基于聚类优化 FastICA 的混合颜料光谱信息解混算法

杨蕾1,王慧琴1*,王可1,王展2

¹西安建筑科技大学信息与控制工程学院,陕西西安 710055; ²陕西省文物保护研究院,陕西西安 710075

摘要 提出一种聚类优化的快速独立成分分析(FastICA)解混算法,解决了 FastICA 在光谱信息解混过程中,对解 混矩阵初始值敏感导致解混信息不稳定的问题。利用模糊 C 均值聚类对单一颜料光谱信息进行光谱特征降维,选 择最具代表性的聚类结果作为解混矩阵初始值,通过 FastICA 牛顿迭代公式计算聚类优化后的解混矩阵,避免随 机选取初始值对混合颜料光谱信息解混的影响。实验结果表明,与其他算法相比,解混结果平均误差值降低了 0.57,平均适应度系数达到了 99.67%,光谱角度匹配距离降低了 0.53,所提算法增加了 FastICA 算法解混结果的 稳定性,提高了混合颜料光谱信息解混精度。

关键词 混合颜料;光谱反射率;快速独立成分分析;模糊C均值聚类中图分类号 O433.4 文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0530001

Spectral Information Unmixing of Mixed Pigment Based on Clustering Optimization FastICA Algorithm

Yang Lei¹, Wang Huiqin^{1*}, Wang Ke¹, Wang Zhan²

 1 College of Information and Control Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology,

Xi'an, Shaanxi 710055, China;

² Shaanxi Provincial Institute of Cultural Relics Protection, Xi'an, Shaanxi 710075, China

Abstract A clustering-optimized fast independent component analysis (FastICA) de-mixing algorithm is proposed. It solves the problem of unstable de-mixing information caused by the sensitivity to the initial value of the de-mixing matrix for FastICA algorithm during the spectral information de-mixing process. Fuzzy C-means clustering algorithm is used to reduce the spectral characteristics of single pigment spectral information, the most representative clustering result is selected as the initial value of the de-mixing matrix, and the clustering-optimized de-mixing matrix is calculated by FastICA Newton iteration formula to avoid the effect of randomly selecting initial values on de-mixing the spectral information of mixed pigments. The experimental results show that, compared with other algorithms, the average error value of the unmixed results of this algorithm is reduced by 0.57, the average fitness coefficient is 99.67%, and the spectral angle matching distance is reduced by 0.53. The proposed method can increase the stability of the FastICA de-mixing results, and improve the de-mixing precision of the mixed pigment spectral information.

Key words mixed pigment; spectral reflectance; fast independent component analysis; fuzzy C-means clustering OCIS codes 300.6550; 240.6645; 110.2350

1 引 言

古代壁画中存在不同颜料混合使用的情况,对 颜料的正确检测识别是文物修复者进行壁画修复的 重要前提,也是进行文物数字化虚拟修复的重要研 究内容。近年来壁画颜料的研究大多是针对单一颜 料的识别,对混合颜料的分析较少。使用反射光谱 方法^[1]进行颜料的识别分析,不仅可以得到精确的 色度信息,且具有无损检测^[2-3]的优点,避免了传统 检测方法对壁画造成的二次破坏,已成为国内外许 多研究学者进行光谱分析的重要研究手段。

目前,线性光谱混合模型广泛应用于混合像元 分离模型^[4],混合颜料反射光谱信息可以看作单一 颜料反射光谱信息的线性混合,结合反射光谱法常

收稿日期: 2019-07-02; 修回日期: 2019-09-23; 录用日期: 2019-11-18

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(61701388)、陕西省教育厅 2018 年度重点科学研究计划(智库项目)(18JT006)

^{*} E-mail: hqwang@xauat.edu.cn

用的解混模型有:Kubelka-Munk 混色法^[5]、导数分 析法^[6]、独立成分分析法^[7]等。如利用 Kubelka-Munk 理论进行计算机配色,得到混合颜料理论上 的光谱反射率值,再与实际测得的光谱反射率进行 对比,但光谱匹配法^[8]是通过比较两条光谱曲线来 识别物质,而同色系中不同颜料光谱曲线比较接近, 所以容易出现误匹配^[9]。利用比值导数法求解出各 波段处的丰度,选取误差最小的波段进行建模和丰 度值反演,得出单一颜料的种类,但强线性混合波段 是各端元组分综合作用的结果,受矿物组分自身光 谱特征影响较大,对于其他颜料混合物的解混精度 还有待进一步研究^[10]。独立成分分析(ICA)法对 计算机配色的混合颜料光谱信息进行分析,主要通 过计算基本颜料和已知颜料的光谱相似性,判断出 单一颜料,但未对实际颜料的混合光谱信息进行分 析,采用的算法存在收敛不稳定等问题[11]。

