

·封面文章·

傅里叶变换高光谱 Mueller 矩阵成像理论与方法

刘杰¹, 李建欣^{1*}, 柏财勋², 许逸轩¹, 钱佳敏¹, 王宇博¹

¹南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;

²中国科学院西安光学精密机械研究所中科院光谱成像技术重点实验室, 陕西 西安 710119

摘要 提出了一种高光谱 Mueller 矩阵成像(HMMI)方法,实现了空间、光谱和 Mueller 矩阵图像的同步一体化获取。详细讨论了高光谱 Mueller 矩阵成像的原理以及双折射干涉器剪切干涉成像过程,对偏振态发生器/偏振态分析器进行了联合优化设计,给出了系统的定标方法。为验证仪器的性能,在实验室对目标进行光谱 Mueller 矩阵成像,证明了利用所提方法快速获取光谱图像和 Mueller 矩阵图像的可行性。所提方法具有光谱分辨率高、偏振调制快等优点,为光谱 Mueller 矩阵成像的发展提供了一种新的思路。

关键词 成像系统; Mueller 矩阵成像; 傅里叶变换成像光谱仪; 液晶; 双折射

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0711004

Theory and Method of Fourier Transform Hyperspectral Mueller Matrix Imaging

Liu Jie¹, Li Jianxin^{1*}, Bai Caixun², Xu Yixuan¹, Qian Jiamin¹, Wang Yubo¹

¹*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology,*

Nanjing, Jiangsu 210094, China;

²*Key Laboratory of Spectral Imaging Technology of Chinese Academy of Sciences, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China*

Abstract A hyperspectral Mueller matrix imaging (HMMI) method to capture spatial, spectral and Mueller matrix images at the same time is proposed. The principle of hyperspectral Mueller matrix imaging and the shear interference imaging process of birefringent interferometer are discussed in detail. The joint optimization design of polarization state generator and polarization state analyzer as well as the calibration method of this system is shown. In order to verify the performance of the instrument, the spectral Mueller matrix imaging of the target in the laboratory proves the feasibility of HMMI in quickly acquiring spectral images and Mueller matrix images. Because of its high spectral resolution and fast polarization modulation, it provides a new idea for the development of spectral Mueller matrix imaging.

Key words imaging systems; Mueller matrix imaging; Fourier transform imaging spectrometer; liquid crystal; birefringence

OCIS codes 110.4234; 110.5405; 070.4790

1 引 言

光谱信息和偏振信息是目标介质的重要光学参量,光谱信息主要反映目标的物质材料组成,偏振信息主要反映目标的表面结构特征,并且目标介质的光谱信息和偏振信息并不是相互独立的,散射光受到介质微小尺度组织结构的调制,其 Mueller 矩阵元素的差异随着光谱的变化而发生显著改变^[1-3]。

高光谱 Mueller 矩阵成像技术能够对目标二维空间信息、光谱信息和偏振信息进行联合探测,以纳米级光谱分辨率获取目标介质在每个空间位置的 16 个 Mueller 矩阵元素,可用于研究目标介质的多维物理化学特性,在生物医学、工业分选、食品安全等领域具有重要的应用价值。因此,不同类型的高光谱 Mueller 矩阵成像技术相继被提出: Garcia-Caurel 等^[4]提出了一种基于铁电液晶(FLC)偏振调制和光

收稿日期: 2019-11-13; 修回日期: 2019-12-13; 录用日期: 2019-12-26

基金项目: 国家自然科学基金(61975079,61475072)

* E-mail: ljx@vip.163.com

栅分光的光谱 Mueller 矩阵偏光仪, 偏振态发生器 (PSG) 和偏振态分析器 (PSA) 均由两片 FLC, 一片 1/4 波片和一片线偏振片构成, 通过 FLC 快轴旋转获取 16 种不同偏振调制状态下的光强信息并解调出 Mueller 矩阵, 通过光栅分光获取光谱信息。He 等^[5]提出基于液晶可调滤波器 (LCTF) 和偏振片旋转的多光谱 Mueller 矩阵成像方法, PSG 由一片消色差波片和一片线偏振片组成, PSA 由单片线偏振片组成, 利用旋转线偏振片获得 16 种不同偏振态调制下的光强信息并解调出 Mueller 矩阵。陈修国等^[6]提出一种用于测量纳米结构几何参数的双旋转补偿器型 Mueller 矩阵成像椭偏仪, 系统采用光栅分光型单色仪作为照明光源, PSG 和 PSA 均由一片格兰泰勒棱镜和一片 1/4 波片组成, 通过旋转 1/4 波片的快轴方向, 获取不同偏振调制状态下的光强信息, 进而解调出待测样品的 Mueller 矩阵图像。Gladish 等^[7]提出了基于 LCTF 和液晶可变相位延迟器 (LCVR) 的多光谱 Mueller 矩阵成像方法, PSG 和 PSA 各由两片 LCVR 组成, 通过 LCVR 的相位调制和 LCTF 的光谱调制, 实现多波段 Mueller 矩阵成像。

在现有的方案中, 光栅分光方式会降低光通量, 滤光方法中的光谱分辨率不高, 采用机械旋转的偏振调制方式会导致系统响应不够快并增加了不稳定

性, 只采用一片波片的液晶调制方式对噪声的抑制能力不够强。针对这些问题, 本文提出了一种高光谱 Mueller 矩阵成像 (HMMI) 方法, PSA 和 PSG 均利用两片 FLC 和两片波片调制偏振态并进行 Mueller 矩阵成像, 采用双折射晶体分光进行傅里叶变换光谱成像, 将两者相结合实现光谱 Mueller 矩阵成像。该方法能够提高光通量和光谱分辨率并有效抑制偏振调制噪声。

2 高光谱 Mueller 矩阵成像的基本原理

本文的 HMMI 系统示意图如图 1 所示, 其由偏振光源照明模块和偏振干涉成像模块构成。其中, 偏振光源照明模块包括宽光谱光源 I、准直镜 L1 和 PSG。偏振干涉成像模块包括前置光学系统、PSA、双折射剪切器 BS、偏振器 P3、后置成像物镜 L4 以及面阵探测器 D。PSG 由沿光路方向依次放置的线偏振片 P1、1/4 波片 QWP1、FLC1、1/2 波片 HWP1 和 FLC2 构成。前置光学系统由物镜 L2、视场光阑 FS、准直镜 L3 组成; PSA 由沿光路方向依次放置的 FLC3、1/2 波片 HWP2、FLC4、1/4 波片 QWP2 和线偏振片 P2 构成; BS 由一片双折射剪切板 SP 和一片双折射补偿板 CP 组成; 待测目标反射光为漫反射光。

