

基于角反射器不均匀分布模型的卫星形状效应研究

关博文^{1,2}, 安宁^{2*}, 范存波^{2,3}, 刘承志^{2,3}, 温冠宇², 高健², 张海涛², 苗澍苗^{1,2}

¹中国科学院大学, 北京 100049;

²中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站, 吉林 长春 130117;

³中国科学院空间目标与碎片观测重点实验室, 中国科学院紫金山天文台, 江苏 南京 210008

摘要 卫星形状效应是阻碍卫星激光测距 (SLR) 系统测距精度向毫米级发展的重要因素之一。基于卫星角反射器的实际分布, 提出了角反射器不均匀分布 (RUD) 模型, 计算了激光入射角与参与 SLR 过程的卫星角反射器个数、分布、反射强度的关系, 分析讨论了卫星形状效应对 SLR 回波数据残差分布、卫星质心改正 (CoM) 值产生的影响。结果表明, 与现有 CoM 模型不同, 利用 RUD 模型计算得到的参与 SLR 反射的角反射器个数随激光入射角变化, 角反射器分布分散且不对称, 同纬度各角反射器反射激光强度不同, SLR 回波波形中“拖尾效应”明显, 与实测结果相符。同时, 利用 RUD 模型得到的 CoM 值随激光入射角呈动态变化。对于 Lageos-1 卫星, 长春站 CoM 平均值为 248.1 mm, 在国际激光测距服务组织的参考范围之内。

关键词 遥感; 卫星激光测距; 卫星形状效应; 角反射器; 卫星质心改正

中图分类号 P228.5

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0728001

Satellite Signature Effects Based on the Retroreflector Uneven Distribution Model

Guan Bowen^{1,2}, An Ning^{2*}, Fan Cunbo^{2,3}, Liu Chengzhi^{2,3}, Wen Guanyu², Gao Jian²,
Zhang Haitao², Miao Shuzhuo^{1,2}

¹University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

²Changchun Observatory, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences,
Jilin, Changchun 130117, China;

³Key Laboratory of Space Object and Debris Observation, Purple Mountain Observatory,
Chinese Academy of Sciences, Jiangsu, Nanjing 210008, China

Abstract The millimeter accuracy of a satellite laser ranging (SLR) system is often hindered by the satellite signature effects. Based on the actual distribution of the satellite retroreflectors, the retroreflector uneven distribution (RUD) model is proposed in this study. The relationships between laser incident angles and the number, distribution, and reflection intensity of the retroreflectors that have participated in the SLR reflection are calibrated and discussed, while the effects of satellite signature on the echo signal residual and center-of-mass correction (CoM) are analyzed in detail. Results indicate that compared with the common CoM model, the participant retroreflectors are dispersedly and asymmetrically distributed, and their number is a function of laser incident angles. The reflection intensity for each reflector at the same satellite latitude is different and the retroreflected pulse is observed to be broader than the transmitted pulse with significant tailing effect. The above results agree with the experimental results. In addition, the CoM value obtained using RUD model dynamically varies with the laser incident angle. For Lageos-1, the average CoM of Changchun Station is 248.1 mm, which is consistent with the reference range accepted by the international laser ranging system.

Key words remote sensor; satellite laser ranging; satellite signature effect; retroreflector; centre-of-mass correction

OCIS codes 280.3400; 280.5600; 000.4430

收稿日期: 2019-11-02; 修回日期: 2019-12-03; 录用日期: 2019-12-09

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(61605220)

* E-mail: ann@cho.ac.cn

1 引 言

作为目前大地空间测量技术精度最高的一种技术,卫星激光测距(SLR)利用高精度计时器记录了激光脉冲往返观测站到卫星的时间,精确计算了两者间距离。SLR 技术突破了超声波测距及其他光学测距技术的局限,提供了一种具有全天时、高精度、抗干扰等特点的先进的空间手段,对监测大陆板块移动、地壳形变、地球自转和极移及地球上海洋潮汐变化等研究具有重要意义^[1-5]。

在 SLR 系统中,由角反射器排列位置引起的卫星形状效应使系统的回波脉冲分布发生明显改变,激光脉冲被展宽。特别对于 Lageos-1、Lageos-2、Ajisai 等表面布满角反射器的球形地球动力学卫星,卫星形状效应将导致卫星的质心改正(CoM, C_{CoM})值难以确定,直接影响了 SLR 系统的测距精度与卫星定轨精度^[6]。