根据古代壁画常用颜料中反射光谱曲线的分布 特点,利用快速独立成分分析(FastICA)^[12]结合反 射光谱是进行混合颜料光谱信息解混的有效方法, 但对选择的解混矩阵初始值敏感,容易导致解混结 果收敛不稳定。因此,本文提出了一种聚类优化的 FastICA 算法,通过模糊 C 均值聚类(FCM)算 法^[13-14]对单一颜料的反射光谱信息进行模糊聚类, 选出解混矩阵初始值,利用 FastICA 算法的牛顿选 代公式计算解混矩阵,最后代入解混公式得出混合 颜料的解混光谱信息,并对两种解混结果进行分析 与评价。

2 基本原理

2.1 线性光谱混合模型

将混合颜料光谱信息表示为几个单一颜料光谱 信息的线性组合,根据库贝尔卡-芒克理论得出物体 光谱反射率与其吸收和散射能量之间的关系为

 $R = 1 + K/S - [(K/S)^2 + 2(K/S)]^{1/2}$, (1) 式中,K/S 为吸收散射比,R 为光谱反射率。可简 化为

$$K/S = \frac{(1-R)^2}{2R}.$$
 (2)

将混合后的颜料吸收散射比,看作几个单一颜料吸收散射比的线性组合,则*m*个单一颜料光谱信息表示为**B**,其*K*/S值分别为**B**₁,**B**₂,…,**B**_m,**B**_u = $[B_{u1}, B_{u2}, \dots, B_{uu}], u=1,2,\dots,m,t$ 为光谱信息采样个数;*n*个混合颜料光谱信息表示为**M**,其*K*/S 值分别为**M**₁,**M**₂,…,**M**_n,**M**_v = $[M_{v1}, M_{v2}, \dots,$ M_{vt}], $v=1,2,\cdots,n$;混合比例表示为 D。则颜料的 混合可表示为 $M_v = \sum_{u=1}^{m} D_{vu} B_u, u=1,2,\cdots,m, v=1,$ 2,…,n。写成向量形式为 $B = [B_1, B_2, \cdots, B_m]^T,$ $M = [M_1, M_2, \cdots, M_n]^T,$ 则混合过程可表示为

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{B}_{\circ} \tag{3}$$

由于单一颜料光谱信息 B 和混合比例 D 未知, 求解 B 只能等价估计混合比例 D,然后求解其逆矩 阵即解混矩阵 W,得到估计值 Y 表示为

$$Y = WM_{\circ} \tag{4}$$

2.2 快速独立成分分析

在单一颜料光谱信息和混合比例都未知的情况 下,从混合颜料光谱信息中估计出单一颜料光谱信 息,可看作线性瞬时盲源分离问题^[15],选择 ICA 算 法作为解混模型,其中,FastICA 算法以收敛速度 快、分离效果好被广泛应用。该算法以最大非高斯 性为度量,采用不动点迭代方法使信号实现非高斯 性的最大化,通过牛顿迭代法不断修正解混矩阵直 到满足收敛条件,求出解混矩阵W。

FastICA 算法的解混过程中,解混矩阵的初始 值 W₀ 通常选取一组范数为1的随机数,无法保证 得到均匀的收敛速度,甚至会出现不收敛的情况。 且每次运算得到的独立分量也有所不同,导致解混 结果不稳定。改进 W₀的选取方法,就可提高解混 结果的稳定性。

2.3 聚类优化的 FastICA

颜料光谱样本数据属于小样本数据集,特点是 特征维数多于样本数目,利用聚类算法对单一颜料 光谱信息进行光谱特征降维可解决这一问题,聚类 过程中,特征值属于样本某个类别的关系不确定,所 以采用 FCM 算法进行 W。的选取。

对混合颜料光谱信息进行去均值和白化处理。

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M} - \operatorname{mean}(\boldsymbol{M}), \qquad (5)$$

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Q} \boldsymbol{\bar{M}}, \qquad (6)$$