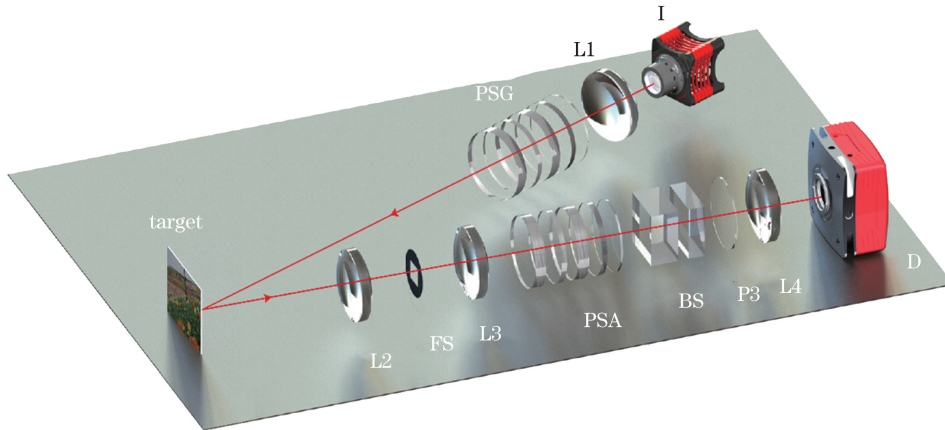


图 1 HMMI 系统结构图

Fig. 1 Structural diagram of HMMI system

傅里叶变换高光谱 Mueller 矩阵成像方法利用不同偏振调制状态下的干涉条纹图像反演出目标的光谱图像和 Mueller 矩阵图像, 像面上某点的干涉强度可以表示为

$$I_{mn}(\Delta) = \int B_{mn}(\sigma) \exp[j2\pi\sigma\Delta(\sigma)] d\sigma, \quad (1)$$

式中: Δ 为光程差; σ 为波数; m 为反射光偏振调制

序号; n 为入射光偏振调制序号; $B_{mn}(\sigma)$ 为某个偏振调制状态下波数为 σ 的光谱强度; $\Delta(\sigma)$ 是波数为 σ 时的光程差。从 (1) 式可以看出, 干涉强度 $I_{mn}(\Delta)$ 是光谱强度 $B_{mn}(\sigma)$ 的傅里叶逆变换结果, 因此 $B_{mn}(\sigma)$ 可以通过干涉条纹的傅里叶变换求得:

$$B_{mn}(\sigma) = \int I_{mn}(\Delta) \exp(-j2\pi\sigma\Delta(\sigma)) d\Delta. \quad (2)$$

目标的 Mueller 矩阵用 $\mathbf{M}(\sigma)$ 表示, 共包含 16 个未知参量, 这就要求至少有 16 个相互独立的 16 元一次方程才可以解出 Mueller 矩阵, 即 $m \geq 4, n \geq 4$ 。为了构建这些方程, 本文采用 PSG 和 PSA 实现 Mueller 矩阵的测量。PSG 可以产生具有不同偏振态的光, PSA 可以利用探测器测量的光强值求解入射光的 Stokes 矢量, 知道入射到目标的光的 Stokes 矢量以及反射光的 Stokes 矢量后就可以求出目标的 Mueller 矩阵。这个过程^[8]可以表示为

$$\mathbf{B}(\sigma) = \mathbf{A}(\sigma)\mathbf{M}(\sigma)\mathbf{W}(\sigma), \quad (3)$$

式中: $\mathbf{B}(\sigma), \mathbf{A}(\sigma), \mathbf{W}(\sigma)$ 均为 4×4 矩阵; $B_{mn}(\sigma)$ 为 $\mathbf{B}(\sigma)$ 第 m 行第 n 列的矩阵元, m, n 取值范围为 $[1, 4]$; PSG 的系统矩阵 $\mathbf{W}(\sigma) = [\mathbf{S}_{in}^1, \mathbf{S}_{in}^2, \mathbf{S}_{in}^3, \mathbf{S}_{in}^4]$, \mathbf{S}_{in}^n 表示 PSG 第 n 种偏振态的入射光 Stokes 矢量; PSA 的系统矩阵 $\mathbf{A}(\sigma) = [\mathbf{M}_{PSA}^1, \mathbf{M}_{PSA}^2, \mathbf{M}_{PSA}^3, \mathbf{M}_{PSA}^4]^T$, \mathbf{M}_{PSA}^m 表示 PSA 第 m 个偏振调制状态下 Mueller 矩阵第一行的转置, 待测 Mueller 矩阵可以通过下式求得:

$$\mathbf{M}(\sigma) = \mathbf{A}^{-1}(\sigma)\mathbf{B}(\sigma)\mathbf{W}^{-1}(\sigma). \quad (4)$$

HMMI 通过偏振干涉成像模块的平移推扫, 改变不同物点的光的入射角度, 在不同时刻, 同一物点发出的光在像面上的位置不同, 其光程差也会跟着改变, 从而实现光程差的调制, 再根据(2)式和(4)式求得光谱信息和 Mueller 矩阵。需要指出的是, 为了实现光谱和 Mueller 矩阵的同时测量, 光程差的调制和偏振态的调制必须同时进行。在一个偏振状

态调制周期内, 由于 FLC 的调制速度很快, 光程差的改变量不大, 因此可以认为每一种偏振调制状态的光谱偏差不大, 经相位校正后, 可以用同一波长下的相位延迟量来计算 Mueller 矩阵。

3 双折射剪切干涉器的理论与设计

双折射剪切干涉成像利用双折射晶体 o 光和 e 光折射率的不同产生光程差, 在像面上形成白光干涉条纹, 从而实现干涉成像。双折射干涉器(BI)由起偏器、BS 和检偏器构成, 起偏器和检偏器透光轴角度均为 45° 且起偏器与 PSA 的检偏器共用一片偏振片, 结构如图 2 所示, 其中晶体中的双箭头表示光轴(全文同)。BS 用于产生光程差形成白光干涉条纹, SP 和 CP 的材料均为方解石, SP 的光轴在 XOZ 平面内, 且与 Z 轴的夹角为 45° , CP 的光轴在 YOZ 平面内且与 Z 轴互相垂直。线偏振光入射至 SP 被分为 o 光和 e 光, 出射时相互平行且具有一定横向剪切量, 这两束光再次进入 CP 时, 由于 CP 的主截面与 SP 的主截面相互垂直, 由 SP 出射的 o 光在 CP 中变为 e 光, 称此光为 oe 光, 由 SP 出射的 e 光在 CP 中变为 o 光, 称此光为 eo 光。最终由 CP 出射的两束光线具有相位差 Δ , 在无穷远处会发生干涉, 用一个成像物镜则可使干涉发生在焦平面上, 用 CCD 即可获得目标的干涉图像。下面将给出双折射剪切干涉器的光程差分布计算方式, 并利用光程差表达式得到光谱分辨率和非线性光程差。