为了解决上述问题,通常采用数学建模对卫星形状效应进行仿真,再通过几何光学及雷达方程得到卫星的 CoM 值。1994 年 Neubert^[7]提出卷积方法,对卫星形状效应进行建模分析,计算了不同球形卫星的 CoM 值。2000 年范建兴等^[8]通过概率密度函数建立了 CoM 模型。2003 年 Otsubo 等^[9]分析了测站参数对 CoM 值的影响,讨论了 SLR 实际回波与理论模型函数的差异。2015 年赵群河等^[10]对角反射器的有效雷达截面面积进行拟合,建立了以激光相对卫星的入射方向为变量的卫星形状效应概率模型。2018 年刘源等^[11]结合长春站观测数据,分析了 Lageos-1、Stella、Ajisai 等球形卫星的形状效应。目前,有关卫星形状效应的研究中均假设角反射器呈均匀分布,且卫星表面不存在空隙。但事实上,卫星角反射器分布不均匀,这将直接影响卫星形状效应的计算精度及 SLR 的测距精度的提高。因此,现有的 CoM 理论模型对精确评估卫星形状效应及 CoM 值尚具有局限性。

本文基于卫星角反射器的实际分布,结合激光雷达方程和单光子探测器统计特性,提出并建立用于分析卫星形状效应的角反射器不均匀分布(RUD)模型。基于所建模型,计算激光入射方向与参与 SLR 过程的角反射器个数、角反射器分布以及各角反射器反射激光强度的关系,讨论卫星形状效应对 SLR 回波数据残差分布及卫星 CoM 值的影响。最后,结合长春站测站参数及实测结果对上述仿真结果进行分析与验证。

2 角反射器不均匀分布模型的建立

在现有的 CoM 模型中,角反射器假设呈均匀分布,截止角内所有的角反射器均参与 SLR 的反射过程。卫星的 CoM 值 C_{CoM} 采用光学截面积分布函数及积分法求得^[8,10]

$$C_{CoM} = \int_0^{\phi_{\max}} (R \cos \phi - L \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi}) \cdot \frac{(\phi_{\max} - \phi)^2 \sin \phi}{\int_0^{\phi_{\max}} (\phi_{\max} - \phi)^2 \sin \phi d\phi} d\phi, \quad (1)$$

式中: ϕ 为入射角; L 为角反射器顶角到入射面的距离; R 为卫星半径; n 为角反射器折射率; ϕ_{\max} 为最大截止角。对于 Lageos-1, ϕ_{\max} 为 0.75 rad ^[8]。

事实上,由于工艺条件及安装方式的限制,卫星的角反射器实际分布并不均匀。以 Lageos-1 为例,Lageos-1 表面具有 422 个可见光角反射器和 4 个红外角反射器,如图 1 所示,角反射器沿卫星经向呈疏-密-疏的不均匀分布排列,表 1 为 Lageos-1 角反射器具体分布情况^[12-13]。另外,由于 Lageos-1 角反射器未镀膜,各角反射器的反射率将随激光入射角及位置角不断变化^[13]。



图 1 Lageos-1 实物图

Fig. 1 Actual image of Lageos-1

为了研究卫星形状效应对 SLR 测距的影响,基于卫星角反射器的实际分布及结构特性,提出角反射器不均匀分布模型。该模型针对各角反射器的激光反射特性,将激光在卫星上的入射位置设为自变量,用求和计算替代现有 CoM 模型中的积分方法,对参与反射的角反射器分别求解再进行求和累加,得到激光反射后的强度随时间的函数,最后求解卫星的 CoM 值。

在不考虑大气与衍射效应的情况下,假设 SLR 系统激光发射脉冲为高斯光束。当激光脉冲到达目标卫星时,脉冲光束将均匀覆盖整个卫星,角反射器

表 1 Lageos-1 角反射器分布
Table 1 Retroreflectors distribution in Lageos-1

Ring number	Number of cubes	Latitude / (°)	Angle between cubes / (°)
1	32	4.865	11.250
2	32	13.252	11.250
3	31	22.982	11.613
4	31	31.231	11.613
5	27	40.961	13.333
6	23	50.691	15.652
7	18	60.421	30.000
8	12	70.151	30.000
9	6	79.881	60.000
10	1	90.000	360.000