式中,M 为混合颜料光谱信息矩阵,M 为去均值之 后的混合颜料光谱信息矩阵,Z 为白化之后的混合 颜料光谱信息矩阵,Q 为白化矩阵。

对统计独立的单一颜料光谱信息 $B = [B_1, B_2, \dots, B_m]^T$ 作模糊 C 均值聚类,就是将 B 划分为 c 类。选择模糊 C 均值聚类的最小化的目标函数为

$$J(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{c} (u_{ij})^{w} \| b_{i} - v_{j} \|^{2}, \quad (7)$$

式中: b_i 为单一颜料光谱信息数据的集合; $V = [v_1, v_2, \dots, v_c]$ 为聚类中心的集合;U为隶属度矩阵;c

为聚类中心的数目,本文设 c = 5; w 为模糊化程度 的系数,一般情况下取值为 $2; u_{ij}$ 为第 j 个样本对于 第 i 类聚类中心的隶属度, $u_{ij} \in [0,1]$ 且 $\sum_{i=1}^{c} u_{ij} = 1$ 。

初始化聚类中心 V 和隶属度矩阵 U,用当前的 隶属度矩阵重新计算模糊聚类中心 V',用 V'重新计 算隶属度矩阵 U',重复之前步骤直至 J(U,V)最小 化,得到聚类中心 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$,即解混矩 阵初始值 W_0 。

通常采用基于信息论的负熵作为描述信号非高 斯性的目标函数。基于负熵的 FastICA 算法的目 标函数为

 $J(W_0) = \{E[G(W_0^T Z)] - E[G(P)]\}^2, (8)$ 式中, $E[\cdots]$ 为均值运算, P为有零均值且与 $W_0^T Z$ 有相同协方差矩阵的高斯随机向量, G(P)为非二次函数。

采用牛顿迭代法来求解此方程可以得到近似的

牛顿迭代公式为

$$\boldsymbol{W}_{k+1} = \boldsymbol{W} - \frac{E[\boldsymbol{Z}g(\boldsymbol{W}_{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z})] + \beta \boldsymbol{W}_{k}}{E[g'(\boldsymbol{W}_{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z})] + \beta}, \qquad (9)$$

式中,k 为迭代次数, $\beta = E[W^{T}Z_{g}(W^{T}Z)]$ 为一个恒 定值, $g(\dots)$ 为分线性函数,简化后为

$$\boldsymbol{W}_{k+1} = E[\boldsymbol{Z}g(\boldsymbol{W}_{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z})] - E[g'(\boldsymbol{W}_{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z})]\boldsymbol{W}_{k}.$$

(10)

将模糊 C 聚类优化的结果 W_0 代入(10)式,利 用迭代公式计算 W_{k+1} ,归一化处理后得 $W_{k+1} = W_{k+1} / \parallel W_{k+1} \parallel$,直至满足收敛条件 $\parallel W_{k+1} - W_k \parallel → 1$,得到解混矩阵 W_0 .

把解混矩阵 W 代入(4)式,得到单一颜料光谱 信息的估计值 Y,即完成混合颜料光谱信息解混。 通过计算解混光谱信息与单一颜料光谱信息的光谱 相似性,可确定单一颜料的种类。

聚类优化的快速独立成分分析(FC-FastICA) 算法的流程图如图1所示。



图 1 FC-FastICA 算法流程图 Fig. 1 Flow chart of the FC-FastICA algorithm

3 实 验

为验证本文算法的有效性,模拟古代壁画绘画 技巧,并参照相关文献,选择古代壁画常用矿物颜 料,制作不同比例的混合颜料。设计搭建了光谱反 射率采集系统,获取颜料光谱信息。分别用 FC-FastICA 算法和 FastICA 算法对颜料反射率数据进 行实验分析。将两种算法解混结果的曲线图与原始 单一颜料的曲线图进行对比,利用评价系数对解混 结果进行精度评价。实验系统框图如图 2 所示。



图 2 实验系统框图 Fig. 2 Flow chart of experimental system

3.1 实验环境及数据准备

光谱反射率采集系统包括以下设备单元:电脑 程序控制端、海洋光学公司的QE6500科研级光纤 光谱仪、HL-2000卤钨灯光源、漫反射标准白板、 UV/SR-VIS高羟基光纤、ISP-R积分球等。光谱仪 测量的可见光波段范围为380~780 nm,采样间隔 为0.78 nm。光谱反射率采集系统如图3所示。