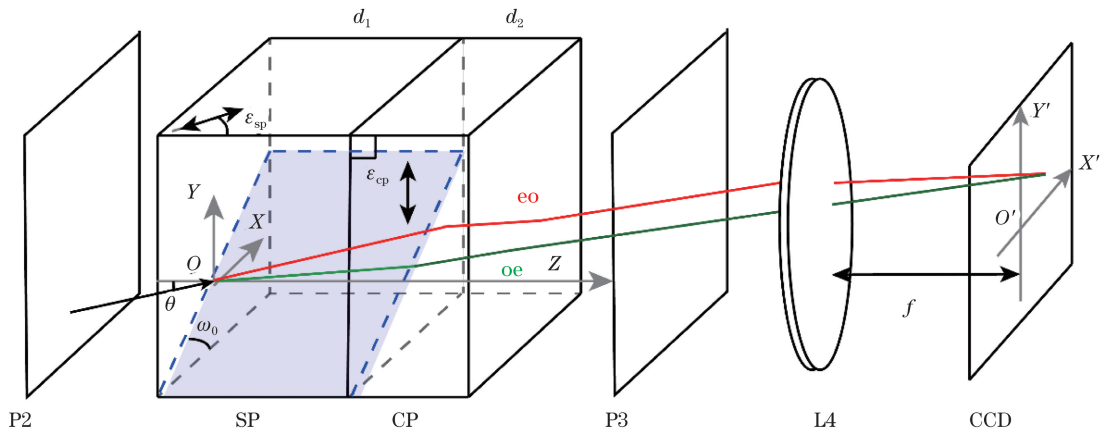


图 2 BI 结构示意图

Fig. 2 Structural diagram of BI

单位厚度双折射晶体所产生的相位差^[9]可以表示为

$$\Delta(\theta, \omega, \epsilon, \sigma) = \frac{1}{C} - \frac{1}{b} + \frac{(a^2 - b^2) \sin \epsilon \cos \epsilon \cos \omega}{C^2} \sin \theta + \frac{\sin^2 \theta}{2} \left[\left(b - \frac{a^2}{C} \right) \sin^2 \omega + \left(b - \frac{a^2 b^2}{C^3} \right) \cos^2 \omega \right], \quad (5)$$

式中: θ 表示入射角; ω 表示入射平面和主截面的夹角; ε 表示晶体光轴与晶面法线的夹角; a, b, C 的表达式为

$$\begin{cases} a = 1/n_e(\sigma) \\ b = 1/n_o(\sigma) \end{cases}, \quad (6)$$

$$C^2 = a^2 \sin^2 \varepsilon + b^2 \cos^2 \varepsilon, \quad (7)$$

式中: $n_o(\sigma), n_e(\sigma)$ 分别为 o 光和 e 光的主折射率。若以像面中心为原点建立像面坐标系 $X'O'Y'$, 成像物镜的焦距为 f , 对于像面上任意一点 (x', y') 来说, 其入射角 $\theta = \arctan[(x'^2 + y'^2)^{1/2}/f]$, 入射面与 XOZ 平面的夹角 $\omega_0 = \arctan(y'/x')$, 那么 BI 在像面上任意一点产生的相位差可以表示为

$$\Delta'(x', y', \sigma) = d_1 \cdot \Delta_{SP}(\theta, \omega_{SP}, \varepsilon_{SP}, \sigma) - d_2 \cdot \Delta_{CP}(\theta, \omega_{CP}, \varepsilon_{CP}, \sigma), \quad (8)$$

式中: Δ_{SP} 和 Δ_{CP} 为光程差; 晶体光轴与晶面法线的夹角 $\varepsilon_{SP} = 45^\circ, \varepsilon_{CP} = 90^\circ$; d_1 和 d_2 分别为 SP 和 CP 的厚度。下标 SP 和 CP 用作区分不同晶体中的相同参数(全文同)。因为 SP 光轴在 XOZ 平面内, 所以 $\omega_{SP} = \omega_0$, CP 主截面垂直于 SP 主截面, 故 $\omega_{CP} = \omega_0 + \pi/2$ 。像面上各点的相位差可以表示为

$$\delta(x', y', \sigma) = (2\pi/\lambda) \cdot \Delta'(x', y', \sigma). \quad (9)$$

傅里叶变换光谱仪的光谱分辨率与最大光程差

有关, 其波数分辨率可以表示为

$$\delta\sigma = \frac{1}{\Delta_{\max}} = \frac{1}{\Delta'(l/2, 0, \sigma) - \Delta'(-l/2, 0, \sigma)}, \quad (10)$$

式中: Δ_{\max} 为最大光程差; l 表示像面的水平宽度。

设定 750 nm 的波数分辨率为 85.5 cm^{-1} (光谱分辨率为 4.81 nm), 将 750 nm 零光程差位置调制在视场中央, 即 $\sigma = (750 \text{ nm})^{-1}, \Delta'(0, 0, \sigma) = 0, l$ 为 $1024 \mu\text{m} \times 6.5 \mu\text{m}$, 根据(8)~(10)式可以计算出 SP 和 CP 的厚度分别为 11.55 mm 和 6.24 mm^[10]。整套系统的光谱成像范围为 600~1000 nm, 不同波长下的波数分辨率和光谱分辨率如表 1 所示。从像面上的光程差分布可以得到 BI 在任意波长下的干涉条纹图, 图 3(a) 是 750 nm 下的单色光干涉条纹, 为了观察方便, 此图经过 1/5 采样后再放大 5 倍得到。此外, BI 所产生的光程差在横向视场中的非线性分布也是需要关注的一部分, 因为非线性光程差会造成复原光谱的谱线展宽, 通过拟合最佳的线性光程差可以计算得到非线性光程差分布, 得到的结果如图 3(b) 所示, 非线性光程差分布在 $-20 \sim 80 \text{ nm}$ 范围内, 远小于 $\lambda/2$, 满足准零光程差条件^[11], 因此可以忽略非线性光程差对光谱复原精度造成的影响。

表 1 600~1000 nm 波长范围内的波数分辨率和光谱分辨率

Table 1 Wavenumber resolution and spectral resolution in wavelength range of 600–1000 nm

Wavelength /nm	600	650	700	750	800	900	1000
Wavenumber resolution / cm^{-1}	83.8	84.4	85.0	85.5	85.9	86.7	87.3
Spectral resolution /nm	3.02	3.57	4.16	4.81	5.50	7.02	8.73

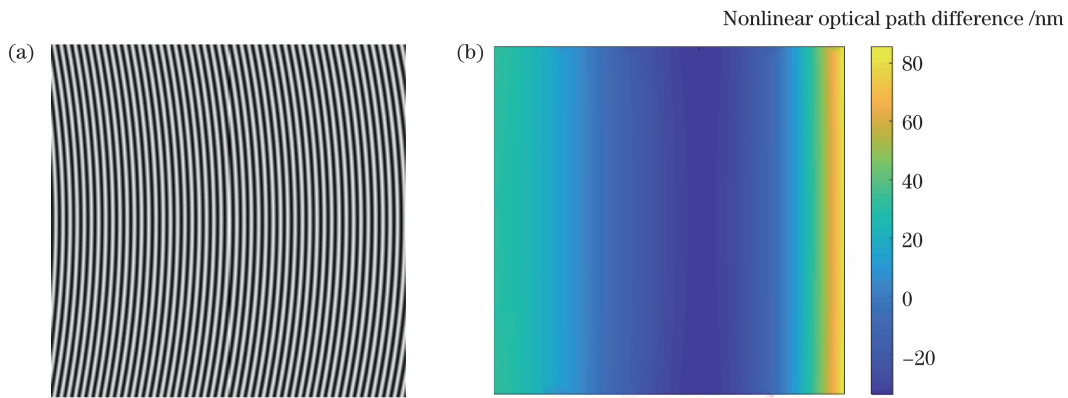


图 3 750 nm 处的仿真结果。(a) 单色光干涉条纹; (b) 非线性光程差分布

Fig. 3 Simulation results at 750 nm. (a) Monochromatic light interference fringe; (b) nonlinear optical path difference distribution