间不存在互相干扰。单个角反射器接收的能量密度函数 $I(t)$ 由高斯函数表示, 即

$$I(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2\right], \quad (2)$$

式中: σ 为 0.425 倍激光脉宽; μ 为由于卫星形状效应带来的相对时间延迟; t 为时间。

根据雷达方程, 反射的能量密度函数 $P(t)$ 可以表示为

$$P(t) = \tau I(t), \quad (3)$$

式中: τ 为卫星角反射器的反射系数, 由角反射器相对反射面积 S 和角反射器反射率 n_{ref} 两部分组成, 即

$$\tau = n_{\text{ref}} S. \quad (4)$$

对于 Lageos-1, 角反射器入射面为圆形切割面, 角反射器的光学截面积分布函数 $S(\phi)$ 与入射角 ϕ 相关, 相对有效反射面积为^[10]

$$S(\phi) = \frac{2}{\pi} \left\{ \arcsin \sqrt{1 - 2 \tan^2 \left[\arcsin \left(\frac{1}{n} \sin \phi \right) \right]} - \sqrt{2} \left[\arcsin \left(\frac{1}{n} \sin \phi \right) \right] \sqrt{1 - 2 \tan^2 \left[\arcsin \left(\frac{1}{n} \sin \phi \right) \right]} \right\} \cdot \cos \phi, \quad (5)$$

式中: n 为角反射器折射率。

角反射器的反射率 n_{ref} 是远场衍射强度与入射强度之比^[13]。由于 Lageos-1 的角反射器存在光行差补偿和光学损耗, 本文根据文献[13]中 Lageos-1 角反射器的测试数据拟合得到角反射器反射率 n_{ref} 关于激光入射角 ϕ 和位置角 θ 的函数:

$$n_{\text{ref}} = y(\phi, \theta). \quad (6)$$

从(4)~(6)式可以看出, 单个角反射器的

反射系数随着激光入射角 ϕ 和位置角 θ 变化而不断变化。设激光的入射方向向量为 \mathbf{u} , i 为参与 SLR 过程的角反射器的序号, 则参与 SLR 过程的角反射器的入射角 ϕ_i 与位置角 θ_i 分别为

$$\begin{aligned} \phi_i &= \arccos \left(\frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i}{|\mathbf{u}_i| |\mathbf{v}_i|} \right), \quad (7) \\ \theta_i &= \left| \arccos \left(\frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{|\mathbf{A}| |\mathbf{B}|} \right) - \alpha_i \right| \\ \mathbf{A} &= \mathbf{v}_i \times \mathbf{z} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{u} \times \mathbf{z}, \quad (8) \end{aligned}$$

式中: \mathbf{v}_i 为角反射器方向向量, 由卫星球坐标系下的角反射器的纬度和经度求得^[10]; α_i 为角反射器安装角。

已知参与 SLR 过程的角反射器的时间延迟为^[8]

$$\mu_i = \frac{1}{c} (R \cos \phi_i - L \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi_i}), \quad (9)$$

式中: L 为角反射器顶角到入射面的距离; R 为卫星半径; c 为光速。

将上述结果代入(2)式, 分别求解每个参与反射的角反射器能量密度函数, 并进行累加求和, 则卫星的整体激光能量密度分布函数 $P_u(t)$ 为

$$P_u(t) = \sum_{i=1}^k P_i(t), \quad (10)$$

式中: k 为参与反射的角反射器数量。由于卫星相对于观测站在运动, 从观测站发射的激光将在卫星表面沿轨迹 l 发生相对移动。对激光沿卫星表面运动轨迹 l 进行积分及归一化, 可得卫星反射能量的概率密度函数 $p(t)$ 为

$$p(t) = \frac{\int P_u(t) dl}{\iint P_u(t) dl dt}. \quad (11)$$

对(11)式求解概率密度函数的数学期望, 则卫星的 CoM 值 C_{CoM} 为

$$C_{\text{CoM}} = \int_{-\infty}^{+\infty} c^2 t p(ct) dt. \quad (12)$$

3 模拟结果与讨论

为了验证 RUD 模型的适用性及合理性, 利用(3)~(11)式, 结合表 2 长春人卫站 SLR 系统参数及观测结果, 对卫星 Lageos-1 的形状效应进行了数值仿真及讨论。

图 2 为激光从 Lageos-1 北极入射时利用两种模型得到的卫星角反射器激光反射强度分布的仿真图与 1975 年 Lageos-1 发射前实验图^[12]。与实验图

表 2 长春站 SLR 系统基本参数

Table 2 Parameters of SLR system in Changchun station

Parameter	Value
Quantum efficiency of SPAD η_q	0.2
Single pulse laser energy emitted by laser E /mJ	1
Full width at half maximum τ_{FWHM} /ps	50
Efficiency of laser emission optical system K_t	0.7
Effective area of the receiving telescope A_r /m ²	0.251
Receiving efficiency of telescope K_r	0.5
Atmospheric transmittance (sunny weather) T	0.8
Divergence angle of emitting laser beam θ_t /(")	10