古代壁画颜料常用颜色有红色系和青色系^[16], 通过对矿物颜料的研究及分析,总结出颜料反射率 曲线主要有:"S"形、"钟"形、"斜线"形^[17],在实验中 选择"S"形的铬黄(Chorme)、雌黄(Orpiment)、银 朱(Vermilion)、铅丹(Minium)和"钟"形的石青 (Azurite)五种颜料,在木板上涂抹石灰泥模拟制作 古代壁画的地仗层。然后制作铬黄、雌黄、银朱、铅 丹、石青的单一颜料色块,分别提取其中的颜料粉末, 按照五组不同质量比例将铬黄与雌黄、银朱与铅丹、 银朱与石青进行混合,按量加入明胶和水制成不同比 例的混合颜料色块。混合颜料色块如表1所示。

为减少实验误差,提高测量结果的准确度,分别 采集每个颜料色块三个点的反射率,取平均值。通 过对混合颜料的反射率曲线分析发现,混合颜料的 幅值在两个单一颜料幅值之间,表明制作混合颜料 色块的混色模型是合理的。颜料反射率曲线如图 4 所示,图中横坐标为波长,纵坐标为反射率。



图 3 光谱反射率数据采集系统设备图

Fig. 3 Experimental equipment of spectral reflectance acquisition system

3.2 评价标准

FastICA 算法解混结果存在幅度和顺序不确定性,所以先对解混结果做归一化处理,用 Pearson 相关系数判定与单一颜料光谱相对应的解混光谱。

使用方均根误差 X_{RMSE}、适应度系数 X_{GFC}、光谱 角度匹配距离 D_{SAM} 三个参数对混合光谱的解混结 果进行精度评价。光谱反射率的采样波段范围为 380~780 nm。

$$X_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{\lambda} \left[R(\lambda) - \hat{R}(\lambda)^2 \right]}, \quad (11)$$

式中,N为光谱采样波段数, λ 为采样波段, $R(\lambda)$ 为 单一颜料反射率, $\hat{R}(\lambda)$ 为解混之后对应颜料的反射 率。 X_{RMSE} 用来评价实际值与解混值之间的误差水 平,值越小表明解混精度越高。



图 4 颜料光谱反射率曲线。(a)铬黄、雌黄单一光谱反射率;(b)铬黄与雌黄混合光谱反射率;(c)银朱、铅丹单一光谱反射率; (d)银朱与铅丹混合光谱反射率;(e)银朱、石青单一光谱反射率;(f)银朱与石青混合光谱反射率



2) 适应度系数 X_{GFC} 表示为

$$X_{\rm GFC} = \frac{\sum_{N} R(\lambda) \hat{R}(\lambda)}{\left[\sum_{N} R(\lambda)^{2}\right]^{1/2} \left[\sum_{N} \hat{R}(\lambda)^{2}\right]^{1/2}}, \quad (12)$$

 X_{GFC} 为测量解混反射率和单一反射率之间的余弦 夹角, X_{GFC} 的范围为 $0 \sim 100\%$ 。当 $X_{GFC} \ge 99.5\%$ 时,解混效果可以接受;当 $X_{GFC} \ge 99.9\%$ 时,解混效 果非常好。

3) 光谱角度匹配距离 D_{SAM} 表示为^[18]

$$D_{\text{SAM}} = \arccos \frac{\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}}{(\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R})^{1/2} (\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R})^{1/2}}, \quad (13)$$

式中,上标 T 为转置运算符号。通过计算光谱间的 角度来度量两个光谱之间的相似性,输出结果值越 小表示两个光谱越匹配,相似度越高;反之,表示两 个光谱距离越大,相似度越小。

4 结果与讨论

实验根据 Kubelka-Munk 混色公式,得到混合颜料的 K/S 值,如图 5 所示。

在确定光谱采样波段数的前提下,使用 FC-FastICA 算法和 FastICA 算法进行混合颜料光谱信 息解混的仿真对比实验。如图 6 所示,FC-FastICA 算法的解混结果对铬黄、雌黄在 550~750 nm 的精 度更高,解混曲线与单一颜料光谱曲线更接近。如 图 7 所示,FC-FastICA 算法对银朱的解混结果在 550~700 nm 时其解混精度有明显提高,对铅丹的解 混结果在 550~650 nm 时与单一颜料光谱曲线相似度 更高。如图 8 所示,FC-FastICA 算法对银朱的解混结 果在 600~650 nm 时与单一颜料光谱曲线的误差值更 低,对石青的解混结果整体优于 FastICA 算法。



