基于自由曲面的大视场离轴反射光学系统设计

操超^{1,2}, 廖胜¹, 廖志远¹*, 白瑜¹, 陈炳旭^{1,3}, 范真节¹

1中国科学院光电技术研究所,四川成都 610209;

³长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

摘要 大视场离轴反射光学系统可以获取丰富的信息资源,是未来空间光学系统的发展趋势。自由曲面在离轴反 射光学系统中的应用可以增大系统视场,但大视场自由曲面离轴反射光学系统初始结构较少,优化过程复杂,设计 难度大。提出了一种大视场自由曲面离轴反射光学系统设计方法,首先基于矢量像差理论与费马原理直接获得成 像质量较好的无遮拦自由曲面初始系统,再对其进行简单优化即可得到最终的大视场自由曲面光学系统。该方法 可以降低大视场自由曲面离轴反射光学系统的设计难度。设计了一个大视场自由曲面离轴三反光学系统,光学系 统视场为 30°×3°,F 数为 2.验证了所提方法的有效性。

关键词 几何光学;离轴反射系统;自由曲面;大视场 中图分类号 O436 **文献标志码** A

doi: 10.3788/AOS202040.0808001

Design of Off-Axis Reflective Optical System with Large Field-of-View Based on Freeform Surfaces

Cao Chao^{1,2}, Liao Sheng¹, Liao Zhiyuan^{1*}, Bai Yu¹, Chen Bingxu^{1,3}, Fan Zhenjie¹

¹Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China; ²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³ School of Opto-Electronic Engineering, Changchun University Of Science and Technology,

Changchun, Jilin 130022, China

Abstract The off-axis reflective optical system with large field-of-view can obtain more abundant information resources, which is the development trend of the future space optical systems. The application of freeform surfaces in off-axis reflective optical systems can increase the field-of-view, but freeform off-axis reflective optical systems with large field-of-view are difficult to design due to fewer initial configurations and complicated optimization processes. In this paper, a design method for the freeform off-axis reflective optical system with large field-of-view is proposed. First, the unobscured freeform initial system with good imaging quality is directly obtained based on the vector aberration theory and the Fermat principle. Then, the final freeform off-axis reflective optical system with large field-of-view. A freeform off-axis three-mirror optical system with a field-of-view of $30^{\circ} \times 3^{\circ}$ and an *F* number of 2 is designed, which verifies the effectiveness of the proposed method.

Key words geometric optics; off-axis reflective optical system; freeform surface; large field-of-view OCIS codes 080.1005; 080.2740; 080.4035; 080.4228

1引言

未来全球范围内的高技术竞争主要体现为信息 技术的竞争,空间遥感技术作为一种获取信息资源 的手段,在海洋监测、军事侦察、资源普查、灾情防救 等领域有着重要应用^[1-2]。离轴反射光学系统具有 无遮拦、无色差、光路可折叠、便于轻量化等优点,被 广泛应用于空间遥感光学领域^[3-5]。大视场离轴反 射光学系统可以获取更加丰富的信息资源,是未来 空间光学系统的发展趋势。自由曲面是一种非旋转

²中国科学院大学,北京 100049;

收稿日期: 2019-12-12; 修回日期: 2019-12-24; 录用日期: 2019-12-31

基金项目:国家自然科学基金(61501429)

^{*} E-mail: liaozhiyuan1@163.com

对称面型,具有很强的非对称像差能力,优化设计自 由度多,因此自由曲面在离轴反射光学系统中的应 用可以增大系统视场,满足未来空间光学系统越来 越高的应用需求。但大视场自由曲面离轴反射光学 系统由于初始结构较少,优化过程复杂,设计难度大。

