294.
- [153] Ohde H, Nagata T. Optical design, fabrication, and evaluation of optical systems using free-shaped prism [J]. *Proceedings of SPIE*, 2007, 6834: 68340K.
- [154] Nie Y F, Gross H, Zhong Y, et al. Freeform optical design for a non-scanning corneal imaging system with a convexly curved image [J]. *Applied Optics*, 2017, 56(20): 5630-5638.
- [155] He S F, Meng Y, Gong M L. Freeform lens design to eliminate retroreflection for optical systems [J]. *Applied Optics*, 2018, 57(5): 1218-1224.
- [156] Yoon C, Bauer A, Xu D, et al. Absolute linear-in-k spectrometer designs enabled by freeform optics [J]. *Optics Express*, 2019, 27(24): 34593-34602.