图 5 混合颜料光谱反射率的 K/S 值。(a)铬黄与雌黄混合颜料反射率的 K/S 值;(b)银朱与铅丹混合颜料反射率的 K/S 值;(c)银朱与石青混合颜料反射率的 K/S 值

Fig. 5 K/S value of the spectral reflectance of mixed pigment. (a) K/S value of the reflectance of mixed pigment with Chorme and Orpiment; (b) K/S value of the reflectance of mixed pigment with Vermillion and Minium; (c) K/Svalue of the reflectance of mixed pigment with Vermillion and Azurite

表 2 为对解混精度的评价,其中,银朱 1 (Vermilion1)和银朱 2(Vermilion2)分别是银朱与 铅丹混合颜料和银朱与石青混合颜料的解混结果。由表 2 可知,与 FastICA 算法相比,FC-FastICA 算 法的 X_{RMSE} 均值降低了 0.57,解混结果整体误差值 更小; X_{GFC} 均值达到了 99.67%,即解混光谱曲线 与单一颜料光谱曲线的余弦夹角非常小,解混精度

较好;D_{SAM}均值降低了 0.53,即解混光谱信息更接 近单一颜料光谱信息。综上所述,FC-FastICA 算法 的解混精度更高,可以更精确地对混合颜料光谱信 息作解混分析。

由图 9 可知,FC-FastICA 算法对于三组混合颜料的解混结果的方均根误差值均低于 FastICA 算法,解混效果更好。







图 7 银朱与铅丹混合颜料解混结果对比图。(a)银朱的解混结果 K/S 值对比图;(b)铅丹的解混结果 K/S 值对比图 Fig. 7 Contrast chart of the de-mixing results of Vermillion and Minium mixed pigment. (a) Contrast chart of the K/S value of the de-mixing with Vermillion; (b) contrast chart of the K/S value of the de-mixing with Minium



图 8 银朱与石青混合颜料解混结果对比图。(a)银朱的解混结果 K/S 值对比图;(b)石青的解混结果 K/S 值对比图 Fig. 8 Contrast chart of de-mixing results of Vermillion and Azurite mixed pigment. (a) Contrast chart of the K/S value of the de-mixing with Vermillion; (b) contrast chart of the K/S value of the de-mixing with Azurite 表 2 两种算法的解混精度比较

Method	FastICA			FC-FastICA		
	$X_{\rm RMSE}$	$X_{ m GFC}$ / $\%$	$D_{ m SAM}$	X _{RMSE}	$X_{ m GFC}$ / $\%$	$D_{\rm SAM}$
Chorme	0.1058	99.51	0.0991	0.0672	99.88	0.0485
Orpiment	0.1238	99.35	0.1075	0.0733	99.89	0.0478
Vermilion1	0.1785	99.26	0.1216	0.0691	99.88	0.0484
Minium	0.1791	99.35	0.1144	0.0371	99.98	0.0397
Vermilion2	0.1788	99.26	0.1216	0.1124	99.74	0.0722
Azurite	0.3682	96.85	0.2519	0.1788	98.67	0.1630

Table 2 Comparison of demixing accuracy between two algorithms





5 结 论

提出一种 FC-FastICA 算法,采用 FCM 算法聚 类优化 FastICA 解混矩阵初始值,解决了 FastICA 算法随机选取导致解混结果不稳定的问题,提高了 解混结果的稳定性。制作了单一颜料和混合颜料色 块,通过仿真分析了混合光谱解混信息,并评价了 FC-FastICA 的解混效果,验证了该算法的泛化能 力。结果表明,FC-FastICA 算法的解混结果更加稳 定,具有较好的解混性能,提高了解混精度,为实际 应用中古代壁画混合颜料的精确识别提供了有效 方法。