传统的大视场自由曲面离轴反射光学设计方法 是首先获取同轴的光学系统初始结构,再进行离轴 和优化设计,进而得到最终的光学系统[6-7]。由于同 轴系统初始结构与最终离轴系统结构偏差较大,因 此优化设计过程复杂。孟庆宇等[8]和姚艳霞等[9]提 出用一种视场扩展的方法设计大视场自由曲面离轴 反射光学系统,首先选取一个视场较小的离轴反射 光学系统,再将系统视场逐步扩大并进行优化,最终 得到满足要求的大视场自由曲面光学系统。Hou 等^[10-11]提出用一种三维构建迭代方法(C-I Method) 来设计大视场自由曲面离轴反射光学系统,首先给 定一个简单的光学系统布局,再通过逐点计算的方 法直接获得大视场自由曲面初始光学系统。李娜 等[12-13] 也提出了一种大视场自由曲面离轴反射光学 系统设计方法,首先从专利中选取一个具有简单面 型的离轴系统初始结构,再通过逐点计算的方法得到 大视场自由曲面初始系统。大视场自由曲面初始系 统的性能会受所给定的光学系统布局或初始结构的 影响,但比较好的光学系统结构参数初值很难给出。

本文提出了一种大视场自由曲面离轴反射光学 系统设计方法,首先基于矢量像差理论,在解空间范 围内获得像差较小的无遮拦二次曲面初始系统,二 次曲面初始系统具有较小的像差,可以减少系统所 使用的自由曲面的数目和面型复杂度;再根据费马 原理计算得到成像质量较好的自由曲面初始系统, 自由曲面初始系统经过简单优化后即可得到最终的 大视场自由曲面离轴反射光学系统。该方法可以降 低大视场自由曲面离轴反射光学系统的设计难度。 设计了一个大视场自由曲面离轴三反光学系统,光 学系统成像质量好,验证了该方法的有效性。

2 设计原理

2.1 二次曲面初始系统设计

矢量像差理论^[14-15]可以用来描述非旋转对称光 学系统的像差场分布规律,根据矢量像差理论可以 计算采用不同离轴方式的离轴反射光学系统的初级 矢量波像差系数^[16]。本文通过元件倾斜的方式避 免光线发生遮拦,元件倾斜对系统像差的影响可以 用一个位移矢量 σ_j表示,σ_j表示第 j 面的像差场中 心相对于轴对称系统的像差场中心的偏移矢量,因 此离轴反射光学系统的有效视场为

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{A}\,j} = \boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_{j}\,, \qquad (1)$$

式中:H_{Aj}表示有效视场;H表示归一化视场。

根据矢量像差理论可以获得离轴反射光学系统 的初级矢量波像差系数为

$$\begin{cases} C_1 = \sum_j W_{040j} \\ C_2 = \sum_j W_{131j} (\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_j) \\ C_3 = \frac{1}{2} \sum_j W_{222j} (\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_j)^2 \\ C_4 = \sum_j W_{220Mj} [(\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_j) \cdot (\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_j)] \\ C_5 = \sum_j W_{311j} [(\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_j) \cdot (\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_j)] (\boldsymbol{H} - \boldsymbol{\sigma}_j) \end{cases}$$

(2)

式中: C_1 为球差系数; C_4 为场曲系数; C_2 为彗差系数; C_3 为像散系数; C_5 为畸变系数; W_j 为对应同轴光学系统的初级波像差系数,不受元件倾斜的影响。

离轴反射光学系统的初级矢量波像差系数是其 对应同轴系统的初级波像差系数和位移矢量的函数,通过近轴光线追迹计算其对应同轴光学系统的 初级波像差系数,近轴光线追迹模型如图1所示,近 轴光线追迹模型由光瞳面S₀和其余反射镜面S₁~



Fig. 1 Paraxial ray-tracing model

 S_k 组成, $d_0 \sim d_k$ 表示表面之间的间隔, $r_1 \sim r_k$ 表示 反射镜的半径,k为反射镜数目。

通过近轴光线追迹可以获得边缘光线在反射镜 上的入射孔径角 u 和出射孔径角 u',主光线在反射 镜上的入射孔径角 \bar{u} 和出射孔径角 \bar{u}' ,边缘光线与 主光线在反射镜上的入射高度 h 和 \bar{h} ,利用近轴光 线追迹数据可以计算对应同轴光学系统的初级波像 差系数,文献[17-18]介绍了详细的计算过程。