相比,利用 CoM 模型得到的卫星角反射器的激光反射强度分布连续、对称。这是因为在 CoM 模型中,角反射器假设呈均匀分布,各角反射器间不存在间隙,角反射器的激光反射强度只与卫星光学截面积分布函数有关。而在 RUD 模型中,角反射器实际分布不均匀,各角反射器之间存在表面间隙且 Lageos-1 北极处的角反射器为红外角反射器。因此,利用 RUD 模型得到的卫星角反射器激光反射强度分布离散、不对称。另外,由于采用了带光行差补正的远场衍射数计算反射强度,RUD 模型模拟结果与实验结果存在略微差异,但分布图像基本一致。

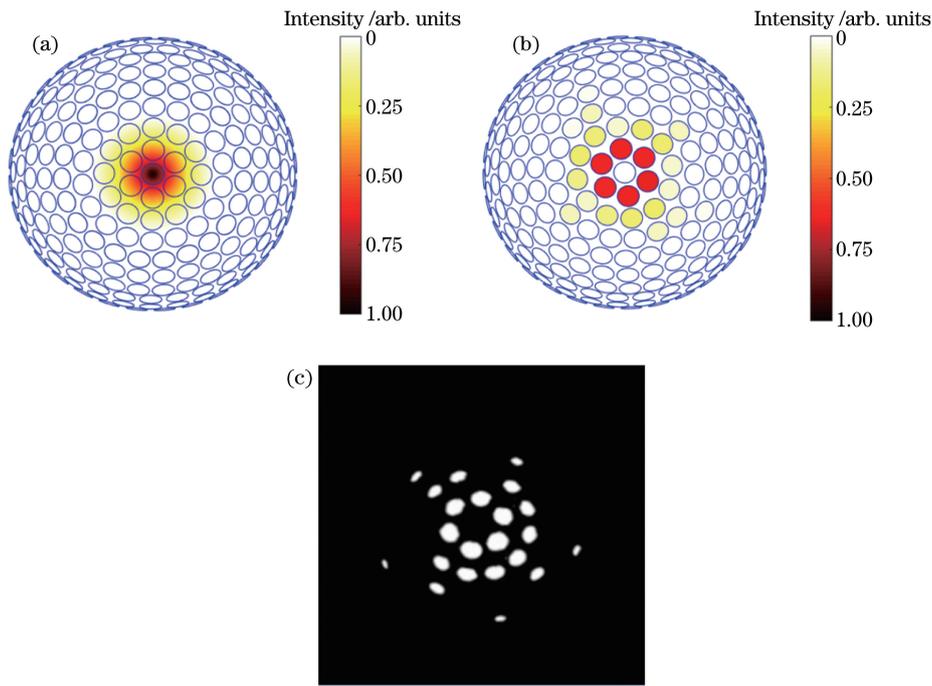


图 2 北极入射时 Lageos-1 角反射器激光反射强度分布图。(a) CoM 模型;(b) RUD 模型;(c) 实验结果^[12]

Fig. 2 Reflection intensity distribution of retroreflectors in Lageos-1 with the incident angle from the north pole of satellite.

(a) CoM model; (b) RUD model; (c) experiment results^[12]

图 3 是 Lageos-1 同纬度的角反射器分布情况。从图中可以看出,纬度为 70.151°处共有 12 个角反射器以 30°为间隔均匀分布。为了研究 RUD 模型下 Lageos-1 卫星同纬度角反射器反射强度的关系,假设激光从卫星北极入射,利用(2)~(8)式对上述角反射器激光反射强度进行了仿真计算,结果如图 4 所示。

由图 4 可知,当激光从 Lageos-1 北极入射时,利用 CoM 模型计算得到的同纬度各角反射器反射强度相同,反射系数为 0.29;利用 RUD 模型得到的同纬度各角反射器反射强度不同,反射强度与各角

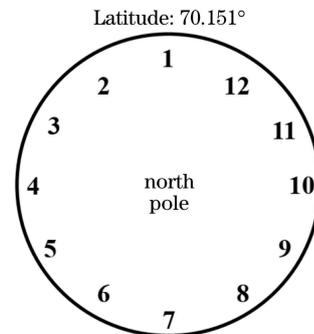


图 3 Lageos-1 纬度为 70.151°的角反射器分布图
Fig. 3 Retroreflectors distribution at 70.151° latitude in Lageos-1