参考文献

- [1] Cavaleri T, Giovagnoli A, Nervo M. Pigments and mixtures identification by visible reflectance spectroscopy[J]. Procedia Chemistry, 2013, 8: 45-54.
- [2] Li W J, Wang T Y, Zhou Y, et al. Terahertz nondestructive inspection of air defect within adhesive layers of multi-layer bonded structure [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(1): 0111002.
 李文军,王天一,周宇,等. 多层胶接结构胶层空气 缺陷的太赫兹无损检测[J]. 光学学报, 2017, 37 (1): 0111002.
- [3] Yang S S, Zhu R, Mi L, et al. Application of optical coherence tomography in the detection of the mural [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(5): 0511005.
 杨珊珊,朱锐,米磊,等.光学相干层析成像技术对 壁画的检测研究[J].光学学报, 2015, 35(5): 0511005.
- [4] Chen J, Richard C, Honeine P. Nonlinear unmixing of hyperspectral data based on a linear-mixture/ nonlinear-fluctuation model [J]. IEEE Transactions

on Signal Processing, 2013, 61(2): 480-492.

- [5] Kubelka P. Errata: new contributions to the optics of intensely light-scattering materials. Part I[J]. Journal of the Optical Society of America, 1948, 38 (12): 1067.
- [6] Zhang J, Rivard B, Sanchez-Azofeifa A. Derivative spectral unmixing of hyperspectral data applied to mixtures of lichen and rock [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(9): 1934-1940.
- [7] Comon P. Independent component analysis: a new concept[J]. Signal Processing, 1994, 36(3): 287-314.
- [8] Wang W C, Wang H Q, Wang K, et al. An identification method of spectral information divergence pigment based on statistical manifold [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55 (1): 013002.

王伟超,王慧琴,王可,等.一种基于统计流形的光 谱信息散度颜料识别方法[J].激光与光电子学进 展,2018,55(1):013002.

[9] Lei J S, Bu Y J. Kubelka-Munk theory and its application in color matching of mixed mineral pigments[J]. Packaging Journal, 2017, 9(1): 28-33.
雷江胜,补雅晶. Kubelka-Munk 理论及其在混合矿 物颜料配色中的应用[J]. 包装学报, 2017, 9(1):

28-33.

- [10] Zhao H Q, Zhang L F, Wu T X, et al. Research on the model of spectral unmixing for minerals based on derivative of ratio spectroscopy[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2013, 33(1): 172-176.
 赵恒谦,张立福,吴太夏,等.比值导数法矿物组分 光谱解混模型研究[J].光谱学与光谱分析, 2013, 33(1): 172-176.
- [11] Wang G M, Liu Z Y. A composition analysis method of mixed pigments based on spectrum expression and independent component analysis [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2015, 35(6): 1682-1689.
 王功明,刘志勇.基于光谱表示和独立成分分析的混 合颜料成分分析方法[J]. 光谱学与光谱分析, 2015, 35(6): 1682-1689.
- [12] Bingham E, Hyvärinen A. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex valued signals [J]. International Journal of Neural Systems, 2000, 10(1): 1-8.
- [13] Bezdek J C. Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms [J]. Advanced Applications in Pattern Recognition, 1981, 22(1171): 203-239.
- [14] Dunn J C. Well-separated clusters and optimal fuzzy partitions[J]. Journal of Cybernetics, 1974, 4(1):

95-104.

- [15] Li Z B, Wang K, Jiang Y Y. Research and survey on methods of blind source separation technology [J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(14): 141-147.
 李振璧, 王康, 姜媛媛. 盲源分离技术研究与方法综述[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(14): 141-147.
- [16] Wang L L, Li Z M, Ma Q L, et al. Non-destructive and in situ identification of pigments in wall paintings using hyperspectral technology [J]. Dunhuang Research, 2015(3): 122-128.
 王乐乐,李志敏,马清林,等.高光谱技术无损鉴定 壁画颜料之研究:以西藏拉萨大昭寺壁画为例[J]. 敦煌研究, 2015(3): 122-128.
- [17] Wang L Q, Dang G C, Zhao J. Nondestructive

analysis and identification of pigments on colored relics by fiber optic reflectance spectroscopy [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2008, 28(8): 1722-1725.

王丽琴, 党高潮, 赵静. 光导纤维反射光谱技术在彩 绘文物颜料无损分析鉴定中的应用[J]. 光谱学与光 谱分析, 2008, 28(8): 1722-1725.

[18] Wang K, Wang H Q, Yin Y, et al. Pigment spectral matching recognition method based on adaptive edit distance [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(11): 113004.
王可,王慧琴,殷颖,等.基于自适应编辑距离的颜料光谱匹配识别方法[J].激光与光电子学进展, 2018, 55(11): 113004.