通过真实光线追迹计算球面部分与非球面部分 的位移矢量,真实光线追迹模型如图 2 所示。光轴 光线(OAR)为中心视场的主光线, O_1 、 O_2 、 O_3 为反 射镜顶点; N_1 、 N_2 、 N_3 为顶点处的法向量; α_1 、 α_2 、 α_3 为反射镜相对于 OAR 的倾斜角;光路布局可用光 学设计软件 Code V 里面的倾斜方式"Decenter and bend"实现。假定光学系统关于 YOZ 平面对称,因 此位移矢量的 X 分量 σ_{jx} 均为 0。





图 2 真实光线追迹模型 Fig. 2 Real ray-tracing model

反射镜球面部分位移矢量与非球面部分位移矢 量的 Y 分量σ^{sph}_iνσ^{asph[16]}分别为

$$\begin{cases} \sigma_{jy}^{\text{sph}} = \frac{-\alpha_j}{\bar{u}_j + \bar{h}_j c_j}, \\ \sigma_{jy}^{\text{asph}} = 0 \end{cases}$$
(3)

式中: α_j 为第j个反射镜的倾斜角; \bar{u}_j 和 \bar{h}_j 为主光 线在第j个反射镜上的入射孔径角和入射高度; c_j 为第j个反射镜的曲率。

利用近轴光线追迹数据和真实光线追迹数据, 可以计算任意视场的初级矢量波像差系数,二次曲 面初始系统具有较小的像差,可以减少光学系统所 使用的自由曲面数量和面型复杂度,任意视场的初 级像差系数的绝对值之和可以表示为

$$F(\mathbf{H}) = \omega_{1} \| C_{1}^{\text{sph}} + C_{1}^{\text{asph}} \| + \omega_{2} \| C_{2}^{\text{sph}} + C_{2}^{\text{asph}} \|_{1} + \omega_{3} \| C_{3}^{\text{sph}} + C_{3}^{\text{asph}} \|_{1} + \omega_{4} \| C_{4}^{\text{sph}} + C_{4}^{\text{asph}} \| + \omega_{5} \| C_{5}^{\text{sph}} + C_{5}^{\text{asph}} \|_{1}, \qquad (4)$$

式中:上标 sph 和 asph 分别表示球面部分与非球面 部分的像差系数; $\omega_1 \sim \omega_5$ 为对应项的权重。

离轴反射光学系统是一种非对称光学系统,为 了全面有效地评价二次曲面初始系统的性能,通过 视场采样的方法建立了二次曲面初始系统的性能评 价函数,评价函数主要由采样视场的初级波像差系 数和焦距约束条件组成,也可以根据需要增加其他 约束条件,性能评价函数为

$$G = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N} F(\boldsymbol{H}_{m}) + \boldsymbol{\omega}_{6} \left| f' + h_{0} / u'_{k} \right|, \quad (5)$$

式中: ω_{6} 为焦距约束条件的权重; H_{m} 表示第m个采 样视场;N表示总的采样视场数目;f'表示光学系 统焦距; h_{0} 表示边缘光线在入瞳面上的入射高度; u'_{k} 表示边缘光线在最后一个反射镜上的出射孔径角。

二次曲面初始系统的性能评价函数是关于系统 结构参数的函数,评价函数的函数值越小,表示二次 曲面初始系统性能越好,通过遗传算法在系统结构 参数范围内优化求解评价函数的最小值,进而获得 二次曲面初始系统的结构参数。

2.2 自由曲面初始系统设计

基于费马原理计算不同光线与反射镜交点的理 想法向量^[19],将交点坐标与法向量进行拟合获得自 由曲面的面型参数数据^[20]。首先将视场和光瞳进 行均匀采样,获得采样光线的视场坐标和光瞳坐标。 光线采样原理如图 3 所示,由于系统关于 YOZ 面对 称,因此只需对一半视场范围内的视场进行采样。