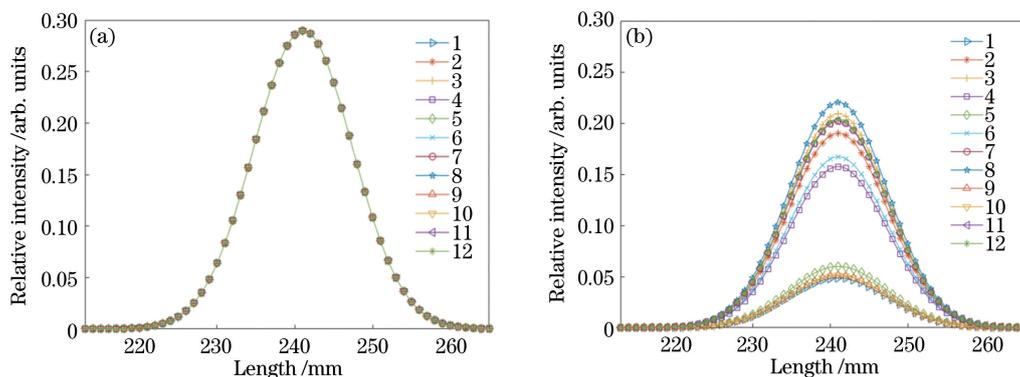


图 4 激光从 Lageos-1 北极入射时同纬度(70.151°)角各反射器强度分布。(a) CoM 模型;(b) RUD 模型
 Fig. 4 Reflected intensity of each retroreflector at 70.151° latitude in Lageos-1 with the incident angle from the north pole of satellite. (a) CoM model; (b) RUD model

反射器的位置角有关,同纬度下 RUD 模型的反射强度均小于 CoM 模型。由(8)式计算可知,角反射器 8 的位置角为 41°,同纬度下最接近远场反射率函数极值点为 46.7°,因此角反射器 8 反射系数最高,反射强度最大。随着各角反射器的位置角变化,各角反射器的反射系数存在明显差异,角反射器 1、9、10 的远场反射系数低于 0.05,反射强度过低,无法有效反射激光,这与图 3(c)实验结果一致。

图 5 为具有不同入射方向的 Lageos-1 角反射器激光反射分布的 RUD 模型数值仿真图。其中,采用经纬坐标表示激光入射方向。从图中可以看出,参与 SLR 反射过程的角反射器个数随激光入射方向不断变化,各个角反射器反射强度分布存在明显差异,这表明卫星形状效应不仅与角反射器的实际分布有关,更与激光脉冲入射方向有着紧密的联系。