通过目标与成像模块在水平方向上的相对移动来改变目标点光线的入射角, 在同一时刻, 记录部分或全部目标点在某个入射角下的干涉强度, 在不同

时刻, 记录部分或全部目标点在不同入射角下的干涉强度, 以此获得所有目标点的干涉条纹, 这个过程就是双折射剪切干涉光谱成像。

4 PSG-PSA 的理论及优化设计

4.1 双折射剪切器对 PSA 系统矩阵的影响

BI 会产生相位差,进而可能会改变光的偏振状态,因此需要考虑其是否对 PSA 的系统矩阵造成影响。设进入 BI 的光的 Stokes 矢量表示为 \mathbf{S}_P , 经过检偏器的出射光 Stokes 矢量表示为 \mathbf{S}'_P , BS 的 Mueller 矩阵为 \mathbf{M}_{BS} , 起偏器和检偏器的 Mueller 矩阵分别为 $\mathbf{M}_{LP1}, \mathbf{M}_{LP2}$, 可以得到

$$\mathbf{M}_{LP1} = \mathbf{M}_{LP2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{S}'_P = \mathbf{M}_{LP2} \mathbf{M}_{BS} \mathbf{M}_{LP1} \mathbf{S}_P. \quad (12)$$

为了得到 BS 的 Mueller 矩阵, 先从 BS 的 Jones 矩阵出发推导 BS 的 Mueller 矩阵。对单轴双折射平板来说, 其精确琼斯矩阵^[12]可以表示为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \exp(i\delta) \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & [\exp(i\delta) - 1] \sin \alpha \cos \alpha \\ [\exp(i\delta) - 1] \sin \alpha \cos \alpha & \exp(i\delta) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中: δ 为 e 光和 o 光相位延迟量之差; α 为入射面和 e 光主平面的夹角。且有

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d [(n_1^2 - \sin^2 \theta)^{1/2} - (n_o^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}], \quad (14)$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos \theta_e \cos \eta \cos \varphi - \sin \eta \sin \theta_e}{(1 - \cos^2 \gamma)^{1/2}}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{n_1^2} = \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} \right) \cos^2 \gamma + \frac{1}{n_e^2}, \quad (16)$$

$$\cos \gamma = \sin \theta_e \cos \eta \cos \varphi + \sin \eta \cos \theta_e, \quad (17)$$

式中: d 为双折射晶体的厚度; n_1 为 e 光折射率; θ_e 为 e 光折射角; γ 为 e 光波法线和光轴的夹角; η 为光轴和晶体表面的夹角; φ 为入射面与光轴在晶体表面投影的夹角。各符号表示的量如图 4 所示, 其中 S_e 为 e 光光线, K_e 为 e 光波法线。

单轴双折射平板的 Jones 矩阵和波片的 Jones 矩阵形式相同, 在小角度入射的情况下可以近似为光线垂直入射, 令 $\theta = 0$, 因此有

$$\sin \theta_e = \frac{\sin \theta}{n_1} = 0, \quad (18)$$

将光轴和晶体表面的夹角 $\eta_{SP} = \pi/4$ 和 $\eta_{CP} = 0$ 及 $\sin \theta_e = 0$ 代入 (13)~(17) 式可以得到

$$\delta_{CP} = \frac{2\pi}{\lambda} d_{CP} (n_e - n_o), \quad (19)$$

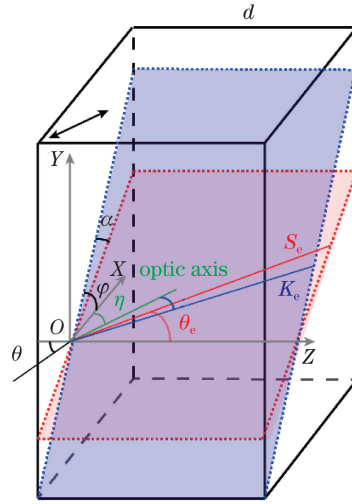


图 4 双折射晶体结构及波法线示意图
Fig. 4 Birefringent crystal structure and wave normal diagram

$$\delta_{SP} = \frac{2\pi}{\lambda} d_{SP} n_o \left(\frac{\sqrt{2} n_e}{\sqrt{n_o^2 + n_e^2}} - 1 \right), \quad (20)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi \exp(i\delta) + \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi [\exp(i\delta) - 1] \\ \sin \varphi \cos \varphi [\exp(i\delta) - 1] & \sin^2 \varphi \exp(i\delta) + \cos^2 \varphi \end{bmatrix}, \quad (21)$$

式中: δ_{CP} 和 δ_{SP} 为 e 光和 o 光相位延迟量之差; d_{CP} 和 d_{SP} 为双折射晶体的厚度。

假定入射面与光轴在晶体表面投影的夹角 $\varphi_{SP} = 0$, 则 $\varphi_{CP} = \pi/2$, 于是得到 BS 的 Jones 矩阵为

$$\mathbf{G}_{BS} = \mathbf{G}_{CP} \mathbf{G}_{SP} = \begin{bmatrix} \exp(i\delta_{SP}) & 0 \\ 0 & \exp(i\delta_{CP}) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

根据 Jones 矩阵和 Mueller 矩阵的关系^[13], 可得 BS 的 Mueller 矩阵为

$$\mathbf{M}_{BS} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\delta_{CP} - \delta_{SP}) & \sin(\delta_{SP} - \delta_{CP}) \\ 0 & 0 & \sin(\delta_{CP} - \delta_{SP}) & \cos(\delta_{CP} - \delta_{SP}) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

此时有

$$\mathbf{S}'_P = \frac{1 + \cos(\delta_{CP} - \delta_{SP})}{2} \mathbf{M}_{LP1} \mathbf{S}_P. \quad (24)$$

从 (24) 式可以看出, BI 对光偏振态的改变作用相当于一块偏振片, 只是光的透过率会随着 SP 和 CP 的相位差的变化而变化, 透过率的变化是 SP 和 CP 相位差的余弦函数, 这恰好就是 BI 所形成的干涉条纹, 所以 BI 对 PSA 的系统矩阵没有任何影响。

4.2 误差理论和优化设计

根据(4)式,目标的 Mueller 矩阵是根据测量的光强矩阵 $\mathbf{B}(\sigma)$, PSG 系统矩阵的逆矩阵 $\mathbf{W}^{-1}(\sigma)$, PSA 系统矩阵的逆矩阵 $\mathbf{A}^{-1}(\sigma)$ 来估计的。为了减少目标 Mueller 矩阵的误差,非常有必要减小噪声对结果的影响。若 $\mathbf{A}(\sigma)$ 的误差为 $\Delta\mathbf{A}(\sigma)$, $\mathbf{W}(\sigma)$ 的误差为 $\Delta\mathbf{W}(\sigma)$, $\mathbf{B}(\sigma)$ 的误差为 $\Delta\mathbf{B}(\sigma)$, $\mathbf{M}(\sigma)$ 的误差为 $\Delta\mathbf{M}(\sigma)$, 则目标 Mueller 矩阵的相对误差^[8]可以表示为

$$\frac{\|\Delta\mathbf{M}(\sigma)\|}{\|\mathbf{M}(\sigma)\|} \leq \kappa_A \frac{\|\Delta\mathbf{A}(\sigma)\|}{\|\mathbf{A}(\sigma)\|} + \kappa_W \frac{\|\Delta\mathbf{W}(\sigma)\|}{\|\mathbf{W}(\sigma)\|} + \kappa_W \kappa_A \frac{\|\Delta\mathbf{B}(\sigma)\|}{\|\mathbf{B}(\sigma)\|}, \quad (25)$$