自由曲面面型参数的计算是通过联合 CODE V 软件和 Matlab 软件实现的, Matlab 软件通过调 用 CODE V 里面的光线追迹命令"RSI"来获得采样 光线与二次曲面初始系统的交点坐标, 再基于费马 原理,利用 Matlab 软件求解采样光线与反射镜交点 的理想法向量。理想法向量计算原理图如图 4 所示。

假设待设计曲面为 S_i ,通过光线追迹获得采样 光线与 S_i 和 S_{i-1} 面的交点 P_i 和 P_{i-1} 。如果采样光 线与像面的交点为理想像点 P_{ideal} ,基于费马原理可 知从 P_i 到 P_{ideal} 的光程为极值,因此光程的一阶变分 为零^[19],即

$$\delta S = \delta \int_{\mathbf{P}}^{\mathbf{P}_{\text{ideal}}} n \, \mathrm{d}s = 0 \,, \tag{6}$$

式中:S为**P**_i到**P**_{ideal}的光程;ds 表示路径长度的微分;n 为折射率。







图 4 理想法线量计算原理图

Fig. 4 Schematic of ideal normal calculation

理想像点 P_{ideal} 的坐标可以根据系统焦距和采 样光线的视场坐标获得^[21],根据(6)式可以求得理 想成像时,采样光线与 S_{i+1} 面的交点 P_{i+1} 。根据反 射定律可以获得点 P_i 对应的理想法向量N:

$$\begin{cases} \mathbf{N} = \frac{\mathbf{r}'_{i} - \mathbf{r}_{i}}{|\mathbf{r}'_{i} - \mathbf{r}_{i}|} \\ \mathbf{r}_{i} = \frac{\mathbf{P}_{i} - \mathbf{P}_{i-1}}{|\mathbf{P}_{i} - \mathbf{P}_{i-1}|} \\ \mathbf{r}'_{i} = \frac{\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_{i}}{|\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_{i}|} \end{cases}$$
(7)

在计算自由曲面的面型参数时,保持采样光线 与反射镜的交点坐标不变,求解交点所对应的理想 法向量,当获得所有采样光线与待设计曲面交点所 对应的理想法向量后,通过对交点坐标及理想法向 量进行拟合获得自由曲面的面型参数数据,重复以 上过程直到获得所有待设计曲面的面型参数数据, 之后通过迭代进一步提高自由曲面初始系统的成像 质量。 经过上述两步可以直接在解空间范围内获得成 像质量较好的自由曲面初始系统,再利用光学设计 软件对自由曲面初始系统进行简单优化即可得到最 终的大视场自由曲面离轴反射光学系统,大视场自 由曲面离轴反射光学系统的设计流程如图 5 所示, *M* 表示待设计的自由曲面数目。

3 设计实例

基于所提方法设计了一个大视场自由曲面离轴 三反光学系统,光学系统参数如表1所示,采用倾斜 表面的方式避免光线发生遮拦,光学系统的视场角 范围为X方向-15°~15°,Y方向-1.5°~1.5°。

表 1 表 1 系统参数 Table 1 System specifications

ruble i bystem speemeutons			
Parameter	Specification		
Wavelength range	$8-12 \ \mu m$		
Focal length	200 mm		
F-number	2		
Field of view	$30^{\circ} \times 3^{\circ}$		
Pixel size	$30 \ \mu m$		

离轴三反系统的光阑位于次镜时有利于实现大视场,因此入瞳到第一个反射镜的距离 d₀应满足以下关系:

$$d_{0} = \frac{d_{1}r_{1}}{r_{1} - 2d_{0}},$$
(8)

式中:*d*₁为主镜和次镜间的距离;*r*₁为主镜的曲率 半径。

在整个工作视场范围内均匀采样了 36 个视场 点, $\omega_1 \sim \omega_4$ 为1, ω_5 为0.1,二次曲面初始系统性能评 价函数为

$$G = \frac{1}{36} \sum_{m=1}^{36} F(\boldsymbol{H}_m) + |f' + h_0/u'_3|, \quad (9)$$