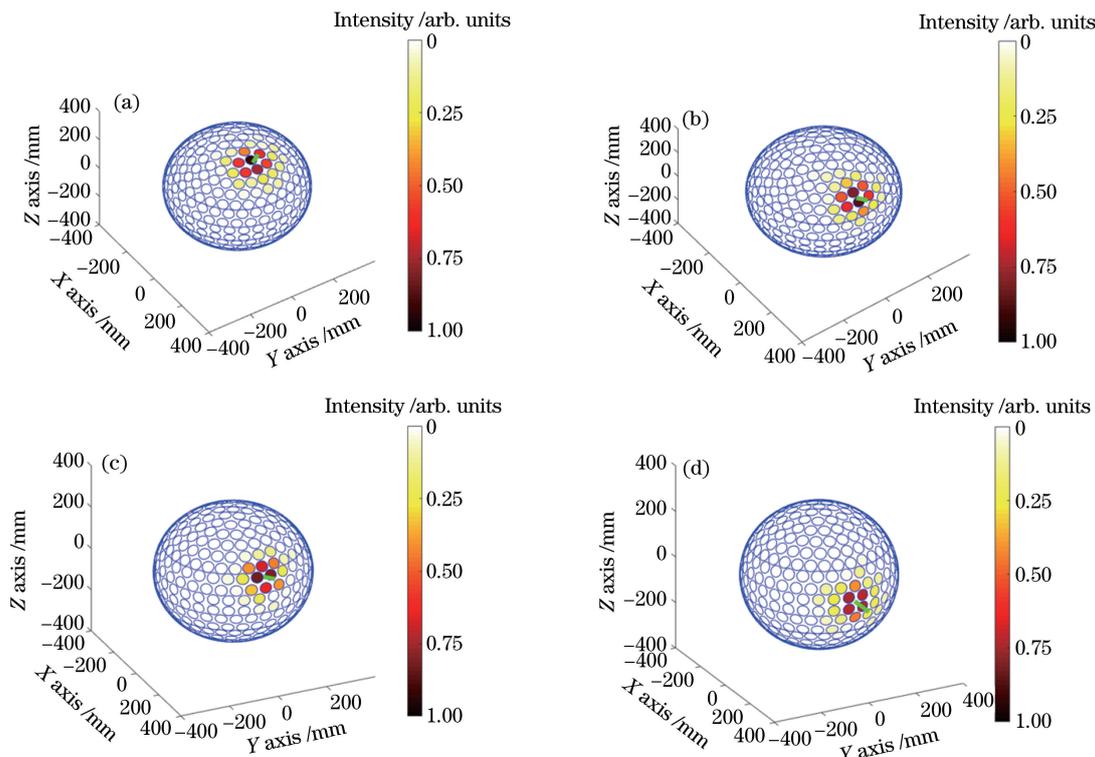


图 5 RUD 模型下不同激光入射方向的 Lageos-1 角反射器激光反射强度分布图。(a) (0°,67.5°);(b) (0°,45°);
 (c) (0°,22.5°);(d) (0°,0°)

Fig. 5 Reflected intensity distribution in Lageos-1 with different laser incident angles simulated by RUD model.
 (a) (0°,67.5°); (b) (0°,45°); (c) (0°,22.5°); (d) (0°,0°)

为了进一步验证 RUD 模型的适用性及准确性,基于激光雷达方程和单光子探测器统计特性,结合长春站系统参数,对上述卫星回波的模拟数据进行了探测器响应函数卷积及 SLR 数据处理(3 倍中误差)^[14]。图 6 为 Lageos-1 卫星回波残差分布仿真

图及实测数据。为了保证实验数据有效且可靠,选取 2019 年 10 月 12 日晚 10 点天气状况良好时超过 30 min 的观测数据,最大高度角为 63° ,观测起止高度角大于 20° ,观测时段大于 20 min,弧段连续,回波清晰。

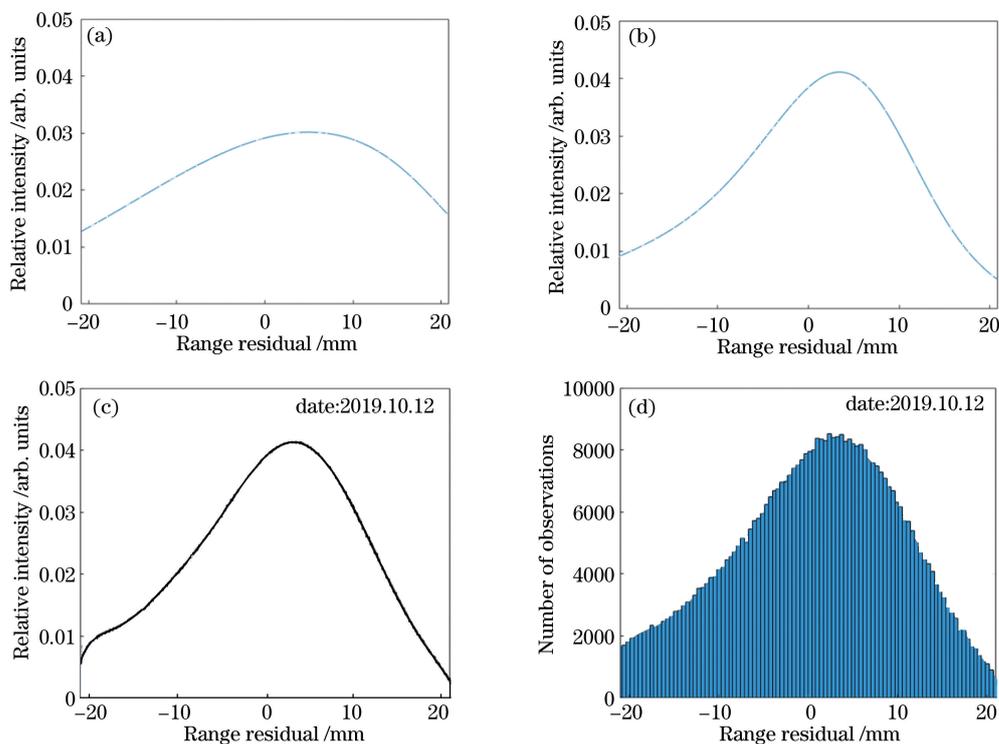


图 6 SLR 中 Lageos-1 卫星回波残差分布图。(a) CoM 模型;(b) RUD 模型;(c)(d)长春站实测数据

Fig. 6 Echo signal residual distributions of Lageos-1 in SLR. (a) CoM model; (b) RUD model; (c)(d) experiment results obtained at Changchun observation