其中

$$\begin{cases} \kappa_A = \frac{\|\mathbf{A}(\sigma)\| \|\mathbf{A}^{-1}(\sigma)\|}{\|\mathbf{A}(\sigma)\|^2} \\ \kappa_W = \frac{\|\mathbf{W}(\sigma)\| \|\mathbf{W}^{-1}(\sigma)\|}{\|\mathbf{W}(\sigma)\|^2} \end{cases}, \quad (26)$$

式中: κ_A 和 κ_W 分别表示 PSA 和 PSG 系统矩阵的条件数,是矩阵最大奇异值和最小奇异值的比值,条件数越小,矩阵的逆越准确。从 Mueller 矩阵表达式可以看出, Mueller 矩阵相对误差最小的充要条件是 κ_A 和 κ_W 都取最小值,因此考虑降低系统误差时,完全可以将 PSG 和 PSA 分开考虑,将 PSA 和 PSG 参数各自优化到最佳。

以 PSA 优化为例,若用 \mathbf{M}_{PSA} 表示 PSA 的 Mueller 矩阵,则有:

$$\mathbf{M}_{\text{PSA}}(\sigma) = \mathbf{M}_{\text{P2}} \mathbf{M}_{\text{QWP2}}(\sigma) \mathbf{M}_{\text{FLC4}}(\sigma) \times \mathbf{M}_{\text{HWP2}}(\sigma) \mathbf{M}_{\text{FLC3}}(\sigma), \quad (27)$$

式中: \mathbf{M} 表示各个器件 Mueller 矩阵,用下标以作区分。

FLC 快轴能在两个角度之间快速切换,不妨设 FLC3 和 FLC4 的其中一个快轴角度分别为 θ_{FLC3}^0 , θ_{FLC4}^0 , 则它们的另外一个快轴角度分别为 $\theta_{\text{FLC3}}^0 + 45^\circ$, $\theta_{\text{FLC4}}^0 + 45^\circ$, 利用 FLC3 和 FLC4 快轴角度的 4 种组合会得到 4 个不同的 Mueller 矩阵,并且 4 个 Mueller 矩阵都对应着 CCD 采集到的 4 幅强度信息,也就是出射偏振光的 \mathbf{S}_0 分量的信息,而 \mathbf{S}_0 是由 \mathbf{M}_{PSA} 的第一行和 \mathbf{S}_{in} 相乘得到的,所以由这 4 个不同 \mathbf{M}_{PSA} 的第一行和 4 组不同探测光强 $\mathbf{S}_{\text{out}}^0$ 就可以算出

\mathbf{S}_{in} , 这就是系统矩阵 $\mathbf{A}(\sigma)$ 定义为 4 个不同 \mathbf{M}_{PSA} 的第一行按行组成的 4×4 矩阵的原因。 $\mathbf{A}(\sigma)$ 确定了入射光 Stokes 矢量和出射光 Stokes 矢量的变换关系,且 $\mathbf{A}(\sigma)$ 由两片波片的快轴角度 θ_{HWP2} , θ_{QWP2} 和两片 FLC 的快轴角度 θ_{FLC3}^0 , θ_{FLC4}^0 唯一确定,优化的目的就在于寻找 4 个合适的角度,得到条件数最小的 $\mathbf{A}(\sigma)$ 。此外,该系统是一个宽谱段的光谱偏振信息采集系统,最好的情况是在每一个 σ 下, $\mathbf{A}(\sigma)$ 都达到最小,这对一个非消色差系统来说是不可能的,因此应使 $\mathbf{A}(\sigma)$ 的条件数在设计波段内整体接近最小值 $\sqrt{3}$ ^[14]。为了评价 $\mathbf{A}(\sigma)$ 在整个波段内的条件数与最小值的接近程度,采用文献[15]提出的适应度函数值 e 作为评价准则。

根据评价准则, e 的值越小, PSA 在目标波段内的条件数就越小,信噪比也就更高,因为两片 FLC 和两片波片共有 4 个快轴角度变量需要优化,且每一个角度范围均为 $0 \sim 180^\circ$, 因此需要一种高效的优化算法,其中一种有效的优化算法为遗传算法。Letnes 等^[15] 和李建欣等^[16] 证明了遗传算法优化 PSA 的可行性。遗传算法采用 8 位二进制格雷码表示一个快轴角度,用 32 位二进制码表示整个 PSA 的快轴角度组合。在遗传算法中,设置种群数量为 500,精英数量为 4,交叉率为 0.7,变异率为 0.1,选择方式为竞标赛方式,交叉方程为两点交叉,最后得到的 FLC3, HWP2, FLC4, QWP2 的快轴角度分别为 117.2° , 31.1° , 110.8° , 81.2° 。但是,用 8 位二进制码表示角度的精度只有 0.7° , 为了进一步提升优化的精度,将 4 个角度的优化范围限定在之前优化结果的 $\pm 2.5^\circ$ 范围内,仍然采用 8 位格雷码表示一个快轴角度,再次采用遗传算法进行优化,使每个快轴角度优化的精度提高到 0.02° 。将 PSA 各器件逆序放置,由 PSG 产生的 4 组偏振光组成的 $\mathbf{W}(\sigma)$ 是 $\mathbf{A}(\sigma)$ 的转置,其条件数是相同的,所以在 PSG 优化时只需更改各个器件的相位延迟量与波长的对应关系函数即可。最后得到的 PSA 和 PSG 的快轴角度参数如表 2 所示,在目标波段的条件数分布如图 5(a)、(b)所示。

表 2 优化结果

Table 2 Optimization results

Component	PSA				PSG			
	FLC3	HWP2	FLC4	QWP2	FLC1	HWP1	FLC2	QWP1
Angle / ($^\circ$)	116.41	29.54	109.18	82.11	21.38	123.53	115.81	18.95