式中:u3表示边缘光线在三镜上的出射孔径角。



图 5 大视场自由曲面离轴反射光学系统设计流程

Fig. 5 Design flow of freeform off-axis reflective optical system with large field-of-view

通过遗传算法在解空间范围内优化求解评价函数的最小值,获取二次曲面初始系统结构参数值,性能评价函数的收敛曲线如图 6 所示。解空间范围和优化结果如表 2 所示,其中 k1、k2、k3表示反射镜的二次常数,可以通过调整结构参数的上下限来获得一个具有合理布局的二次曲面初始系统结构。



Fig. 6 Convergence curve of performance evaluation function

表 2 结构参数范围和优化结果

 Table 2 Range of configuration parameters and optimization results

·F				
Parameter	Range	Result		
d_1/mm	[-250, -150]	-153.5396		
d_2 /mm	[150, 250]	150.0030		
r_1 /mm	[-700, -50]	-684.7247		
r_2 /mm	[-600, -50]	-186.5801		
r_3 / mm	[-600, -50]	-250.3525		
k_{1}	[-10, 10]	-1.5062		
k_{2}	[-10, 10]	1.4190		
k_{2}	[-10, 10]	0.2719		
$\alpha_1 / (°)$	[20, 30]	20.1834		
$\alpha_2 / (^{\circ})$	[-35, -20]	-24.4260		
$\alpha_3 / (°)$	[10, 20]	10.4194		

二次曲面初始系统的光路布局如图 7(a)所示, 光学系统光路无遮拦;点列图均方根(RMS)直径如 图 7(b)所示,在整个视场范围内点列图均方根直径



astigmatism; (d) coma

分布均匀,表明二次曲面初始系统在视场范围内具 有比较均衡的成像质量;像散如图 7(c)所示,两个 像散节点都在视场内;彗差如图 7(d)所示,彗差主 要由不随视场变化的常量彗差组成,参考波长 λ 为 10 μm。

在设计自由曲面初始系统时,在一半视场范围 内均匀采样了9个视场点,在光瞳范围内均匀采样 了43个光瞳坐标,因此总共有387条采样光线。通 过拟合待设计曲面与采样光线的交点及法向量获得 自由曲面的面型参数值,自由曲面采用xy多项式 自由曲面,为了使系统关于YOZ 面对称,仅使用含 x 偶次项的多项式项,多项式最高次数为5,不同阶 段的初始系统光路布局如图8所示。

在自由曲面初始系统设计过程中,光学系统的 光线会聚效果越来越好。最终迭代后得到的自由曲 面初始系统的点列图均方根直径如图 9(a)所示,与 二次曲面初始系统相比,点列图均方根直径平均值 减小了 65.3%;自由曲面初始系统的畸变如图 9(b) 所示,最大相对畸变为 1.5%,自由曲面初始系统畸 变较小。

基于矢量像差理论与费马原理,在解空间范围 内直接获得了成像质量较好的自由曲面初始系统,





Fig. 8 Optical layout of initial systems at different stages. (a) Initial system with conic surfaces; (b) initial system with one freeform surface; (c) initial system with two freeform surfaces; (d) initial system with three freeform surfaces;
 (e) freeform initial system after iteration

降低了后续优化设计的难度。为了进一步提高自由 曲面初始系统的成像质量,通过光学设计软件对自 由曲面初始系统进行优化,优化后的大视场自由曲 面离轴三反光学系统的光路布局如图 10(a)所示, 光学系统结构紧凑;光学系统点列图均分根直径如 图 10(b)所示,最大点列图直径为 19.63 μm,小于探 测器像元尺寸(30 μm);光学系统波前均方根误差 如图 10(c)所示,最大波像差为 0.0768λ;光学系统



图 9 自由曲面初始系统性能。(a) 点列图均方根直径;(b) 畸变网格

Fig. 9 Performance of freeform initial system. (a) RMS spot diameter; (b) distortion grid