在少光子 SLR 系统中,归一化后的回波残差分布可看作是 SLR 系统回波脉冲的能量分布^[9]。图 6 表明,与 SLR 系统发射的高斯脉冲相比,利用 CoM 模型及 RUD 模型得到的 SLR 回波脉冲明显展宽,且呈不对称分布。与实测数据相比,利用 CoM 模型得到的回波波形曲线平缓,分布较广,相对对称;利用 RUD 模型得到的 SLR 回波波形曲线陡峭,能量分布集中,拖尾效应明显。经计算可知,CoM 模型的回波波形偏度为 -0.55 ,RUD 模型的回波波形偏度为 0.11 ,与实测数据的回波波形偏度 0.42 更为接近。这是因为在 CoM 模型中假设角反射器分布均匀,同纬度角反射器激光器反射强度相同,激光反射能量集中,各角反射器激光反射强度相对变化小;而对于 RUD 模型,由于角反射器在卫星表面分布不均匀,同纬度各角反射器反射强度不同,激光反射强度分布离散、不对称且不均匀,各角反射器激光反射强度相对变化大,能量分布相对集中,存在明显拖尾,与前文推导结果一致。为了进一步比

较 CoM 模型和 RUD 模型与实测数据残差分布的相关程度,计算了 CoM 模型和 RUD 模型的皮尔逊(Pearson)相关系数^[15],分别 0.5455 和 0.7752 。结果表明,与 CoM 模型相比,本文提出的 RUD 模型计算结果与实测数据更为接近。

为了研究卫星形状效应对 CoM 值的影响,根据(1)式和(12)式,结合长春站系统参数,计算了上述不同模型的 Lageos-1 卫星的 CoM 值。研究发现,利用 CoM 模型得到平均 CoM 值为 242.3 mm,与激光入射方向无关。而利用 RUD 模型的 CoM 值随激光入射方向的改变呈动态变化,变化范围为 $246.6\sim 249.8$ mm,平均 CoM 值为 248.1 mm,在国际激光测距服务组织统计得出的长春站参考 CoM 值范围($247\sim 257$ mm)之内,这是因为卫星形状效应随激光入射方向的变化而变化,直接影响了 SLR 的回波能量分布,使卫星的 CoM 值发生动态变化,结果如图 7 所示。

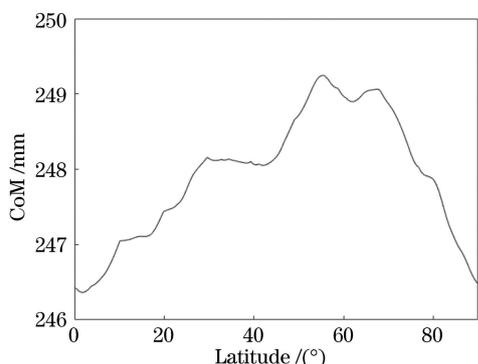


图7 激光入射方向沿 0° 经线从 $(0^\circ, 0^\circ)$ 移动到 $(0^\circ, 90^\circ)$ 时 RUD模型的 Lageos-1 卫星 CoM 变化图

Fig. 7 CoM curves of Lageos-1 with changing of the laser incident angle from $(0^\circ, 0^\circ)$ to $(0^\circ, 90^\circ)$ simulated by RUD model

4 结 论

基于卫星角反射器的实际分布及结构特性,提出并建立了 RUD 模型用于研究卫星形状效应。结合激光雷达方程和单光子探测器统计特性,对 Lageos-1 的卫星形状效应进行了数值仿真,分析了激光入射角与参与 SLR 反射过程的角反射器个数、角反射器分布及各角反射器激光反射强度的关系,计算并讨论了不同模型下的 Lageos-1 卫星回波的残差分布及 CoM 值。结果表明,与现有的 CoM 模型不同,利用 RUD 模型得到的参与 SLR 反射的角反射器个数随激光入射角不断变化,角反射器分布分散且不对称,同纬度角反射器的激光反射强度不同,与实验结果一致。同时,为了进一步验证 RUD 模型的有效性,对卫星反射后的激光波形进行了探测器响应函数卷积及 SLR 数据处理。与 CoM 模型相比,利用 RUD 模型得到的 Lageos-1 回波脉冲展宽较小,偏度为 0.11,拖尾效应明显,计算得到 RUD 模型与实测数据的皮尔逊相关系数为 0.7752,大于 CoM 模型与实测数据的皮尔逊相关系数 0.5455,因此 RUD 模型更接近于长春站实际回波数据。另外,由 RUD 模型计算得到的 Lageos-1 卫星 CoM 值随激光入射角而呈动态变化,变化范围为 246.6~249.8 mm,平均 CoM 值为 248.1 mm,在国际激光测距服务组织给出的长春站参考 CoM 值范围 247~257 mm 之内,而利用 CoM 模型得到的平均 CoM 值为 242.3 mm,不在参考值范围内。这表明卫星形状效应不仅与卫星角反射器有关,更与激光的入射方向具有紧密联系。本文的研究结果可为研究卫星自旋、反演球形卫星姿态以及空间目标识别