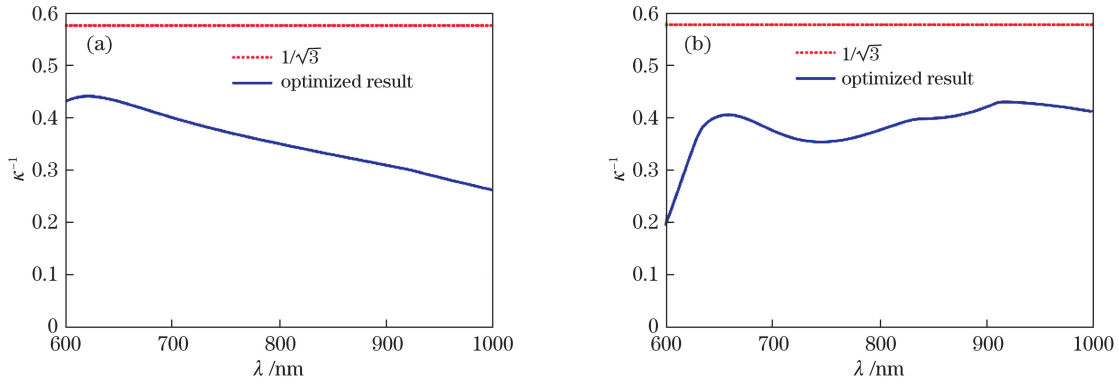


图 5 在 600~1000 nm 波长范围内的条件数分布。(a) PSA; (b) PSG

Fig. 5 Condition number distribution in wavelength range of 600–1000 nm. (a) PSA; (b) PSG

5 系统 Mueller 矩阵的定标方法

Mueller 矩阵复原的结果会受到器件的制造误差、测量误差、装调误差以及测量环境等的影响,为了降低误差,需要对测量的结果进行校准。根据(4)式,目标真实 Mueller 矩阵 $\mathbf{M}_{\text{real}}(\sigma)$ 的准确性取决于 $\mathbf{A}^{-1}(\sigma)$ 的误差和 $\mathbf{W}^{-1}(\sigma)$ 的误差,测量的结果 $\mathbf{M}_{\text{mea}}(\sigma)$ 表示为

$$\mathbf{M}_{\text{mea}}(\sigma) = \mathbf{A}_0^{-1}(\sigma) \mathbf{B}(\sigma) \mathbf{W}_0^{-1}(\sigma), \quad (28)$$

$$\mathbf{M}_{\text{real}}(\sigma) = \mathbf{A}'(\sigma) \mathbf{A}_0^{-1}(\sigma) \mathbf{B}(\sigma) \mathbf{W}_0^{-1}(\sigma) \mathbf{W}'(\sigma) = \mathbf{A}'(\sigma) \mathbf{M}_{\text{mea}}(\sigma) \mathbf{W}'(\sigma), \quad (29)$$

式中: \mathbf{A}_0 、 \mathbf{W}_0 分别是 PSA 和 PSG 理论计算的系统矩阵; \mathbf{A}' 、 \mathbf{W}' 分别是 PSA 和 PSG 的校正矩阵。

采用 Azzam 等^[17] 提出的 Equator-Poles 定标法对 \mathbf{A}' 进行定标, PSA 能够测量目标的 Stokes 矢量,也就能够利用入射光定标出 \mathbf{A}' 。采用由线偏振片产生的线偏振光可以定标 \mathbf{A}' 的前三列,为了减小线偏振片本身引起的线偏振光偏差,每次采集线偏振片透光轴角度 P 和 $P+180^\circ$ 两个位置的光强,以其平均值代替角度 P 处的光强值。为了定标的准确性, P 在 $0\sim 180^\circ$ 范围内每隔 22.5° 取一个值,共测得 8 组数据对 \mathbf{A}' 的前三列进行定标。这里的光源通过积分球产生,照明方式为白光照明,由积分球出射的光可以认为是均匀的,可以近似认为利用像面上一行像元采集到的结果是同一目标元在不同入射角度下的结果,即无需推扫就可以得到一系列目标元的干涉图,进行光谱复原得到光谱,从而可以定标出不同波数条件下的 \mathbf{A}' 。

线偏振片和消色差 1/4 波片组合成圆偏振器,利用该圆偏振器产生的左旋圆偏振光和右旋圆偏振光对 \mathbf{A}' 的第四列进行定标,圆偏振器产生的 Stokes 矢量可以用椭圆方位角 ψ 和椭圆率角 β 表示,即

$$\mathbf{S}_{\text{QCP}} = (1 \quad \cos 2\beta \cos 2\psi \quad \cos 2\beta \sin 2\psi \quad \sin 2\beta)^\top. \quad (30)$$

当 1/4 波片相位延迟量有微小误差时,圆偏振器产生的光可以看成准圆偏光, $|\beta| \approx 45^\circ$, 从(30)式导出右旋准圆偏光的一阶泰勒展开式为

$$\mathbf{S}_{\text{QCP}}(\psi) = (1 \quad 2\Delta\beta \cos 2\psi \quad 2\Delta\beta \sin 2\psi \quad 1)^\top, \quad (31)$$

式中: $\Delta\beta = \beta - 45^\circ$ 。

将 1/4 波片旋转 90° 至 $\psi = \psi + 90^\circ$, 产生左旋准圆偏光, 此时有

$$\mathbf{S}_{\text{QCP}}(\psi + 90^\circ) = (1 \quad -2\Delta\beta \cos 2\psi \quad -2\Delta\beta \sin 2\psi \quad 1)^\top. \quad (32)$$

将右旋准圆偏光探测光强 $\mathbf{I}_{\text{QCP}}(\psi)$ 和左旋准圆偏光探测光强相加求平均可得圆偏光探测光强 $\mathbf{I}(\psi)$ 为

$$\mathbf{I}(\psi) = \frac{1}{2} [\mathbf{I}_{\text{QCP}}(\psi) + \mathbf{I}_{\text{QCP}}(\psi + 90^\circ)] = \mathbf{A} (1 \quad 0 \quad 0 \quad 1)^\top. \quad (33)$$

利用上述方法即可定标 \mathbf{A}' 的第四列,并能消除由 1/4 波片微小相位延迟误差引起的测量误差。通过测量 8 组线偏光和 2 组圆偏光共 40 个线性方程组,采用最小二乘法求解 \mathbf{A}' 的 16 个元素,能够满足定标的精度要求。完成 PSA 的系统矩阵定标后,通过偏振干涉成像模块测量 PSG 出射光的 Stokes 矢量,进一步对 \mathbf{W}' 进行定标。

6 实验验证和结果分析

实验室搭建的装置如图 6(a) 所示,待测目标如图 6(b) 所示。设置 PSG 中 FLC1 和 FLC2 的调制信号,周期为 T , 每过 $T/4$, 改变出射偏振光的状态; 设置 PSA 中 FLC3 和 FLC4 的调制信号,周期为 $T/4$, 每隔 $T/16$, 切换偏振光的调制状态; 相机

采用外部触发的方式采集,确保曝光时间在 $T/16$ 以内,实现 4 种偏振光经目标反射后的反射光 Stokes 矢量的测量。在进行偏振测量的同时,缓慢移动干涉成像模块,对光程差进行调制,使得目标区域每个物点的完整干涉条纹均能获取,具体的方式可以参见以前的工作^[10,18]。采集到的图像经过图像配准以后得到目标的三维数据立方体,将不同偏振调制状态数据分离得到 16 个偏振通道的数据立方体,对每个通道进行光谱复原得到光谱图像,利用

同一复原光谱通道的 16 个不同偏振通道的图像,可得到该光谱通道下的目标 Mueller 矩阵图像。为了不失真地获取每个物点的偏振光谱,在探测时将采样频率控制为单个偏振态对应的 Nyquist 采样频率的 16 倍,但采用 16 倍采样还是会发生每个偏振通道干涉信号的零光程差位置有微小偏移,为了消除这个微小偏移的影响,在光谱复原的过程中采用相位校正的方法来消除零光程差位置偏差带来的复原误差。