(c)波前均方根误差;(d)畸变网格;(e)调制传递函数

Fig. 10 Performance of designed freeform off-axis three-mirror system with large field-of-view. (a) Optical layout;(b) RMS spot diameter; (c) RMS wavefront error; (d) distortion grid; (e) MTFs

畸变网格如图 10(d)所示,光学系统畸变较小,最大 相对畸变为 0.32%;光学系统调制传递函数(MTF) 如图 10(e)所示,调制传递函数接近衍射极限,其中 ANG 表示角度,Diff. Limit 表示衍射极限。以上结 果表明,大视场自由曲面离轴反射光学系统具有较 好的成像质量,光学系统自由曲面的多项式系数如 表 3 所示。

表 3 三个自由曲面的多项式系数值

Table 3	Polynomial	coefficients	of three	freeform	surfaces

Item	Primary mirror	Second mirror	Tertiary mirror
у	-5.1137×10^{-2}	-5.4110×10^{-2}	-3.6189×10^{-2}
x^2	$5.2745 imes 10^{-5}$	$3.7460 imes 10^{-4}$	$5.5739 imes 10^{-4}$
y^2	-1.8617×10^{-5}	-2.7492×10^{-4}	4.3028×10^{-4}
x^2y	2.8671×10^{-7}	-4.0055×10^{-7}	-6.0778×10^{-8}
y^3	3.9537×10^{-7}	1.2279×10^{-6}	1.1036×10^{-7}
x^4	-1.3673×10^{-9}	1.7385×10^{-8}	2.5519×10^{-9}
$x^2 y^2$	-3.1399×10^{-9}	1.3595×10^{-8}	3.7733×10^{-9}
\mathcal{Y}^4	-1.7176×10^{-9}	-6.1106×10^{-9}	1.0958×10^{-9}
x^4y	1.4517×10^{-12}	-8.5103×10^{-11}	7.3138×10^{-13}
$x^2 y^3$	-1.5300×10^{-12}	-1.1303×10^{-10}	$2.6900 imes 10^{-12}$
y^5	-3.1858×10^{-13}	-1.5388×10^{-11}	2.1149×10^{-12}
x^6	$5.6636 imes 10^{-15}$	0	2.3129×10^{-14}
$x^4 y^2$	2.1556×10^{-14}	0	$3.0424 imes 10^{-14}$
$x^2 y^4$	2.0234×10^{-14}	0	-2.4011×10^{-14}
\mathcal{Y}^{6}	7.1070×10^{-15}	0	1.9419×10^{-14}

4 结 论

针对大视场自由曲面离轴反射光学系统设计难 度较大的问题,提出了一种大视场自由曲面离轴反 射光学系统设计方法。首先基于矢量像差理论在解 空间范围内获得像差较小的无遮拦二次曲面初始系 统结构,再利用费马原理计算得到自由曲面初始系 统结构。自由曲面初始系统具有较好的成像质量, 可以降低系统后续优化设计的难度。设计了一个大 视场自由曲面离轴三反光学系统,光学系统视场为 30°×3°,F数为2,光学系统成像质量好,结构紧凑。 该方法可以降低大视场自由曲面离轴反射光学系统 的设计难度,也可以用于设计其他类型的自由曲面 离轴反射光学系统。

参考文献

[1] Gong D, Wang H. Optical design of large field and low distortion coaxial three mirror system with freeform surfaces[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0722001.

巩盾, 王红. 含有自由曲面的大视场低畸变同轴三反射光学系统设计 [J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0722001.