提供新的理论方法及依据。

参 考 文 献

- [1] Deng H R, Wu Z B, Li P, et al. Improvement research on SLR data deviation by using polarization technology for energy regulation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(9): 0917005.
邓华荣, 吴志波, 李朴, 等. 偏振调能技术对 SLR 数据偏差的改善研究 [J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(9): 0917005.
- [2] An N, Chen Y F, Liu C Z, et al. Maximum detection range of satellite laser ranging system based on characteristics of laser transmission in atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(9): 0901003.
安宁, 陈煜丰, 刘承志, 等. 基于激光大气传输特性的卫星激光测距系统的最大探测距离 [J]. *光学学报*, 2018, 38(9): 0901003.
- [3] Wu Z B, Deng H R, Zhang H F, et al. Analysis and improvement on the stability of satellite laser ranging system [J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2019, 38(4): 479-484, 492.
吴志波, 邓华荣, 张海峰, 等. 卫星激光测距系统稳定性分析及提高 [J]. *红外与毫米波学报*, 2019, 38(4): 479-484, 492.
- [4] Deng H R, Zhang H F, Long M L, et al. 4 kHz repetition rate satellite laser ranging system and its application [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(3): 0314002.
邓华荣, 张海峰, 龙明亮, 等. 4 kHz 重复频率卫星激光测距系统及其应用 [J]. *光学学报*, 2019, 39(3): 0314002.
- [5] Pearlman M R, Noll C E, Pavlis E C, et al. The ILRS: approaching 20 years and planning for the future [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(11): 2161-2180.
- [6] Appleby G M. Satellite signatures in SLR observations [C] // *Proceedings of 8th International Workshop on Laser Ranging Instrumentation*, May 18-22, 1992, Annapolis, USA. Washington: NASA, 1992: 1-14.
- [7] Neubert R. An analytical model of satellite signature effects [C] // *Proceedings of 9th International Workshop on Laser Ranging Instrumentation*, November 7-11, 1994, Canberra, Australia. [S. l.]: Australian Government Publishing Service, 1994: 82-91.
- [8] Fan J X, Yang F M, Chen Q X. Center-of-mass model of satellites used for laser ranging [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2000, 29(11): 1012-1016.
范建兴, 杨福民, 陈启秀. 激光测距卫星的质心改正模型 [J]. *光子学报*, 2000, 29(11): 1012-1016.

- [9] Otsubo T, Appleby G M. System-dependent center-of-mass correction for spherical geodetic satellites[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2003, 108(B4): 2201-2210.
- [10] Zhao Q H, Wang X Y, He B, et al. Probability model of center-of-mass calibration of satellites' retro-reflectors used for laser ranging [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2015, 44 (4): 370-376.
赵群河, 王小亚, 何冰, 等. 卫星激光反射器质心改正的概率模型[J]. *测绘学报*, 2015, 44(4): 370-376.
- [11] Liu Y, An N, Fan C B, et al. Influence of shape effect of angle reflector on ranging precision of satellite laser ranging system [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(11): 110101.
刘源, 安宁, 范存波, 等. 角反射器形状效应对卫星激光测距系统测距精度的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(11): 110101.
- [12] Fitzmaurice M W, Minott P, Abshire J B, et al. Prelaunch testing of the laser geodynamic satellite (LAGEOS): NASA-TP-1062, G-7702-F16 [R/OL]. Washington: NASA, 1977-01-01. <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19780002257>.
- [13] Arnold D A. Optical and infrared transfer function of the LAGEOS retroreflector array: NASA-CR-157182 [R/OL]. Washington: NASA, 1978-05-01. <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19780017949>.
- [14] Henriksson M. Detection probabilities for photon-counting avalanche photodiodes applied to a laser radar system [J]. *Applied Optics*, 2005, 44 (24): 5140-5147.
- [15] Yang F, Feng X, Ruan L, et al. Correlation study of water tree and VLF $\tan \delta$ based on Pearson correlation coefficient [J]. *High Voltage Apparatus*, 2014, 50(6): 21-25, 31.
杨帆, 冯翔, 阮羚, 等. 基于皮尔逊相关系数法的水树枝与超低频介损的相关性研究 [J]. *高压电器*, 2014, 50(6): 21-25, 31.