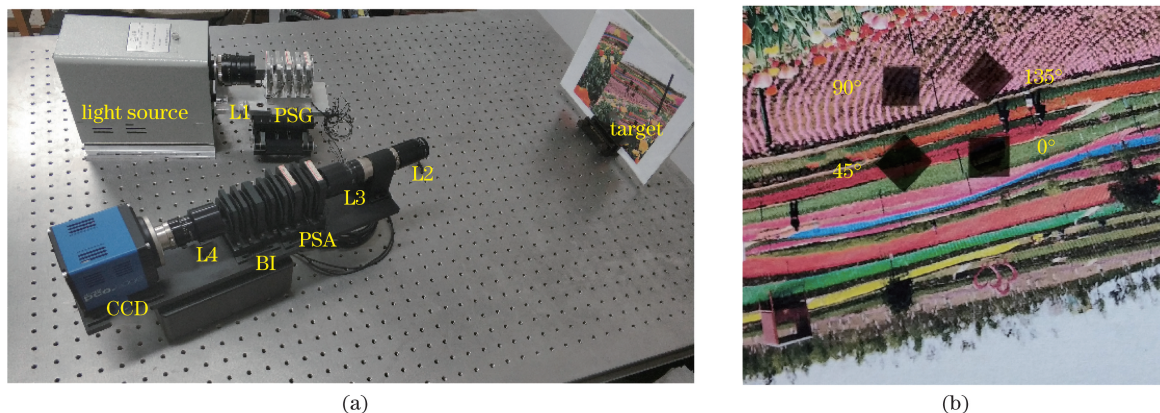


图 6 成像实验。(a)实验装置图;(b)目标场景

Fig. 6 Imaging experiment. (a) Experimental setup; (b) target scene

实验所采用的光源为卤素灯光源,L1,L3,L4 焦距均为 70 mm,L2 的焦距为 35 mm,FLC1 和 FLC2 在 633 nm 处的相位延迟量为 $3\lambda/4$,FLC3 和 FLC4 在 470 nm 处的相位延迟量为 $\lambda/2$,相机像面分辨率为 1024 pixel \times 1024 pixel,像素尺寸为 6.5 μm 。经图像配准和光谱复原后所得的部分光谱图像如图 7 所示,在中心波长 750 nm 处的 Mueller 矩阵图像如图 8 所示。从光谱图像可以看出,在测量波段,不同颜色强度差异明显,红色部分亮度偏高;由于光源在不同波长处的光谱强度不同,不同波长图像

呈现出亮度的明显差异。从 Mueller 矩阵图像来看,不同方向的偏振片在 Mueller 矩阵图像各分量中的差异明显,首先,在 Mueller 矩阵部分元素图像中,有偏振片部分和无偏振片部分的强度对比明显,反射偏振光的部分归一化强度近似为 1 或 -1,不反射偏振光部分的强度近似为 0;其次,不同角度的偏振片在同一 Mueller 矩阵元素图像中的强度差异明显,对于偏振方向相互垂直的偏振片,其中一个的归一化强度为 1,另一个的归一化强度为 -1,可以看出,Mueller 矩阵图像能够明显区分出目标的偏振特性。

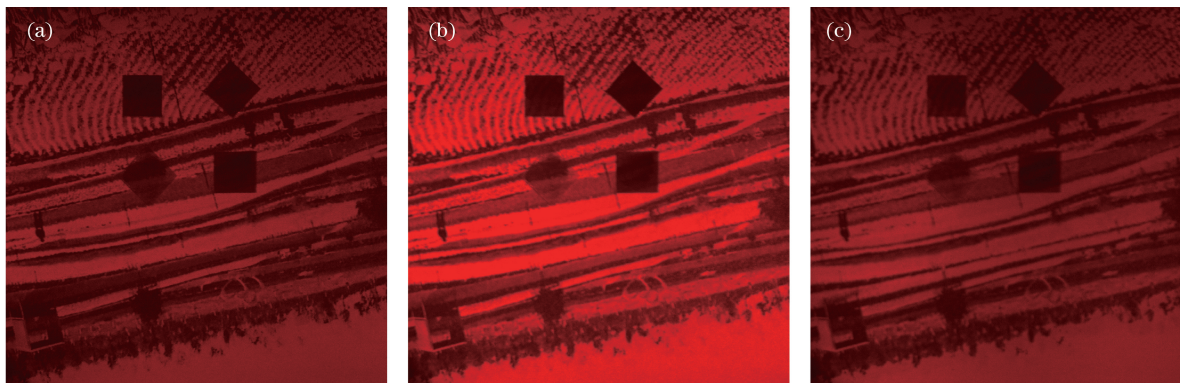


图 7 不同波长下的光谱图像。(a) 600 nm; (b) 750 nm; (c) 801 nm

Fig. 7 Spectral images at different wavelengths. (a) 600 nm; (b) 750 nm; (c) 801 nm