- [2] Ni D W, Li X Y, Yang M Y, et al. Large field of view space-based optical detection system based on freeform surfaces[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38 (11): 1122003.
 倪栋伟,李旭阳,杨明洋,等.基于自由曲面的大视场天基探测光学系统[J].光学学报, 2018, 38(11): 1122003.
- [3] Zhu J, Hou W, Zhang X D, et al. Design of a low Fnumber freeform off-axis three-mirror system with rectangular field-of-view [J]. Journal of Optics, 2015, 17(1): 015605.
- [4] Zhang X, Zheng L G, He X, et al. Design and fabrication of imaging optical systems with freeform surfaces [J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8486: 848607.
- [5] Fuerschbach K, Davis G E, Thompson K P, et al. Assembly of a freeform off-axis optical system employing three *q*-polynomial Zernike mirrors [J]. Optics Letters, 2014, 39(10): 2896-2899.
- [6] Li X Y, Ni D W, Yang M Y, et al. Design of large field of view space camera optical system based on freeform surfaces [J]. Acta Photonica Sinica, 2018, 47(9): 0922003.
 李旭阳, 倪栋伟,杨明洋,等.基于自由曲面的大视场空间相机光学系统设计[J].光子学报, 2018, 47(9): 0922003.
 [7] Meng Q Y, Wang H Y, Wang Y, et al. Off-axis
- [7] Meng Q Y, Wang H Y, Wang Y, et al. Off-axis three-mirror freeform optical system with large linear field of view [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(10): 1018002.
 孟庆宇,汪洪源,王严,等. 大线视场自由曲面离轴 三反光学系统设计 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(10): 1018002.
- [8] Meng Q Y, Wang H Y, Liang W J, et al. Design of off-axis three-mirror systems with ultrawide field of view based on an expansion process of surface freeform and field of view[J]. Applied Optics, 2019, 58(3): 609-615.
- [9] Yao Y X, Yuan Q, Chen L, et al. Freeform surface design method combined with surface and field of view optimization [J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47(10): 1018001.
 姚艳霞,袁群,陈露,等.结合面型和视场优化策略的自由曲面设计方法[J]. 红外与激光工程, 2018,
- [10] Hou W, Zhu J, Yang T, et al. Construction method through forward and reverse ray tracing for a design

47(10): 1018001.

of ultra-wide linear field-of-view off-axis freeform imaging systems [J]. Journal of Optics, 2015, 17: 055603.

- [11] Tang R R, Zhang B Q, Jin G F, et al. Multiple surface expansion method for design of freeform imaging systems[J]. Optics Express, 2018, 26(3): 2983-2994.
- [12] Li N, Huang Y. Design of large-field and low-distortion freeform space optical system with 3D construction method [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0322001.
 李娜,黄颖.基于三维构建法的大视场低畸变自由曲面空间光学系统设计[J].光学学报, 2016, 36(3): 0322001.
- [13] Wang C. Research on characterization function and application of freeform surface [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2014.
 王超.自由曲面表征函数及其应用研究[D].长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2014.
- [14] Thompson K. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2005, 22(7): 1389-1401.
- [15] Thompson K P. Aberration fields in tilted and decentered optical systems [D]. Tucson: University of Arizona, 1980.
- [16] Cao C, Liao S, Liao Z Y, et al. Initial configuration

design method for off-axis reflective optical systems using nodal aberration theory and genetic algorithm [J]. Optical Engineering, 2019, 58(10): 105101.

- [17] Cao C, Liao Z Y, Bai Y, et al. Initial configuration design of off-axis reflective optical system based on vector aberration theory [J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68(13): 134201.
 操超,廖志远,白瑜,等.基于矢量像差理论的离轴 反射光学系统初始结构设计[J].物理学报, 2019, 68(13): 134201.
- [18] Cao C, Liao S, Liao Z Y, et al. Design of cooled freeform-surface off-axis reflective optical system[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(11): 1122001. 操超,廖胜,廖志远,等.制冷型自由曲面离轴反射光学系统设计[J].光学学报, 2019, 39(11): 1122001.
- [19] Yang T, Zhu J, Wu X F, et al. Direct design of freeform surfaces and freeform imaging systems with point-by-point three-dimensional constructioniteration method[J]. Optics Express, 2015, 23(8): 10233-10246.
- [20] Zhu J, Wu X F, Yang T, et al. Generating optical freeform surfaces considering both coordinates and normals of discrete data points [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2014, 31(11): 2401-2408.
- [21] Yang T, Jin G F, Zhu J. Automated design of freeform imaging systems[J]. Light: Science & Applications, 2017, 6(10): e17081.