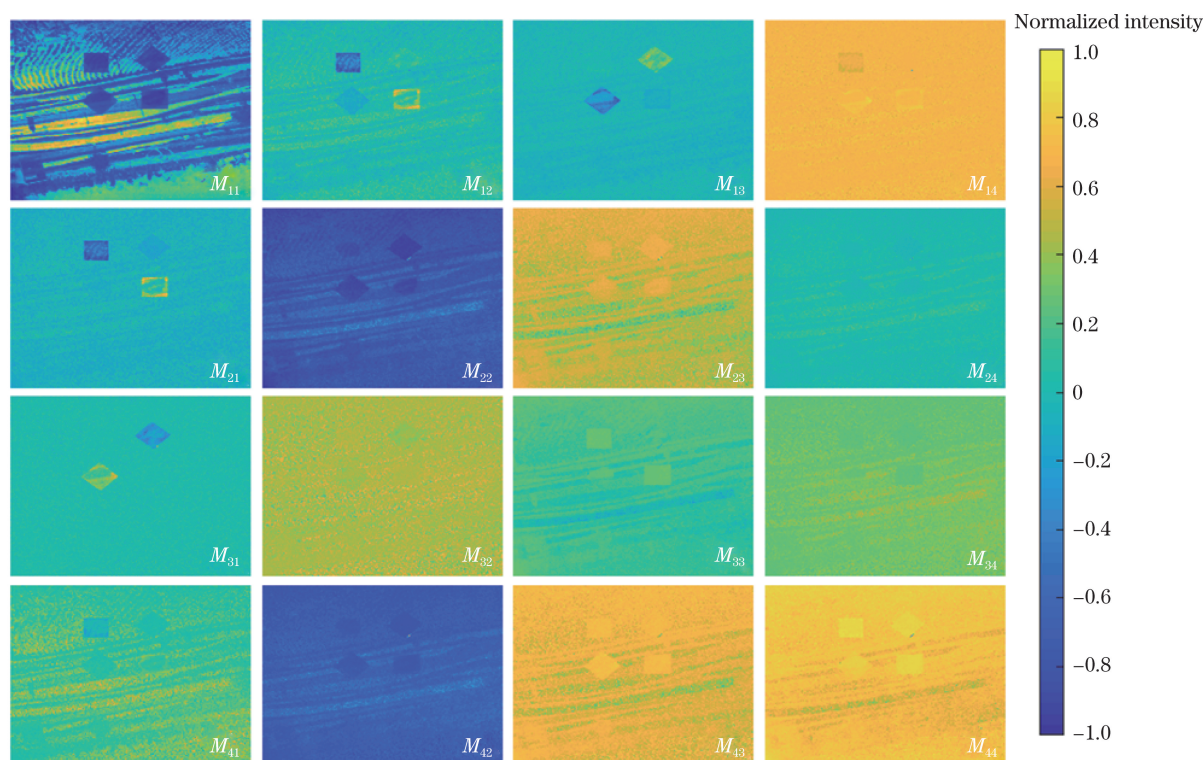


图 8 750 nm 处的 Mueller 矩阵图像

Fig. 8 Mueller matrix images at 750 nm

通过理论分析及实验验证可以看出,上述高光谱 Mueller 矩阵成像方法是将高光谱干涉成像探测技术和 Mueller 矩阵成像相结合的一种新方法,其优点显著。

第一,探测的信息维度高,同时实现空间、光谱和 Mueller 矩阵的探测,相对于单点的光谱 Mueller 矩阵椭圆偏仪来说,成像式的光谱和 Mueller 矩阵探测使探测结果更加直观,体现了目标光谱和 Mueller 矩阵信息在空间上的分布特性。采用干涉型光谱仪获取光谱信息,不需要分光,也没有狭缝限制,不会降低空间分辨率和系统的光通量,光谱分辨率高且结构简单紧凑。

第二,采用 FLC 实现快速宽波段液晶偏振调制,克服了现有多波段 Mueller 矩阵成像技术测量效率低的缺点。将 FLC 用于时分偏振调制系统,极大地提高了偏振调制的效率;FLC 属于液晶器件,装调完成后没有任何机械移动,与同属于液晶相位延迟器件的 LCVR 相比,其响应速度更快,可以达到微秒量级;FLC 通过旋转快轴的方式进行偏振调制,并且只有两个快轴角度的特性,这也使得系统偏振调制的稳定性更好。

7 结 论

提出了一种傅里叶变换高光谱 Mueller 矩阵成像系统,采用新型两片式双折射剪切干涉器,实现了高通量干涉成像。采用四片 FLC 进行快速宽波段偏振调制,实现了在 600~1000 nm 波段快速一体化获取高精度、高分辨率、高信噪比的多波段 Mueller 矩阵图像。利用 FLC 快轴在控制信号的控制下可以高速切换的特性,将两片 FLC 用于 PSG,调制照明光的偏振态,快速产生指定偏振状态的照明光。另外,将两片 FLC 用于 PSA,对反射光进行偏振态调制,测量反射光 Stokes 矢量,通过 4 组照明光和反射光的 Stokes 矢量,计算出目标的 Mueller 矩阵。系统采用结构简单且光程差特性较好的 SP/CP 剪切器结构,实现了干涉光谱成像,并采用 16 倍率采样方式,实现了光谱和偏振信息的联合采集。搭建了实验装置,验证了该方法的可行性,并取得了较好的实验结果。因此,利用所提出的 HMMI 系统,可同时获取高光谱、Mueller 矩阵以及图像信息,且系统结构简单、紧凑,具有广泛的应用前景。

参 考 文 献

- [1] Ghosh N. Tissue polarimetry: concepts, challenges, applications, and outlook[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2011, 16(11): 110801.
- [2] Oldenbourg R. A new view on polarization microscopy[J]. *Nature*, 1996, 381(6585): 811-812.
- [3] Wang Y, He H H, Chang J T, et al. Mueller matrix microscope: a quantitative tool to facilitate detections and fibrosis scorings of liver cirrhosis and cancer tissues[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2016, 21(7): 071112.
- [4] Garcia-Caurel E, de Martino A, Drévilion B. Spectroscopic Mueller polarimeter based on liquid crystal devices [J]. *Thin Solid Films*, 2004, 455/456: 120-123.
- [5] He C, He H H, Chang J T, et al. Characterizing microstructures of cancerous tissues using multispectral transformed Mueller matrix polarization parameters[J]. *Biomedical Optics Express*, 2015, 6(8): 2934-2945.
- [6] Chen X G, Yuan K, Du W C, et al. Large-scale nanostructure metrology using Mueller matrix imaging ellipsometry[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(7): 070703.
陈修国, 袁奎, 杜卫超, 等. 基于 Mueller 矩阵成像椭偏仪的纳米结构几何参数大面积测量[J]. *物理学报*, 2016, 65(7): 070703.
- [7] Gladish J C, Duncan D D. Liquid crystal-based Mueller matrix spectral imaging polarimetry for parameterizing mineral structural organization[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(3): 626-635.
- [8] Aas L M S, Ellingsen P G, Fladmark B E, et al. Overdetermined broadband spectroscopic Mueller matrix polarimeter designed by genetic algorithms [J]. *Optics Express*, 2013, 21(7): 8753-8762.
- [9] Smith F G, Thomson J H. Polarization interferometers: applications in microscopy and macroscopy[J]. *Journal of Applied Crystallography*, 1972, 5(5): 387.
- [10] Bai C X, Li J X, Xu Y X, et al. Compact birefringent interferometer for Fourier transform hyperspectral imaging[J]. *Optics express*, 2018, 26(2): 1703-1725.
- [11] Hilliard R L, Shepherd G G. Wide-angle Michelson interferometer for measuring Doppler line widths [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1966, 56(3): 362-369.
- [12] Zhu X N. Explicit Jones transformation matrix for a tilted birefringent plate with its optic axis parallel to the plate surface[J]. *Applied Optics*, 1994, 33(16): 3502-3506.
- [13] Goldstein D H. Polarized light [M]. New York: CRC press, 2016: 731-732.
- [14] Stabo-Eeg F, Kildemo M, Nerbo I, et al. Well-conditioned multiple laser Mueller matrix ellipsometer [J]. *Optical Engineering*, 2008, 47(7): 073604.
- [15] Letnes P A, Nerbø I S, Aas L M S, et al. Fast and optimal broad-band Stokes/Mueller polarimeter design by the use of a genetic algorithm [J]. *Optics Express*, 2010, 18(22): 23095-23103.
- [16] Li J X, Liu Q, Zhou J Q, et al. Optimal design for broadband polarization state analyzer of ferroelectric liquid crystal [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(7): 0726002.
李建欣, 刘勤, 周建强, 等. 宽波段铁电液晶偏振态分析器的优化设计 [J]. *光学学报*, 2017, 37(7): 0726002.
- [17] Azzam R M A, Lopez A G. Accurate calibration of the four-detector photopolarimeter with imperfect polarizing optical elements [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1989, 6(10): 1513-1521.
- [18] Liu Q, Bai C X, Liu J, et al. Fourier transform imaging spectropolarimeter using ferroelectric liquid crystals and Wollaston interferometer[J]. *Optics Express*, 2017, 25(17): 19904-19922.